F1130

REFERINȚA

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXVIII NUMĂRUL 1 ANUL 1966
IANUARIE—FEBRUARIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

apare, cu șase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice științifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" și „Buletinul Politehnicei din București".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea științifică a corpului didactic din Institutul politehnic București. În limita spațiului disponibil, se pot publica și lucrări științifice ale colaboratorilor dinafara institutului.

Corespondența și schimburile de publicații cu redacția și administrația Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(cu mențiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din București".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din București".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXVIII – NUMĂRUL 1

IANUARIE—FEBRUARIE
1966

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. Docent *I. Agîrbiceanu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. Dr. Docent *I. S. Antoniu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *G. Bărănescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof *M. Bercovici ;* Prof. Dr. Docent *E. Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *Gh. Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. Dr. Docent *E. Carafoli ;* Conf. Dr. *S. Călin ;* Acad. Prof. Dr. Docent *D. Dumitrescu;* Prof. *S. Gîdea;* Conf. Dr. *I. Grădișteanu;* Prof. *C. Ionescu-Bujor ;* Prof. Dr. Docent *Gh. Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *N. Manolescu ;* Prof. *St. Mantea ;* Prof. Dr. *N. Marinescu;* Acad. Prof. Dr. Docent *C. Nenițescu;* Prof. *C. Penescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *M. Postelnicescu ;* Acad. Prof. Dr. Docent *R. Răduleț ;* Prof. *Al. Rău ;* Prof. *Al. Spătaru ;* Prof. *L. Stoicescu ;* Prof. Dr. Docent *R. Voinea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *I. Zăgănescu.*

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
Membru corespondent
al Academiei Republicii Socialiste România

Sumar

COMEMORĂRI U.N.E.S.C.O.

C. Dinculescu, C. Ionescu-Bujor
David Emmanuel — 25 de ani de la moartea ilustrului profesor, om de știință și pedagog 17

MATEMATICA

M. N. Roșculeț
Un exemple de courbe qui remplit un volume 21

N. Mirescu
Desfășuratele suprafețelor poliedrale în sistemul de proiecție cu diedrul fundamental nul 25

MECANICA

N. I. Manolescu, M. Dranga
O metodă pentru determinarea accelerației unghiulare ε_1 a elementului inițial al mașinii fără utilizarea derivării grafice a curbei $\omega(\varphi)$ . . . 29

REZISTENȚA MATERIALELOR

I. Gh. Zamfirescu
Deformația absolută a țevii închise la capete și solicitată la presiune interioară, presiune exterioară și la un efort axial 47

T. Pană
Aplicarea metodei parametrilor inițiali în studiul vibrațiilor la barele cu pereți subțiri avînd profilul închis 69

CENTRALE ELECTRICE

C. Dinculescu, D. Mark, D. Cristescu, M. Marinescu, N. Golovanov, I. Vlaicu
Utilisation des tubes en masse plastique pour l'isolation des barres de moyenne tension de 6—15 kV dans les centrales et stations électriques . 75

N. Dănilă, D. Grecov
L'étude de l'optimisation des cycles à plusieurs resurchauffes . . . 89

REȚELE ELECTRICE

Gh. Iacobescu
Influența arcului electric la deconectarea curenților inductivi mici . . 103

MAȘINI TERMICE

M. Postelnicescu, C. Neaga
Influența preîncălzirii preliminare a aerului de ardere la un cazan, în scopul evitării coroziunii, asupra economicității instalației . . . 117

TERMOTEHNICA

P. Ghenghea
Sisteme de încălzire a vagoanelor de călători în tracțiunea Diesel . . 141

Резюме

Д. К. 517 (067)

К. Динкулеску, К. Ионеску-Бужор

Давид Эммануель — 25 лет со дня смерти замечательного ученого и педагога

Статья, посвященная 25-летней годовщине со дня смерти Давида Эммануель.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

М. Н. Рошкулец Д. К. 517

Пример кривой, заполняющей известный объем

Строится кривая, заполняющая определенный объем. Допустим, что $f(x)$ является постоянной периодической функцией второго периода, определенной на интервале $(-1, +1)$ заданной (1). При помощи функции $f(x)$ строятся функции $x(t)$, $y(t)$ $z(t)$, заданные (2). Серии, определяющие эти функции, являются равномерно сходящимися на (0,1). Кривая, имеющая параметрическое изябражение (2), проходит через все точки куба $0 \leqslant x \leqslant 1$, $0 \leqslant y \leqslant 1$, $0 \leqslant z \leqslant 1$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

Н. Мирескy Д. К. 513.5/8

Развертываемые кривые многогранных поверхностей в проекционной системе с нулевым основным двухгранником

Проекционная система с основным нулевым двухгранником, задуманная профессором Михаилом Ботезом (Sur une nouvelle manière de representer l'Espace lineaire Bul. Inst. Pol. XXIII 3) привела к некоторым изучениям, углубившим практическое применение в решении некоторых основных задач.

В настоящей работе автор изучает кривые развертывания многогранных поверхностей (призмы и пирамиды) в этой системе монопланной проекции.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

Д. К. 621.8.02/.03 : 621-86 : 531.1

Н. И. Манолеску, М. Дранга

Метод для определения состояния движения ε_1 машины под воздействием заданных внешних сил $\omega(\varphi)$

После представления настоящего положения вопроса движения машины под воздействием внешних заданных сил, авторы предлагают метод определения углового ускорения ε_1 перевоначального элемента, используя сокращенный момент M_{ia}^{*} сил инерции, соответствующий угловому ускорению $\varepsilon_1 = 1 reds^{-2}$.

Определение этого ускорения производится затем при помощи уравнения:

$$M_{ia}^{*} = \frac{\varepsilon_1^{*}}{\omega_1} M_{ired_1}^{H}$$

в котором $M_{ired_1}^{H}$ является сокращенным моментом импульсов соответствующилх силам инерции Fij для $\varepsilon_1^{*} = 1$

В результаге $\varepsilon_1 = \gamma \omega_1$, в котором:

$$\gamma = \frac{M_{red_1} \div M_{ib}}{M_{ired_1}^{H}}$$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

Summary

C. Dinculescu, C. Ionescu-Bujor D. C. 517 (067)

David Emmanuel. — 25 Years from the Death of the Famous Professor, Scientist and Pedagogue.

Article in the homage of David Emmanuel, to his 25th death commemoration.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

M. N. Roşculeţ D. C. 517

An Exemple of a Curve Covering a Volume.

An example of a curve covering a volume is plotted. Let $f(x)$ be a continuous, periodical function of the 2 period, ascertained on the $[-1, +1]$ interval of (1) — Through the $f(x)$ function the $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ functions given by (2) are plotted. The series ascertaining these functions are uniformely converging on [0,1]. The curve with a parametrical (2) representation passes through all the points of the curve $0 \leqslant x \leqslant 1{,}0 \leqslant y \leqslant 1{,}0 \leqslant z \leqslant 1$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

N. Mirescu D. C. 513.5/.8

The Evolutes of Polyhedral Surfaces in the Projection System with Null Fundamental Quadrant.

The projection system with null fundamental quadrant conceived by Professor Mihail Botez (Sur une nouvelle manière de representer l'Espace linéaire — A new method in linear space representation, Bul. Inst. Politehnic, XXIII, 3) led to some studies that extended their practical application in the solving of some fundamental problems.

The author is studying in this work the evolutes of polyhedral surfaces (prisms and pyramids) in this system of single plane projection.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

D. C. 621.8.02/.03:621—86:531.1

N. I. Manolescu, M. Dranga

A Method for Angular Acceleration Determination ε_1 of Machine Initial Moment Without Graphic Derivatives $\varphi(\omega)$

After presenting the present stage of the machine motion problem under the action of given external forces, the authors are recommending a method of angular acceleration determination of the initial moment utilizing the reduced moment M_{ia} of the inertia forces corresponding to an angular acceleration $\varepsilon_1 = 1 rad\, s^{-2}$.

This is afterwards determined through the relation:

$$M_{ia} = \frac{\varepsilon_1}{\omega_1} \overset{H}{M}_{i\,red_1}$$

where $\overset{H}{M}_{i\,red_1}$ is the reduced moment of the impulses corresponding to the inertia F_{ij} for $\varepsilon_1^* = 1$.

Finally $\varepsilon_1 = \gamma \omega_1$, where.

$$\gamma = \frac{M_{red_1} + M_{ib}}{\overset{H}{M}_{i\,red_1}}$$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

И. Замфиреску Д. К. 539.3 : 539.4.

Абсолютная деформация закрытой трубы, испытывающей внутреннее и наружное давление и осевую нагрузку

В работе изучается абсолютная деформация стенок закрытой трубы с учетом удельных деформаций по направлению от трубы ее радиуса касательной в случае, когда труба испытывает внутренее давление p_i и наружное p_e равномерно распределенных поверхности трубы и осевая нагрузка F равномерно распределенная по поперечному сечению стенки трубы.

При исследовании учитывались переменные параметры, радиус из любой точки трубы отношение p_i/p_e давлений и осевая нагрузка.

Были выявлены большие возможности для проявления абсолютной деформации на стенки трубы благодаря этим параметрам.

Работа выясняет как реагирует труба на воздействие учитываемых взаимных усилий, выбирать нагрузки таким образом, чтобы труба выдержала заданную нагрузку в соответствии с характеристиками прочности трубы.

В работе выявляются интересные свойства прочности трубы с разными радисами.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

Т. Панэ Д. К. 621-42 : 539.4 : 624.072.2

Применение метода начальных параметров в изучении колебания тонкостенных стержней замкнутого профиля

Работа начинается с показа системы дифференциальных уравнений движения и возможности ее решения Затем выражены постоянные интегрирования с помощью начальных параметров: получены отношения общих перемещений сечения в зависимости от одной безразмерной переменной. Эти отношения используются для вычисления собственной пульсации кручения — изгиба причем показывается метод при помощи которого упрошаются использование предельных условий. На их основе изучается и влияние сокращения перемещений на собственно пульсаций кручения для стержня с симметричным сечением. В заключение представлен ряд интересных практическнх результатов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

Д. К. 621.315.616 : 621.311 : 621.3.027

К. Динкулеску, Д. Марк, Д. Кристеску, М. Маринеску, Н. Голованов, И. Влайку

Применение труб из пластмассы для изолирования шин среднего напряжения 6—15 кв в электростанциях

Эта работа анализирует разрешение вопроса применения герметических металических труб по сравнению с полихлорвиниловыми трубами на основании испытаний, произведенных в лаборатории „Техника высоких напряжений" Политехнического Института „Георге Георгиу-Деж" на опытном отрезке. Произведенные испытания позволили оценить поведение изоляции опытного отрезка при напряжениях промышленной частоты в сухом и влажном состоянии внешней поверхности, а также диэлектрические потери.

Для получения наиболее соответствующей формы сечения опытного отрезка была определена конфигурация линий электрического поля в элекролитной ванне. На основании определений и исследований, прозведенных на опытном отрезке, был выяснен ряд необходимых улучшений, которые и были введены в действительную проводку, выполняемую для генераторов, монтируемых на электростанции „Бухарест-Юг.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

D. C. 539.3:539.4

I. Gh. Zamfirescu

The Absolute Distortion of the Pipes Closed at the Ends and Strained under the Internal and External Pressure and under the Axial Stress.

In this paper is studied the absolute distorsion of the pipes closed at the ends taking into account the specific distortions on the pipe axle direction, on the radius direction and on the tangent direction when the pipe is subjected to the internal p_i, to the external pressure p_e, uniformly distributed on the pipe faces and at an axial stress F. uniformly distributed over the cross section of the pipe walls, For that, the above mentioned of radius in any point of the pipe, the pressure ratio p_i/p_e and the axial stress were considered as variable parameters. A great many possibilities of the absolute distortion effect in the pipe walls owing to these parameters were emphasized. By this study may be recognized the behaviour of the pipe under the action of the considered forces and inversely, to select these forces so that the pipe might resist in a certain way, suitably from its strength characteristic standpoint Some interesting properties of the pipe strength in which the radii have certain values result well from this paper.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

D. C. 621—42:539.4:624.072.2

T. Pană

The Application of the Initial Parameter Method to the Study of Vibrations at Thin Wall Bars with a Closed Profile.

The paper begins showing the system of differential equations of motion and its solutions. Then, are expressed the integration constants by means of initial parameters and are obtained relations of general displacements of the section depending on a single adimensional variable. These relations are used for the calculus of its own bending torsion pulsations. The way of simplifying the limiting conditions is shown too. On the same basis is also studied the influence of displacement restriction upon its own torsion pulsations for symmetrical section bars. In the end is presented a series of results of practical interest.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

D. C. 621.315.616:621.311:621.3.027

C. Dinculescu, D. Mark, D. Cristescu, M. Marinescu
N. Golovanov, I. Vlaicu

The Plastic Tube Utilization for the Insulation of 6—15 kV Medium Voltage Bars in Electric Power Stations and Intermediate Electric Stations.

The present work covers the analysis of sealed metallic tube solutions as against the PVC tube solutions, on the bases of tests run at the High-voltages Technique Laboratory of the Polytechnic Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" on a testing insert. The test run allowed the estimation of testing tube insulation behaviour at voltages at industrial frequencies, with both dry and moist surface condition as well as the dielectrical losses. The field lines configuration were established through the electrolytic bath in order to determine the best shape for the test insert cross section. After researches and determinations carried out on the test insert, a series of necessary improvements have been carriedout and applied to the actual unit of the generating sets that are presently mounted at the Bucharest-South Electric Power Station.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

Д. К. 621.1.016 : 621.165.53:621 : 181.8

Н. Дэнилэ, Д. Греков

Изучение оптимальности циклов с промежуточным перегревом в многократных ступенях

На основании метода термодинамического анализа циклов анализируются оптимальные параметры процесса промежуточного перегрева в многократных ступенях, выявляя главные факторы, влияющие на выбор оптимальных давлений промежуточного перегрева. В случае действительных циклов анализируется двойной промежуточный перегрев с применением, также в случае надстройных циклов, выявляя особое влияние относительных внутренних коэффициентов полезного действия паровой турбины на оптимальные значения давления промперегрева. Произведенные вычисления подтверждают точность формул вычисления, предложенных авторами.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

Г. Якобеску Д. К. 621.3.014.31:621.3.064:621.3 021:621.316

Влияние электрической дуги на отключение малых индуктивных токов

В этой работе рассматривается связь, существующая между моментом прерывания малых индуктивных токов и прерывающейся электрической дугой, появляющейся при отключении.

Электрическая дуга вызывает колебательный ток высокой частоты, который совпадает с основной волной в 50 гц и изменяет кривую тока, в особенности вблизи прохождения через нулевое положение.

Колебательный ток высокой частоты вызывает момент отключения тока до прохождения его через нулевое положение.

В этой работе рассматривается подробно это явление и выявляется возможность окончательного отключения определенной электрической цепи.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

М. Постелническу, К. Няга Д. К. 621.187 : 620.193

Влияние предварительного нагрева сжигаемого воздуха в котле для избежания опасности корозии на экономичность оборудования

В этой работе исследуется влияние предварительного нагрева сжигаемого воздуха для избежания опасности коррозии воздухоподо гревателя (экономайзера) на общий расход топлива в котле для полезного получения теплоты и для предварительного нагрева сжигаемого воздуха перед подгревателем котла, осуществленного теплотой данной непосредственно или косвенно котлом.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

П. Генгя Д. К. 621.18 : 662.753.325 : 625.282-833.6

Системы нагревания пассажирных вагонов дизельной тяги

В работе указаны прежде всего обязательные условия которых требуют применяемые системы нагревания пассажирских вагонов дизельной тяги. Затем установлен расход тепловой энергии для нагревания одного железнодорожного состава намечая при этом кривые для разных способов нагревания.

После этого затрагивается использование газов от выхлопной трубы дизельного двигателя (CFR) типа L.D.A-28 на основе первых результатов исследований, которые проводятся в настоящее время в эксплуатацию. Эти результаты согласно диаграмм, указывают на экономию годовых расходов энергии для нагревания больше чем на 20 процентов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

D. C. 621.1.016:621.165.53;021.181.8

N. Dănilă, D. Grecov

The Study of Reheat Cycle Optimization.

The optimal steam conditions of single and double reheat cycles are examinated by simple thermodynamic computations, emphasizing the factors influencing the choice of the reheat pressure.

The double reheat, applied to high pressure cycles, is analyzed for actual cycles, pointing out the influence of the steam turbine relative internal efficiency. The computations emphasize the precision of the formulas suggested by the authors.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

D. C. 621.3.014.31:621.3.064:621.3.021:621:316

Gh. Iacobescu

The Electric Arc Influence in Low Inducing Currents Disconnection.

The relation between the low inducing currents breaking moment and intermittent electric arc that occurs in disconnecting is considered in this work.

The electric arc is inducing a high-frequency oscillating current superposing the fundamental wave of 50 cps. and altering the current curve, especially close to its passing through zero. The oscillating current of high-frequency imposes the annulling time of the current to be broken, before its passing through zero.

This phenomenon is analysed in detail in this work, and the possibility of a final current breaking of an electric circuit is emphasised.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

D. C. 621.187:620.193

M. Postelnicescu, C. Neaga

The Influence of Preliminary Preheating of Combustion Air in A Boiler in Order Avoid the Corrosion, Related to the Economical Capacity of the Equipment.

This work aims at studying the influence of preliminary preheating combustion air — for avoiding the risk of air preheater corrosion — on the fuel lump consumption of the boiler, for the efficient heat output, and for the combustion air preheating, before the preheating of the boiler with heat provided directly or indirectly by the boiler.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

D. C. 621.18:662.753.325:625.282—833.6

P. Ghenghea

Systems of Heating Carriages in Diesel Traction.

At first are shown the conditions required for the heating systems used with carriages in Diesel traction. Then is established the heat consumption for heating a train and curves are set out for different types of heating. Then is treated the utilization of exhaust gases of C.F.R. Diesel engine, type L.D.A.-28 based on the first results obtained from the researches performed in exploitation at present. These results accordingto the diagrams cut down over 20% of the annual expenses for heating.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

Résumé

C. Dinculescu, C. Ionescu-Bujor C. D. 517 (067)

David Emmanuel — La 25e commémoration de la mort de l'illustre professeur, homme de science et pédagogue.

Article d'hommage à l'occasion de la 25e commémoration de la mort de David Emmanuel.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

M. N. Rosculeţ C. D. 517

Un exemple de courbe qui remplit un volume.

On construit un exemple de courbe qui remplit un volume. Soit $f(x)$ une fonction continue, périodique, ayant la période 2, définie sur l'intervalle $[-1, +1]$ de (1). A l'aide de la fonction $f(x)$ on construit des fonction $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ données par (2). Les séries qui définissent ces fonction sont uniformément convergentes en [0,1]. La courbe qui a la représentation paramétrique (2), passe par tous les points du cube $0 \leqslant x \leqslant 1{,}0 \leqslant y \leqslant 1{,}0 \leqslant z \leqslant 1$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

N. Mirescu C. D. 513.5/8

Les développés des surfaces polyédrales dans le système de projection à dyèdre fondamental nul.

Le système de projection à dyèdre fondamental nul, conçu par le prof. Mihail Botez („Sur une nouvelle manière de représenter l'Espace linéare". Bul. Inst. Politehnic XXIII, 3) a engendré des études qui ont approfondi l'application pratique pour résoudre certains problèmes fondamentaux.

Dans cet ouvrage l'auteur étudie les développées des surfaces polyédrales (prismes et pyramides) dans ce système de projection monoplanaire.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

C. D. 621.8.02/.03:621-86:531.1

M. I. Manolescu, M. Dranga

Une méthode pour déterminer l'accéleration angulaire ε_1 de l'élément initial de la machine sans dérivation graphique de la courbe $\omega(\varphi)$

Après avoir présenté l'état actuel du problème du mouvement de la machine sous l'action des forces extérieures données, les auteurs proposent une méthode pour déterminer l'accélération angulaire ε_1 de l'élément initial, en utilisant le moment réduit M_{ia} des forces d'inertie correspondant à une accélération angulaire $\varepsilon_1 = 1 rads^{-2}$.

Celui-ci peut être déterminé ensuite à l'aide de la relation :

$$M_{ia} = \frac{\varepsilon_1}{\omega_1} M^H_{i\,red_1}$$

où $M^H_{i red_1}$ est le moment réduit des l'impulse correspondant aux forces d'inertie F_{ij} pour $\varepsilon_1 = 1$.

Finalement $\varepsilon_1 = \gamma \omega_1$, où

$$\gamma = \frac{M_{red_1} + M_{ib}}{M^H_{i red_1}}$$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

Zusammenfassung

C. Dinculescu, C. Ionescu-Bujor D. K. 517 (067)

David Emmanuel—25 Jahre seit dem Tode des berühmten Professors, Wissenschaftlers und Pädagogen.

Aufsatz zu Ehren der 25. Wiederkehr des Todestages von David Emmanuel.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

M. N. Roşculeţ D. K. 517

Beispiel einer raumfüllenden Kurve

Es wird ein Beispiel für eine raumfüllende Kurve dargestellt. Es sei $f(x)$ eine periodische kontinuierliche Funktion der Periode 2, definiert für das Intervall $[-1, +1]$ von (1). Mit Hilfe der Funktion $f(x)$ werden die Funktionen $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ konstruiert, laut (2). Die Serien welche diese Funktionen bestimmen sind gleichmässig konvergierend auf [0,1]. Bei der Kurve, welche parametrisch dargestellt wird, durch (2), geht durch alle Punkte des Würfels $0 \leqslant x \leqslant 1{,}0 \leqslant y \leqslant 1{,}0 \leqslant z \leqslant 1$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

N. Miresc u D. K. 513.5/.8

Die Evoluten der Polyedrischen Oberflächen im Projektionssystem mit Grundflächenwinkel Null.

Das von Professor Mihail Botez erdachte System der Projektion mit Grundflächenwinkel Null (Sur une nouvelle manière de reprezenter l'Espace line aire Bul. Inst. Pol. XXIII 3) hat zu einigen Studien Anstoss gegeben, welche die praktische Anwendung bei der Lösung gewisser Grundprobleme vertieften.

In dieser Arbeit untersucht der Autor die Evoluten der polyedrischen Oberflächen (Prismen und Pyramiden) in diesem einflächigen Projektionssystem.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

D. K. 621.8.02/.03:621—86:531.1

N. I. Manolescu, M. Dranga

Eine Methode für die Bestimmung der Winkelbeschleunigung ε_1 des Initialelementes der Maschine, ohne Benützung der graphischen Ableitung der Kurve $\omega(\varphi)$

Nachdem das gegenwärtige Stadium der unter der Wirkung gegebener Aussenkräfte erfolgten Bewegung der Maschine aufgezeigt wird, schlagen die Autoren eine Methode für die Bestimmung der Winkelbeschleunigung ε_1 des Initialelementes vor, unter Benützung des reduzierten Momentes M_{ia}^{*} der Trägheitskräfte, entsprechend einer Winkelbeschleunigung von $\varepsilon_1^{*} = 1 rad\, s^{-2}$.

Die Bestimmung erfolgt nachher mit Hilfe der Beziehung :

$$M_{ia}^{*} = \frac{\varepsilon_1^{*}}{\omega_1} M_{i\,red_1}^{H}$$

wo $M_{i\,red_1}^{H}$ das reduzierte Moment der den Trägheitskräften F_{if} für $\varepsilon_1^{*} = 1$ entsprechenden Impulse darstellt.

Schliesslich $\varepsilon_1 = \gamma \omega_1$, wo

$$\gamma = \frac{M_{red_1} + M_{ib}}{M_{i\,red_1}^{H}}$$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

I. Gh. Zamfirescu C. D. 539.3:539.4

La déformation absolue du tuyau clos aux bouts et solicitée à pression intérieure, à pression extérieure et à un effort axial.

On étudie dans l'ouvrage la déformation absolue de la paroi du tuyau clos auy bouts en tenant compte des déformations spécifiques sur la direction de l'axe du tuyau sur la direction du rayon et sur la direction de la tangente, aux cas ou le tuyau est soumis à la pression intérieure p_i à la pression extérieure p_e uniformément réparties sur les faces du tuyau et à un effort axial F, uniformément réparti sur la section transversale de la paroi du tuyau. Pour ceci l'on a considéré pour paramètres variables le rayon dans un point quelconque, le rapport p_i/p_e des pressions et l'effort axial mentionnés. On a mis en évidence un grand nombre de possibilités de manifestation des déformations absolues dans la paroi du tuyau grâce à ces paramètres. L'étude permet de reconnaître la manière dont le tuyau se comporte sous l'action des forces considérées et réciproquement de choisir ces forces de manière que le tuyau résiste d'un manière ou autre, qui convienne quant à ses caractéristiques de rèsistence. Il en résulte aussi de l'etude quelques propriétés intéressantes de la résistence des tuyaux ou les rayons ont certaines valeurs.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

T. Pană C. D. 621-42:539.4:624.072.2

L'application de la méthode des paramétres initiaux à l'étude des vibrations des barres à parois minces ayant le profil fermé

L'ouvrage commence par la présentation du système des équations différentielles du mouvement et de ses solutions. Puis on exprime les constantes d'intégration à l'aide des paramètres initiaux en obtenant les relations des déplacements généraux de la section en fonction d'une seul variable adimensionnelle. Ces relations sont utilisées pour le calcul des pulsations propres de flexion-torsion, en montrant aussi comment on peut simplifier la mise des conditions limites. Toujours à partir de ces relations, on peut aussi étudier l'influence des restreints de gauchissement sur les pulsations propres de torsion pour les barres à sections symetrique. La partie finale de l'ouvrage est réservée à la présentation d'une série de résultats ayant un entérêt pratique.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

C. D. 621.315.616:621.311:621.3.027

C. Dinculescu, D. Mark, D. Cristescu, M. Marinescu
N. Golovanov, I. Vlaicu

Utilisation des tubes en plastique pour l'isolation des barres de tension moyenne de 6—15 kV dans les centrales et les stations électriques

Le travail comporte l'analyse des solutions avec des tubes à capsule métallique par rapport aux solutions avec des tubes en CPV (PCV), à partir des essais effectués au Laboratoire pour la technique des hautes tensions de l'Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" sur un tronçon expérimental. Les essais effectués ont permis d'apprécier le comportement de l'isolation du tronçon expérimental à des tensions de fréquence industrielle, à l'état sec et humide de la surface extérieure, ainsi que des pertes diélectriques.

Pour obtenir la forme la plus convenable de la section du tronçon, on a déterminé la configuration des lignes de champ dans le bain électrolytique. A la suite des déterminations et des recherches faites sur le tronçon expérimental on a mis en évidence une série d'améliorations nécessaires, qui ont été introduites à l'installation réelle qu'on a executé pour les groupes éléctrogènes montés à la Centrale Bucarest-Sud.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

I. Gh. Zamfirescu D. K. 539.3:539.4

Absolute Verformung des an den Enden geschlossenen Rohres, das einem inneren und äusseren Druck und einer Achsialkraft ausgesetzt wird.

In der Arbeit wird die absolute Verformung des an den Enden geschlossenen Rohres studiert, unter Berücksichtigung der spezifischen Deformationen in Richtung der Achse des Rohres, in Richtung des Halbmessers und in Richtung der Tangenten in den Fällen in welchen das Rohr dem auf den Flächen des Rohres gleichmässig verteilten inneren Druck p_i, äusseren Druck p_e und einer gleichmässig auf dem transversalen Querschnitt des Rohres verteilten Achialkraft F ausgesetzt ist. Dafür wurden als veränderliche Parameter, wie genannt, der Halbmesser in irgendeinem Punkte des Rohres, das Verhältnis der Drucke p_i/p_e und die Achialkraft, betrachtet.

Es sind eine grosse Anzahl Möglichkeiten, der durch diese Parameter in der Wand des Rohres verursachten absoluten Deformationen hervorgehoben worden.

Das Studium ermöglicht die Weise in welcher sich das Rohr unter Wirkung der betrachteten Kräfte verhält zu erkennen und reziprok, diese Kräfte zu wählen, dass das Rohr in einer, vom Gesichtspunkte seiner Widerstandscharakteristiken konvenablen Weise standfält. Ebenfalls resultieren aus dem Studium einige interessante Eigenschaften der Rohre bei denen die Halbmesser bestimmte Werte besitzen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

T. Panä D. K. 621—42:539.4:624.072.2

Die Anwendung der Methode der Anfangsparameter im Studium der Vibrationen der Schienen mit dünnen Wänden und geschlossenem Profil.

Die Arbeit beginnt mit der Vorführung des Systems von Differentialgleichungen der Bewegung und seiner Lösungen. Dann werden die Integrationskonstanten mit Hilfe der Anfangsparameter ausgedrückt und man erhält die Beziehungen der allgemeinen Verschiebungen des Querschnitts, abhängig von einer einzigen adimensionalen Veränderlichen. Diese Beziehungen werden bei der Berechnung der Biegung und Drehung eigenen Pulsationen verwendet, indem angegeben wird, wie die Grenzbedingungen vereinfacht werden. Auf Grund derselben Verhältnisse wird auch der Einfluss der Verschiebungsbegrenzungen auf die eigenen Drehpulsationen für Schienen mit symmetrischen Querschnitten untersucht.

Abschliessend werden eine Reihe Ergebnisse von praktischem Interesse angeführt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

D. K. 621.315.616:621.311:621.3.027

C. Dinculescu, D. Mark, D. Cristescu, M. Marinescu, N. Golovanov, I. Vlaicu.

Benützung von Röhren aus Plasten für die Isolierung der Schienen mittlerer Spannung 6 — 15 kV in Elektrizitätswerken und Stationen

Die Arbeit enthält die Untersuchung der Lösungen mit metallischen gekapselten Röhren, im Vergleich zu den Lösungen mit PCV — Röhren, auf Grund der im Laboratorium für die Technik der Hochspannungen der technischen Hochschule „Gheorghe Gheorghiu-Dej" auf einem Versuchsteilstück durchgeführten Versuche.

Diese Versuche gestatteten die Beurteilung des Verhaltens der Isolierung des Versuchsteilstückes bei Spannungen mit Industriefrequenz, bei trockener und nasser Oberfläche und dielektrischer Verluste.

Zwecks Erhalt der günstigsten Form des Leitungsquerschnittes wurde das Bild der Feldlinien im elektrolytischen Bad bestimmt. Auf Grund der mit dem Versuchsteilstück durchgeführten Bestimmungen und Untersuchungen wurde eine Reihe notwendiger Verbesserungen erkannt, welche in die tatsächliche Anlage für das in das Elektrizitätswerk Bukarest - Süd einzubauende Generator - Aggregat eingeführt werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

C. D. 621.1.016:621.165.53:621.181.8

N. Dănilă, D. Grecov

L'étude de l'optimisation des cycles à plusieurs resurchauffes.

A partir d'une méthode simple d'analyse thermodynamique des cycles, on analyse les paramètres optimum des cycles à plusieurs resurchauffe en mettant en évidence les facteurs principaux qui influencent le choix des pressions optimum de resurchauffe. Dans le cas des cycles réels on examine la double resurchauffe avec application dans le cas des cycles superposés, et on met en évidence l'influence particulière des valeurs des rendements relatifs internes de la turbine à vapeur. Les calculs effectués attestent la précision des formules de calcul proposées par les auteurs.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

C. D. 621.3.014.31:621.3.064:621.3.021:621.316

Gh. Iacobescu

L'influence de l'arc electrique sur la mise hors circuit des petits courants d'induction

On examine dans cet ouvrage la liaison qui existe entre le moment de la rupture des petits courants d'induction et l'arc électrique intermitent qui apparaît à la déconnection.

L'arc électrique détermine un courant d'oscillation de haute fréquence, qui se superpose à l'onde fondamentale de 50 Hz et modifie la courbe du courant, surtout près du passage par zéro.

Le courant d'oscillation de haute fréquence impose le moment d'annulation du courant à interrompre, en avance par rapport au passage par zéro.

Dans cet ouvrage on analyse en détail ce phénomène et on met en évidence la possibilité de l'interruption définitive d'un circuit électrique.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

C. D. 621.187:620.193

M. Postelnicescou, C. Neaga

Influence du préchauffage préliminaire de l'air de combustion d'une chaudière en vue d'eviter la corrosion, sur l'économicité de l'installation

On examine dans cet ouvrage l'influence du préchauffement préliminaire de l'air de combustion — en vue d'éviter le danger de corrosion du préchauffage d'air — sur la consommation globale de combustible de la chaudière pour la production utile de chaleur et pour le préchauffage de l'air de combustion avant le préchauffeur de la chaudière effectué avec la chaleur directe ou indirecte de la chaudière.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

C. D. 621.18:662.753.325:625.282—833.6

P. Ghenghea

Systèmes de chauffage des voitures à voyageurs en traction Diesel.

D'abord, on y expose les conditions que les systémes de chauffage utilisés aux voitures à voyageurs doivent remplir en traction Diesel. On établit ensuite la consomation de chaleur pour le chauffage d'un convoi, en traçant les courbes pour différentes manières de chauffage. Puis on traite de l'utilisation des gaz d'échappement du moteur Diesel C.F.R. (Chemins de fer Roumains) type L.D.A.28 à partir des premiers résultats obtenus des recherches effectuées actuellement au cours de l'exploitation. Ces résultats conformément aux diagrammes conduisent à une économie de plus de 20% des dépenses annuelles de chauffage.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

N. Dănilă, D. Grecov D. K. 621.1.016:621.165.53:621.181.8

Untersuchung der optimalen Verbesserung der Wärmekreisläufe mit wiederholter Zwischenüberhitzung.

Auf grund einfacher thermodynamischer Berechnungen werden die optimalen Parameter der einfachen und doppelten Zwischenüberhitzung untersucht und die wichtigsten Faktoren, welche die Wahl der optimalen Drücke der Zwischenüberhitzung beeinflussen, hervorgehoben.

Für die reelen Kreisläufe wird die doppelte, bei Vorschaltanlagen angewandte, Zwischenüberhitzung untersucht, wobei besonders der Einfluss des relativen inneren Wirkungsgrades der Dampfturbinen betont wird. Die durchgeführten Berechnungen zeigen die genauigkeit der, von der Autoren vorgeschlangenen Formeln, auf.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

Gh. Iacobescu D. K. 621.3.014.31:621.3.064:621.3.021:621.316

Einfluss des elektrischen Lichtbogens auf die Ausschaltung kleiner induktiver Ströme.

In der Arbeit wird der Zusammenhang zwischen dem Augenblick der Unterbrechung kleiner induktiver Ströme und dem intermittenten, bei der Ausschaltung erscheinenden elektrischen Bogen, untersucht.

Der elektrische Bogen bewirkt einen Schwingungsstrom hoher Frequenz, welcher sich einer Grundschwingung von 50 Hz überlagert und die Stromkurve insbesondere in Nähe des Nulldurchganges verändert. Der Schwingungsstrom hoher Frequenz erzwingt den Augenblick der Aufhebung des zu unterbrechenden Stromes, zeitlich vor dem Nulldurchgang.

Im Rahmen der Arbeit wird diese Erscheinung eingehend untersucht und es werden die Möglickeiten zur endgültigen Unterbrechung des elektrischen Stromes hervorgehoben.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

M. Postelnicescu, C. Neaga D. K. 621.187:620.193

Der Einfluss der Vorwärmung der Verbrennungsluft eines Kessels auf die Wirtschaftlichkeit der Anlage zwecks Verhütung von Korrosionen

In der Arbeit wird der Einfluss der vorherghenden Aufwärmung der Verbrennungsluft — zwecks Verhütung der Korrosinsgefahr am Luftvorwärmer — auf den Gesamtverbrauch an Brennstoff im Kessel untersucht, mit Bezug auf die nützliche Erzeugung von Wärme und auf die Vorerwärmung der Brennluft, vor dem Aufwärmer des Kessels, mit Hilfe der mittelbar oder unmittelbar vom Kessel erhaltenen Wärme.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

P. Ghenghea D. K. 621.18:662.753.325:625.282—833.6

Beheizungssysteme der Personenwagen für Dieselzugförderung

In der Arbeit werden zuerst die Bedingungen gezeigt, welche von den bei Personenwagen für Dieselzugförderung verwendeten Beheizungssystemen erfüllt werden müssen.

Es wird dann der Wärmeverbrauch für die Beheizung eines Zuges festgestellt, indem man die Kurven für verschiedene Beheizungsarten zieht. Nachher wird die Verwendung der Auspuffgase des Dieselmotors der rumänischen Eisenbahnen (CFR) Typ L.D.A.—28 behandelt, auf Grund der ersten Ergebnisse der Untersuchungen, die zur Zeit während des Betriebs durchgeführt werden. Diese Ergebnisse führen gemäss den erhaltenen Diagrammen zu einer Ersparnis von über 20% der jährlichen Beheizungskosten.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXVIII, Nr. 1/966

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 1

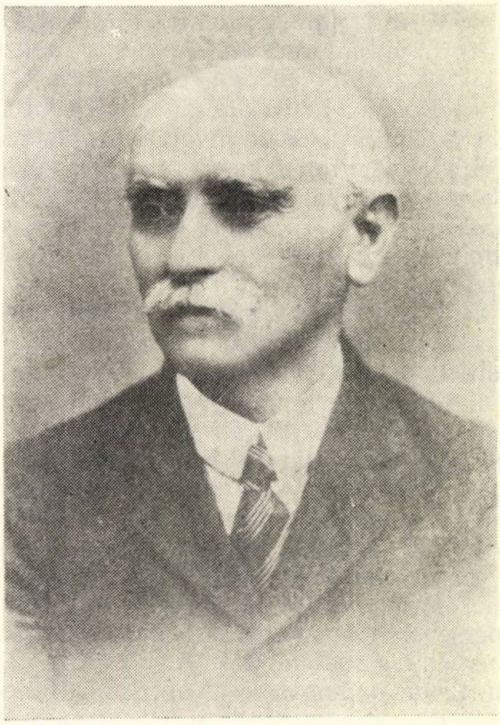
COMEMORĂRI U.N.E.S.C.O.

C. Z.: 517 (067) Emmanuel, David.
92 Emmanuel, David.

DAVID EMMANUEL — 25 DE ANI DE LA MOARTEA ILUSTRULUI PROFESOR, OM DE ȘTIINȚĂ ȘI PEDAGOG.

Prof. C. DINCULESCU,
rectorul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București,
membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România

Prof. C. IONESCU-BUJOR,
profesor emerit, șeful catedrei de matematici I.



Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", care continuă tradiția „Școalei Politehnice din București" și „Școalei Naționale de Poduri și Șosele", aduce un călduros omagiu memoriei celui care a fost David Emmanuel, strălucit profesor, eminent pedagog și om de știință, care a ilustrat timp de 47 de ani învățământul matematicilor în Universitate și în școlile superioare de inginerie și a adus o contribuție esențială la crearea școlii românești de matematici.

Născut în anul 1854 ca fiu de oameni cu venituri foarte modeste, David Emmanuel urmează între 1866—1873 Liceul Lazăr și Liceul Sfîntul Sava și — atras de frumusețea studiilor superioare de matematici — pleacă la Paris unde își completează pregătirea în 1873—1874 la Liceul St. Louis, întreținîndu-se din meditații. În anul 1876 își ia licența în matematici la Sorbona iar după un an, licența în fizică. La 17 iulie 1879 susține cu succes la Universitatea din Paris teza de doctorat în matematici cu titlul *„Etude des intégrales abéliennes de troisième espèce"*. Comisia în fața căreia și-a susținut teza era

prezidată de matematicianul francez Victor Puiseux, autor al celebrului „Memoire sur les fonctions algébriques", acel care înainte de Riemann a deschis drumul cercetărilor din domeniul funcțiilor algebrice, domeniu în care se înscrie și subiectul tezei lui David Emmanuel. Membrii comisiei erau profesorii Briot și Bouquet.

Teza de doctorat a lui David Emmanuel aduce contribuții și metode noi de studiu a integralei abeliene de speța a treia și a inversiunii ei. Este publicată în „Annales scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure", la Paris în 1879.

David Emmanuel a desfășurat o amplă și valoroasă activitate didactică în învățământul superior din România în cursul a 47 de ani (1881 - 1929). În acest interval el a funcționat ca profesor la Facultatea de Științe a Universității din București, în anul 1881 ca suplinitor, iar din anul 1882 titular la cursurile de Algebră Superioară și Teoria Funcțiilor. În toamna anului 1881 David Emmanuel a fost numit profesor suplinitor la Școala Specială de Artilerie și Geniu, la cursul de Calcul infinitezimal. Deasemenea, el a predat o serie de cursuri de Teoria grupurilor și Teoria lui Galois la Școala Normală Superioară din București.

Prin lecțiile sale clare și de înaltă ținută științifică, David Emmanuel a contribuit la formarea a numeroși matematicieni, care au întemeiat și dezvoltat școala matematică românească.

Rodnica activitate didactică a lui David Emmanuel este legată chiar de la începuturile ei de învățământul tehnic superior din România. La 1 aprilie 1882 el este numit profesor de Matematici la Școala Națională de Poduri și Șosele din București. În anul 1920, cînd această Școală se transformă în Școala Politehnică din București, el devine titularul cursului de Analiză matematică pe care îl predă pînă în anul 1929, cînd la vîrsta de 75 de ani este pensionat.

Viața lui David Emmanuel este un exemplu de muncă stăruitoare și de luptă continuă pentru învingerea greutăților și lipsurilor din timpul studiilor, pentru ca apoi să constituie un model de dăruire completă a întregii lui ființe, a elanului și forței sale de muncă pentru a crea învățământul matematic și a pregăti la nivel superior — timp de aproape o jumătate de secol — nenumărate generații de profesori, ingineri, ofițeri.

A urmărit permanent să insufle studenților săi dragostea pentru matematicile superioare și creația matematică, dorind să-i obișnuiască cu gîndirea și metoda științifică a acestei discipline.

Împreună cu Spiru Haret, marele său contemporan, doctor în matematici de la aceeași universitate din Paris, David Emmanuel a desfășurat cu perseverență o generoasă muncă de apostolat, de inițiere a tineretului în cercetarea matematică. Ani la rînd el ține, în afara obligațiilor de curs, lecții de matematică la anii pregătitori, cu aceeași răspundere și dăruire.

Om de știință de mare valoare, venerat de contemporani, dar privind aceste dovezi cu o modestie rară, David Emmanuel a reușit să atragă o pleiadă de tineri în jurul lui, creind astfel sîmburele viitoarei școli românești de matematici : Nicolae Coculescu, Ion Ionescu, Gheorghe Țițeica au fost printre primii elevi remarcabili ai maestrului.

Dintre elevii lui, Ion Ionescu, Andrei Ioachimescu, Gheorghe Țițeica și Vasile Cristescu au înființat cu multe sacrificii personale „Gazeta Matematică", revistă care a jucat un rol atît de important în crearea și dezvoltarea pasiunii pentru studiul matematicilor în țara noastră, revistă care a sărbătorit de curînd 70 de ani de neîntreruptă activitate.

Erudiția lui David Emmanuel se reflectă în tratatul pe care l-a elaborat, intitulîndu-l cu modestie „Lecțiuni de Teoria Funcțiilor", tipărit în două volume.

Primul volum, apărut în anul 1924, conține teoria funcțiilor de variabilă complexă. Al doilea volum, apărut în anul 1927, cuprinde proprietățile generale ale funcțiilor analitice de două variabile complexe și un bogat material asupra funcțiilor eliptice. În literatura noastră de specialitate, apariția tratatului lui David Emmanuel marchează un moment însemnat.

Prin munca lui rodnică, unită cu munca celorlalți membri ai corpului didactic, David Emmanuel a adus o contribuție esențială la ridicarea învățămîntului de inginerie din țara noastră. Iar rezultatele bune obținute de acești ingineri în munca lor din producție poartă în ele și sîmburele sădit cu atîta părintească grijă și trudă de David Emmanuel.

Ca cinstire adusă acestui devotat profesor care aproape o jumătate de secol s-a străduit pe ogorul științei și învățămîntului, de la data cînd el nu a mai predat — 1929, cînd avea vîrsta de 75 ani — Școala Politehnică din București a ales ca vrednic urmaș al lui pe profesorul Gheorghe Țițeica, unul dintre cei mai buni studenți pe care David Emmanuel i-a avut la Universitatea din București.

Membru de onoare al Academiei Române, David Emmanuel a fost o viață întreagă de o modestie proverbială refuzînd toate onorurile sau sarcinile care l-ar fi pus mai în evidență, concentrîndu-se mereu asupra studiului, a cursurilor, a cărții, a muncii cu studenții, a lucrului în folosul colectivității.

Așa modest cum a muncit în cei 47 de ani de profesorat, a continuat să trăiască retras pînă s-a stins din viață la 4 februarie 1941, la patriarhala vîrstă de 87 de ani.

Prin opera sa didactică și științifică, David Emmanuel se situează cu deplin prestigiu în galeria marilor învățați care au servit progresului țării sale și al omenirii. Este un motiv pentru care organizația internațională UNESCO a cuprins pe David Emmanuel pe lista personalităților științifice și culturale care sînt sărbătorite pe plan mondial în anul 1966, cu ocazia comemorării a 25 de ani de la moartea lui.

In numele conducerii, al corpului didactic și al studenților din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" aducem cel mai călduros omagiu celui care a fost David Emmanuel, ilustru profesor, om de știință și pedagog, a cărui memorie va fi păstrată mereu prezentă în școala în care el a strălucit prin muncă rodnică timp de 47 de ani.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 1

MATEMATICĂ

C. Z. 517

UN EXEMPLE DE COURBE QUI REMPLIT UN VOLUME *)

MARCEL N. ROȘCULEȚ

Dans cette note on se propose de démontrer le suivant

Théorème. Soit $f(x)$ une fonction continue, périodique, de période 2, définie sur l'intervalle $-1, +1$ telle

$$f(x) = \begin{cases} +1 & , \quad -1 \leqslant x \leqslant -\dfrac{2}{3} \\ -3x-1 & , \quad -\dfrac{2}{3} \leqslant x \leqslant -\dfrac{1}{3} \\ 0 & , \quad -\dfrac{1}{3} \leqslant x \leqslant \dfrac{1}{3} \\ 3x-1 & , \quad \dfrac{1}{3} \leqslant x \leqslant \dfrac{2}{3} \\ +1 & , \quad \dfrac{2}{3} \leqslant x \leqslant 1 \end{cases} \tag{1}$$

La courbe définie pour $0 \leqslant t \leqslant 1$, par

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2} f(t) + \frac{1}{2^2} f(3^3 t) + \ldots + \frac{1}{2^n} f(3^{3n-3} t) + \ldots \\ y(t) &= \frac{1}{2} f(3t) + \frac{1}{2^2} f(3^4 t) + \ldots + \frac{1}{2^n} f(3^{3n-2} t) + \ldots \\ z(t) &= \frac{1}{2} f(3^2 t) + \frac{1}{2^2} f(3^5 t) + \ldots + \frac{1}{2^n} f(3^{3n-1} t) + \ldots \end{aligned} \tag{2}$$

passe par tous les points du cube

$$(K): \quad 0 \leqslant x \leqslant 1 \quad , \quad 0 \leqslant y \leqslant 1 \quad , \quad 0 \leqslant z \leqslant 1 .$$

*) Manuscris predat la redacție la 25 oct 1965.

Démonstration. La convergence uniforme des séries qui représentent $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ est évidente car $0 \leqslant f(t) \leqslant +1$, $t \in R$, par conséquent $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ sont continues pour $t \in [0,1]$.

On a aussi

$$0 \leqslant x(t) \leqslant 1 \quad , \quad 0 \leqslant y(t) \leqslant 1 \quad , \quad 0 \leqslant z(t) \leqslant 1 ,$$

pour $t \in [0,1]$.

Soit (x_0, y_0, z_0) un point quelconque du cube K; dans une représentanion en base 2, les nombres x_0, y_0, z_0 s'écrivent

$$x_0 = \frac{a_0}{2} + \frac{a_3}{2^2} + \ldots + \frac{a_{3n-3}}{2^n} + \ldots ,$$

$$y_0 = \frac{a_1}{2} + \frac{a_4}{2^n} + \ldots + \frac{a_{3n-2}}{2^n} + \ldots ,$$

$$z_0 = \frac{a_2}{2} + \frac{a_5}{2^2} + \ldots + \frac{a_{3n-1}}{2^n} + \ldots ,$$

avec $a_n = 0$ ou $a_n = 1$. Pour

$$t_0 = \frac{2a_0}{3} + \frac{2a_1}{3^2} + \ldots + \frac{2a_{n-1}}{3^n} + \ldots ,$$

on a

$$x(t_0) = x_0 \quad , \quad y(t_0) = y_0 \quad , \quad z(t_0) = z_0 .$$

En effet on a pour $n = 0,1,...$

$$3^n t_0 = 2p + \frac{2a_n}{3} + \frac{2a_{n+1}}{3^2} + \ldots ,$$

avec p entier. Si $a_n = 0$, alors

$$0 \leqslant \frac{2a_n}{3} + \frac{2a_{n+1}}{3^2} + \ldots \leqslant \frac{2}{3^2}\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \ldots\right) = \frac{1}{3}$$

donc

$$f(3^n t_0) = 0.$$

Si $a_n = 1$

$$\frac{2}{3} \leqslant \frac{2a_n}{3} + \frac{2a_{n+1}}{3^2} + \ldots \leqslant \frac{2}{3}\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \ldots\right) = 1$$

donc

$$f(3^n t_0) = 1$$

par conséquent dans les deux cas $f(3^n t_0) = a_n$. En remplaçant maintenant t_0 en (1), on obtient immédiatement

$$x(t_0) = \frac{a_0}{2} + \frac{a_3}{2^2} + \ldots + \frac{a_{3n-3}}{2^n} + \ldots = x_0$$

$$y(t_0) = \frac{a_1}{2} + \frac{a_4}{2^4} + \ldots + \frac{a_{3n-2}}{2^n} + \ldots = y_0$$

$$z(t_0) = \frac{a_2}{2} + \frac{a_5}{2^5} + \ldots + \frac{a_{3n-1}}{2^n} + \ldots = z_0 .$$

Le théorème est démontré.

La fonction $f(x)$ qui intervient dans la représentation paramétrique de la courbe, est identique à celle utilisée par I. J. Schoenberg [1] pour obtenir une courbe qui passe par tous les points d'un carré.

La chaire de matématique
Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAFIE

1. *Acad. M. Nicolescu, N. Dinculeanu, S. Marcus:* Manual de Analiză matematică, vol. II. Editura didactică şi pedagogică, 1964.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 1

C. Z. : 513.5/.8

DESFĂȘURATELE SUPRAFEȚELOR POLIEDRALE IN SISTEMUL DE PROIECȚIE CU DIEDRUL FUNDAMENTAL NUL *)

NICOLAE MIRESCU

Noul mod de reprezentare al spațiului liniar cu diedrul fundamental nul a fost inițiat de Prof. Mihail Botez [1] în 1961.

In lucrarea sa „Sur une nouvelle maniére de représentar l'Espace liniéare" (Buletinul Institutului politehnic București, Tomul XXIII-1961, fascicola III), au fost rezolvate problemele fundamentale privind geometria dreptei, considerînd dreapta ca element fundamental al spațiului în reprezentarea sa descriptivă pe planele $\pi\,(Z=0)$ și $\pi^*(Z=1)$ unde $\pi \parallel \pi^*$.

Într-o lucrare anterioară [2] ne-am ocupat de exprimarea grafică a deplasărilor de prima speță, în acest sistem.

In cele ce urmează ne propunem să studiem desfășurarea suprafețelor poliedrale în sistemul de proiecție citat. Vom considera dintre suprafețele poliedrale, prismele și piramidele, ca avînd mai multă importanță practică.

1. *Desfășurarea prismei* (fig. 1).

Se dă prisma $(abc,\ \alpha\beta\gamma)$ cu α^* proiecția ortogonală a punctului de intersecție dintre $a\,\alpha$ cu planul π^*. Poligonul $\alpha\beta\gamma$ este secțiunea cu planul [PP*] normal muchiilor prismei. Pentru a desfășura suprafața acestei prisme este necesar să cunoaștem adevăratele lungimi ale tuturor muchiilor. Pentrucă $\Delta\ abc \in \pi$ al imaginei, laturile sale sînt date în adevărată mărime. Se obțin adevăratele lungimi ale muchiilor laterale care sînt : $a\alpha_0^*$, bb_0^* și $c\gamma_0^*$ cu ajutorul rabaterii, construind triunghiurile $aa^*a_0^*$, $bb^*b_0^*$ și $cc^*c_0^*$ care au : $aa_0^* = bb_0^* = cc_0^* = \mu$ Rabaterea $\Delta\alpha\beta\gamma$ este $\Delta\,\alpha_0\beta_0\gamma_0$ construit cu ajutorul afinității a cărei axe este urma P a planului în care este conținut $\Delta\,\alpha\beta\gamma$.

Transformatul prin desfășurarea a bazei $\alpha\beta\gamma$ este $\alpha_0'\,\beta_0'\,\gamma_0'\,\alpha_0'$. Apoi construirea desfășurării prismei este cea obișnuită.

*) Lucrare comunicată în sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București — 28—30 mai 1965.

2. *Desfășurarea piramidei* (fig. 2).

Fie piramida *Sabc* — *a*, *a** unde de asemenea modulul epurei este μ. Determinarea lungimilor reale ale muchiilor laterale ale piramidei este dată de punctele a_0^*, b_0^*, c_0^* care ne conduc respectiv la S_a^0, S_b^0, S_c^0.

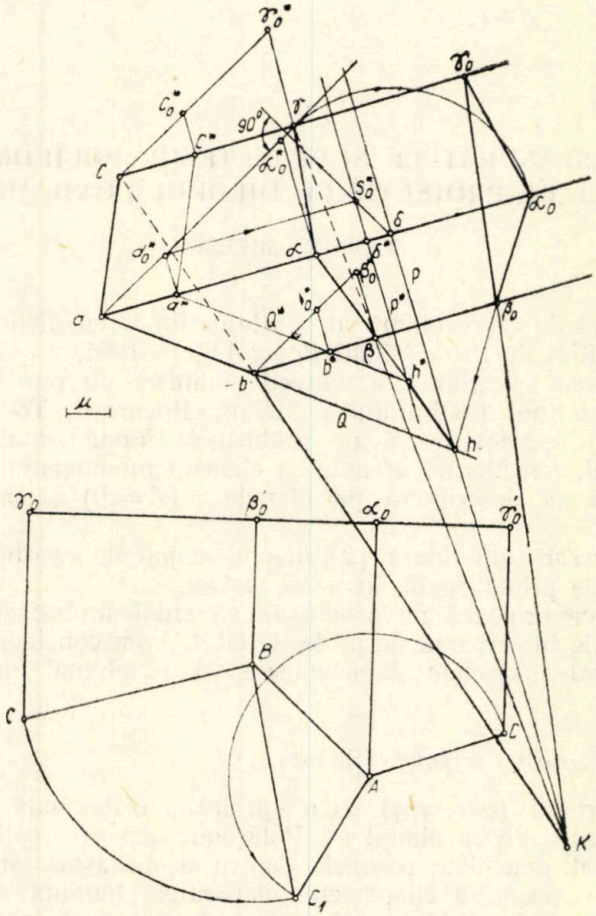


Fig. 1.

Construcția desfășuratei poate fi începută, de exemplu ca începînd cu muchia CS_c^0. Rezultă succesiv punctele *B*, *A* și *C* considerînd lungimile reale ale muchiilor laterale și ale poligonului de bază.

Să construim o secțiune în piramidă printr-un plan oarecare *P*, *P** și să transpunem pe desfășurată poligonul de secțiune.

Pentru a construi ușor secțiunea plană este necesar să intersectăm, de exemplu, muchia S_a cu planul de secțiune.

Obținem astfel punctul α_1 de intersecție ducînd prin această muchie fie un plan absolut arbitrar *R*, *R** fie planul *Q*, *Q** al feței *SAB*. Rezultă

punctele u, u^* sau h, h^* deci α_1 în primul caz sau $\beta\alpha$ în al doilea caz. Unind α_1 cu k obținem γ.

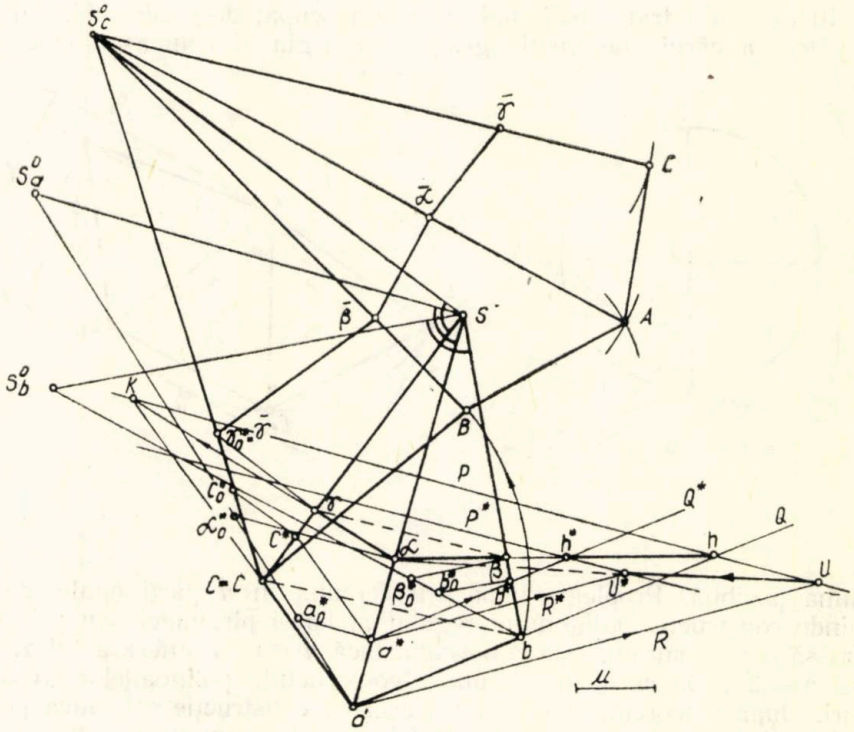


Fig. 2.

Pentru desfășuratul poligonului de secțiune $\alpha\beta\gamma$ folosim punctele $\alpha_0^*, \beta_0^*, \gamma_0^*$. Măsurînd distanțele reale față de punctele $C\,B\,A$ și C respectiv, obținem $\gamma_0^* \equiv \bar{\gamma}$.

3. *Desfășurarea unei piramide drepte cu baza un poligon regulat* (fig. 3).

Fie piramida regulată $S\,a\,b\,c\,d$, cu baza patratul *abcd* cuprins în planul fundamental π. Punctul a^* este proecția ortogonală a punctului $A^* = Sa \cap \pi^*$ iar μ este modulul epurei. Pentru a obține desfășurarea acestei piramide se rabate una din fețele ei laterale, de exemplu fața *sab*, folosind relația de afinitate ortogonală între proiecția ortogonală a poligonului feței și rabaterea sa. Se obține astfel triunghiul $\boldsymbol{b_0 S_0 a_0}$ cu $\boldsymbol{a \equiv a_0}$ și $\boldsymbol{b \equiv b_0}$.

Desfășurarea va fi formată din succesiunea de triunghiuri isoscele înscrise în sectorul circular $S_1\,A_1\,QD_1$, al cărui unghi la vîrf este $4\alpha < 180°$. Unghiul α este obținut prin rabaterea feței $s\,a\,b$.

Raza sectorului circular este dată de muchia $S_0\,a_0$.

4. *Observare cu privire la construcția poligoanelor regulate cu un număr oarecare de laturi.*

In exemplul tratat mai înainte ne-am ocupat de o piramidă cu baza un pătrat a cărui construcție grafică, cu rigla și compasul, este întot-

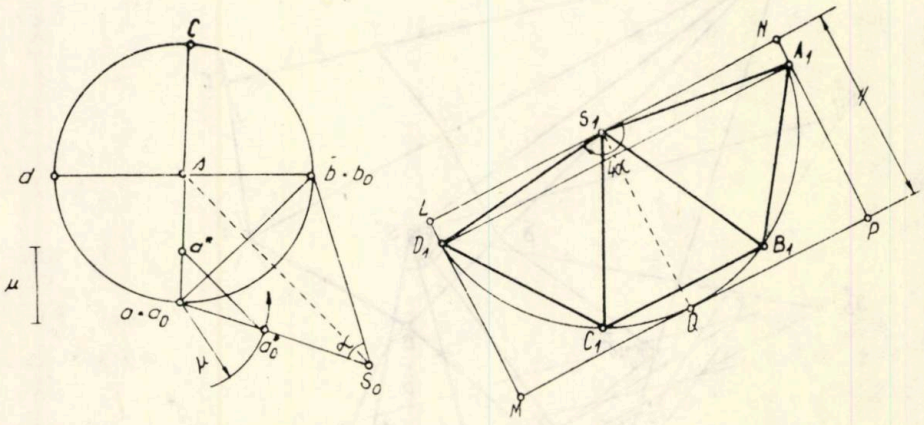


Fig. 3.

deauna posibilă. Problema împărțirii cercului în n părți egale, de care depinde construcția poligonului regulat al bazei piramidei sau prismei ce voim să o desfășurăm, este cunoscută dacă n este o putere a lui 2, adică dacă $n = 2^r$. De asemeni se cunosc construcțiile poligoanelor cu 3 și 5 laturi. După o teoremă a lui Gauss această construcție este încă posibilă dacă n este un număr prim de forma $2^k + 1$, de exemplu $n = 2^4 + 1 = 17$.

Goormaghtigh [3], stabilește prin calcul laturile unui număr de poligoane înscrise în cerc considerînd $R = 1$, din care extragem :

$$L_7 = \frac{1}{2}\sqrt{3}\ ,\quad L_2 q = \frac{1}{8}\sqrt{3}\ ,\quad L_{31} = \frac{1}{7}\sqrt{2}\ \text{ etc.}$$

Din care rezultă că laturile unui număr de poligoane regulate se pot construi cu ajutorul laturilor triunghiului lateral, patratului etc.

Catedra de geometrie descriptivă și desen (I)
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Botez Mihai* — Sur une nouvelle manière de représenter l'Espace linéaire. Buletinul Institutului politehnic București Tomul XXIII — fascicola 3 —1961.
2. *Mirescu Nicolae* — Asupra deplasărilor de speța întîi în epura cu diedrul fundamental nul. Buletinul Institutului politehnic București. Tomul XXVI — fascicola 3 — 1964.
3. *R. Goormaghtigh* — Construction approché des polygones réguliers inscrits dons une circonférence dounnée. Mathesis XLIX, pag. 179.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 1

MECANICĂ și MECANISME

C. Z.: 621.8./.03:621—86:531.1

O METODĂ PENTRU DETERMINAREA ACCELERAȚIEI UNGHIULARE ε_1 A ELEMENTULUI INIȚIAL AL MAȘINII FĂRĂ UTILIZAREA DERIVĂRII GRAFICE A CURBEI $\omega(\varphi)$ *

N. I. MANOLESCU, M. DRANGA

§. 1. Introducere

Studiul mișcării mașinii sub acțiunea forțelor exterioare constituie de fapt problema fundamentală a dinamicii mașinilor.

Este evident că găsirea soluției — în esență viteza unghiulară instantanee ω_1 și accelerația unghiulară ε_1 ale elementului inițial — a preocupat și preocupă și în prezent pe cercetători, atît în ceea ce privește metoda cea mai eficientă de aflare a lui ε_1 cît și determinarea acesteia pentru diferitele legi de variație ale forțelor exterioare.

După cum se știe, pentru rezolvarea problemei se iau în considerație două cazuri mai importante:

§ *1.1. Forțele exterioare depind de poziția elementului inițial* (φ_1 *în cazul* cînd acesta este manivela sau s_1 cînd este piston-mișcare rectilinie alternativă). Ecuația energiei cinetice, denumită și ecuația de mișcare a mașinii sub formă finită, permite rezolvarea problemei prin folosirea diagramei energiei cinetice în funcție de masa redusă, sau momentul de inerție redus la elementul inițial 1. Formele sub care se prezintă această ecuație în cele două cazuri în care se consideră masa redusă sau momentul de inerție redus al mașinii sînt:

$$\frac{1}{2} m_{red_A} V_A^2 - \frac{1}{2} m_{red_{A_0}} V_{A_0}^2 = \int_0^s F_{red}\, ds = W(s) \tag{1}$$

$$\frac{1}{2} I_{red_1} \omega_1^2 - \frac{1}{2} I_{red_{10}} \omega_{10}^2 = \int_0^{\varphi} M_{red}\, d\varphi = W(\varphi) \tag{2}$$

Cunoscîndu-se variația masei reduse m_{red_A} respectiv a momentului de inerție redus I_{red_1} în funcție de poziția punctului A de pe elementul inițial sau de poziția acestuia, adică:

$$m_{red_A} = m_{red_A}(s) \tag{3}$$

* Manuscris prezentat la redacție la 28.X.1965.

respectiv

$$I_{red_1} = I_{red_1}(\varphi) \tag{4}$$

atunci prin eliminarea grafică a lui s și φ din (1) și (3) respectiv (2) și (4) se obține diagrama energiei cinetice în funcție fie de masa redusă, fie de momentul de inerție redus [6].

$$E_c = E_c(m_{red_A}) \tag{5}$$

$$E_c = E_c(I_{red_1}) \tag{6}$$

Cu diagramele (5) sau (6) și cu ajutorul formulelor :

$$V_A = \sqrt{\frac{2k_E}{k_{m_{red}}} \operatorname{tg} \psi} \tag{7}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2k_E}{k_{I_{red}}} \operatorname{tg} \psi} \tag{8}$$

se obține viteza V_A, respectiv viteza ω_1, pentru orice poziție a mașinii în timpul ciclului energetic și în final trasarea diagramelor :

$$V_A = V_A(s) \tag{9}$$

sau

$$\omega = \omega(\varphi) \tag{10}$$

Curbele rezultate din derivarea grafică a lui (9) sau (10) permit apoi în continuare aflarea accelerației tangențiale a_A^t a punctului de reducere A, respectiv a accelerației unghiulare ε_1 a elementului de reducere 1, folosind formulele :

$$a_A^t = v_A \frac{dV_A}{ds} \tag{11}$$

$$\varepsilon = \omega \frac{d\omega}{d\varphi}. \tag{12}$$

Bibliografia lucrărilor și tratatelor care au studiat și rezolvat problema de mai sus este deosebit de vastă ; se pot cita lucrările [1], [2], [3] ..... [7] și bibliografia indicată de acestea.

§ *1.2. Forțele exterioare sînt funcție de timp.*

In acest caz se folosește ecuația de mișcare a mașinii sub forma Lagrange :

$$M_{red} - I_{red} \frac{d\omega}{dt} - \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_{red}}{d\varphi} = 0 \tag{13}$$

Rezolvarea acestei ecuații scrisă sub forma :

$$M_{red} - I_{red} \frac{d\omega}{dt} - \frac{\omega}{2} \frac{dI_{red}}{dt} = 0 \tag{13'}$$

este prezentată în numeroase lucrări şi tratate din care se pot vedea şi dificultăţile întîmpinate pentru aflarea cît mai exactă a lui ω şi de aici a lui ε_1 [1], [2], [3], [4], [5], [7].

Ecuaţia (13) permite însă rezolvarea mişcării maşinii şi în cazul cînd forţele exterioare depind de poziţia elementului iniţial (§ 1.1.).

§ *1.3.* Sînt studiate de asemenea şi cazurile cînd forţele exterioare depind fie toate numai de ω fie unele de ω şi altele de φ [1].

Aceste cazuri întîlnite mai rar în tehnică, permit totuşi rezolvarea mai simplă, din cauză că la multe agregate la care se întîlnesc astfel de legi de variaţie ale forţelor exterioare, momentul de inerţie redus I_{red_1} este constant în timpul ciclului energetic.

§ *1.4.* În rezolvarea, problemei pentru cazurile de la § *1.1* şi § *1.2* eforturile cercetătorilor s-au îndreptat în găsirea de metode şi artificii de calcul, care să reducă volumul de lucru şi în acelaşi timp să se realizeze o precizie mai mare în calculul lui ω_1 şi ε_1 şi apoi a reacţiunilor din cuplele cinematice (articulaţii în cazul de faţă).

Pe această ideie D. Maros [8] a prezentat la noi în ţară o metodă grafico-analitică folosind polul de inerţie. Metoda are avantajul că elimină o derivare grafică pentru aflarea lui ε_1.

In cele ce urmează se prezintă o metodă în care se folosesc atît poziţiile polilor de inerţie ale elementelor, cît şi ecuaţia de mişcare a maşinii sub forma (13) pentru determinarea lui ε_1, fără a se folosi derivarea grafică a curbei ω (φ).

§ 2. Studiul mişcării maşinii cu ajutorul polului de inerţie şi ecuaţiei de mişcare sub forma Lagrange (metoda „γ")

§ *2.1. Principiul metodei*

Ecuaţia (13) se poate pune după cum se ştie [1] sub forma :

$$M_{red} + M_{ia} + M_{ib} = 0 \tag{13''}$$

în care :

$$M_{ia} = -I_{red_1} \frac{d\omega_1}{dt} = -I_{red_1}\varepsilon_1 \tag{14}$$

este momentul redus al forţelor de inerţie corespunzător mişcării adiţionale ($\omega_1 = 0$; $\varepsilon_1 \neq 0$) iar

$$M_{ib} = -\frac{\omega_1^2}{2}\frac{dI_{red_1}}{d\varphi} \tag{15}$$

este momentul redus al forţelor de inerţie corespunzător mişcării de bază ($\omega_1 \neq 0$; $\varepsilon_1 = 0$).

Dacă se calculează M_{ib} prin una din metodele cunoscute, folosind fie viteza unghiulară instantanee ω_1 (deteminată cu ajutorul diagramei $E(I)$ [6], fie — în calculele aproximative — viteza unghiulară medie ω_{1m}, atunci din (13") rezultă :

$$M_{ia} = -(M_{red} + M_{ib}). \tag{16}$$

Folosind metoda pîrghiei lui Jucovski [1] se poate calcula momentul redus al forțelor de inerție corespunzător mișcării adiționale pentru o accelerație unghiulară $\varepsilon_1^* = 1\ rad\ s^{-2}$.

Acesta se va nota cu :

$$M_{ia}^* = -I_{red_1}\varepsilon_1^* . \tag{17}$$

Din (14) și (17) rezultă că :

$$\varepsilon_1 = \frac{M_{ia}}{M_{ia}^*}\varepsilon_1^* \tag{18}$$

formulă care va sta la baza metodei propuse de autori.

Este evident că relația (18) nu este decît o formă transformată a relației :

$$\varepsilon_1 = \frac{M_{red_1} + M_{ib}}{I_{red_1}} = -\frac{M_{ia}}{I_{red_1}} \tag{19}$$

care se obține în cazul de față, din (16) și (18).

§ *2.2. Calculul lui* M_{ia}^*

Este cunoscut că pentru starea de mișcare corespunzătoare lui $\omega_1 = 0$, $\varepsilon_1^* = 1\ rad\ s^{-2}$, planul vitezelor este asemenea cu al accelerațiilor.

Se construiește în consecință planul vitezelor pentru o viteză unghiulară dată — în cazul de față viteza unghiulară instantanee ω_1 a mașinii corespunzătoare poziției φ a elementului 1 — determinîndu-se toate vitezele centrelor articulațiilor și ale centrelor de greutate ale elementelor.

Scara k_a cu care trebuie înmulțite segmentele în (mm), din planul vitezelor construite la scara K_v, pentru a se obține accelerațiile tangențiale corespunzătoare lui ε_1^* rezultă din următoarele relații deduse din planul mecanismului și planul vitezelor (a se vedea fig. 1 și 2 ale aplicației numerice) :

$$\omega_1 = \frac{V_A}{O_1 A} = \frac{k_v (P_v a)}{k_l (O_1 A)} . \tag{20}$$

Accelerația tangențială a_A^{t*} a centrului A a butonului de manivelă, corespunzătoare accelerației unghiulare $\varepsilon_1^* = 1$ determinată pe același plan de mai sus al vitezelor, corespunzător vitezei unghiulare instantanee ω_1 este dată de relația :

$$a_A^{t*} = O_1 A\, \varepsilon_1^*$$

de unde :

$$\varepsilon_1^* = \frac{a_A^{t*}}{O_1 A} = \frac{k_a (P_v a)}{k_l (O_1 A)} . \tag{21}$$

Din relaţiile (20) şi (21) se deduce:

$$k_a = \frac{k_v}{\omega_1} \varepsilon_1^* . \tag{22}$$

§ 2.2.1. *Determinarea forţelor de inerţie* $\overline{F}_{ij}^*$ *corespunzătoare acceleraţiei unghiulare* $\varepsilon_1^* = 1\ rad\ s^{-2}$.

Pentru un element j al maşinii, rezultanta F_{ij}^* a forţelor de inerţie corespunzătoare lui $\varepsilon_1^* = 1$ se calculează cu formula:

$$\overline{F}_{ij}^* = - m_j \overline{a}_{Gj}^* = - m_j k_a (\overline{P_v g_j}) \tag{23}$$

sau ţinînd seama de (22):

$$\overline{F}_{ij}^* = - m_j \frac{\varepsilon_1^*}{\omega_1} k_v (\overline{P_v g_j}) \tag{24}$$

cum

$$k_v (\overline{P_v g_j}) = \overline{v}_{Gj} \tag{a}$$

înlocuind această relaţie în (24) se obţine:

$$\overline{F}_{ij}^* = - m_j \frac{\varepsilon_1^*}{\omega_1} \overline{v}_{Gj} \tag{25}$$

sau

$$\overline{F}_{ij}^* = \frac{\varepsilon_1^*}{\omega_1} \overline{H}_{ij} \tag{26}$$

unde s-a notat:

$$\overline{H}_{ij} = - m_j \overline{v}_{Gj} \tag{27}$$

în care $\overline{H}_{ij}$ este *impulsul* corespunzător forţei de inerţie $\overline{F}_{ij}$.

§ 2.2.2. *Determinarea momentului redus* M_{ia}^* *al forţelor de inerţie corespunzător mişcării adiţionale cu* $\varepsilon_1^* = 1\ rad\ s^{-2}$.

Cu ajutorul metodei pîrghiei lui Jucovski se calculează momentul redus $M_{i\,red_1}^H$ la elementul 1 ale impulsurilor $\overline{H}_{ij}$.

$$M_{i\,red_1}^H = \Sigma H_{ij} (h_{ij}) k_v \tag{28}$$

unde h_{ij} sînt distanţele în (mm) — măsurate pe planul vitezelor rabătute — de la polul P_v pînă la dreapta suport a impulsurilor H_{ij}.

Înlocuind în (28) valoarea lui H_{ij} scoasă din (26) rezultă:

$$M_{i\,red_1}^H = \Sigma \frac{\omega_1}{\varepsilon_1} F_{ij}^* (h_{ij}) k_v = \frac{\omega_1}{\varepsilon_1^*} \Sigma k_v (h_{ij}) F_{ij}^*$$

sau

$$M_{i\,red_1}^H = \frac{\omega_1}{\varepsilon_1^*} M_{ia}^* \tag{29}$$

unde s-a notat :

$$M_{ia}^{*} = \Sigma\, k_v\,(h_{ij})\, F_{ij}^{*}. \tag{30}$$

Din (29) rezultă :

$$M_{ia}^{*} = \frac{\varepsilon_1^{*}}{\omega_1}\, M_{i\,red_1}^{H}. \tag{31}$$

Pentru determinarea lui $M_{i\,red_1}^{H}$ dreapta suport a impulsului $\bar{H}_{ij}$ se duce prin polul de inerție P_{ij} al elementului corespunzător j. În felul acesta volumul de lucru se micșorează — prin faptul că torsorul se reduce la o singură rezultantă.

§ *2.2.3. Determinarea expresiei analitice a accelerației unghiulare* ε_1 *a elementului de reducere.*

Din relațiile (18) și (19) rezultă imediat că :

$$M_{ia}^{*} = -\,I_{red_1}\,\varepsilon_1^{*} = -\,(I_1 + \Delta I_{red_1} + I_v)\,\varepsilon_1^{*} \tag{32}$$

în care :

I_1 — este momentul de inerție al elementului de reducere 1 în raport cu axa perpendiculară pe planul mișcării, care trece prin centrul de rotație ;

ΔI_{red_1} — momentul de inerție redus la elementul 1 a tuturor celorlalte elemente ale mașinii (deci afară de elementul de reducere 1) ;

I_v — momentul de inerție al volantului.

Înlocuind în (32) valoarea lui M_{ia}^{*} dată de (31) se obține :

$$M_{i\,red_1}^{H} = -\,\omega_1\,(I_1 + I_v) - \omega_1\,\Delta I_{red_1}$$

sau

$$M_{i\,red_1}^{H} = M_{i\,red_1}^{H\,(1)} + M_{i\,red_1}^{H\,(n-1)} \tag{33}$$

în care s-a notat :

$-(I_1 + I_v)\,\omega_1 = M_{i\,red_1}^{H\,(1)}$ — momentul impulsurilor forțelor de inerție din mișcarea adițională a elementului de reducere și a volantului montat pe axul acestuia ;

$-\,\Delta I_{red_1}\,\omega_1 = M_{i\,red_1}^{(n-1)}$ — momentul redus la elementul 1 a impulsurilor forțelor de inerție din mișcarea adițională a tuturor celorlalte elemente ale mașinii în afară de elementul de reducere 1 și volant.

Dacă în relația (18) se înlocuiește valoarea lui M_{ia}^{*} din (31) și a lui M_{ia} din (16) se obține :

$$\varepsilon_1 = -\,\frac{M_{red_1} + M_{ib}}{M_{i\,red_1}^{H}}\,\omega_1 \tag{34}$$

sau

$$\varepsilon_1 = \gamma \omega_1 \tag{35}$$

unde s-a notat:

$$\gamma = -\frac{M_{red_1} + M_{ib}}{M^H_{i\,red_1}}. \tag{36}$$

În consecință calculîndu-se raportul γ pentru fiecare poziție dată a elementului de reducere în timpul ciclului energetic se poate determina imediat valoarea accelerației unghiului ε_1 corespunzătoare acestei poziții prin înmulțirea lui γ cu ω_1 conform formulei (35).

§ *2.3. Calculul lui* M^*_{iam}

În cazul cînd variația lui ω_1 este mică, adică atunci cînd δ al mașinii are valori de ordinul $\delta = 5{,}5.10^{-2}$, calculele prezentate la § *2.2.* se pot conduce luîndu-se ca bază nu ω_1 (instantaneu) determinat de diagrama $E(I)$ ci $\omega_{1\,m}$ (viteza unghiulară medie a elementului de reducere 1 al mașinii) sau alte metode.

Cu ω_{1m} și $\varepsilon^*_1 = 1\ rad\ s^{-2}$ se reiau toate calculele din § *2.2.*

În primul rînd accelerațiile unghiulare care se vor obține cu ajutorul lui ω_{1m} vor fi date de expresia:

$$\varepsilon_{1m} = \frac{M_{iam}}{M^*_{iam}}\,\varepsilon^*_1 \tag{18'}$$

Scările corespunzătoare vor fi k_{vm} și k_{am} în care:

$$k_{am} = \frac{k_{vm}}{\omega_{1m}}\,\varepsilon^*_1 \tag{22'}$$

Din (22) și (22') rezultă relația între cele patru scări:

$$k_v = k_{vm}\,\frac{\omega_1}{\omega_{1m}} \tag{37}$$

$$k_a = k_{am}\,\frac{\omega_1}{\omega_{1m}}\,\frac{k_{vm}}{k_v}. \tag{38}$$

Vitezele punctelor de pe diferitele elemente ale mecanismului — în speță ale centrelor de greutate G_j — sînt evident

$$\bar{v}_{Gjm} = k_{vm}(\bar{P}_v g_j) \tag{a'}$$

de unde ținînd seama de (a)

$$\bar{v}_{Gj} = \frac{\omega_1}{\omega_{1m}}\,\bar{v}_{Gj_m} \tag{39}$$

Impulsurile corespunzătoare forțelor de inerție F_{ij} vor fi în acest caz:

$$\bar{H}_{ij_m} = -m_j \bar{v}_{Gj_m} \tag{27'}$$

de unde ținînd seama de (27)

$$\bar{H}_{ij} = \frac{\omega_1}{\omega_{1m}} \bar{H}_{ij_m} \tag{40}$$

iar expresia lui F^*_{ij} va fi:

$$\bar{F}^*_{ij} = \frac{\varepsilon^*_1}{\omega_{1m}} \bar{H}_{ij_m} \tag{26'}$$

Momentul redus $M^H_{i\,red_1 m}$ la elementul 1 a impulsurilor $\bar{H}_{ij_m}$ va fi dat de expresia:

$$M^H_{i\,red_1 m} = \Sigma H_{ij_m}(h_{ij})\, k_{vm}. \tag{28'}$$

Înlocuind pe H_{ij_m} din (26') și notînd

$$M^*_{iam} = \Sigma k_{vm}(h_{ij})\, F^*_{ij} \tag{30'}$$

se obține:

$$M^H_{i\,red_1 m} = \frac{\omega_{1m}}{\varepsilon^*_1} M^*_{iam} \tag{29'}$$

de unde:

$$M^*_{iam} = \frac{\varepsilon^*_1}{\omega_{1m}} M^H_{i\,red_1 m} \tag{31}$$

din (31) și (31') rezultă:

$$M^H_{i\,red_1} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_{1m}}\right)^2 M^H_{i\,red_1 m} \tag{41}$$

Iar relația dintre M^*_{ia} și M^*_{iam} rezultă din (31) și (31')

$$\frac{M^*_{ia}}{M^*_{iam}} = \frac{\omega_{1m}}{\omega_1} = \frac{M^H_{i\,red_1}}{M^H_{i\,red_1 m}}$$

sau ținînd seama de (41):

$$M^*_{ia} = \frac{\omega_1}{\omega_{1m}} M^*_{iam} \tag{42}$$

Înlocuind în (32) valoarea lui M^{*}_{ia} din (42) și ținînd seama de (31′) se obține:

$$M^{H}_{i\,red_1\,m} = \frac{\omega_{1m}}{\omega_1}\left[-(I_v + I_1)\,\omega_{1m} - \Delta I_{red_1}\,\omega_{1m}\right]$$

sau:

$$M^{H}_{i\,red_1 m} = M^{H(1)}_{i\,red_1 m} + M^{H(n-1)}_{i\,red_1 m} \tag{33′}$$

unde s-a notat:

$$M^{H(1)}_{i\,red_1 m} = -(I_v + I_1)\,\omega_{1m}\,\frac{\omega_{1m}}{\omega_1} \tag{43}$$

$$M^{H(n-1)}_{i\,red_1\,m} = -\Delta I_{red_1}\,\omega_{1m}\,\frac{\omega_{1m}}{\omega_1}. \tag{44}$$

De asemenea formula (16) revine:

$$M_{iam} = -(M_{red_1} + M_{ibm}). \tag{16′}$$

Dacă în (18′) se înlocuiește valoarea lui M^{*}_{iam} din (31′) și a lui M_{iam} din (16′) rezultă:

$$\varepsilon_{1m} = \frac{M_{red_1} + M_{ibm}}{M^{H}_{i\,red_1\,m}}\,\omega_{1m}, \tag{34′}$$

sau

$$\varepsilon_{1m} = \gamma_m\,\omega_{1m}, \tag{35′}$$

unde s-a notat:

$$\gamma_m = -\frac{M_{red_1} + M_{ibm}}{M^{H}_{i\,red_1\,m}} \tag{36′}$$

Între

$$M_{ib} = -\frac{\omega_1^2}{2}\,\frac{dI_{red_1}}{d\varphi}$$

și

$$M_{ibm} = -\frac{\omega_{1m}^2}{2}\,\frac{dI_{red_1}}{d\varphi}$$

există relația:

$$M_{ib} = M_{ibm}\left(\frac{\omega_1}{\omega_{1m}}\right)^2 \tag{45}$$

care poate determina pe M_{ib} instantaneu în funcție de M_{ibm} și ω_1.

§ 3. Mersul calculului lui ε_{1m} (sau ε_1) cu ajutorul metodei γ_m (sau γ)

§ *3.1.* Se construiește mecanismul sau mașina a cărui mișcare se studiază în 12 (24) poziții din timpul ciclului energetic la scara $k_l \left[\frac{m}{mm}\right]$ [fig. 1 a].

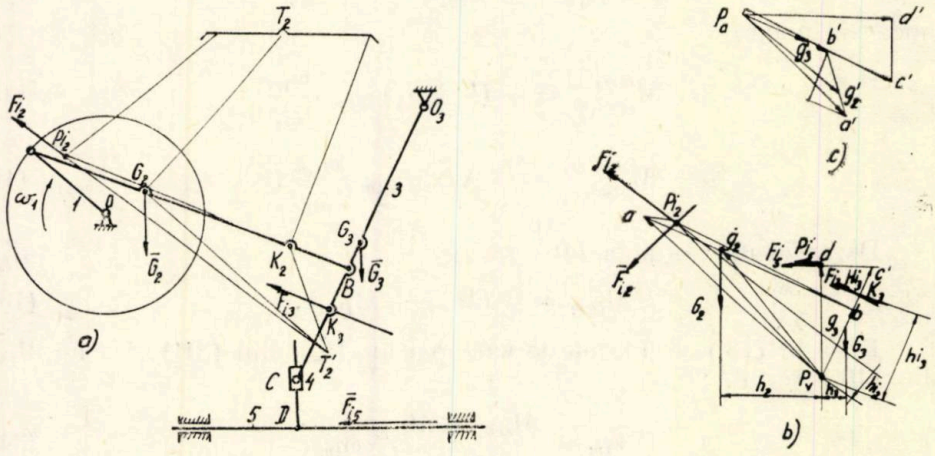


Fig. 1.

§ *3.2.* Apoi cu viteza unghiulară medie dată ω_{1m} a elementului inițial se construiesc :

— **planurile** (rabătute cu 90°) ale vitezelor pentru fiecare din cele 12 (24) poziții ale mecanismului la scara k_{vm} (fig. 1 b).

Tabel 1

Determinarea vitezelor corespunzătoare lui $\omega_{1m} = 6{,}02\text{m s}^{-2}$ pentru 12 poziții ale mecanismului

Poz.	V_A	V_B	V_{BA}	ω_2	ω_3	V_{G2}	V_{G3}
0	0,5418	0	0,541	1,8	0,	0,345	0,
2	„	0,43	0,232	0,77	2,68	0,492	0,362
4	„	0,707	0,661	2,188	4,418	0,518	0,596
6	„	0,15	0,43	1,423	0,937	0,39	0,126
8	„	0,54	0,012	0,039	3,375	0,54	0,455
10	„	0,405	0,26	0,860	2,531	0,48	0,341

— planurile accelerațiilor tot pentru cele 12 (24) poziții ale mecanismului (fig. 1 c).

Tabel 2

Determinarea acceleraţiilor corespunzătoare lui $\omega_{1m} = \text{const.}$ al elementului iniţial pentru 12 poziţii ale mecanismului

Poz.	a^n_A	a^n_{BA}	a^n_B	a_D	a_{G2}	a_{G3}
0	3,24	0,97	0	3,51	2,91	1,991
2	„	0,178	1,155	3,35	2,4	1,709
4	„	0,446	3,123	—2,55	2	2,658
6	„	0,612	0,14	—6,425	3,5	4,241
8	„	0,000	1,822	—1,4	2,725	1,561
10	„	0,223	0,9	3,4	32,77	1,738

§ *3.3.* Se calculează forţele de inerţie F_{ij} corespunzătoare mişcării de bază ($\omega_{1m} = \text{const.}$) (tab. 3) pentru fiecare elemnt al mecanismului. Rezultanta F_{ij} se trasează prin polul de inerţie P_i.

Tabel 3

Determinarea forţelor de inerţie a mecanismului pentru 12 poziţii ale acestuia

Poz.	a_{G2}	F_{i2}	a_{G3}	F_{i3}	a_D	F_{i5}
0	2,91	10,557	1,991	7,304	3,51	42,935
2	2,4	8,707	1,709	6,270	3,35	40,978
4	2,	7,256	2,658	9,752	2,55	31,192
6	3,5	12,698	4,241	15,560	6,425	78,593
8	2,725	9,886	1,561	5,727	1,4	17,125
10	2,7	9,796	1,738	6,376	3,4	41,590

§ *3.4.* Se calculează M_{ibm} — necesare în expresia (36′) a lui γ_m — folosind metoda pîrghiei lui Jucovski, pentru fiecare din cele 12 (24) poziţii. Rezultatele calculelor se centralizează într-o tabelă (tab. 4).

Tabel 4

Determinarea lui M_{ibm} din mişcarea de bază corespunzătoare vitezei V_{Am} a elementului iniţial pentru 12 poziţii ale mecanismului

Poz.	$M_{P_v}(F_{i2})$	$M_{P_v}(F_{i3})$	$M_{P_v}(F_{i5})$	$F_{ibm} = \frac{\Sigma M_{P_v}(F_{ij})}{(V_A)}$	$M_{ibm} = F_{ibm}\,0A$
0	+ 16,891	0	0	+ 0,156	0,0140
2	—272,596	—672,144	—5777,898	—62,039	—5,5835
4	+239,448	+263,304	+6955,816	+69,037	+6,2133
6	—279,356	—583,500	—2986,534	—35,630	—3,2067
8	— 41,521	—137,448	—2979,750	—29,233	—2,6309
10	+222,346	+580,216	+5489,880	+58,243	+5,2412

§ *3.5.* Se calculează M_{red_1} — necesar de asemenea în expresia (36') a lui γ_m folosind tot metoda pîrghiei lui Jucovski.

— Metoda de calcul poate folosi mai întîi determinarea momentului rezistent redus $M_{R_{red_1}}$ (fig. 2) pe baza legii de variație impusă de procesul tehnologic, calcul care se centralizează într-o tabelă (tab. 5)

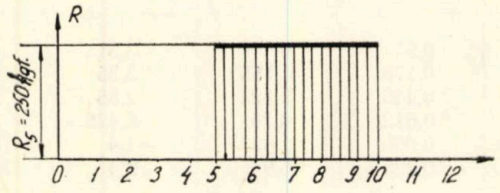


Fig. 2.

Tabel 5

Determinarea momentului motor redus pentru 12 poziții ale mecanismului

Poz.	$\frac{M_{P_v}(R)}{(V_A)}$	$\frac{M_{P_v}(G_2)}{(V_A)}$	$\frac{M_{P_v}(G_3)}{(V_A)}$	$F_{R_{red}}$	$M_{R_{red}} = F_{R_{red}} 0A$
0	0	—22,143	0	— 22,143	— 1,992
2	0	— 2,374	+ 5,313	+ 2,939	+ 0,264
5	0	+12,481	—13,618	— 1,137	— 0,102
	+237,625			+236,488	+21,283
6	— 87,650	+24,571	+ 5,644	— 57,435	— 5,159
8	—401,425	+10,676	+ 8,636	—382,113	—34,390
10	—304,525	—11,990	— 5,713	—302,228	—27,200
	0			— 17,713	— 1,594

— apoi se calculează M_{red_1} din relația :

$$M_{red_1} = M_{M_1} - M_{R_{red_1}} \tag{46}$$

Tabel 6

Determinarea lui M_{red_1} pentru 12 poziții ale mecanismului

Poz.	M_{M_1}	M_{Rred_1}	M_{red_1}
0	9,325	— 1,992	7,333
2	,,	+ 0,264	9,589
4	,,	— 0,353	8,972
5	,,	— 0,102	9,223
		+21,283	30,608
6	,,	— 5,169	4,156
8	,,	—34,390	—25,065
10	,,	—27,200	—17,876
		— 1,594	7,731

în care $M_{M_1} = M_{M_1}(\varphi)$ este de asemenea impusă de procesul tehnologic și de tipul mașinii; rezultatele pentru sistematizare se centralizează într-o tabelă (tab. 6).

§ *3.6* În cazul cînd accelerația ε_1 trebuie calculată cu precizie mare, atunci se determină mai întîi ω_1 cu ajutorul diagramei $\Delta E\ (\Delta I_{red_1})$ a lui Wittenbauer. (fig. 3)

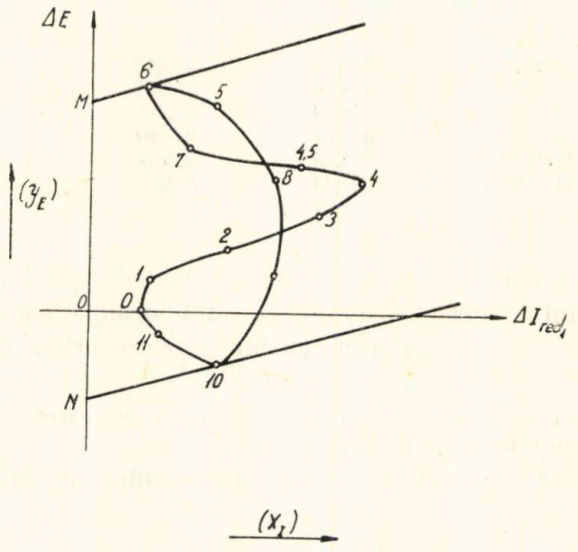


Fig. 3.

Prin ajutorul a două tabele centralizatoare se calculează $\Delta I_{red_1}(\varphi)$ (tab. 7) și apoi ω_1 prin ajutorul ecuației (8) folosind și în acest caz o tabelă ajutătoare (tab. 8).

Tabel 7

Determinarea lui $(I_{red_1} + \Delta I_{red_1})$ pentru 12 poziții ale mecanismului

	Pozițiile mecanismului					
	0	2	4	6	8	10
$I_{G_2}(\omega_2/\omega_{1m})^2$	0,0049	0,0008	0,0072	0,0030	0,0000	0,0011
$m_2(V_{G_2}/\omega_{1m})^2$	0,0116	0,0239	0,0264	0,0148	0,0290	0,0228
$I_{O_3}(\omega_3/\omega_{1m})^2$	0	0,0195	0,0531	0,0023	0,0310	0,0174
$m_5(V_D/\omega_{1m})^2$	0	0,1675	0,4183	0,0110	0,2544	0,1467
I_1	0,0964	0,0964	0,0964	0,0964	0,0964	0,0964
I_{red_1}	0,1129	0,3081	0,6014	0,1275	0,4108	0,2844

Cu valorile lui ω_1 corespunzătoare celor 12 (24) poziții ale mecanismului în timpul ciclului energetic se determină valorile exacte ale lui k_v, k_a, v_{Gj}, a_{Gj}, M_{lb} etc. folosind relațiile stabile la § *2.3.*

Tabel 8

Determinarea vitezei unghiulare ω_1 a elementului inițial cu ajutorul diagramei $\Delta E = \Delta E(\Delta l_{red})$ pentru un δ dat

Poz.	(x_I^*)	(y_E^*)	tg ψ	$\omega_1 = \sqrt{\frac{2 k_E \operatorname{tg}\psi}{k_I}}$
0	1158,14	306,04	0,2642	5,871
2	1177,66	319,04	0.2709	5,945
4	1206,99	334,24	0,2769	6,011
6	1159,60	355.04	0,3061	6,322
8	1187,93	334,54	0,2816	6,062
10	1175,29	294,44	0.2505	5,717

§ *3.7.* Se calculează $M^H_{i\,red_1 m}$ folosind metoda pîrghiei lui Jucovski. — Mai întîi se calculează $M^{H(n-1)}_{i\,red_1 m}$ din formula (33′), prin transpunerea în planul vitezelor rabătute cu 90° a impulsurilor $\overline{H}_{ijm}$ ale forțelor de inerție corespunzătoare lui $\varepsilon_1^* = 1\ rad\ s^{-2}$.

Se determină în acest scop H_{ijm} și apoi cu expresia (28′) $M^H_{i\,red_1 m}$ care se descompune conform cu (33′)

Într-o tabelă separată se încadrează calculul lui $M^{H(n-1)}_{i\,red_1 m}$ (tab. 9), în timp ce

$$M^{H(1)}_{i\,red_1 m} = -(I_v + I_1)\,\omega_{1m}.$$

se determină cu ușurință.

§ *3.8.* Se calculează apoi γ_m cu ajutorul formulei (36′) și valorile calculate la § 3.4., 3.5., 3.7.

$$\gamma_m = -\frac{M_{red_1} + M_{ibm}}{M^H_{i\,red_1 m}} \tag{36′}$$

iar în cazul cînd precizia trebuie respectată, în (36′) se introduc:

$$M_{ib} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_{1m}}\right)^2 M_{ibm} \tag{45}$$

și

$$M^H_{i\,red_1} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_{1m}}\right)^2 M^H_{i\,red_1 m} \tag{41}$$

din care rezultă valoarea γ din (36).

Calculul lui γ și apoi al lui ε_1 se sistematizează într-o tabelă centralizatoare (tab. 10).

Tabel 9

Determinarea lui $M_{i\,red_1}^{H\,(n-1)}$ corespunzător mișcării adiționale cu $\varepsilon_1^* = 1 rad\, s^{-2}$
(fără volant și elementul inițial 1).

Poz.	H_{i2m}	$M_{P_v}(\overline{H}_{i2m})$	H_{i3m}	$M_{P_v}(\overline{H}_{i3m})$	H_{i5m}	$M_{P_v}(\overline{H}_{i5m})$	$H_{i\,red_1 m}$	$M_{i\,red_1 m}^{H}$
0	1,251	—119,520	0	0	0	0	— 1,102	—0,099
2	1,784	—181,968	1,328	—142,388	8,623	—1215,843	—14,213	—1,279
4	1,879	—248,028	2,186	—385,369	13,638	—3041,274	—33,911	—3,051
6	1,414	—132,916	0,462	— 17,278	2,324	— 88,312	— 2,201	—0,198
8	1,959	—211,572	1,669	—224,730	10,641	—1851,534	—21,113	—1,900
10	1,741	—175,841	1,251	—126,338	8,073	—1065,636	—12,622	—1,135

Tabel 10

Determinarea lui ε_1 cu ajutorul metodei „γ"

Poz.	M_{ibm}	$M_{ib} = M_{ibm}\left(\frac{\omega_1}{\omega_{1m}}\right)^2$	M_{red_1}	$M_{ia} = -(M_{red_1} + M_{ib})$	$M_{i\,red_1}^{H\,(n-1)}$	$M_{i\,red_1 m}^{H\,(1)}$	$M_{i\,red_1 m}^{H}$	γ	ε_1
0	+ 0,014	0,013	7,333	+ 7,346	—0,099	—69,620	—69,719	—0,105	0,632
2	— 5,583	— 5,443	9,589	+ 4,146	—1,279	—69,620	—70,899	—0,058	0,349
			9,223	+21,677				—0,307	+1,848
5	+11,823	+12,454	30,608	+43,069	—0,763	—69,620	—70,383	—0,611	3,678
7	+ 5,437	+ 5,844	—13,779	— 7,935	—1,104	—69,620	—70,724	+0,112	—0,674
			—17,875	—13,150				+0,185	—1,113
10	+ 5,241	4,725	7,731	+12,456	—1,135	—69,620	—70,755	—0,176	+1,059

§ *3.9.* Calculul lui ε_{1m} și — în cazul cînd este necesară o precizie mai mare — ε_1; este determinat prin formula (35). (fig. 4).

§ *3.10.* Metoda γ are avantajul că toate calculele se bazează pe accelerația unghiulară $\varepsilon_1^* = 1$ și permite, folosind formulele stabilite (18) ... (45) să se conducă calculele cît mai precis cu putință.

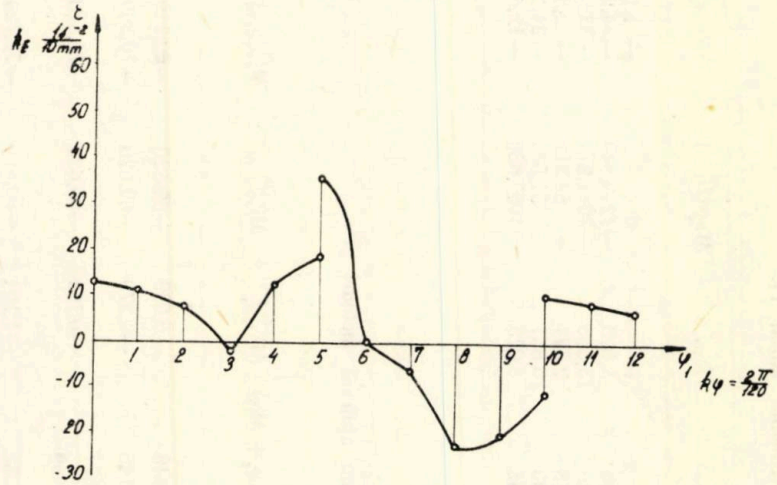


Fig. 4.

Dealtfel avînd în vedere relațiile care dau pe M_{ib} (M_{ibm}) și $M^H_{ired_1}$ ($M^H_{ired_1 m}$) din (41) și (45) pentru δ mic raportul $(\omega_1/\omega_{1m})^2$ devine sensibil egal cu unitatea și deci se poate neglija.

Metoda are în plus avantajul că elimină derivarea grafică și pe deasupra realizează un calcul ușor prin introducerea noțiunii de impuls al mișcării.

§ 4. Aplicația numerică.

§ *4.1.* În aplicația alăturată s-a ales un mecanism simplu (fig. 1) cu o încărcare cît mai simplă (fig. 2) pentru a se ușura calculele și astfel să existe posibilitatea privirii de ansamblu.

În aplicație s-au dat în cele 10 tabele toate calculele indicate la § *3.* iar în tab. 11 și 12 comparație: cu formula (19) în tab. 11 și cu metoda fie a derivării grafice a lui ω (φ) fie determinării lui ε (fig. 4) cu metoda Jucovski.

§ *4.2. Concluzii.* Autorii consideră că prin adoptarea „metodei γ" se simplifică substanțial studiul mișcării mașinii în cazul cînd legile de variație ale lui M_{red_1} (φ); M_{ib} (φ) sînt funcție de poziția mecanismului.

Calculul lui ε prin metoda „Jacovski" *Tabel 11*

Poz.	M_{ia}	$I_{red_1} + I_v$	$\varepsilon = -\frac{M_{ia}}{I_{red_1} + I_v}$
0	7,346	11,5814	0,634
1	6,228	11,6044	0,536
2	4,146	11,7766	0,352
3	— 0,913	11,9789	— 0,076
4	+ 15,166	12,0699	+ 1,256
5	+ 21,677	11,6896	+ 1,854
	+ 43,062		+ 3,683
6	+ 0,621	11,5960	+ 0,053
7	— 7,935	11,7475	— 0,675
8	— 7,731	11,8793	— 2,334
9	— 24,825	11,8787	— 2,089
10	— 13,150	11,7529	— 1,118
	+ 12,456		+ 1,059
11	+ 10,151	11,6253	+ 0,873

Tabel 12

Comparația rezultatelor celor două metode („γ" și „Jucovski")

Poz.	ε metoda „γ"	ε metoda „Jucovski„	$\Delta\varepsilon$	ε_m	$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_m}$ %
0	0,632	0,634	0,002	0,633	0,3
1	0,535	0,536	0,001	0,5355	0,1
2	0,349	0,352	0,003	0,3505	0,8
3	— 0,072	— 0,076	0,004	0,074	5,4
4	+ 1,252	+ 1,256	0,004	1,254	0,00
5	+ 1,848	1,854	0,006	1,851	0,3
	3,678	3,685	0,005	3,6805	0,1
6	+ 0,048	+ 0,053	0,005	0,0505	9,9
7	— 0,674	— 0,675	0,001	0,6745	0,1
8	— 2,329	— 2,334	0,005	2,3315	0,2
9	— 2,082	2,089	0,007	2,0855	0,3
10	— 1,113	— 1,118	0,005	1,1155	0,4
	+ 1,059	+ 1,059	0,00	1,059	0,00
11	+ 0,878	+ 0,873	0,005	0,8755	0,5
12	+ 0,632	+ 0,634	0,002	0,633	0,3

Introducerea noțiunii de „impuls" a permis calcularea lui $M^H_{i\,red_1 m}$ și apoi printr-o formulă extrem de simplă (26 sau 26′) să se determine ε_1 respectiv ε_{1m} (fig. 4).

Catedra de teoria mecanismelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Artobolevski I. I.:* Teoria mecanismelor și a mașinilor (Traducere din limba rusă) Ed. Tehnică 1956 pag. 534...555.

2. *Baranov G. G.:* Kurs teoria mehanizmov i mașîn Mașghiz Moskva 1958 pag. 388...409.

3. *Dobrovolski V. V.:* Teoria mehanizmov Mașhjiz Moskva 1953 pag. 416...422.

4. *Kolcin N. I.:* Mehanika mașîn 2. Mașghiz Moskva— Leningrad 1963.

5. *Kojevnicov S. N.:* Teoria mehanizmov i mașîn Mașghiz Kiev 1954 pag. 537...558.

6. *Wittenbauer F.:* Graphische Dynamik.

7. *Manolescu N. I., Maroș D.:* Teoria mecanismelor și a mașinilor. Cinetostatica și dinamica. Editura tehnică 1958, pag. 261...356.

8. *Maroș D.:* O determinare grafo-analitică a repartiției accelerațiilor la mecanisme sub acțiunea unui sistem dat de forțe pentru o poziție și o repartiție cunoscută de viteze. Bulet. Institut politehnic Cluj.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVII — 1966 Numărul 1

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z.: 539.3:539.4

DEFORMAȚIA ABSOLUTĂ A ȚEVII ÎNCHISE LA CAPETE ȘI SOLICITATA LA PRESIUNE INTERIOARĂ, PRESIUNE EXTERIOARĂ ȘI LA UN EFORT AXIAL *

I. GH. ZAMFIRESCU

1. Introducere

Într-o lucrare precedentă (9) s-a arătat că variația deformației absolute a țevii, solicitată la presiune interioară și exterioară, prezintă numeroase aspecte care oglindesc diversitatea de comportare a țevii.

În această lucrare a fost tratată țeava închisă la capete, supusă numai la presiune interioară și exterioară.

În prezenta lucrare se tratează țeava închisă la capete, supusă atît la presiune interioară și exterioară, cît și la un efort axial.

Parametrii variabili, raza r a unui punct curent, presiunea interioară p_i, presiunea exterioară p_e și efortul axial F, au fost reduși la raza r, raportul p_i/p_e și F. Apariția celui de al treilea parametru, F, a făcut ca problema să se complice; aceasta se va putea constata din cuprinsul lucrării în care numărul de diagrame în acest caz este mult mai mare.

Deformațiile absolute pe direcțiile principale sînt cunoscute și au expresiile generale:

— pe direcția axială,

$$w = \int_{z_1}^{z_2} \varepsilon_z \, dz \tag{1}$$

— pe direcția razei

$$v_r = \int_{r_1}^{r_2} \varepsilon_r \, dr \tag{2}$$

— pe direcția tangentei

$$v_t = 2\pi v_r = 2\pi \varepsilon_t r . \tag{3}$$

Notațiile folosite sînt aceleași ca în lucrarea menționată:

r_i, r_e, raza interioară, respectiv exterioară a țevii, $a = \dfrac{r_e^2}{r_i^2}$, $u = \dfrac{r^2}{r_i^2}$ unde

NOTĂ — Prin deformarea absolută se înțelege deplasarea punctului respectiv.

* Manuscris predat la redacție la 15 februarie 1965.

r este raza unui punct oarecare din peretele țevii, astfel că $1 < u < a$ și $r_i < r < r_e$.

Expresiile mai des întîlnite ale deformației specifice pe direcția axului, în cazul țevii închise supusă la presiune interioară, exterioară și la un efort axial, sînt:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{3E(r_e^2 - r_i^2)}\left(p_i r_i^2 - p_e r_e^2 + \frac{3F}{2\pi}\right) \tag{4}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{3E(a-1)}\left(p_i - a p_e + \frac{3F}{2\pi r_i^2}\right) \tag{5}$$

$$\varepsilon_z = \frac{p_e}{3E(a-1)}\left(\frac{p_i}{p_e} - a + \frac{3F}{2\pi r_i^2 p_e}\right). \tag{6}$$

Expresiile corespunzătoare pentru deformația specifică pe direcția razei sînt:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{3E(r_e^2 - r_i^2)}\left[p_i r_i^2 - p_e r_e^2 - \frac{4 r_i^2 r_e^2 (p_i - p_e)}{r^2} - \frac{F}{\pi}\right] \tag{7}$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{3E(r_e^2 - r_i^2)}\left[p_i r_i^2\left(1 - \frac{4r_e^2}{r^2}\right) - p_e r_e^2\left(1 - \frac{4r_i^2}{r^2}\right) - \frac{F}{\pi}\right] \tag{8}$$

$$\varepsilon_r = \frac{-p_e}{3E(a-1)}\left[\frac{p_i}{p_e}\left(\frac{4a}{u} - 1\right) + a\left(1 - \frac{4}{u}\right) + \frac{F}{\pi r_i^2 p_e}\right]. \tag{9}$$

Expresiile corespunzătoare pentru deformația specifică pe direcția tangentei sînt:

$$\varepsilon_t = \frac{1}{3E(r_e^2 - r_i^2)}\left[p_i r_i^2 - p_e r_e^2 + \frac{4 r_i^2 r_e^2 (p_i - p_e)}{r^2} - \frac{F}{\pi}\right] \tag{10}$$

$$\varepsilon_t = \frac{1}{3E(r_e^2 - r_i^2)}\left[p_i r_i^2\left(1 + \frac{4r_e^2}{r^2}\right) - p_e r_e^2\left(1 + \frac{4r_i^2}{r^2}\right) - \frac{F}{\pi}\right] \tag{11}$$

$$\varepsilon_t = \frac{p_e}{3E(a-1)}\left[\frac{p_i}{p_e}\left(1 + \frac{4a}{u}\right) - a\left(1 + \frac{4}{u}\right) - \frac{F}{\pi r_i^2 p_e}\right]. \tag{12}$$

Ținînd seamă de relația (1), se obțin următoarele expresii în cazul țevii închise, supusă la presiune interioară; exterioară și efort axial:

$$w = \frac{z}{3E(r_e^2 - r_i^2)}\left(p_i r_i^2 - p_e r_e^2 + \frac{3F}{2\pi}\right) \tag{13}$$

$$w = \frac{z}{3E(a-1)}\left(p_i - a p_e + \frac{3F}{2\pi r_i^2}\right) \tag{14}$$

$$w = \frac{z p_e}{3E(a-1)}\left(\frac{p_i}{p_e} - a + \frac{3F}{2\pi r_i^2 p_e}\right). \tag{15}$$

Expresiile corespunzătoare pentru deformația absolută pe direcția razei, pe care o notăm mai simplu cu v, obținute din relațiile (2) și (9), sînt:

$$v = \frac{r p_e}{3E(a-1)} \left[\frac{p_i}{p_e} \left(1 + \frac{4a}{u} \right) - a \left(1 + \frac{u}{a} \right) - \frac{F}{\pi r_i^2 p_e} \right]. \tag{16}$$

Deformația absolută pe direcția tangentei se obține din deformația absolută pe direcția razei conform relației (3).

Considerînd deformația absolută pe direcția axială, se observă din relațiile (13), (14), (15) că aceasta nu depinde de raza punctului curent din secțiunea țevii, *fiind deci o constantă în toată grosimea acestui perete.*

Pentru un anumit raport p_i/p_e și un anumit efort axial F, la o țeavă de dimensiuni date, deformația absolută pe direcția axului țevii este o funcție liniară de lungimea porțiunii de țeavă considerată.

Deformația w este pozitivă (Fig. 1 a) dacă este satisfăcută relația

$$\frac{p_i}{p_e} > a - \frac{3F}{2\pi r_i^2 p_e} \tag{17}$$

Deformația w este negativă (Fig. 1 b) dacă

$$\frac{p_i}{p_e} < a - \frac{3F}{2\pi r_i^2 p_e} \tag{17 b}$$

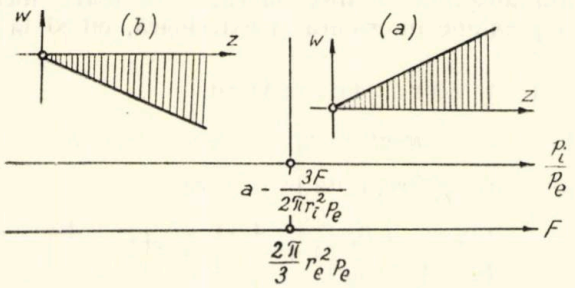


Fig. 1

dar, deoarece avem totdeauna $\frac{p_i}{p_e} > 0$, spre a exista deformații absolute w negative, trebuie să fie satisfăcută concomitent relația:

$$a - \frac{3F}{2\pi r_i^2 p_e} > 0 \tag{17 c}$$

de unde:

$$F < \frac{2\pi r_e^2 p_e}{3}. \tag{18}$$

Relațiile (17c) și (18) reprezintă condițiile ca deformația absolută pe direcția razei să fie negativă.

Observație. Este interesant de remarcat că, deoarece $\frac{2\pi}{3} r_e^2 p_e > 0$, rezultă că *țeava se scurtează chiar pentru eforturi F de tracțiune*, care însă satisfac relațiile

$$0 < F < \frac{2\pi}{3} r_e^2 p_e . \tag{18 a}$$

Deformația w se anulează pentru

$$\frac{p_i}{p_e} = a - \frac{3F}{2\pi r_e^2 p_e} \tag{18 b}$$

care impune de asemenea condiția (18), astfel că relațiile (18) și (18 b) sînt condițiile ca deformația w să fie egală cu zero pe toată lungimea și grosimea țevii.

In cele ce urmează, se prezintă deformația absolută pe direcția razei, din care rezultă și deformația absolută pe direcția tangentei.

Deoarece aceasta depinde de deformațiile ε_r și ε_t, am prezentat, ca și în cazul lucrării (9) și variația acestora, adaptată modului de tratare al deformației absolute.

2. Deformația absolută pe direcția razei, la țeava închisă la capete, și supusă atît la presiune interioară și exterioară, cît și la un efort axial.

2.1. Elemente caracteristice

2.1.1. *Relații între elementele deformației absolute v.*

Folosim relația următoare, dată în lucrare

$$v = \frac{r p_e}{3E(a-1)} \left[\frac{p_i}{p_e} \left(1 + \frac{4a}{u}\right) - a\left(1 + \frac{4}{u}\right) - \varrho \right] \tag{19}$$

unde am făcut notația

$$\varrho = \frac{F}{\pi r_i^2 p_e} . \tag{20}$$

Relativ la natura acestei deformații, se stabilesc relațiile de condiționare reciprocă

$$\left.\begin{aligned} v &\gtrless 0 \\ \frac{p_i}{p_e} &\gtrless \frac{a\left(1 + \frac{4}{u}\right) + \varrho}{1 + \frac{4a}{u}} \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Pe fața interioară ($r = r_i$, $u = 1$), acestea devin

$$\left.\begin{aligned} v_i &\gtrless 0 \\ \frac{p_i}{p_e} &\gtrless \frac{5a + \varrho}{1 + 4a} = \mu_4 \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

care se particularizează

$$\left.\begin{aligned} v_i &= 0 \\ \frac{p_i}{p_e} &= \mu_4 \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Pe fața exterioară ($r = r_e$, $u = a$), rezultă

$$\begin{aligned} v_e &\gtrless 0 \\ \frac{p_i}{p_e} &\gtrless \frac{a + 4 + \varrho}{5} = \nu_4 \end{aligned} \tag{24}$$

iar prin particularizare

$$\left.\begin{aligned} v_e &= 0 \\ \frac{p_i}{p_e} &= \nu_4 \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

În inegalitatea (21), membrul al doilea din a doua relație, comparat cu unitatea, conduce la

$$\left.\begin{aligned} \frac{a\left(1 + \frac{4}{u}\right) + \varrho}{1 + \frac{4a}{u}} &\gtrless 1 \\ F &\gtrless - A_4 \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

unde am făcut notația $A_4 = \pi r_i^2 (a - 1) p_e = \pi (r_e^2 - r_i^2) p_e$.

Comparația termenilor μ_4, ν_4 conduce la

$$\left.\begin{aligned} \mu_4 &\gtrless \nu_4 \\ F &\lesseqgtr - A_4 \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

Relațiile (22), (24) și (27) permit întocmirea schemei naturii deformației v ca în Fig. 2—1.

Comparația termenilor μ_4, ν_4, cu unitatea, dă

$$\left.\begin{aligned} 1 &\gtrless \mu_4 \\ F &\lesseqgtr - A_4 \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

și ținînd seama de (27—9), rezultă

$$\left.\begin{aligned} &1 < \mu_4 < \nu_4 \\ &F > -A_4 \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

$$\left.\begin{aligned} &\nu_4 < \mu_4 < 1 \\ &F < -A_4 \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Comparația cu zero conduce la

$$\left.\begin{aligned} &\mu_4 \gtrless 0 \\ &F \gtrless -B_4 \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

$$\left.\begin{aligned} &\nu_4 \gtrless 0 \\ &F \gtrless -C_4 \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

unde am făcut notațiile

$$B_4 = 5\pi r_e^2 p_e$$

$$C_4 = \pi (r_e^2 + 4 r_i^2) p_e .$$

Rezultatele obținute permit întocmirea schemei de poziție din Fig. 2-2.

2.1.2. *Relații între elementele funcției* $\dfrac{dv}{dr} = \varepsilon_r$

Pentru ε_r folosim relația cunoscută

$$\frac{dv}{dr} = \varepsilon_r = \frac{-p_e}{3E(a-1)}\left[\frac{p_i}{p_e}\left(\frac{4a}{u}-1\right) + a\left(1-\frac{4}{u}\right) + \varrho\right] \tag{33}$$

unde ϱ are aceeași semnificație (20).

Natura acestei deformații este condiționată de

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon_r \gtrless 0 \\ &\frac{p_i}{p_e} \lesseqgtr -\frac{a\left(1-\dfrac{4}{u}\right)+\varrho}{\dfrac{4a}{u}-1} \end{aligned}\right\} \tag{34}$$

Pe suprafața interioară, condițiile de mai sus devin

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon_{ri} \gtrless 0 \\ &\frac{p_i}{p_e} \lesseqgtr \frac{3a-\varrho}{4a-1} = \alpha_4 \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

și particularizînd

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon_{ri} = 0 \\ &\frac{p_i}{p_e} = \alpha_4 \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

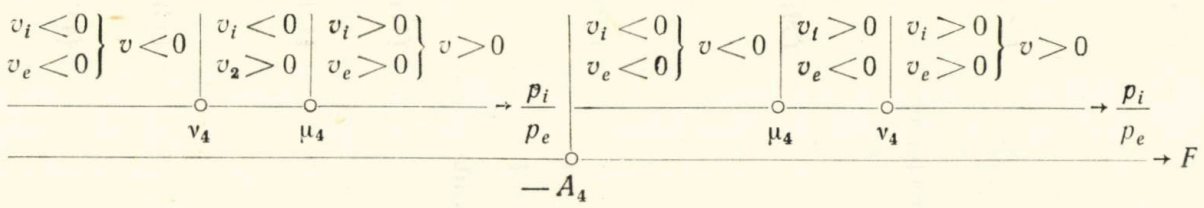


Fig. 2—1

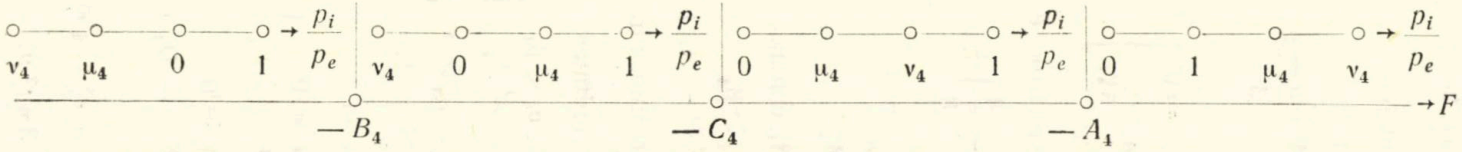


Fig. 2—2

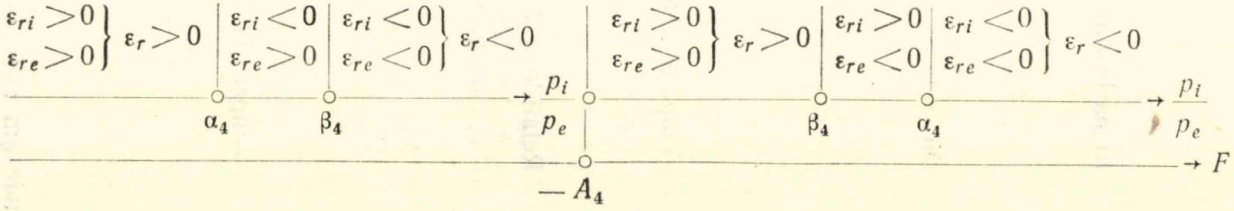


Fig. 2—3

Pe suprafața exterioară se obține

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon_{re} \gtrless 0 \\ &\frac{p_i}{p_e} \leqslant \frac{4 - a - \varrho}{3} = \beta_4 \end{aligned}\right\} \tag{37}$$

În particular avem

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon_{re} = 0 \\ &\frac{p_i}{p_e} = \beta_4 \end{aligned}\right\} \tag{38}$$

Din relația (34) rezultă și relațiile de condiționare reciprocă

$$\left.\begin{aligned} &-\frac{a\left(1-\frac{4}{u}\right)+\varrho}{\frac{4a}{u}-1} \gtrless 1 \\ &F \leqslant -A_4 \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

Comparația termenilor α_4, β_4 conduce la

$$\left.\begin{aligned} &\alpha_4 \gtrless \beta_4 \\ &F \gtrless -A_4 \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

Relațiile (35), (40) permit întocmirea schemei naturii deformației ε_r ca în Fig. 2—3.

Comparația lui α_4 și β_4 cu unitatea, conduce la relațiile

$$\left.\begin{aligned} &1 < \alpha_4 < \beta_4 \\ &F < -A_4 \end{aligned}\right\} \tag{41}$$

$$\left.\begin{aligned} &\beta_4 < \alpha_4 < 1 \\ &F > -A_4 \end{aligned}\right\} \tag{42}$$

Comparația cu zero conduce la

$$\left.\begin{aligned} &\alpha_4 \gtrless 0 \\ &F \leqslant +E_4 \end{aligned}\right\} \tag{43}$$

$$\left.\begin{aligned} &\beta_4 \gtrless 0 \\ &F \leqslant -D_4 \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

unde am făcut notațiile

$$\begin{aligned} D_4 &= \pi\,(r_e^2 - 4\,r_i^2)\,p_e \\ E_4 &= 3\,\pi\,r_e^2\,p_e\,. \end{aligned} \tag{45}$$

Relațiile precedente permit întocmirea schemei de poziție din Fig. 2-4.

2.1.3. *Relații între elementele deformației specifice* ε_t

Dintre expresiile indicate mai înainte folosim pe următoarea

$$\varepsilon_t = \frac{p_e}{3E(a-1)}\left[\frac{p_i}{p_e}\left(1+\frac{4a}{u}\right)-a\left(1+\frac{4}{u}\right)-\varrho\right] \tag{46}$$

unde ϱ are semnificația indicată în relația (20). Această expresie diferă de expresia deformației absolute v numai prin factorul r.

Putem deci scrie

$$\varepsilon_t \gtrless 0$$

$$\frac{p_i}{p_e} \gtrless \frac{a\left(1+\frac{4}{u}\right)+\varrho}{1+\frac{4a}{u}}$$

unde ultimile relații sînt aceleași ca în cazul deformației v (21).

Ținînd seamă de cele arătate, rezultă tabela Nr. 2—1.

Tabela nr. 2—9

Corespondența între natura deformației ε_t și elementele sale caracteristice

ε_t	$\gtrless 0$	$=0$	$\varepsilon_{ti} \gtrless 0$	$\varepsilon_{ti}=0$	$\varepsilon_{te} \gtrless 0$	$\varepsilon_{te}=0$
$\frac{p_i}{p_e}$	$\gtrless \frac{a\left(1+\frac{4}{u}\right)+\varrho}{1+\frac{4a}{u}}$	$= \frac{a\left(1+\frac{4}{u}\right)+\varrho}{1+\frac{4a}{u}}$	$\gtrless \mu_4 = \frac{5a+\varrho}{1+4a}$	$=\mu_4$	$\gtrless \nu_4 = \frac{a+4+\varrho}{5}$	$=\nu_4$

Schema de poziție a elementelor caracteristice este aceeași, (Fig. 2-2), ca în cazul deformației v.

Cu ajutorul elementelor de mai sus se poate întocmi tabela de sintetizare a naturii deformației ε_t, cînd $\frac{p_i}{p_e}$ și F variază, ca în Fig. 2-5.

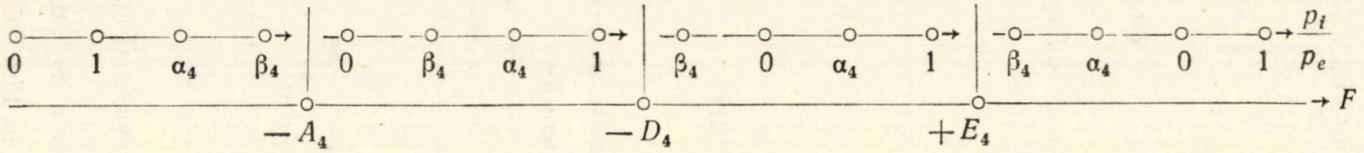


Fig. 2—4

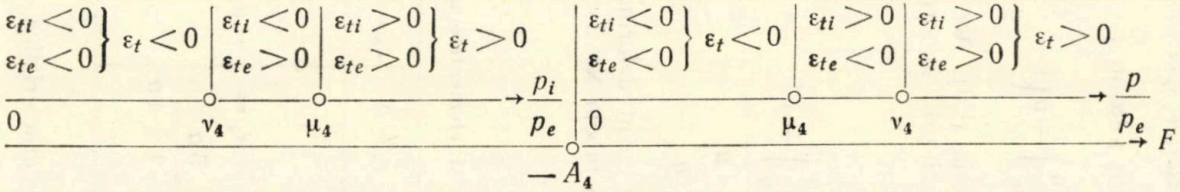


Fig. 2—5

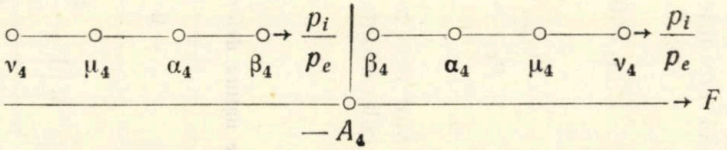


Fig. 2—6

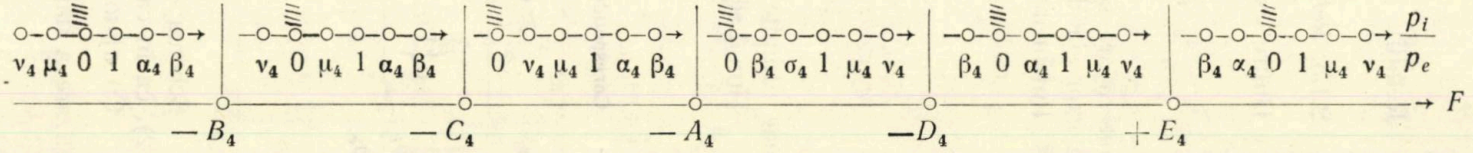


Fig. 2—7

2.1.4. *Relații între elementele funcțiilor* v, ε_t *și* ε_r.

Elementele caracteristice ale funcțiilor v și ε_t sînt aceleași.
Comparația dintre elementele funcțiilor v și ε_r conduce la relațiile

$$\left.\begin{aligned} \mu_4 &\gtrless \alpha_4 \\ \mu_4 &\gtrless \beta_4 \\ \nu_4 &\gtrless \alpha_4 \\ \nu_4 &\gtrless \beta_4 \\ F &\gtrless -A_4 \end{aligned}\right\} \tag{47}$$

Relațiile (27), (40) și (47) sînt sintetizate și prezentate sub forma schemei de poziție din Fig. 2—6.

Ținînd seama de rezultatele sintetizate în schema 2—2, 2—4 și 2—6, s-a întocmit schema de sintetizare generală din Fig. 2—7.

2.2. Variația deformației absolute v

Vom considera fiecare dintre intervalele de variație ale efortului axial F.

Derivata $\frac{dv}{dr}$ este ε_r, iar derivatele $\frac{d^2v}{dr^2}$ și $\frac{d^2\varepsilon_r}{dr^2}$ ca și derivatele $\frac{d\varepsilon_t}{dr}$ și $\frac{d^2\varepsilon_t}{dr^2}$ sînt aceleași ca în cazul țevii solicitate numai la presiune și arătate în lucrarea (9).

Ținînd seamă de rezultatele obținute, s-a construit pentru fiecare interval reprezentările grafice corespunzătoare; ele sînt arătate în Fig. 2—8, 2—9, 2—10, 2—11, 2—12, și 2—13.

2.3. Observații și concluzii

1. Valoarea $F = -A_4 = -\pi (r_e^2 - r_i^2) p_e$ împarte cîmpul valorilor efortului F în două mari zone cu cîte trei subzone distincte de variație a raportului p_i/p_e.

2. Deformația v este egală cu zero pentru

$$u_0 = \frac{4a(p_i - p_e)}{p_e(a+\varrho) - p_i} \tag{48}$$

și

$$r_0^2 = \frac{4 r_i^2 r_e^2 (p_i - p_e)}{r_e^2 p_e - r_i^2 p_i + \frac{F}{\pi}} \tag{49}$$

care poate avea loc pentru întregul cîmp de variație al efortului F, în afară de zona ($F < -B_4$), așa cum se vede în Fig. 2—8.

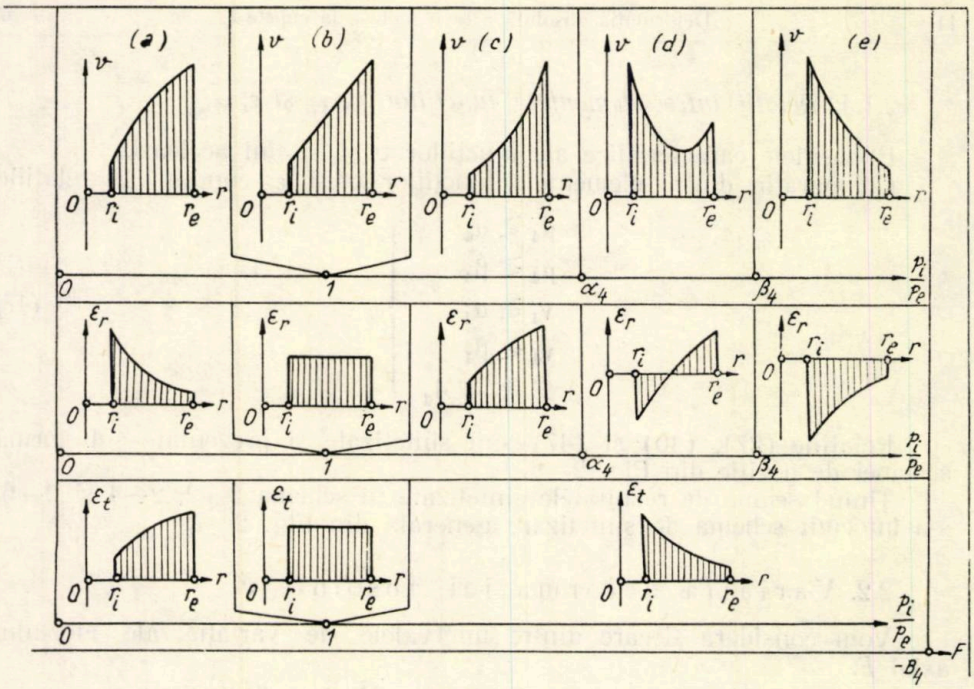

(a)
(b)
(c)
(d)
(e)
v
r
r_i
r_e
0
1
α_4
β_4
$\frac{p_i}{p_e}$
ε_r
ε_t
F
$-B_4$

Fig. 2-8.

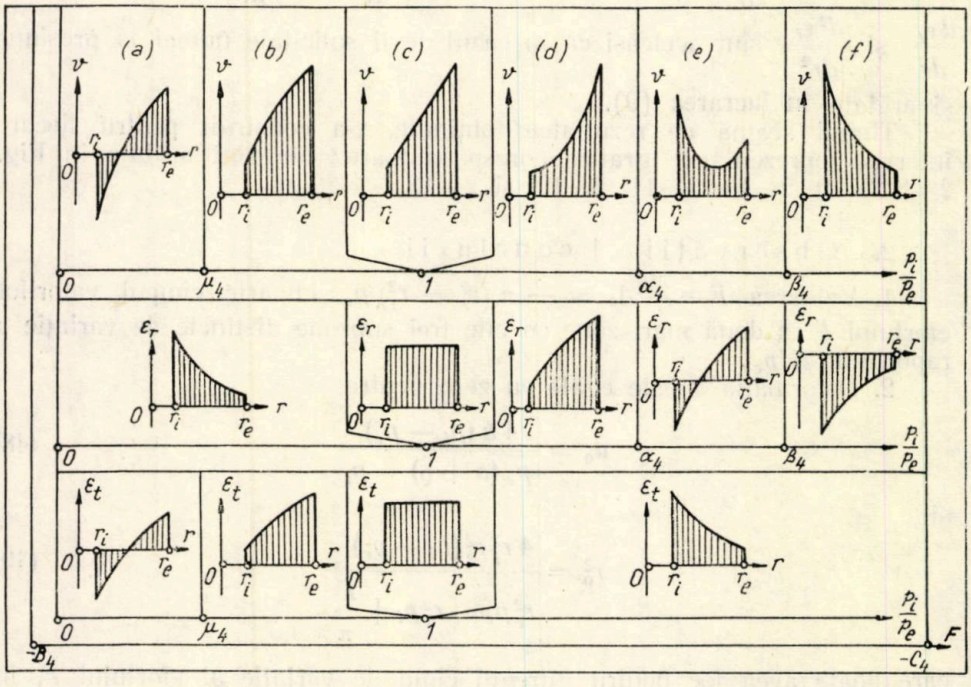

(a)
(b)
(c)
(d)
(e)
(f)
v
r
r_i
r_e
0
1
μ_4
α_4
β_4
$\frac{p_i}{p_e}$
ε_r
ε_t
F
$-B_4$
$-C_4$

Fig. 2-9.

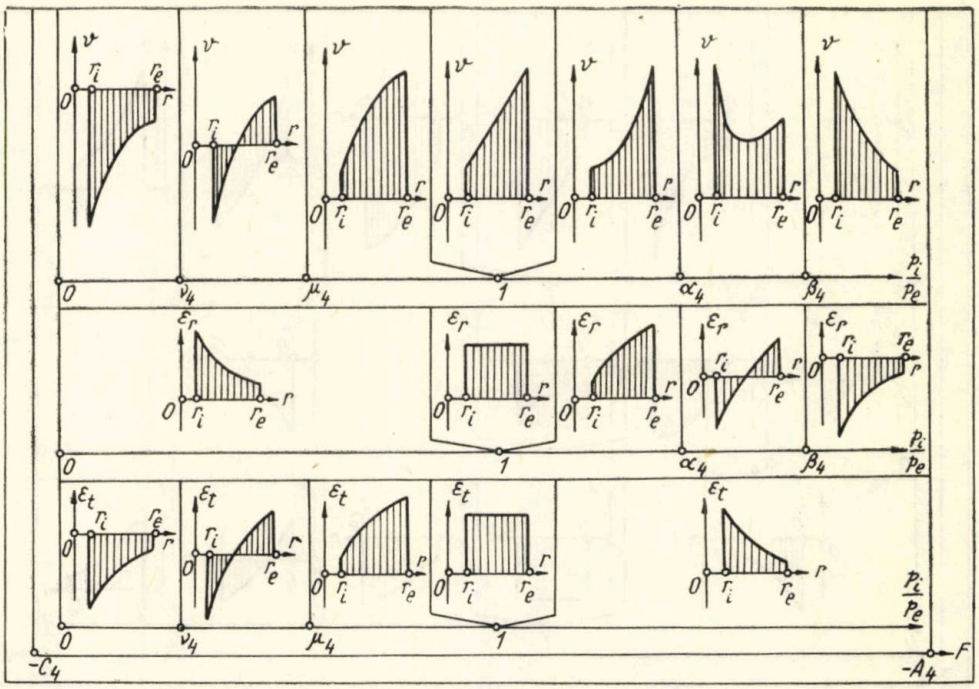


Fig. 2-10.

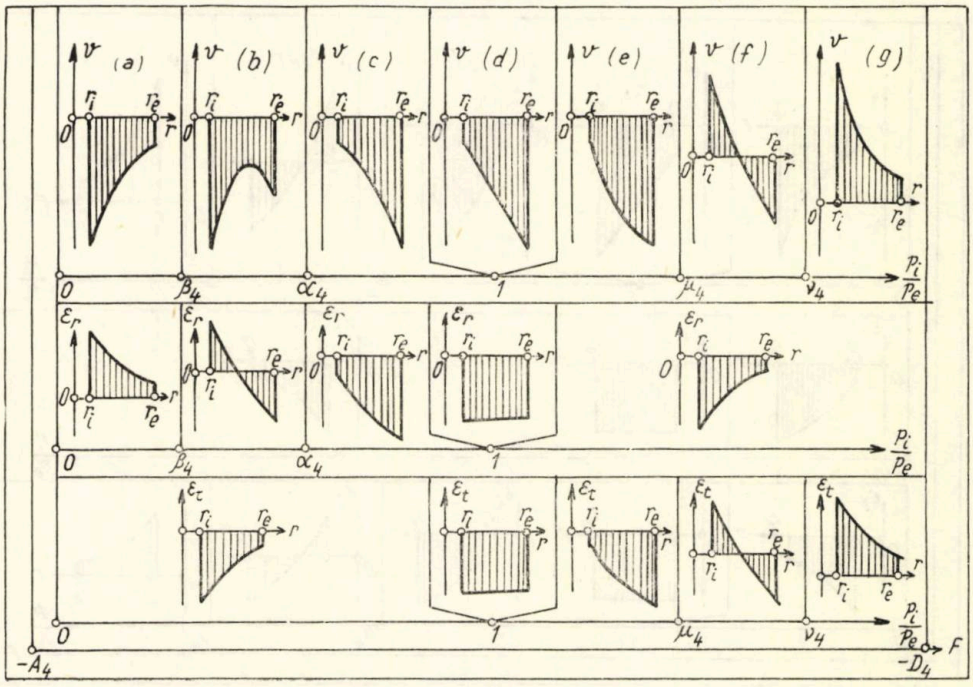


Fig. 2-11.

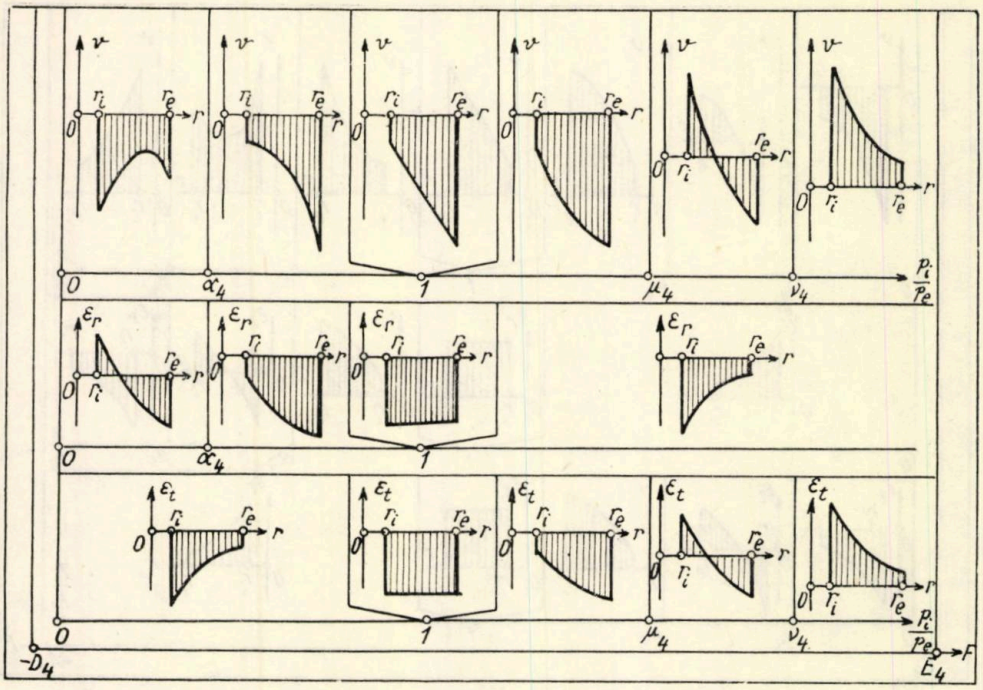


Fig. 2-12.

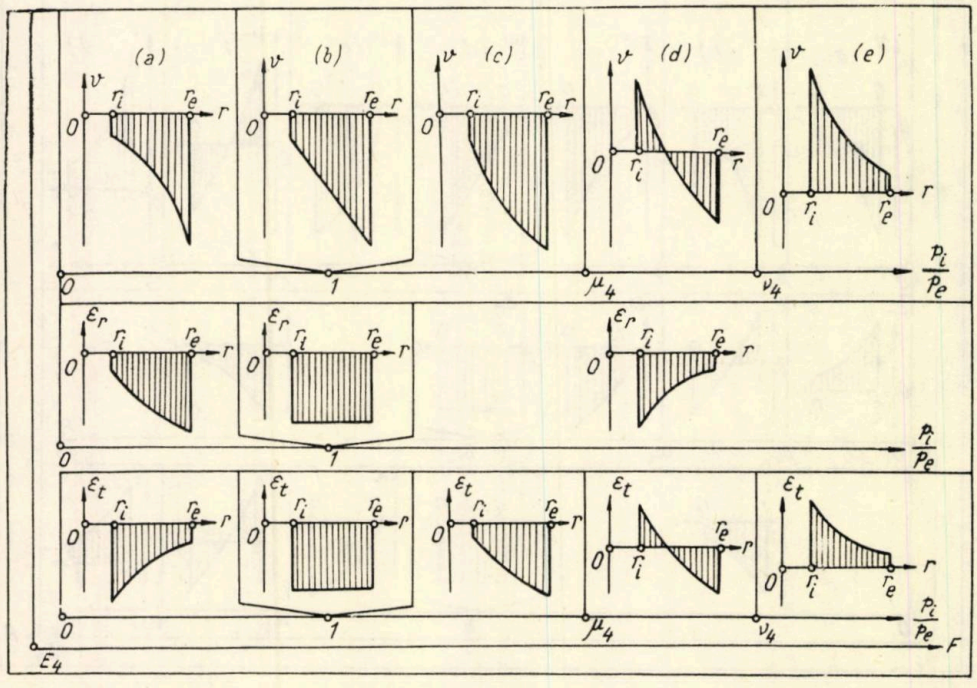


Fig. 2-13.

3. Deformația v poate fi negativă pe o porțiune dinspre interior a peretelui, în intervalele:

$$(-B_4 < F < -C_4) \text{ și } (-C_4 < F < -A_4).$$

Ea poate fi pozitivă pe o porțiune dinspre interiorul peretelui țevii și negativă pe restul peretelui, în intervalele:

$$(-A_4 < F < -D_4),\ (-D_4 < F < E_4) \text{ și } (E_4 < F).$$

4. Deformația v se poate anula pe una din fețele țevii; aceasta are loc pentru fața interioară în condițiile:

$$\left.\begin{aligned} \frac{p_i}{p_e} &= \mu_4 \\ F &> -B_4 \end{aligned}\right\} \tag{50}$$

iar pentru fața exterioară, în condițiile:

$$\left.\begin{aligned} \frac{p_i}{p_e} &= \nu_4 \\ F &> -C_4 \end{aligned}\right\} \tag{51}$$

5. Deformația absolută v poate varia liniar față de rază în peretele țevii, în cazul cînd $p_i/p_e = 1$. Valoarea sa devine

$$v = \frac{-rp\,(a-1+\varrho)}{3E\,(a-1)} \tag{52}$$

unde $p = p_i = p_e$.

6. Deformația v prezintă un extrem pentru

$$u_m = \frac{4a\,(p_i - p_e)}{p_i - p_e\,(a+\varrho)} = \frac{4a\left(\frac{p_i}{p_e} - 1\right)}{\frac{p_i}{p_e} - (a+\varrho)} \tag{53}$$

$$r_m^2 = \frac{4\,r_i^2 r_e^2\,(p_i - p_e)}{r_i^2 p_i^2 - r_e^2 p_e^2 - \frac{F}{\pi}}. \tag{54}$$

Acest extrem este un minim în intervalele $(F < -B_4)$, Fig. 2—8; $(-B_4 < F - C_4)$, Fig. 2—9; $(-C_4 < F < -A_4)$, Fig. 2—10.

El este un maxim în intervalele $(-A < F < -D_4)$, Fig. 2—11 și $(-D_4 < F < E_4)$, Fig. 2—12.

In zona $(E_4 < F)$, Fig. 2—13, nu are loc nici un extrem.

7) Expresia acestui extrem este

$$v_m = \frac{4 r_e p_e}{3 E (a-1)} \sqrt{(X-1)(X-a-\varrho)} \tag{55}$$

unde $x = \frac{P_i}{P_e}$.

8. Extremul funcției $v(r)$ nu poate fi nul pentru valori practice ale razei țevii.

9. În intervalele de variație ale raportului $p/_i p_e$ în care are loc un extrem al lui v, nu pot exista în peretele țevii, concomitent, valori pozitive și negative ale deformației v

2.4. Variația grosimii peretelui țevii

a) În tabela nr. 2—2 sînt arătate expresiile deformației absolute v din care se deduce variația δ a grosimii peretelui țevii.

Tabela nr. 2—2

Expresii ale deformației absolute v și a variației grosimii peretelui țevii, $\delta = v_e - v_i$

$v_i = \frac{1}{3E(r_e^2 - r_i^2)} \left[r_i \left(p_i r_i^2 - p_e r_e^2 - \frac{F}{\pi} \right) + 4 r_i r_e^2 (p_i - p_e) \right]$
$v_e = \frac{1}{3E(r_e^2 - r_i^2)} \left[r_e \left(p_i r_i^2 - p_e r_e^2 - \frac{F}{\pi} \right) + 4 r_i^2 r_e (p_i - p_e) \right]$
$\delta = v_e - v_i = \frac{1}{3E(r_i + r_e)} \left[p_i r_i^2 - p_e r_e^2 - 4 r_i r_e (p_i - p_e) - \frac{F}{\pi} \right]$
$\delta = \frac{p_e}{3E(r_i + r_e)} \left[r_e (4 r_i - r_e) - \frac{p_i}{p_e} r_i (4 r_e - r_i) - \frac{F}{\pi} \right]$

b) Folosim relația

$$\delta = \frac{p_e}{3E(r_i + r_e)} \left[r_e (4 r_i - r_e) - \frac{p_i}{p_e} r_i (4 r_e - r_i) - \varrho r_i^2 \right] \tag{56}$$

unde ϱ are semnificația (20).

Relația (56) permite a scrie grupul de relații de condiționare reciprocă:

$$\left.\begin{array}{l} \delta \gtrless 0 \\ \dfrac{p_i}{p_e} \leqslant \dfrac{r_e (4 r_i - r_e) - \varrho r_i^2}{r_i (4 r_e - r_i)} = k_4 \end{array}\right\} \tag{57}$$

Pentru a putea avea $p_i/p_e < k_4$, cum $p_i/p_e \geqslant 0$, trebuie să avem $k_4 > 0$ și cum $4r_e - r_i > 0$ trebuie să avem

$$\left.\begin{aligned} &\frac{p_i}{p_e} < k_4 \\ &k_4 > 0 \end{aligned}\right\} \tag{58}$$

și deci

$$r_e(4r_i - r_e) - \varrho r_i^2 > 0$$

de unde

$$F < \pi r_e (4r_i - r_e) p_e \tag{59}$$

care este condiția pentru $p_i/p_e < k_4$.

Condiția $p_i/p_e > k_4$ poate fi satisfăcută pentru orice valoare pozitivă sau negativă a lui k_4 și deci a lui F

c) Pentru $\delta = 0$, trebuie ca F să varieze într-un interval ce conține un extrem.

Să presupunem că acest extrem este un minim. În acest caz trebuie să avem

$$\alpha_4 < \frac{p_i}{p_e} = k_4 < \beta_4 \tag{60}$$

care corespunde zonei ($F < A_4$) și cum trebuie să avem și $k_4 > 0$ ($p_i/p_e > 0$) adică să fie satisfăcută relația (59), rezultă condițiile concomitente

$$\left.\begin{aligned} &F < -A_4 \\ &F < \pi r_e (4r_i - r_e) p_e \end{aligned}\right\} \tag{61}$$

Dar la comparația

$$-A_4 \gtrless \pi r_e (4r_i - r_e) p_e \tag{62}$$

corespunde comparația

$$r_e^2 - r_i^2 - 4r_i r_e \gtrless 0\,. \tag{63}$$

Prin urmare trebuie să avem îndeplinite, fie condițiile

$$\left.\begin{aligned} &F < -A_4 \\ &r_e^2 - r_i^2 - 4r_i r_e < 0 \end{aligned}\right\} \tag{64}$$

fie condițiile

$$\left.\begin{aligned} &F < \pi r_e (4r_i - r_e) p_e \\ &r_e^2 - r_i^2 - 4r_i r_e > 0 \end{aligned}\right\} \tag{65}$$

Relațiile (60), (64) și (65) reprezintă condițiile de existență ale stării $\delta = 0$ în cazul unui minim al deformației v.

Să presupunem acum că acest extrem este un maxim.

Trebuie deci să avem relațiile impuse de intervalul în care avem un maxim

$$\beta_4 < \frac{p_i}{p_e} = k_4 < \alpha_4 \tag{66}$$

și relația (59), impusă de $p_i/p_e > 0$, deci $k_4 > 0$.

Deoarece

$$\pi r_e (4 r_i - r_e) p_e < E_4 \tag{67}$$

rezultă condiția pentru F

$$-A_4 < F < \pi r_e (4 r_i - r_e) p_e \tag{68}$$

care implică și condițiile (62), deci relația (63) sub forma

$$r_e^2 - r_i^2 - 4 r_i r_e < 0 . \tag{69}$$

Relațiile (66), (68) și (69) sînt condițiile de existență ale stării $\delta = 0$, *în cazul unui maxim al deformației* v.

d) Comparația lui k_4 cu unitatea, duce la

$$\left.\begin{aligned} k_4 &\gtrless 1 \\ F &\lessgtr -A_4 \end{aligned}\right\} \tag{70}$$

e) Sensul variației δ se poate sintetiza, ținînd seamă de cele de mai sus și de schema de poziție din Fig. 2—4, ca în Fig. 2—14.

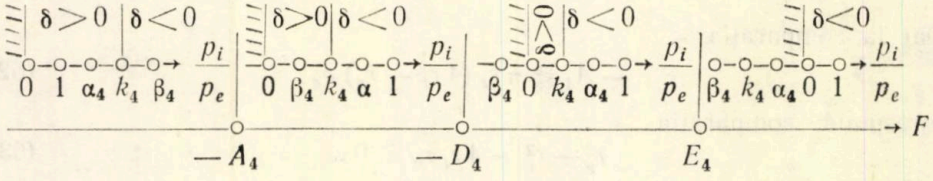


Fig. 2—14

f) Din relația (56) rezultă că δ este o funcție liniară de p_i/p_e, avînd coeficientul unghiular

$$\frac{-p_e r_i (4 r_e - r_i)}{3 E (r_i + r_e)} \tag{71}$$

care este totdeauna negativ

Reprezentarea grafică este dată de Fig. 2—15 pentru cazul cînd efortul axial satisface relația $F > 2\pi r_e (2 r_i - r_e)$ și Fig. 2—16 pentru cazul cînd efortul axial satisface relația $F < 2\pi r_e (2 r_i - r_e)$.

g) Dacă în (56) facem

$$r_e (4 r_i - r_e) - \varrho r_i^2 = 0 \tag{72}$$

echivalînd cu $k_4 = 0$, rezultă

$$F = \pi r_e (4 r_i - r_e)\, p_e \tag{73}$$

iar expresia variației δ devine

$$\delta = \frac{-p_i r_i (4 r_e - r_i)}{3 E (r_i + r_e)} \tag{74}$$

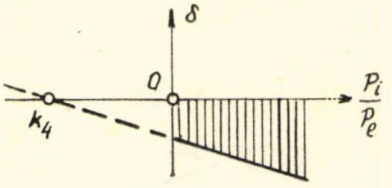


Fig. 2-15.

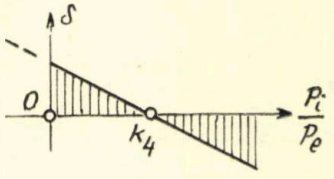


Fig. 2-16.

adică *peretele țevii suferă o subțiere proporțională cu presiunea interioară și independentă de presiunea exterioară.*

h) Făcînd în (56)

$$4 r_i - r_e = 0 \quad \text{sau} \quad e = 3 r_i$$

rezultă

$$\delta = -\frac{15 p_i r_i^2 + \dfrac{F}{\pi}}{15 E r_i} \tag{75}$$

care arată și pentru acest caz, fenomenul foarte interesant că *pentru o țeavă avînd grosimea peretelui cît trei semicalibre variația grosimii acestui perete este întotdeauna o subțiere, este o funcție liniară de presiunea interioară și nu depinde de presiunea exterioară.*

i) Dacă $p_i = 0$, expresia reformației δ devine

$$\delta = \frac{1}{3 E (r_i + r_e)} [p_e r_e (4 r_i - r_e) - \varrho r_i^2] \tag{76}$$

care este o funcție liniară de p_e. Coeficientul său unghiular este

$$\frac{r_e (4 r_i - r_e)}{3 E (r_i + r_e)} \tag{77}$$

putînd fi pozitiv numai pentru $e < 3 r_i$.

Expresia (76) permite condiționarea

$$\left.\begin{aligned} &\delta \gtrless 0 \\ &p_e \gtrless \frac{F}{\pi r_e (4 r_i - r_e)} \end{aligned}\right\} \tag{78}$$

precum și

$$\left.\begin{aligned} &\delta = 0 \\ &p_e = \frac{F}{\pi r_e (4 r_i - r_e)} \end{aligned}\right\} \tag{79}$$

Deoarece putem avea $F \gtrless 0$ și $4 r_i - r_e \gtrless 0$ sau $e \lesseqgtr 3 r_i$, rezultă patru diagrame care sînt arătate în Fig. 2—17.

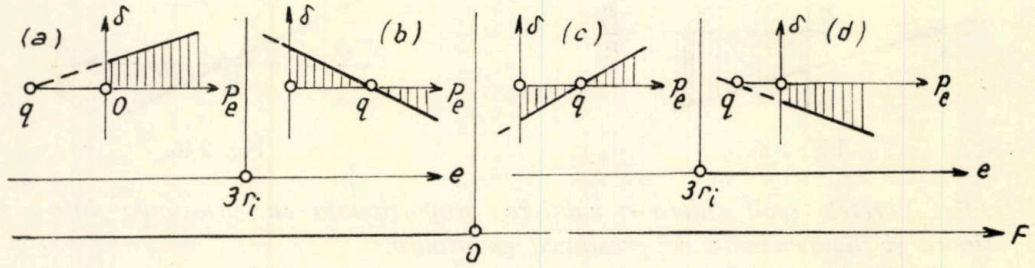


Fig. 2-17.

3. Incheiere

Studiul deformării țevii sub acțiunea presiunii interioare p_i, a presiunii exterioare p_e și a unui efort axial F care nu produce flambaj, considerînd ca perimetri variabili raportul p_i/p_e și efortul F, a comportat cercetarea a trei feluri de deformații : deformațiile specifice și deformațiile absolute referitoare la distanțele la o axă sau un plan de referință și variația unei dimensiuni de la o porțiune oarecare, finită, aparținînd țevii.

Folosind acești parametri, s-au putut pune în evidență numeroase aspecte ale deformației țevilor, fără însă a se putea considera epuizată problema acestor aspecte. Dintre acestea s-a studiat în prezenta lucrare o parte din cele care țin de geometria deformării. S-a ajuns astfel a se stabili modul în care se modifică lungimea țevii și razele ei, scoțîndu-se în evidență cîteva particularități interesante și utile.

Pentru aceasta a fost necesar să se treacă de la deformațiile specifice la cele absolute. Aceasta a permis dezvăluirea unui mare număr de posibilități ale modului în care se comportă țeava din punct de vedere geometric sub acțiunea eforturilor considerate.

Spre a da o idee despre acest larg cîmp de posibilități este suficient să recapitulez că pentru efortul axial F sînt 6 zone de variație distincte,

că pentru fiecare din aceste zone există cîte 4 zone distincte de variații ale raportului $\frac{p_i}{p_e}$, fiecăreia corespunzînd cîte o diagramă pentru deformația specifică ε_r și alta pentru deformația specifică ε_t; de asemenea, există cîte 6 zone distincte de variație ale deformației absolute v. Acestea au condus la construcția a 48 diagrame ale deformației absolute v, și cîte 32 diagrame pentru fiecare din deformațiile specifice ε_r și ε_t.

Probleme interesante și numeroase apar de asemenea și în legătură cu variația δ a grosimii peretelui țevii.

Proprietățile și particularitățile acestor deformații, au fost indicate la capitolul „Observații și concluzii"; în cele mai multe cazuri, ele se pot urmări pe schemele și diagramele prezentate în lucrare.

Catedra de mecanică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *N. M. Beliaev:* Rezistența materialelor. Trad. din limba rusă. Ed. tehnică, 1956.

2. *Gh. Buzdugan și colab.:* Curs de rezistența materialelor. Ed. Tehnică, 1957—1964.

3. *Gh. Buzdugan și colab.:* Culegere de probleme de Rezistența materialelor. Ed. tehnică. 1955—1963.

4. *M. M. Filonenco Borodici și colab.:* Curs de Rezistența materialelor. Trad. din limba rusă. Ed. tehnică, 1952.

5. *E. K. Larman:* Proiectarea gurilor de foc. Traducere din limba rusă. Inst. doc. Tehnică, 1950.

6. *K. D. Ponomarev și colab.:* Bazele metodelor moderne de calcul în construcția de mașini. Ed. Masghiz, Moscova, 1952.

7. *I. Gh. Zamfirescu:* Unele aspecte ale rezistenței țevilor. Buletinul Inst. politehnic București, pg. 113, Nr. 6/1963.

8. *I. Gh. Zamfirescu:* Asupra unor aspecte ale rezistenței țevilor. Bul. Inst. politehnic București, pag. Nr. 3/1964.

9. *I. Gh. Zamfirescu:* Deformația absolută a țevii închise la capete și supusă la presiune interioară și exterioară. Bul. Inst. politehnic Gheorghe Gheorghiu-Dej, Nr. 2/1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1965, Numărul 1

C.Z. :621—42:539.4:624.072.2

APLICAREA METODEI PARAMETRILOR INIȚIALI IN STUDIUL VIBRAȚIILOR LA BARELE CU PEREȚI SUBȚIRI AVIND PROFILUL INCHIS *

TOMA PANA

Folosind ipoteza nedeformabilității conturului, precum și ipoteza lui Umanski, la barele cu pereți subțiri avînd profilul închis și secțiunea constantă, se obține un sistem de ecuații diferențiale pentru mișcarea vibratorie de încovoiere-răsucire, care după eliminarea variabilei timp, se poate scrie sub următoarea formă adimensională :

$$\bar{\eta}_0^{IV} + \varkappa \left[\bar{\eta}_0'' - b_z^4 \bar{\eta}_0 + z_0 b_z^4 \varphi_0 \right] = 0$$

$$\bar{\zeta}_0^{IV} + \varkappa \left[\bar{\zeta}_0'' - b_y^4 \bar{\zeta}_0 - y_0 b_y^4 \varphi_0 \right] = 0$$

$$\varphi_0^{IV} + (\varkappa + \varkappa a_f^2 - c_\omega^2) \varphi_0'' - \varkappa (a_\omega^4 - \varkappa a_f^2) \varphi_0 - \varkappa a_f^2 \frac{z_0 + z_f}{h_f^2} \bar{\eta}_0'' - \tag{1}$$

$$- \varkappa \left(\varkappa a_f^2 \frac{z_0 + z_f}{h_f^2} - a_\omega^4 \frac{z_0}{h^2} \right) \bar{\eta}_0 + \varkappa a_f^2 \frac{y_0 + y_f}{h_f^2} \bar{\zeta}_0'' +$$

$$+ \varkappa \left(\varkappa a_f^2 \frac{y_0 + y_f}{h_f^2} - a_\omega^4 \frac{y_0}{h^2} \right) \bar{\zeta}_0 = 0.$$

In acest sistem $\bar{\eta}_0$, $\bar{\zeta}_0$ și φ_0 reprezintă deplasările generale ale secțiunii transversale exprimate în funcție de variabila adimensională :

$$\theta = \frac{x}{l}, \tag{2}$$

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 28—30 mai 1965.

iar celelalte notații au următoarea semnificație :

$$\varkappa = \frac{\gamma p^2 l^2}{Eg} \quad , \quad b_z^4 = \frac{Al^2}{I_z} \quad , \quad b_y^4 = \frac{Al^2}{I_y}$$

$$a_f^2 = \frac{EA}{GI_f} h_f^2 \, , \quad c_{\bar{\omega}}^2 = \frac{GI_t}{EI_{\bar{\omega}}} \nu l^2 \, , \quad a_{\bar{\omega}}^4 = \frac{A\nu}{I_{\bar{\omega}}} h^2 l^2 \tag{3}$$

$$h^2 = \frac{I_y + I_z}{A} + z_0^2 + y_0^2$$

$$h_f^2 = h^2 + z_0 z_f + y_0 y_f$$

Simbolurile folosite în aceste notații corespund următoarelor mărimi :

A — aria secțiunii ;

I_y și I_z — momentele de inerție ale secțiunii în raport cu axele Oy și O_z din planul său ;

I_f — momentul de inerție dirijat al secțiunii raportat la centrul de forfecare pură $F(y_f, z_f)$;

I_t — momentul de inerție polar convențional ;

$I_{\bar{\omega}}$ — momentul de inerție sectorial generalizat ;

$\nu = 1 - \frac{I_t}{I_f}$ — coeficientul de deformație al secțiunii ;

p — pulsația vibrației ;

γ — greutatea specifică a materialului din care este confecționată bara ;

E și G — modulul de elasticitate longitudinal și transversal ;

y_0 , z_0 — coordonatele centrului de rotație al secțiunii ;

l — lungimea barei ;

g — accelerația gravitației.

Soluțiile sistemului (1) sînt de forma :

$$\bar{\eta}_\theta = \sum_1^6 A_{1i} \, sh \, s_i \, \theta + \sum_1^6 B_{1i} \, ch \, s_i \, \theta$$

$$\bar{\zeta}_\theta = \sum_1^6 A_{2i} \, sh \, s_i \, \theta + \sum_1^6 B_{2i} \, ch \, s_i \, \theta \tag{4}$$

$$\varphi_\theta = \sum_1^6 A_{3i} \, sh \, s_i \, \theta + \sum_1^6 B_{3i} \, ch \, s_i \, \theta$$

unde s_i sînt soluțiile ecuației caracteristice :

$$\begin{vmatrix} s_i^4 + \varkappa (s_i^2 - b_z^4) & 0 & z_0 \varkappa b_z^4 \\ 0 & s_i^4 + \varkappa (s_i^2 - b_y^4) & -y_0 \varkappa b_y^4 \\ -\varkappa a_f^2 \dfrac{z_0 + z_f}{h_f^2}(s_i^2 + \varkappa) + & \varkappa a_f^2 \dfrac{y_0 + y_f}{h_f^2}(s_i^2 + \varkappa) - & s_i^4 + (\varkappa + \varkappa a_f^2 - c_{\bar{\omega}}^2) s_i^2 - \\ + \varkappa a_{\bar{\omega}}^4 \dfrac{z_0}{h^2} & - \varkappa a_{\bar{\omega}}^4 \dfrac{y_0}{h^2} & - \varkappa (a_{\bar{\omega}}^4 - \varkappa a_f^2) \end{vmatrix} = 0 \tag{5}$$

care este de gradul șase în s_i^2.

Constantele arbitrare A și B din soluțiile (4) se pot exprima cu ajutorul parametrilor inițiali :

$$\bar{\eta}_0 , \bar{\eta}_0' , M_{z0} , T_{y0} , \bar{\zeta}_0 , \bar{\zeta}_0' , M_{y0} , T_{z0} , \varphi_0 , \beta_0 , M_{tf0} \text{ și } B_{\bar{\omega}0}$$

din secțiunea $\theta = 0$.

Pentru aceasta este necesar să se scrie funcțiile (4) și derivatele lor în secțiunea inițială și să se țină seama de relațiile diferențiale dintre eforturi și deplasări. Se obține un sistem de ecuații din care se determină cele 36 de constante de integrare, exprimate cu ajutorul a 12 parametrii inițiali. Înlocuind valorile constantelor în soluțiile (4) rezultă relațiile parametrilor inițiali pentru deplasările generale ale secțiunii.

În cazul particular al secțiunilor axial simetrice aceste relații se scriu :

$$\bar{\eta}_0 = \bar{\eta}_0 F_{11}'(\theta) + \bar{\eta}_0' [F_{11}(\theta) + \varkappa F_{12}(\theta)] + \frac{M_{z0} l^2}{EI_z} F_{12}'(\theta) + \frac{T_{y0} l^3}{EI_z} F_{12}(\theta)$$

$$\bar{\zeta}_0 = \bar{\zeta}_0 F_{21}'(\theta) + \bar{\zeta}_0' [F_{21}(\theta) + \varkappa F_{22}(\theta)] - \frac{M_{y0} l^2}{EI_y} F_{22}'(\theta) + \frac{T_{z0} l^3}{EI_y} F_{22}(\theta)$$

$$\varphi_0 = \varphi_0 [F_{31}'(\theta) + \varkappa a_f^2 F_{32}'(\theta)] + \nu \beta_0 l [F_{31}(\theta) + (\varkappa + \varkappa a_f^2 - c_{\bar{\omega}}^2) F_{32}(\theta)] +$$
$$+ \frac{\nu B_{\bar{\omega}0} l^2}{EI_{\bar{\omega}}} F_{32}'(\theta) + \frac{M_{tf0} l}{GI_f} \left[F_{31}(\theta) + \left(\varkappa a_f^2 + \frac{\nu}{1 - \nu} c_{\bar{\omega}}^2 \right) F_{32}(\theta) \right] \tag{6}$$

Funcțiile $F(\theta)$ au expresiile :

$$F_{11}(\theta) = \frac{s_2^2}{s_1 (s_2^2 - s_1^2)} sh\, s_1 \theta - \frac{s_1^2}{s_2 (s_2^2 - s_1^2)} sh\, s_2 \theta$$

$$F_{12}(\theta) = \frac{1}{s_1 (s_2^2 - s_1^2)} sh\, s_1 \theta - \frac{1}{s_2 (s_2^2 - s_1^2)} sh\, s_2 \theta$$

$$F_{21}(\theta) = \frac{s_4^2}{s_3 (s_4^2 - s_3^2)} sh\, s_3 \theta - \frac{s_3^2}{s_4 (s_4^2 - s_3^2)} sh\, s_4 \theta$$

$$F_{22}(\theta) = \frac{1}{s_3(s_4^2 - s_3^2)} sh\, s_3\theta - \frac{1}{s_4(s_4^2 - s_3^2)} sh\, s_4\theta \tag{7}$$

$$F_{31}(\theta) = \frac{s_6^2}{s_5(s_6^2 - s_5^2)} sh\, s_5\theta - \frac{s_5^2}{s_6(s_6^2 - s_5^2)} sh\, s_6\theta$$

$$F_{32}(\theta) = \frac{1}{s_5(s_6^2 - s_5^2)} sh\, s_5\theta - \frac{1}{s_6(s_6^2 - s_5^2)} sh\, s_6\theta$$

în care :

$$s_{1,2} = \sqrt{\frac{-\varkappa \pm \sqrt{\varkappa^2 + 4\varkappa b_z^4}}{2}}$$

$$s_{3,4} = \sqrt{\frac{-\varkappa \pm \sqrt{\varkappa^2 + 4\varkappa b_y^4}}{2}} \tag{8}$$

$$s_{5,6} = \sqrt{\frac{-(\varkappa + \varkappa a_f^2 - c_{\bar{\omega}}^2) \pm \sqrt{(\varkappa + \varkappa a_f^2 - c_{\bar{\omega}}^2)^2 + 4\varkappa(a_{\bar{\omega}}^4 - \varkappa a_f^2)}}{2}}$$

În relațiile (6) s-a notat cu :

M_z , M_y — momentele încovoietoare ;
T_y , T_z — forțele tăietoare ;
β — deplanarea ;
$B_{\bar{\omega}}$ — bimomentul de încovoiere răsucire ;
M_{tf} — momentul de răsucire față de centrul de forfecare pură.

Toate mărimile care se referă la secțiunea inițială $\theta = 0$ poartă indicele zero.

Calculul pulsațiilor proprii de încovoiere și de răsucire se reduce la punerea condițiilor la limite în relațiile (6).

Avantajul deosebit al acestor relații constă în faptul că indiferent de modul de rezemare, jumătate din parametrii inițiali sînt nuli. Relațiile (6) fiind independente, înseamnă că pentru fiecare din ele trebuie determinați numai cîte doi parametri. Ecuațiile pentru calculul acestor parametri rezultă din punerea condițiilor la limită în secțiunea $\theta = 1$. Cele două ecuații astfel obținute formează un sistem omogen a cărui condiție de compatibilitate reprezintă tocmai ecuația pulsațiilor.

Din rezolvarea acestor ecuații rezultă următoarele expresii ale pulsațiilor de încovoiere :

— pentru bara simplu rezemată la capete :

$$p = \sqrt{\frac{Eg}{\gamma l^2} \cdot \frac{\pi^4 n^2}{\pi^2 n^2 + b_z^4}} \tag{9}$$

— pentru bara simplu rezemată la un capăt și încastrată la celălalt:

$$p = \sqrt{\frac{Eg}{\gamma l^2} \cdot \frac{4\left[\left(n+\frac{1}{4}\right)\pi\right]^4}{4b_z^4 + 4\left[\left(n+\frac{1}{4}\right)\pi\right]^2}} \tag{10}$$

— pentru bara încastrată la ambele capete:

$$p = \sqrt{\frac{Eg}{\gamma l^2} \cdot \frac{4\left[\frac{2n+1}{2}\pi\right]^4}{4b_z^4 + 4\left[\frac{2n+1}{2}\pi\right]^2}} \tag{11}$$

Expresia pulsațiilor proprii de răsucire pentru bara simplu rezemată la ambele capete este:

$$p = \sqrt{\frac{Eg}{\gamma l^2} \cdot \frac{n^2\pi^2(1+a_f^2) + a_\omega^4 \pm \sqrt{[n^2\pi^2(1+a_f^2)+a_\omega^4]^2 - 4a_f^2[n^4\pi^4 + n^2\pi^2 c_\omega^2]}}{2a_f^2}} \tag{12}$$

Pentru celelalte moduri de rezemare, rezolvarea ecuațiilor pulsațiilor sub formă literară este foarte dificilă. De aceea se indică numai expresiile acestor ecuații care sînt:

— pentru bara simplu rezemată la un capăt și încastrată la celălalt:

$$\frac{th\, s_5}{th\, s_6} = \frac{s_5}{s_6} \cdot \frac{s_5^2 + \varkappa a_f^2 + \frac{\nu}{1-\nu} c_\omega^2}{s_6^2 + \varkappa a_f^2 + \frac{\nu}{1-\nu} c_\omega^2} \tag{13}$$

— pentru bara încastrată la ambele capete:

$$\frac{1 - ch\, s_5\, ch\, s_6}{sh\, s_5\, sh\, s_6} = -\frac{1}{2}\left[\frac{s_5}{s_6} \cdot \frac{s_5^2 + \varkappa a_f^2 + \frac{\nu}{1-\nu} c_\omega^2}{s_6^2 + \varkappa a_f^2 + \frac{\nu}{1-\nu} c_\omega^2} + \frac{s_6}{s_5} \cdot \frac{s_6^2 + \varkappa a_f^2 + \frac{\nu}{1-\nu} c_\omega^2}{s_5^2 + \varkappa a_f^2 + \frac{\nu}{1-\nu} c_\omega^2}\right] \tag{14}$$

În relațiile (9) ... (12) cu n s-a notat ordinul armonicei.

Se observă că în relațiile (6) parametrii inițiali dau componente aditive. Aceasta ușurează scrierea expresiilor deplasărilor generale ale secțiunii în cazul vibrațiilor forțate, fapt care face posibilă studierea unor probleme foarte importante. Printre ele se numără și studiul efectului restrîngerilor de deplanare asupra pulsațiilor proprii de răsucire.

În practică se întîlnesc frecvent exemple de bare care au în lungul lor una sau mai multe diafragme rigide introduse cu scopul de a se asigura nedeformabilitatea conturului s-au pentru a mijloci aplicarea unor forțe concentrate.

Diafragmele rigide împiedică deplanarea secțiunilor în care sînt montate; în consecință, calculul pulsațiilor nu se mai poate face cu relațiile de mai sus, întrucît acestea nu țin seama decît de restrîngerile de deplanare provenite din modul de rezemare.

Pornind de la constatarea că efectul diafragmei este echivalent cu acela al unui bimoment concentrat aplicat din exterior în secțiunea respectivă, ultima relație (6) se scrie:

$$\varphi_\theta = \varphi_0 \left[F'_{31}(\theta) + \varkappa a_f^2 F'_{32}(\theta)\right] + \nu\beta_0 l \left[F_{31}(\theta) + \left(\varkappa + \varkappa a_f^2 - c_{\bar\omega}^2\right) F_{32}(\theta)\right] + \\ + \frac{\nu B_{\bar\omega 0} l^2}{EI_{\bar\omega}} F'_{32}(\theta) + \frac{M_{t f0} l}{GI_f}\left[F_{31}(\theta) + \left(\varkappa a_f^2 + \frac{\nu}{1-\nu} c_{\bar\omega}^2\right) F_{32}(\theta)\right] + \\ + \nu \frac{B_{\bar\omega 2} l^2}{EI_{\bar\omega}} F'_{32}(\theta - \theta_2). \tag{15}$$

Cum totdeauna doi din cei 4 parametrii inițiali sînt zero, punînd condițiile limită în secțiunea $\theta = 1$ și condiția ca deplanarea β să se anuleze în secțiunea $\theta = \theta_2$, în care este situată diafragma, rezultă un sistem omogen din care se pot calcula valorile parametrilor inițiali ne nuli, precum și valoarea bimomentului $B_{\bar\omega 2}$ echivalent diafragmei. Condiția de compatibilitate a acestui sistem este ecuația pulsațiilor. De exemplu pentru bara simplu rezemată la capete avînd o diafragmă în secțiunea θ_2 această ecuație este:

$$\frac{ch\, s_5 (1-\theta_2)\, sh\, s_6 \cdot ch\, s_5 \theta_2}{ch\, s_6 (1-\theta_2)\, sh\, s_5\, ch\, s_6 \theta_2} = \frac{s_6\left(\varkappa a_f^2 + \dfrac{\nu}{1-\nu} c_{\bar\omega}^2 + s_6^2\right)}{s_5\left(\varkappa a_f^2 + \dfrac{\nu}{1-\nu} c_{\bar\omega}^2 + s_5^2\right)}. \tag{16}$$

Rezultă că valoarea pulsației este funcție de poziția diafragmei. Se observă că aceasta crește pe măsură ce diafragma se apropie de unul din reazime, ea fiind minimă atunci cînd diafragma este situată la mijlocul deschiderii.

Atît pentru $\theta_2 = 0$ cît și pentru $\theta_2 = 1$ diafragma fiind situată pe unul din reazime, acesta devine echivalent cu o încastrare. Într-adevăr punînd $\theta_2 = 0$ sau $\theta_2 = 1$ în ecuația (16) aceasta devine identică cu relația (13) obținută pentru bara simplu rezemată la un capăt și încastrată la celălalt.

Catedra de rezistența materialelor I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1 *Н. И. Безухов, О. В. Лужин:* — К расчету тонкостенных стержней на вынужденные колебания, Исследования по теории сооружений, выпуск VII, Госстройиздат, Москва, 1957.

2. *T. Pană:* — Studiul vibrațiilor la barele cu pereți subțiri avînd profilul închis. Lucrare de disertație, Institutul politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej", București, 1965.

3. *T. Pană:* — Calculul pulsațiilor proprii ale vibrațiilor de încovoiere răsucire la barele cu pereți subțiri avînd profilul închis. Studii și cercetări de mecanică aplicată, tom 18, fascicola 2, Editura Academiei R.P.R., București, 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 1

CENTRALE ELECTRICE

C.Z. : 621.315.616:621.311:621.3.027

UTILISATION DES TUBES EN MASSE PLASTIQUE POUR L'ISOLATION DES BARRES DE MOYENNE TENSION DE 6 - 15 kV DANS LES CENTRALES ET STATIONS ELECTRIQUES *

C. DINCULESCU, D. MARK, D. CRISTESCU, M. MARINESCU,
N. GOLOVANOV, I. VLAICU

Introduction

Ce travail est le fruit d'une étroite collaboration entre enseignants de l'Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" de Bucarest et spécialistes de l'Institut d'Etudes et de Projections Energétiques, afin d'introduire dans les centrales de grande puissance en construction des solutions originales en utilisant les nouveaux matériaux produits par l'industrie chimique de la République Socialiste de Roumanie.

Le travail vise à faire remplacer les tubes métalliques de séparation des barres de moyenne tension 6—15 kV en aluminium ainsi que les isolateurs-supports et les armatures-supports, par des tubes PCV-dur (Polychlorure de vinil-dur) fabriqué en R. S. Roumanie.

Le travail démontre les avantages de cette solution du point de vue technique et économique et fait connaître les résultats des expériences entreprises sur le vif et sur le modèle, résultats qui ont confirmé la justesse de la solution qui a été mise en oeuvre.

L'une des principales exigences pour l'exploitation de l'équipement énergétique est la sûreté du fonctionnement des installations.

Parmi les nombreuses tentatives visant à l'accroissement du degré de sûreté, il faut indiquer l'augmentation de la réserve et dès coefficients de sûreté — mesures injustifiables par les calculs techniques et économiques — ainsi que l'adoption des solutions capables d'éliminer les sources d'avaries.

Ainsi donc, réduire l'équipement électrique du schéma, éliminer les isolateurs, les boîtes terminales etc, c'est contribuer à l'augmentation du degré de sûreté du schéma. Certes, cela pourrait conduire à des schémas plus raides, ayant moins de possibilité de manoeuvre.

* Communiquée à la session scientifique des cadres didactiques de l'Institut polytehnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucarest, 28—30 mai 1965

Dans ce qui suit, nous ne nous occuperons que d'une petite partie des installations des centrales électriques, à savoir la liaison du générateur à la barre de moyenne tension de 6—15 kV, de cette barre an transformateur élévateur et respectivement — dans le cas des schémas bloc — de la liaison du générateur au transformateur.

Pour les intensités allant jusqu'à 1000—1500 ampères, la solution la plus simple adoptée a été l'utilisation des barres non-isolées montées sur des isolateurs-support à l'intérieur des tubes en tôle d'acier afin de protéger les barres contre les atteintes, les chutes de pièces et les dépôts de neige, de glace ou d'autres matières étrangères. Cette solution n'élimine pas les courts-circuits entre les phases. On élimine ainsi la possibilité d'une atteinte ou d'un choc de la barre, mais au cas où un court-circuit apparaît à l'extérieur de la zone protégée l'arc peut être projeté aussi à l'intérieur des tubes, la propagation de celui-ci pouvant être facilitée par le fait que les tubes sont en métal.

Pour des cas pareils, il importe de connaître, à partir d'une certaine valeur de l'intensité du courant, le niveau des pertes dans le matériel ferro-magnétique du tube. Car au-delà de certaines intensités du courant, la solution cesse d'être économique et devient dangereuse pour le personnel à cause des échauffements aux courants dépassant 3000 A. Le passage aux tubes en alliages d'aluminium réduit les pertes, mais rend plus chère la liaison sans présenter d'autres avantages.

La phase suivante dans ce domaine (et qui continue d'être utilisée) a été le passage de l'emploi des tubes communs à l'utilisation de tubes individuels pour chacune des phases.

Cette solution élimine les courts-circuits entre les phases dans l'intervalle respectif.

Du point de vue théorique, cette solution pose les problèmes suivants :

— l'échauffement accentué et inégal des tubes métalliques, ce qui conduit à des pertes d'énergie ;

— les efforts électrodynamiques entre les tubes augmentent par rapport aux efforts des barres, qui diminuent de 20% environ ;

— le choix du matériel et de l'épaisseur correspondante des tubes afin d'assurer la résistance mécanique et les pertes minima.

Il en résulte que cette solution nécessite des investissements assez élevés, les tubes en aluminium ou en alliages similaires (silumin) conduisant à un accroissement essentiel de la consommation de matériel non-ferreux par liaison.

On enregistre simultanément des pertes accrues par des courants induits dans les tubes.

Bien que les efforts électrodynamiques entre les barres diminuent fortement, ce qui permet une réduction du nombre des isolateurs pour soutenir la barre, les efforts entre les tubes deviennent très grands, ce qui mène à l'emploi de constructions metalliques beaucoup plus lourdes que pour les barres non blindées.

En vue de trouver des solutions plus avantageuses, meilleur marché et plus sûres, nous avons abordé l'étude des possibilités permettant à remplacer le matériel de protection extérieure en métal par un matériel isolant, beaucoup plus léger.

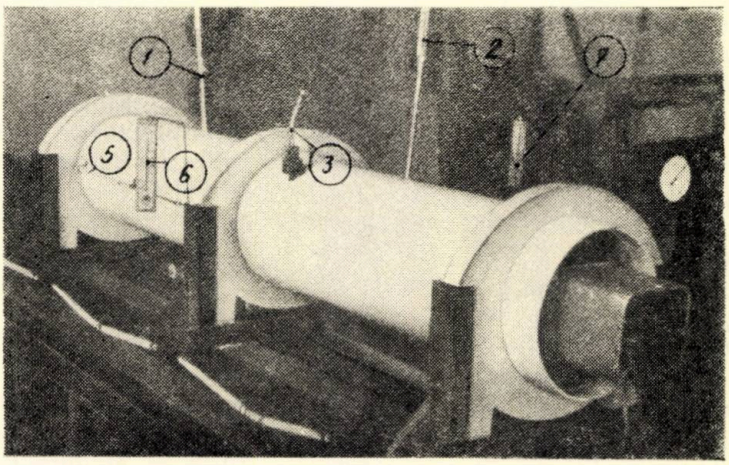


Fig. 1.

Dans la technique mondiale, la réduction des distances entre les phases et, d'une manière plus générale, l'économie d'espace a eu comme résultat l'apparition des solutions à barres capsulées en résines synthétiques, à barres isolées en plastiques pour certaines tensions. Les succés de la chimie dans le domaine des plastiques ont renversé beaucoup des solutions traditionnelles.

C'est ainsi qu'à présent, on fabrique en Roumanie des transformateurs pour mesure qui, à la place des isolateurs ordinaires en porcelaine sont réalisés en résines époxydes.

En Allemagne plusieurs constructeurs ont abandonné complètement les isolateurs-support en porcelaine dans les installations intérieures et les ont remplacés par des matériaux synthétiques du type époxyde.

En Suisse on a mis au point la fabrication d'une matière plastique stratifiée appelée „Duresca", que l'on emploie pour recouvrir les barres jusqu'à 150 kV. En Italie on utilise le matériel denommé Micarta.

Ces essais ont conduit à la diminution du coût des instalations et à l'amélioration de leur fonctionnement.

Etant donné qu'en Roumanie les résines époxydes sont encore relativement chères, que la protection des barres par des tubes en aluminium exige l'importation de ceux-ci ainsi que des isolateurs supports des barres de l'intérieur, et d'autre part que leur emploi pose de difficiles problèmes d'exploitation, nous avons envisagé l'utilisation des matières plastiques de fabrication courante, qui pourraient remplacer, dans certaines conditions, les matériaux qui font défaut.

L'exécution de la liaison électrique entre le transformateur et les barres doit isoler ces barres et assurer cette liaison contre toute atteinte dangereuse, donc à éliminer en général les courts-circuits à cet endroit.

On peut y parvenir en enveloppant la barre en plastique qui est un bon isolant électrique. Des difficultés surgissent lors des conditions d'échauffement de la barre.

Tout comme pour l'emploi du matériel „Duresca", il est nécessaire d'admettre des densités de courant plus réduites, en raison des caracteristiques thermoisolantes de ce matériel. De même, l'utilisation des plastiques fabriqués dans notre pays poserait le même problème, D-autre part, il n'est pas nécessaire de réduire la distance entre les barres qu'au point de liaison entre le transformateur et les barres ; bien au contraire, plus la distance entre les barres est grande, plus les efforts électrodynamiques diminuent.

Dans ce cas-là, on peut isoler la barre par un tube extérieur en matière plastique, qui ne se trouve pas en contact direct avec la barre et qui permette le refroidissement de la barre par la circulation de l'air. Le deuxième problème à résoudre c-est d'appuyer la barre à l'intérieur du tube de façon à assurer une position concentrique de la barre par rapport au tube.

Dans ces conditions, en remplaçant les tubes en aluminium par des tubes en matériaux isolants, on obtient les mêmes effes du point de vue de l'élimination des courts-circuits et l'on élimine simultanément les pertes par l'induction électromagnétique dans les tubes.

A présent on fabrique en Roumanie des tubes en PCV-dur dont le diamétre est de 280 mm au maximum, et l'épaisseur de la paroi de 5,8 mm. Ils sont utilisée pour des conduites de pétrole brut, des tuyaux d'eau etc. à des pressions allant jusqu'à 5 ata et possédent des caractéristiques favorables du point de vue électrique.

Compte tenu du fait que le tube est lui-même un excellent isolant électrique, il en résulte que la barre pourrait être appuyée directement par des pièces isolantes sur le paroi du tube, en eliminant ainsi la récessité d'employer des isolateurs intérieurs.

Les auteurs du présent travail ont réalisé un tronçon expérimental dans lequel ils ont pris un certain nombre de réserves telles que :

— l'appui de la barre s'effectue sur des anneaux en plastique (polystyrène),

— le tube s'appuie sur des anneaux en plastique (polystyrène) et à leur tour les anneaux s'appuient sur la construction metallique liée à la terre,

— sur le tronçon experimental, les pièces de distance ont été executées également en plastique (fig. 2 a).

Afin d'éliminer l'échauffement local du matériel en contact avec la barre, on a procédé à l'isolation thermique de la barre d'aluminium par une couche d'asbeste de 3 mm.

Lors de l'utilisation de ces tubes pour les liaisons d'un transformateur de 80 MVA, le calcul thermique des barres a montré que dans les conditions les plus désavantageuses les barres n'atteignent pas la température de 70°C.

Comme l'industrie a mis en fabrication les tubes en PCV-dur aux diamétres allant jusqu'à 280 mm, il est utile d'employer ces matériaux en électroénergétique aussi.

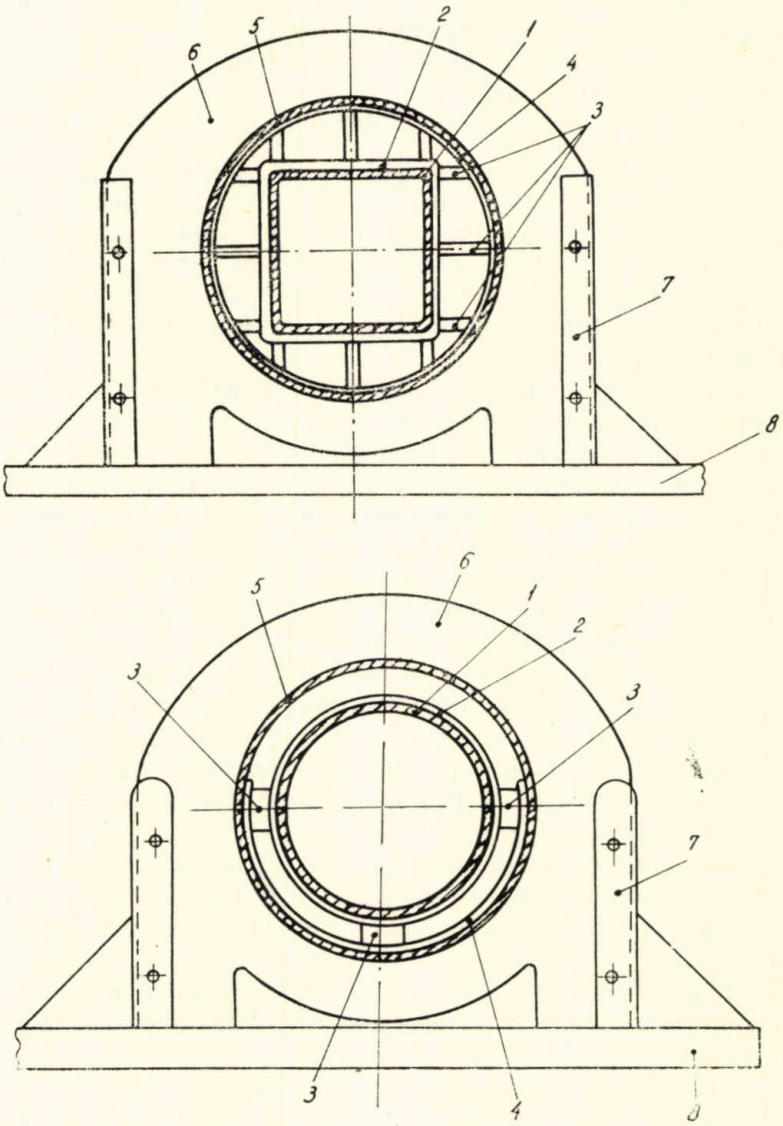


Fig. 2.

L'emploi des tubes en PCV à la place des tubes en aluminium s'avère beaucoup plus avantageux, en éliminant les isolateurs d'appui, le tube de silumin avec toutes les pièces — supports compliqués qu'on remplace par des repères simples, fabriqués couramment. L'usinage des plastiques est plus simple que celle du métal et on peut faire n'importe quelle modification par échauffement ou collage.

L'expérience une fois acquise concernant l'utilisation des matières plastiques comme éléments de séparation, leur rôle pourrait augmenter dans les installations de grande puissance.

Le tronçon expérimental réalisé sur la base des calculs effectués a été soumis à des essais électriques et mécaniques, en vue d'établir son comportement sous tension dans différentes conditions et d'établir des modifications éventuelles.

Les essais effectués dans le Laboratoire de Technique des Hautes Tensions de l'Institut Polytehnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" de Bucarest ne se sont pas bornés à enregistrer les qualités du dispositif isolant, en conformité avec les standards en vigueur, ils ont permis de déterminer les performances, d'étudier la solution optimum en utilisant le bain électrolytique, de déterminer le comportement du tronçon dans des difficiles conditions de fonctionnement.

Etant donné que le matériel dont la parti isolante a été réalisée est peu connu du point de vue des déformations dues à la température, il a été nécessaire d'étudier aussi ce problème.

A cet effet, on a étudié le comportement du matériel isolant dans les plus difficiles conditions d'échauffement, lorsque la barre conductrice atteint la température de fonctionnement de régime (70°C) et la surface extérieure du dispositif isolant est soumise à l'action directe du soleil, la température d'insolation étant de 45°C. Sur la partie opposée à la surface soumise à l'insolation, la température a atteint environ 30°C.

La température de régime de la barre (70°C) a été maintenue grâce à un dispositif d'echauffement indirect, monté a l'interieur de la barre et composé d'une série de résistances d'échauffement alimentées du réseau par l'intermédiaire d'un interrupteur qui a permis par la mise en circuit et par la mise hors circuit l'obtention d'une variation de la température de ± 1°C autour de la valeur de 70°C.

La température d'insolation a été assurée par une suite de résistances placées à une distance d'un mètre environ de l'axe du tronçon (fig. 1). Elles ont maintenu à la surface soumise à l'insolation la température de 45°C $\pm$ 1°C.

Afin d'apprécier d'une manière complexe le comportement du tronçon expérimental on a mesuré les températures dans les points les plus importants (fig. 1 et 3). C'est ainsi qu'on a déterminé la température de la barre à l'aide de deux thermomètres dont on a introduit les réservoirs dans deux petits creux pratiqués sur la superficie extérieure de la barre, et qui ont été remplis d'huile.

Les colonnes 1 et 2 du tableau no. 1 reproduisent les chiffres indiqués par ces deux thermomètres. La température de l'air dans l'espace entre la barre et le cylindre extérieur isolant a été mesurée à l'aide d'un thermomètre (3).

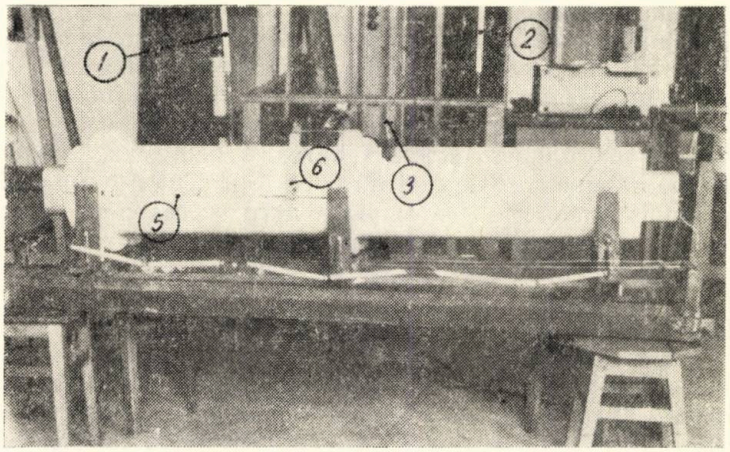


Fig. 3.

Tableau No. 1

No.	Nombre du thermometre						
	1	2	3	4	5	6	7
1	72	73	60	29	46	33	19
2	70	71	60	29	46	35	19
3	70	70	60	29	46	35	19
4	71	71	59	29	46	35	19
5	70	70	59	30	47	35	19
6	70	70	60	30	47	36	19
7	71	71	60	30	47	36	19
8	70	70	61	30	47	36	19
9	70	70	62	30	47	35	19
10	70	70	61	30	46,5	35	18,5
11	70	70	60	29,5	46	35	18,5
12	70	70	61	29	45	34,5	17,5
13	70	70	61	29	45	34,5	17,5
14	70	70	60	29	43	35	17
15	70	70	60	28	43	35,5	17
16	70	70	60	28	43	35,5	17
17	70	70	60	28	43	35	16,5
18	70	70	60	28	43	35	16,5
19	70	70	60	28	43	35	16,5
20	70	70	61	28	43	36	16,5
21	70	70	61	28	43	36	16,5
22	76	77	62	28	42	36	15,5
23	68	68	60	26	43	34	16
24	69	68,5	60	26,5	42	35	16

Pour mesurer la température d'insolation, on a employé un thermomètre à liquide (5) monté sur la surface soumise à l'insolation, tandis que la température de l'air sur la partie exposée „au soleil" a été mesurée à l'aide du thermomètre (6). On a déterminé la température de la surface se trouvant „à l'ombre" (4), ainsi que celle de l'air „à l'ombre" (7) à l'aide des thermomètres.

Le régime de température de l'essai indiqué dans le tableau no. 1 correspond au régime stable du champ de températures, réalisé une heure après avoir commencé l'épreuve d'échauffement. Il a été maintenu pendant 4 heures, les lectures s'effectuant toutes les 10 minutes.

Les essais mécaniques effectués après 4 heures de fonctionnement dans le régime indiqué dans le tableau no. 1 ont démontré que le plastique utilisé comme isolant peut être employé avec succès pour la fabrication de la barre isolée capsulée, ainsi que pour d'autres constructions isolantes, du point de vue de l'influence de la température sur ses qualités mécaniques.

La détermination des pertes diélectriques a fait également l'objet de l'étude du comportement du tronçon expérimental. Afin de déterminer les pertes en diélectrique en fonction de la température de la barre et de la tension appliqués, on a utilisé un pont de Shering de haute tension. Il a été nécessaire de mesurer les pertes en fonction de la tension pour déterminer les conditions dans lesquelles un dispositif semblable pourrait fonctionner à des tensions supérieures à celles pour lesquelles il avait été réalisé. On a étudié la variation des pertes avec la température pour les diverses conditions de travail de la barre conductrice.

Le tableau no. 2 et la figure no. 4 reproduisent les résultats des déterminations. A la tension de fonctionnement de 10 kV et à la température de régime de 70°C il résulte $tg\,\delta = 0{,}41\,\%$, ce qui correspond à environ $2{,}2.10^{-3}$ W/m.

Tableau No. 2

No.	$U_{kV_{ef}}$	tg δ à 20°C	tg δ à 70°C
1	7	0,09	0,41
2	10	0,11	0,469
3	15	0,15	0,51
4	20	0,31	0,68
5	25	1,61	1,68
6	30	3,63	3,91

En analysant les courbes obtenues dans les cas étudiés (fig. 4), on peut constater que la tension d'ionisation — correspondante au point d'augmentation brusque des pertes grâce aux ionisations dans les inclusions d'air — atteint la valeur approximative de 20 kV. Pendant les essais effectués avec les tubes de 280 mm de diamètre, on a observé l'apparition de l'effet de couronne à une tension d'environ 23—25 kV.

Les essais effectués sous tension dans les conditions de „pluie torrentielle", en mouillant complètement la surface extérieure, bien qu'ils aient répondu aux conditions habituelles, ont indiqué — comme les auteurs l'avaient déjà supposé — l'éxistance des points de sollicitation plus intense de l'isolation devant les tranches de la barre carrée, formant le conducteur

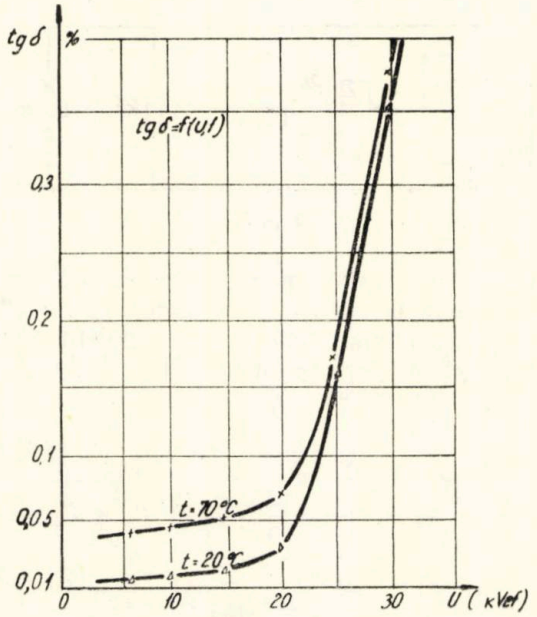


Fig. 4.

de courant. En vue de confirmer les résultats et afin de connaître les points de l'isolation les plus sollicités, les auteurs ont envisagé l'étude de la configuration du champ en utilisant le bain électrolytique.

On a fait cette étude, en utilisant le bain électrolytique, à partir de la représentation connue des champs électrostatiques par des champs électrocinétiques stationnaires : c'est ainsi qu'on a rendu correspondantes différentes grandeurs du champ électrostatique à certaines grandeurs du champ électrocinétique stationnaire et résolu le problème respectif d'électrocinétique.

Cela permet d'étudier l'espace isolant composé de deux milieux de constantes diélectriques différentes, dans un bain électrolytique ayant des solutions de résistivité inversement proportionnelles aux constantes diélectriques des deux milieux.

Des trois variantes que l'on pourrait adopter :

— séparation des solutions par des cloisons poreuses
— emploi d'un bain à fond dénivelé et la même solution
— séparation des solutions par des cloisons qui sans être poreuses, assurent toutefois le contact galvanique des deux solutions, on a choisi la

troisième. Celle-ci, soigneusement éxecutée, reproduit fidèlement la configuration dans le dispositif réel.

Afin d'effectuer les mesures on a employé un schema ordinaire complété par un oscillographe très sensible, comme appareil de zéro. Le schéma de principe en est donné par la figure no. 5.

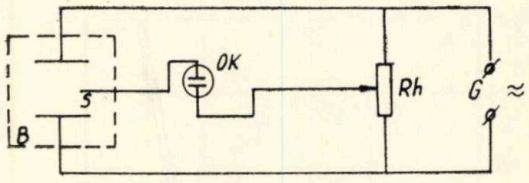


Fig. 5.

On a utilisé comme source un générateur de ton G, ayant une puissance assez grande à la sortie, et la fréquence de 1200 Hz. Le rhéostat (Rh) gradué en pourcent, monté comme potentiomètre a permis de déterminer le potentiel auquel se trouve la sonde S au moment où l'oscillographe indique zéro.

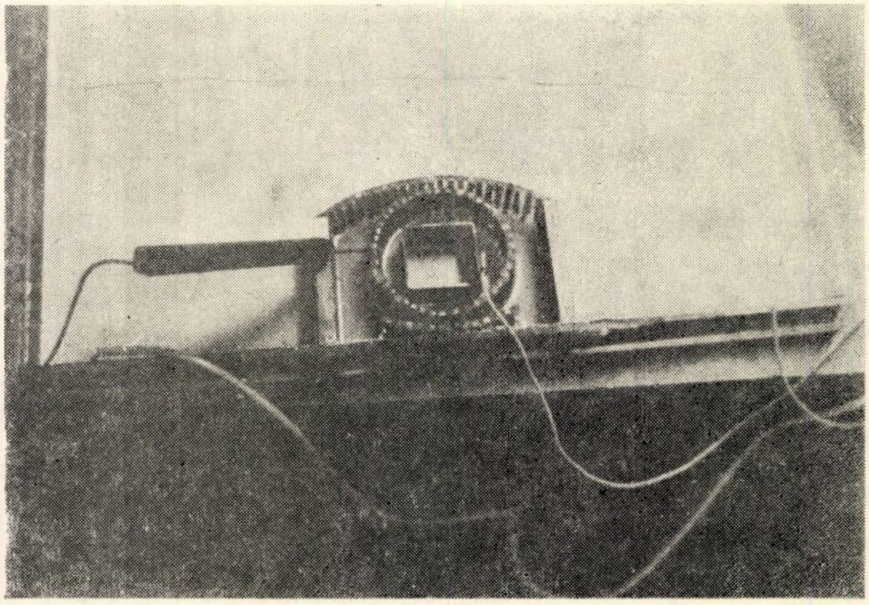


Fig. 6.

La configuration des lignes équipotentielles obtenue par le modèle à l'échelle réduilte du tronçon expérimental de barre capsulée à section intérieure carrée, devant le support lié à la terre, est indiquée dans le diagramme no. 1.

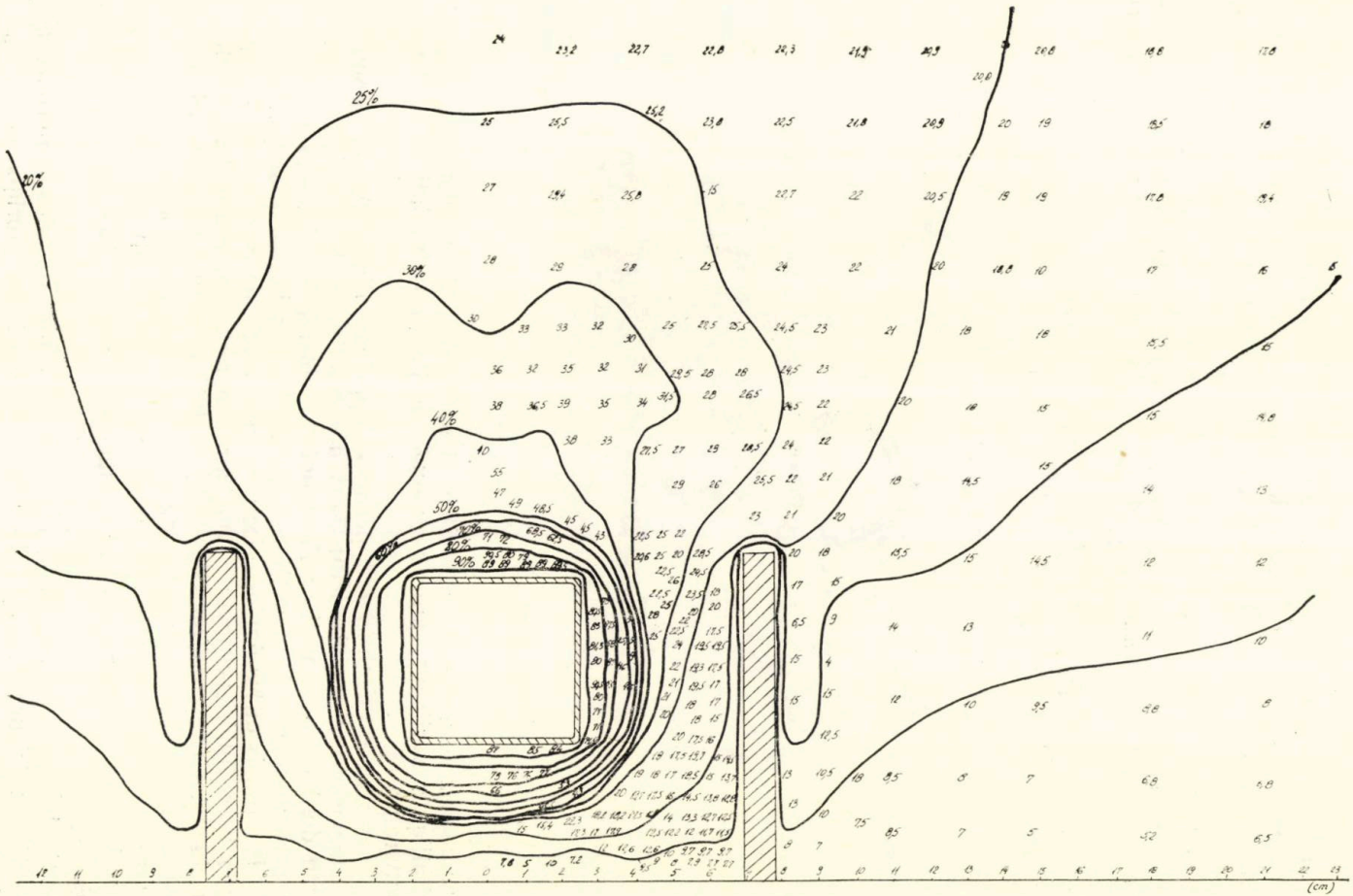


Diagramme No. 1

En analysant les résultats de l'étude effectuée, on observe que du point de vue électrique l'espace le plus sollicité est l'espace d'air autour de la barre intérieure. Dans cet espace de 3 cm la variation de tension produite este d'environ 60%, les zones les plus sollicitées étant autour des courbures de la barre intérieure. Le champ, à la tension de service, est à ces points d'environ 3 kV_{max}/cm et le champ devant les parties planes est de 1,5 kV_{max}/cm, donc 50% de la valeur enregistrée aux coins.

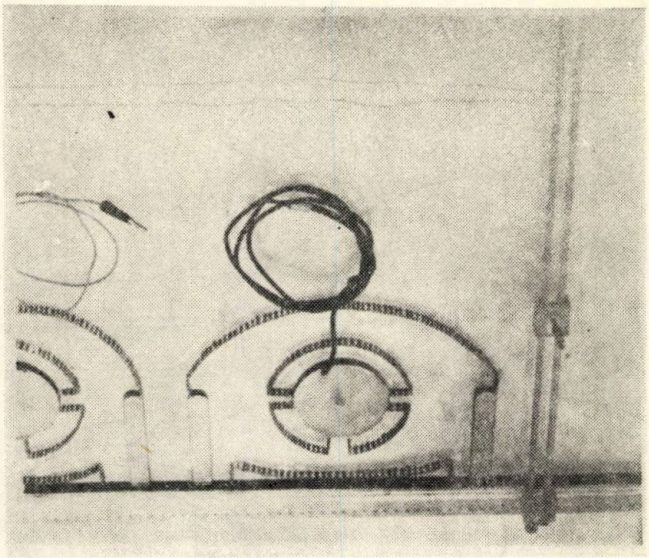


Fig. 7.

Une autre zone également sollicitée est celle qui se situe autour des supports métalliques verticaux, autour desquels a lieu une variation de tension d'environ 20%.

Les essais effectués ont permis d'apprécier d'une manière complexe le comportement du dispositif dans des conditions de fonctionnement, la façon dont on peut utiliser l'isolation et obtenir les données necessaires au perfectionnement du système en vue de sa mise en pratique.

Les essais et les études effectuées ont permis de recommander l'emploi d'une barre intérieure cylindrique, afin de rendre uniforme la répartition du champ. Cette solution (fig. 2 b) a déjà été mise en application pour réaliser l'ensemble de liaisons du générateur au transformateur bloc à la Centrale de Bucarest-Sud. De même, on y a introduit des modifications, ce qui a permis l'amélioration substantielle des qualités du dispositif de liaisons.

Se basant sur les études entreprises et utilisant des matériaux aux qualités supérieures, mises à leur disposition par la fabrique qui les produit, les auteurs ont obtenu une solution améliorée. Celle-ci a été étudiée

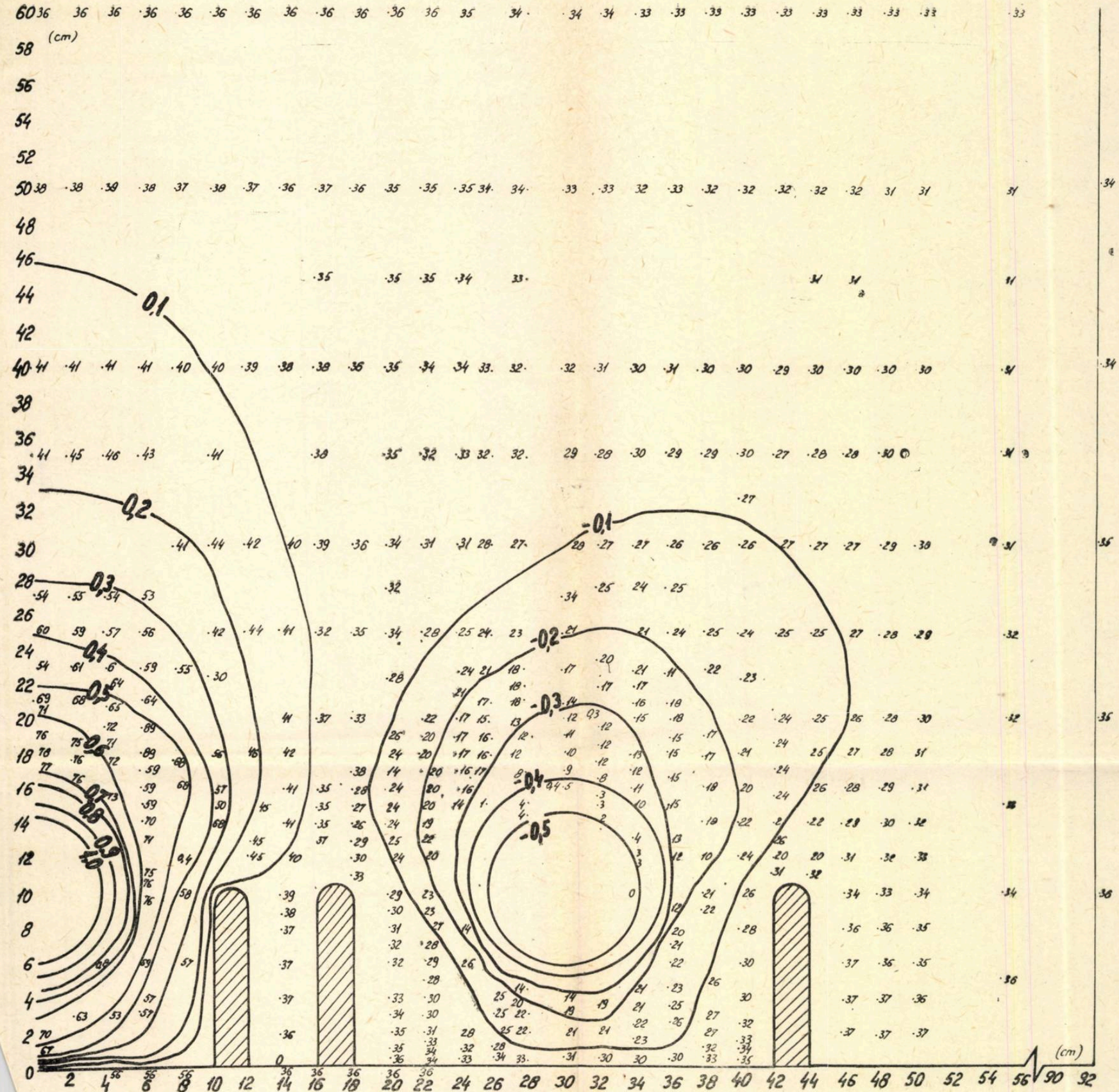
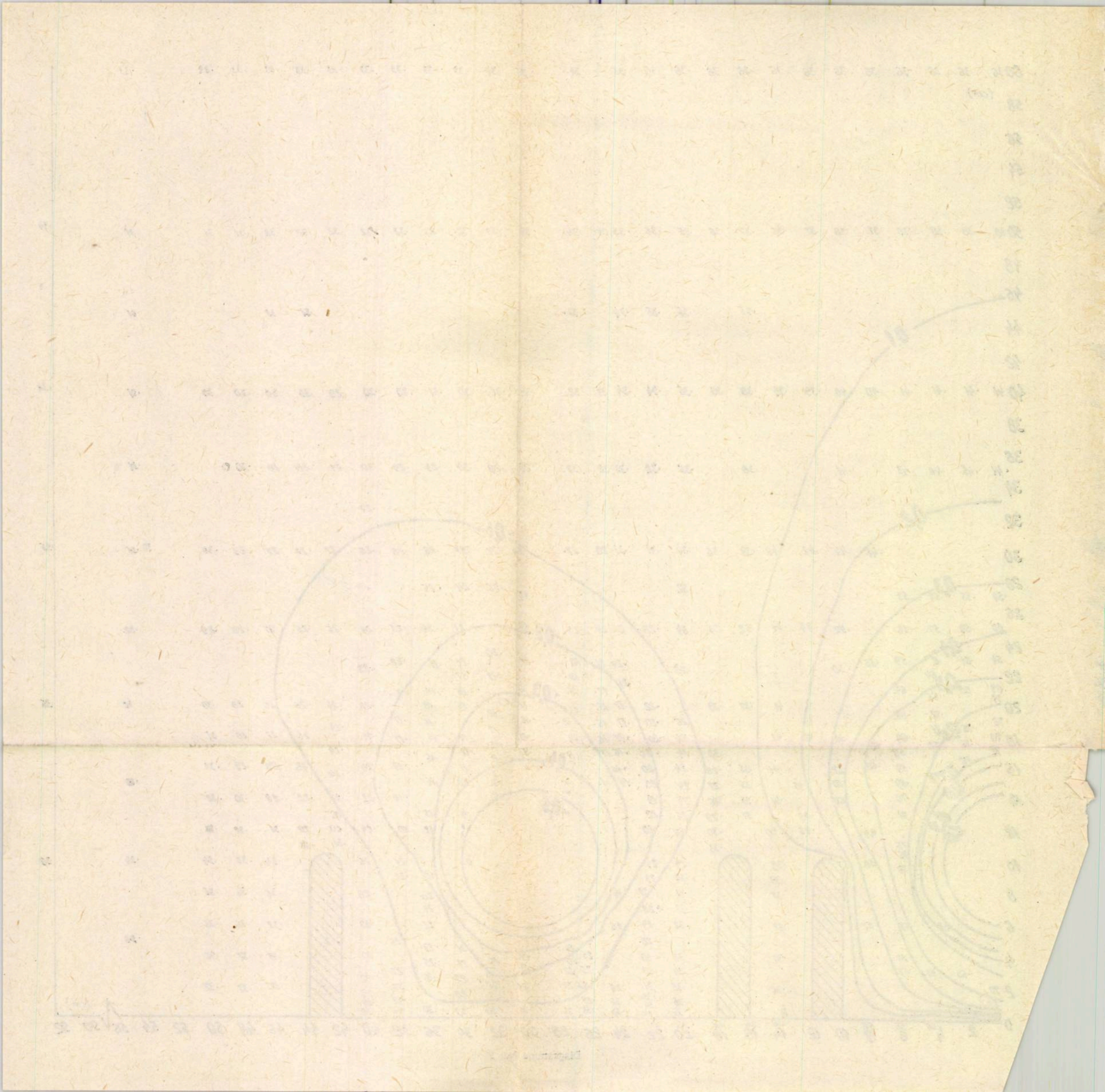


Diagramme No. 2



dans un bain électrolytique où l'on a modélé le système triphasé (fig. 7). Etant donné que le système présente une symétrie électrique devant le plan vertical de la phase située au centre au moment d'une sollicitation extrême (cette phase ayant le potentiel U_m tandis que les phases latérales ont $\frac{1}{2} U_m$), le bain n'en comporte que la moitié du système. La répartition du champ, dans ce cas-là, est donnée par le diagramme no. 2.

Le système d'isolation des barres de moyenne tension de 6—15 kV par des matières plastiques présente une série d'avantages par rapport au système utilisant des tubes métalliques.

Le problème de l'encrassement des isolateurs-supports intérieurs, ni celui du nettoyage de ceux-ci ne se posent plus : quant aux supports en matière plastique, même encrassée ou court-circuités, le tube isolant extérieur en assure, comme l'ont confirmé les essais, l'isolation correspondante.

Bien que l'on possède encore peu de données concernant le comportement pendant une durée plus longue de la matière plastique, on peut considérer que ce problème en cette occurence n'est pas essentiel, car la fissuration voire même la rupture du tube, n'entraîne pas le court-circuit et peut être remplacé dès le premier arrêt du groupe, le coût du matériel étant infime.

La chaire des centrales électriques
Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" de Bucarest

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 1

C.Z.: 621.1.016 : 621.53 : 621.181.8 20 mai 66

L'ÉTUDE DE L'OPTIMISATION DES CYCLES À PLUSIEURS RESURCHAUFFES *)

N. DĂNILĂ, D. GRECOV

1. *Introduction*

Dans les centrales thermo-électriques modernes de grande puissance, aux paramètres hauts et supercritiques de la vapeur, l'application de deux resurchauffes conduit à une économie de chaleur, supplémentaire par rapport au cas d'une seule resurchauffe [1].

Ainsi, dans le diagramme de la figure 1 on indique l'accroissement approximatif du rendement de la centrale thermo-électrique dans le cas de l'utilisation d'une seule resurchauffe (droites 1) ou de deux resurchauffes

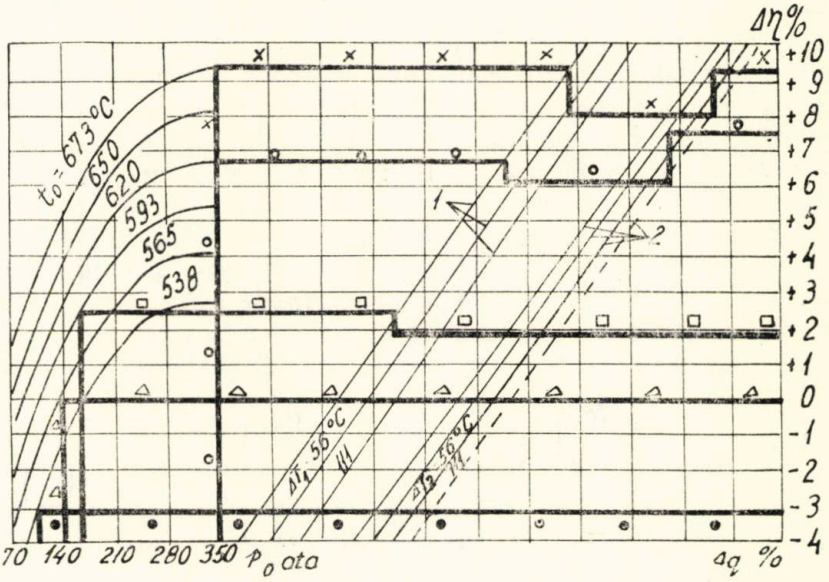


Fig. 1. Le rendement des centrales thermo-électriques à simple et à double resurchauffe.

*) Manuscris predat la redacție la 1 septembrie 1965.

(droites 2), aux divers paramètres initiaux du cycle et aux diverses températures finales de resurchauffe (Westinghouse).

On observe du diagramme que par l'application de deux resurchauffes il en résulte un accroissement supplémentaire du rendement, par comparaison au cas d'une seule resurchauffe, d'environ 1,5—2%, ce qui justifie l'application de ce procédé au cas des centrales de grande puissance.

Dans le cas de la resurchauffe à marches multiples, le problème de déterminer les pressions optimales de resurchauffe est particulièrement difficile, puisque la valeur optimale dépend d'un grand nombre de paramètres dont les valeurs varient indépendamment.

La méthode de déterminer les valeurs des pressions optimales de resurchauffe qui est adoptée dans le présent ouvrage se base conformément [2], [3], [4], [5], sur l'hypothèse vérifiée par des calculs que la valeur du rendement du cycle complexe varie dans une mesure très réduites dans les limites de la zone des valeurs optimales, ce qui permet l'utilisation de la valeur maximum du rendement η_t^{max} comme un paramètre de calcul, facilitant de cette manière l'obtention des résultats et leur interprétation du point de vue thermo-dynamique.

On souligne que la méthode nécessite dans ce cas la détermination par un antécalcul du rendement dans une zone optimale présomptive des paramètres étudiés, en suivant de préciser après la valeur exacte des paramètres optimals par les formules de calcul obtenues ; il est donc nécessaire d'effectuer 1—2 essais successifs, le nombre d'essais étant limité au maximum deux essais, puisque, — comme on l'a déjà montré — la valeur du rendement η_t^{max} varie très peu dans les limites relativement larges de variation des paramètres étudiés. Dans certains cas, si l'explicité des paramètres étudiés est possible, l'on peut éviter l'utilisation de la méthode des essais successifs, tout en gardant une précision suffisante des résultats obtenus.

Pour une présentation plus générale de la méthode, on observe que si l'on note que : q_1 — la chaleur cédée au cycle par la source de chaleur ; q_2 — la chaleur cédée à la source froide (où q_1 et q_2 sont fonction des paramètres $x_1, x_2 \ldots x_n$) il résulte que la condition d'optimum du rendement sera donnée par un système d'équations :

$$\frac{\left(\frac{\partial q_2}{\partial x_1}\right)_{x_2, x_3, \ldots x_n}}{\left(\frac{\partial q_1}{\partial x_1}\right)_{x_2, x_3, \ldots x_n}} = \frac{\left(\frac{\partial q_2}{\partial x_2}\right)_{x_1, x_3, \ldots x_n}}{\left(\frac{\partial q_1}{\partial x_2}\right)_{x_1, x_3, \ldots x_n}} = \ldots = \frac{\left(\frac{\partial q_2}{\partial x_n}\right)_{x_1, x_2, \ldots x_{n-1}}}{\left(\frac{\partial q_1}{\partial x_n}\right)_{x_1, x_2, \ldots x_{n-1}}} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right)_{opt} \quad (1)$$

où le rapport $\frac{q_2}{q_1}$, correspondant aux conditions de maximum du rendement, sera égal avec la valeur : $1 - \eta_t^{max}$ [3], [4].

Au cas où q_1 ou q_2 ne dépendent pas du paramètre x_j étudié, la condition d'optimisation se simplifie, en devenant respectivement :

$$\frac{\partial q_2}{\partial x_j} = 0, \text{ ou } \frac{\partial q_1}{\partial x_j} = 0.$$

2. *Le cycle idéal à Z marches de resurchauffe.*

Pour déterminer les paramètres optimals d'un cycle complexe, à plusieurs marches de resurchauffe, on fera l'analyse au commencement du cycle à 2 marches, les résultats obtenus pouvant être généralisés après, pour le cas des Z marches.

Pour les paramètres initiaux de la vapeur donnés et aussi pour les valeurs imposées des températures finales de resurchauffe (T_1 et T_2, fig. 2) nous allons considérer, d'une manière analogue avec le cas traité dans [5], que le problème de l'obtention des valeurs optimales des isobares p_1 et p_2 peut être substitué par la détermination des températures T_{p_1} et T_{p_2} (de la fig. 2 il en résulte qu'il y a une liaison univoque

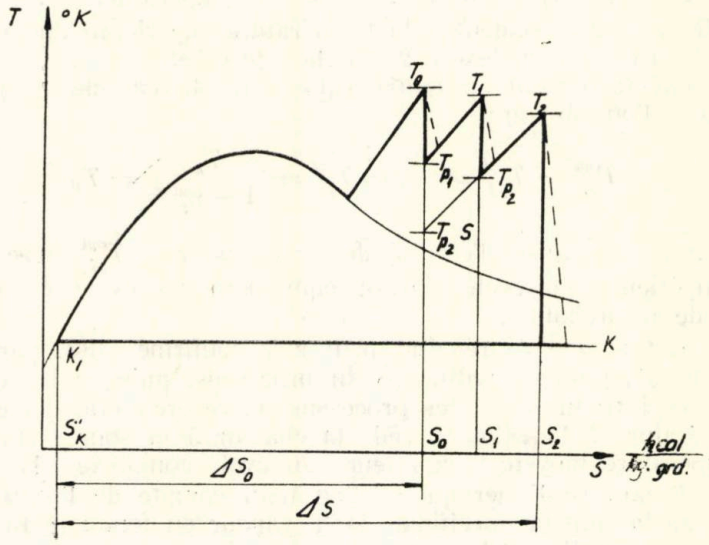


Fig. 2. Le cycle à deux resurchauffes dans le diagramme T-S.

entre les pressions de resurchauffe p_1 et p_2 et les températures à l'entrée dans le surchauffeur T_{p_1} et T_{p_2}) qui puissent assurer le maximum du rendement thermo-dynamique du cycle. De la fig. 2 il en résulte que les grandeurs q_1 et q_2 peuvent être exprimées sous la forme :

$$q_1 = q_0 + C_{p_1}(T_1 - T_{p_1}) + C_{p_2}(T_2 - T_{p_2})$$

$$q_2 = \left[\Delta S_0 + C_{p_1} \ln \frac{T_1}{T_{p_1}} + C_{p_2} \ln \frac{T_2}{T_{p_2}}\right] T_k \qquad (2)$$

où C_{p_1} et C_{p_2} représentent les valeurs moyennes des chaleurs spécifiques de la vapeur dans le premier et le deuxième processus de resurchauffe (les isobares p_1 et p_2).

La détermination des valeurs optimales T_{p_1} et T_{p_2} (implicitement des isobares optimales p_1 et p_2), pour lesquelles le rendement du cycle complexe devient maximum est faite conformément au système d'équations (1) pour lequel on calcule les dérivées partielles :

$$\left(\frac{\partial q_1}{\partial T_{p_1}}\right)_{T_{p2}} = -C_{p_1} \quad ; \quad \left(\frac{\partial q_1}{\partial T_{p_2}}\right)_{T_{p1}} = -C_{p_2}$$
$$\left(\frac{\partial q_2}{\partial T_{p_1}}\right)_{T_{p2}} = -\frac{C_{p_1}}{T_{p_1}} T_k \; ; \quad \left(\frac{\partial q_2}{\partial T_{p_2}}\right)_{T_{p1}} = -\frac{C_{p_2}}{T_{p_2}} T_k \tag{3}$$

qui remplacées dans le système (1) conduisent finalement à :

$$T_{p1}^{opt} = T_{p2}^{opt} = \frac{T_k}{1 - \eta_t^{max}} . \tag{4}$$

Des relations (4) il en résulte que les températures T_{p1}^{opt} et T_{p2}^{opt} sont égales et correspondent à la température supérieure du cycle Carnot équivalent au cycle complexe à 2 marches de resurchauffe.

On peut facilement démontrer que dans le cas de Z marches de resurchauffe l'on obtient :

$$T_{p1}^{opt} = T_{p2}^{opt} = \ldots = T_{pz}^{opt} = \frac{T_k}{1 - \eta_t^{max}} = T_p \tag{4'}$$

d'où il en résulte aussi l'égalité des températures T_{pj}^{opt} avec la température supérieure du cycle Carnot équivalent au cycle complexe à Z marches de resurchauffe.

On constate que ce résultat peut être confirmé aussi par une analyse thermo-dynamique qualitative du processus, puisque les cycles supplémentaires introduits par les processus de resurchauffe doivent assurer une température à laquelle on cède la chaleur à la source chaude, égale à la température moyenne supérieure du cycle complexe [4].

Mais il faut souligner que si l'on tient compte de l'influence de la variation de la chaleur spécifique de la vapeur en fonction du paramètre T_p, les valeurs T_{p1}^{opt}, T_{p2}^{opt}, ... T_{pz}^{opt} seront un peu plus élevées que celles obtenues par la formule (4') et elles seront légèrement différentes les unes des autres [5], mais cette influence peut être négligée à $z \geqslant 2$.

Pour appliquer les relations (4) et (4') il est nécessaire qu'on connaisse la valeur η_t^{max}, mais qui dépend des grandeurs $T_{p_1}, T_{p_2}, \ldots, T_{p_z}$. Dans ce cas il faut évaluer initialement une valeur η_t sur la base d'un calcul préalable pour un T_p choisi dans la zone d'optimum présomptive, après quoi sur la base des relations (4) on obtient la valeur T_p avec laquelle on calcule la deuxième valeur η_t plus rapprochée de la valeur maximum du rendement, en obtenant finalement les valeurs optimales T_p.

L'application de la méthode des essais successifs est de beaucoup plus facilitée, comme on l'a initialement souligné, par le fait que η_t varie très lentement dans des limites relativement larges de variation de la grandeur T_p.

Pourtant pour éviter la méthode des essais successifs, dans le cas qu'on adopte l'hypothèse que les températures finales de resurchauffe sont égales entre elles : $T_1 = T_2 = \ldots = T_z = T_m$, l'équation transcendante qui suit résulte des équations (2) et (4) :

$$x\left[\frac{q_0}{T_m} + \sum_1^z C_{pj}\right] = (\ln x + 1) \sum_1^z C_{pj} + \Delta S_0 \tag{5}$$

où l'on a noté : $x = \dfrac{T_m}{T_p}$.

Pour obtenir une équation facilement résoluble par rapport à T_p, on adopte pour $\ln x$ un développement en série de la forme :

$$\ln x = x - 1 - \frac{(x-1)^2}{2} + \ldots \tag{6}$$

et en considérant les deux premiers termes, on obtient finalement une équation du deuxième degré :

$$x^2 \sum_1^z C_{pj} + 2x\left[\frac{q_0}{T_m} - \sum_1^z C_{pj}\right] - 2\left[\Delta S_0 - \sum_1^z C_{pj}\right] = 0. \tag{7}$$

On remarque que lorsque le nombre de marches de resurchauffe tend vers l'infini, l'équation (7) devient :

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \quad ; \quad x = 1 \quad ; \quad T_p^{opt} = T_m,$$

le résultat obtenu étant évident, puisque au $z \to \infty$ les processus élémentaires de détente de la vapeur dans la turbine tendent vers l'isothèrme T_m.

Il est aussi intéressant à remarquer que si dans le développement en série (6) l'on prend seulement le premier terme de la série l'on obtient l'expression :

$$T_p^{opt} = \frac{q_0}{\Delta S_0} = T_0^* \tag{8}$$

où T_0^* représente la température moyenne supérieure d'émission de chaleur de la source chaude pour le cycle de base sans resurchauffe.

Conformément aux résultats obtenus par les variantes de calcul, la relation (8) qu'on rencontre quelquefois dans la littérature [6] conduit néanmoins à des valeurs plus petites que la valeur optimale T_p^{opt} et l'on ne peut l'employer que dans une première approximation.

Puisque, à cause des considérations technique-économiques, les températures finales de resurchauffe peuvent être différentes entre elles, des

équations (4) et (6), et tenant compte des relations (2) on peut obtenir dans le cas général de Z marches, l'équation :

$$[(\sum_{1}^{z} C_{pj}) - 2\Delta S_0]\, T_p^2 - 2\,[q_0 - \sum_{1}^{z} (C_{pj}\, T_j)]\, T_p + \sum_{1}^{z} (C_{pj}\, T_j^2) = 0 \qquad (9)$$

où :

C_{pj} | $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}\cdot°\text{C}}$ | — la chaleur spécifique moyenne de la vapeur dans la marche j de resurchauffe ;

T_j | °K | — la température finale de resurchauffe dans la marche j et qui se peut facilement apporter à la forme (8) quand :

$$T_1 = T_2 = \ldots = T_z = T_m .$$

Pour illustrer la manière d'application et la précision des résultats obtenus par l'application des formules (4), (7), (8) ou (9), on prend le cas du cycle à paramètres initiaux : $p_0 = 300$ ata, $t_0 = 650°C$, $t_1 = 580°C$, $t_2 = 565°C$, la pression dans le condenseur $p_c = 0{,}03$ ata ($T_c = 298°K$).

Les résultats des variantes de calcul, quand t_p varie entre les valeurs $320 - 360°C$ ($p_1 = 42 - 55$ ata ; $p_2 = 8{,}1 - 14{,}1$ ata), sont donnés dans la table 1, d'où l'on observe que la valeur $t_p^{opt} = 330 - 340°C$.

Table 1

t_p, °C	p_1, ata	p_2, ata	η_t^{max}
320	42	8,1	0,5099
330	45	9,2	0,5107
340	48	10,75	0,5107
350	51	12,4	0,5007
360	55	14,1	0,5086

Si l'on choisit préalablement : $t_{p_1} = t_{p_2} = 330°C$ ($p_1 = 45$ ata, $p_2 = 9{,}2$ ata) on obtient les valeurs : $C_{p_1} = 0{,}57$ kcal/kg°C, $C_{p_2} = 0{,}505$ kcal/kg°C, $\Delta S_0 = 1{,}445$ kcal/kg°C, $q_0 = 840\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$, qui introduites dans l'équation (9), il en résulte : $T_p^{opt} = 610°K$ ($t_{p_1} = t_{p_2} = 337°C$) ce qui correspond parfaitement à la valeur optimale résultée du calcul des variantes (table 1).

On remarque le fait que dans le cas de l'emploi de la formule (4) on obtient :

$$T_p = \frac{297}{1 - 0{,}5107} = 612\,°K$$

ce qui correspond au résultat obtenu par l'application de l'équation (9).

Dans la fig. 3 on indique la courbe de variation du rendement η_{lt} en fonction de la température t_p pour le cycle à paramètres : $p_0 = 300$ ata ; $t_0 = 650\,°C$; $t_1 = t_2 = 565°\,C$, où par les points A, B, C, on a noté respectivement les valeurs t_p^{opt} obtenues par l'emploi des formules (4), (7), (8). On remarque le fait que les formules (4) et (7) conduisent à des résultats rapprochés, tandis que la formule simplifée (8) n'est pas suffisamment précise.

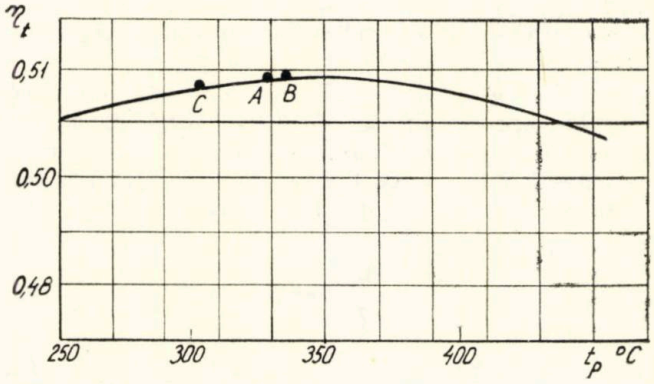


Fig. 3. La variation du rendement thermo-dynamique du cycle idéal à deux resurchauffes.
$p_0 = 300$ ata ; $t_0 = 650/655$ °C

Dans le cas des 3 marches de resurchauffe, on a analysé le cas du cycle théorique à paramètres : $p_0 = 850$ ata ; $t_0 = 700\,°C$; $t_1 = t_2 = t_3 = t_m = 700°C$, pour lequel on a appliqué la formule (7). En trouvant préalablement une valeur : $t_p^{opt} = 400°C$, on a calculé les valeurs : $C_{p_1} = 0{,}698$ kcal/kg°C ; $C_{p_2} = 0{,}54$ kcal/kg°C ; $C_{p_3} = 0{,}51$ kcal/kg°C ; $\sum_1^z C_{pj} = 1{,}752$, et conformément à la formule (7), on obtient :

$$1{,}752\,x^2 - 0{,}937 \cdot 2\,x - 0{,}806 = 0$$

ou

$$x = 1{,}41$$

$$T_p^{opt} = \frac{T_m}{x} = 690\,°K \quad (t_p^{opt} = 417\,°C).$$

Conformément aux variantes de calcul il en a résulté que le maximum du rendement est obtenu pour : $t_p = 410 - 420°C$ ($\eta_{lt}^{max} = 0{,}55916$), ce qui fait illustrer la bonne approximation qu'on obtient par l'application de l'équation (7).

3. *Le cycle idéal à valeur imposée de la pression finale de resurchauffe.*

Un cas particulier du cycle à double resurchauffe et qui doit être analysé est le cas où la pression dans le resurchauffeur final est donnée par des considérations technique-économiques (à des petites pressions de la vapeur le grand volume spécifique de la vapeur peut devenir prohibitif, c'est pourquoi la pression inférieure de resurchauffe n'est pas habituellement prise sous 10—15 ata).

Ce cas peut être souvent rencontré quand on superpose un cycle à hauts paramètres, prévu de resurchauffe, sur un cycle existant à paramètres baissés.

Aussi la pression p_2 peut — elle être imposée par l'humidité maximum admise de la vapeur dans les dernières marches de la turbine.

Dans ce cas on remarque le fait que la valeur de la chaleur émise par l'agent de travail à la source froide q_2 ne dépend pas de la grandeur t_{p_1}, donc la condition de maximum du rendement est obtenue de l'équation :

$$\frac{\partial q_1}{\partial T_{p_1}} = 0.$$

La valeur q_1 est donnée par la relation (2), et entre T_{p_1} et T_{p_2} il y aura la relation :

$$\Delta S = C_{p_1} \ln \frac{T_1}{T_{p_1}} = C_{p_2} \ln \frac{T_{p_2}}{T_{p_2 s}} \tag{10}$$

où : $T_{p_{2s}}$ [°K] représente la température dans le point où l'adiabate initiale fait intersecter l'isobare de la 2-ième marche de resurchauffe (fig. 2).

En notant : $\gamma = \frac{C_{p_1}}{C_{p_2}}$, de (10) il en résulte :

$$T_{p_2} = T_{p_2 s} \left(\frac{T_1}{T_{p_1}} \right)^{\gamma} \tag{11}$$

et :

$$\frac{\partial T_{p_2}}{\partial T_{p_1}} = - \gamma T_{p_2 s} \left(\frac{T_1}{T_{p_1}} \right)^{\gamma+1} \cdot \frac{1}{T_1}, \tag{12}$$

la condition d'optimum sera :

$$\left(\frac{\partial q_1}{\partial T_{p_1}} \right)_{p_2} = - C_{p_1} - C_{p_2} \cdot \frac{\partial T_{p_2}}{\partial T_{p_1}}, \tag{13}$$

où, si l'on introduit la relation (12), on obtient finalement :

$$T_{p_1}^{\text{opt}} = [T_{p_2 s} \cdot T_1^{\gamma}]^{\frac{1}{1+\gamma}}. \tag{14}$$

En considérant en première approximation que l'agent actif se comporte comme un gaz idéal : $\gamma = 1$, la valeur T_1^{opt} résulte sous une forme beaucoup plus simple :

$$T_p^{opt} = \sqrt{T_{p2s} \cdot T_1} \,. \tag{15}$$

Pour illustrer par des exemples le degré de précision des formules (14), (15) considérons le cycle idéal aux paramètres initiaux : $p_0 = 300$ ata ; $t_0 = 650°C$, $t_1 = t_2 = 600°C$, lorsque la pression au deuxième marche de resurchauffe $p_2 = 15$ ata se maintient constante. Du diagramme $T - S$ il résulte : $T_{p2s} = 471°K$, et les valeurs : $C_{p_1} = 0{,}58$; $C_{p_2} = 0{,}54$; $\gamma = \dfrac{C_{p_1}}{C_{p_2}} = 1{,}07$.

La température optimale d'entrée à la première marche de resurchauffe s'obtient conformément à la formule (14) :

$$T_{p1}^{opt} = [873^{1{,}07} \cdot 471]^{\frac{1}{1+1{,}07}} = 648\ °K$$

où : $t_{p_1} = 375°C$ ($p_1 = 63$ ata), ce qui correspond parfaitement aux résultats obtenus par calcul (fig. 4).

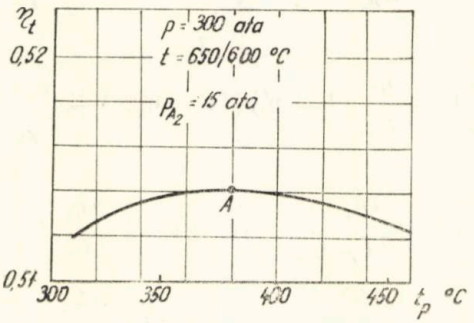


Fig. 4. La variation du rendement thermodynamique du cycle idéal à deux resurchauffes.
$p_0 = 300$ ata ; $t_0 = 650/600$ °C ;
$p_2 = 15$ ata = const.

On remarque que si l'on applique la formule plus simple (15), on obtient : $T_{p_1} = \sqrt{873.471} = 642°K$, ce qui démontre que la précision obtenue par l'application de la formule (15) est suffisante.

4. *Le cycle réel à deux resurchauffes.*

Dans le cas du cycle réel irréversible, où il faut considérer l'irréversibilité du phénomène de détente de la vapeur dans la turbine, la détermination des paramètres optimals du processus de resurchauffe à plusieurs marches devient plus complexe et c'est pour ça que nous allons nous limiter à l'analyse du cycle appliqué en pratique jusqu'à présent, à deux resurchauffes.

Si on note : η_1^i, η_2^i, η_3^i les rendements relatifs internes correspondant respectivement à la partie de haute pression (la détente de la vapeur jusqu'au premier processus de resurchauffe) à la partie de pression moyenne et à la partie de basse pression (après le deuxième processus de resurchauffe), de l'analyse du cycle, il résulte (fig. 2) :

$$q_1 = q_0 + [C_{p1}(T_1 - T_{p1}) - h_1(1 - \eta_1^i)] + [C_{p2}(T_2 - T_{p2}) - h_2(1 - \eta_2^i)]$$

$$q_2 = \left[\Delta S_0 + C_{p1} \ln \frac{T_1}{T_{p1}} + C_{p2} \ln \frac{T_2}{T_{p2}} + \frac{h_3(1 - \eta_3^i)}{T_k}\right] T_k \qquad (16)$$

où l'on a noté par : h_1, h_2, h_3 — les chutes isentropiques d'enthalpie dans les parties de haute, moyenne et basse pression de la turbine, conformément aux rendements relatifs internes : η_1^i, η_2^i, η_3^i.

En utilisant la condition d'optimum (1) on obtient pour les températures T_{p1} et T_{p2} les valeurs :

$$T_{p1}^{opt} = \frac{T_k}{\left[1 + \frac{a_1}{C_{p1}}(1 - \eta_1^i)\right](1 - \eta_{t,r}^{max}) + \frac{a_3}{C_{p1}}(1 - \eta_3^i)} \qquad (17)$$

$$T_{p2}^{opt} = \frac{T_k}{\left[1 + \frac{b_1}{C_{p2}}(1 - \eta_2^i)\right](1 - \eta_{t,r}^{max}) + \frac{b_3}{C_{p2}}(1 - \eta_3^i)} \qquad (18)$$

où l'on a noté :

$$a_1 = \left(\frac{\partial h_1}{\partial T_{p1}}\right)_{T_{p2}} \quad ; \quad b_1 = \left(\frac{\partial h_2}{\partial T_{p2}}\right)_{T_{p1}}$$

$$a_3 = \left(\frac{\partial h_3}{\partial T_{p1}}\right)_{T_{p2}} \quad ; \quad b_3 = \left(\frac{\partial h_3}{\partial T_{p2}}\right)_{T_{p1}} \qquad (19)$$

et $\eta_{t,r}^{max}$ représente le rendement maximum du cycle réel à deux resurchauffes.

Pour simplifier la forme des équations (17) et (18) on peut considérer, en première approximation, que les propriétés de la vapeur sont près de celles du gaz idéal et dans ce cas-ci les coefficients a_1, a_3, b_1, et b_3 peuvent être calculés en utilisant les relations connues de la thermodynamique du gaz idéal.

En effet :

$$a_1 = \left(\frac{\partial h_1}{\partial T_{p1}}\right)_{T_{p2}} = \frac{\partial (i_0 - i_p)}{\partial T_{p1}} = -C_{p1} \qquad (20)$$

$$a_3 = \left(\frac{\partial h_3}{\partial T_{p1}}\right)_{T_{p2}} = \left(\frac{\partial h_3}{\partial \Delta S}\right)_{T_{p2}} \cdot \left(\frac{\partial \Delta S}{\partial T_{p1}}\right)_{T_{p2}} \qquad (21)$$

où conformément à la définition : $h_3 = i_2 - i_k$ (fig. 2). Si on laisse de côté la variation de l'enthalpie dans le processus isotherme $t_2 = \text{const.}$, il en résulte :

$$\left(\frac{\partial i_2}{\partial \Delta S}\right)_{T_{p2}} = 0, \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial h_3}{\partial \Delta S}\right)_{T_{p2}} = -\left(\frac{\partial i_k}{\partial \Delta S}\right)_{T_{p2}} = -T_k. \tag{22}$$

La valeur :

$$\frac{\partial \Delta S}{\partial T_{p1}} = -\frac{C_{p1}}{T_{p1}}. \tag{23}$$

En introduisant les relations (22), (23) en (21), il résulte pour le coefficient a_3, la valeur :

$$a_3 = C_{p1}\frac{T_k}{T_{p1}}. \tag{21'}$$

Les valeurs b_1 et b_3 peuvent être calculées d'une manière analogue, en obtenant :

$$b_1 = -C_{p2}$$

$$b_3 = T_k\frac{C_{p2}}{T_{p2}}. \tag{24}$$

Si on introduit les coefficients a_1, a_3, b_1, b_3, calculés conformément aux relations (21), (21'), (23), (24), dans les équations (17) et (18), il résulte finalement pour T_{p1}^{opt} et T_{p2}^{opt} :

$$T_{p1}^{opt} = \frac{\eta_3^i}{\eta_1^i}\cdot\frac{T_k}{1-\eta_{t,r}^{max}} \tag{25}$$

$$T_{p2}^{opt} = \frac{\eta_3^i}{\eta_2^i}\cdot\frac{T_k}{1-\eta_{t,r}^{max}}. \tag{26}$$

On remarque donc des équations (25) et (26), que les valeurs T_{p1}^{opt} et T_{p2}^{opt} dans le cas du cycle réel, sont différentes et elles diffèrent aussi de la valeur de la température supérieure du cycle Carnot équivalent au cycle complexe réel, grâce à l'influence des valeurs des rendements relatifs internes de la turbine.

De même, de (25) et (26) on observe que dans le cas du cycle réel, pour que l'égalité : $T_{p1} = T_{p2} = T_p$ existe, il suffit que les valeurs $\eta_1^i = \eta_2^i$ et dans le cas où : $\eta_1^i = \eta_2^i = \eta_3^i$, la valeur T_p sera égale à la température du cycle Carnot équivalent au cycle complexe réel.

D'habitude, dans la construction des turbines à vapeurs le rendement relatif de la partie de haute pression est moindre que celui de la partie de pression moyenne $(\eta_1^i < \eta_2^i)$, ce qui mène en réalité à des valeurs $T_{p2} < T_{p1}$.

Tenant compte de la relation (16) et de la méthode exposée dans le troisième paragraphe de l'ouvrage, on peut déterminer la valeur T_{p1}^{opt} dans le cas du cycle réel, lorsque la pression du processus second de resurchauffe est établie ($p_2 = \text{const.}$).

En effet, si on tient compte des relations :

$$\frac{\partial h_1}{\partial T_p} = -C_{p_1}$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial T_{p_1}} = \frac{\partial h_2}{\partial T_{p_2}} \cdot \frac{\partial T_{p_2}}{\partial T_{p_1}} \tag{27}$$

dans lesquelles l'expression $\frac{\partial T_{p_2}}{\partial T_{p_1}}$ est connue de la relation (12), il résulte de la condition d'optimum l'équation suivante :

$$T_{p1}^{opt} = \left(\frac{\eta_2^i}{\eta_1^i} \, T_{p_2 s} \cdot T_1^{\gamma} \right)^{\frac{1}{1+\gamma}} \tag{28}$$

où :

$$\gamma = \frac{C_{p_1}}{C_{p_2}} .$$

Dans le cas où on considère : $\gamma = 1$, il résulte une forme plus simple pour T_{p_1} :

$$T_{p_1} = \sqrt{\frac{\eta_2^i}{\eta_1^i} \cdot T_{p_2 s} \cdot T_1} , \tag{29}$$

qui se distingue de la relation obtenue pour le cycle idéal (15), par le rapport $\frac{\eta_2^i}{\eta_1^i}$ qui met en évidence l'influence des rendements de la turbine dans les parties de pression haute et moyenne de la turbine.

Dans la figure 5 on montre la courbe de variation du rendement thermo-dynamique du cycle, en fonction de la température T_p qu'on a considérée égale pour les deux processus de resurchauffe ($T_{p_1} = T_{p_2} = T_p$), les paramètres du cycle étant : $p_0 = 300$ ata ; $t_0 = 650°C$; t_1 et $t_2 = 565°C$, et les valeurs des rendements relatives internes de la turbine :

$\eta_1^i = 0{,}82$; $\eta_2^i = 0{,}86$; $\eta_3^i = 0{,}90$ (la courbe a)

$\eta_1^i = 0{,}60$; $\eta_2^i = 0{,}90$; $\eta_3^i = 0{,}90$ (la courbe b).

En considérant la valeur maximale du rendement thermo-dynamique du cycle pour la courbe (a) : $\eta_{t,r}^{max} = 0{,}4520$, on calcule, conformément aux formules (19) et (20), les valeurs T_{p1}^{opt} et T_{p2}^{opt} :

$$T_{p1}^{opt} = \frac{0{,}86}{0{,}82} \cdot \frac{297}{1 - 0{,}452} = 570\,°K ; \quad t_{p_1} = 287\,°C ,$$

$$T_{p2}^{opt} = \frac{0{,}86}{0{,}90} \cdot \frac{257}{1 - 0{,}452} = 518\,°K ; \quad t_{p_2} = 245\,°C .$$

Si on calcule le rendement du cycle par les nouvelles valeurs obtenues pour t_{p1} et t_{p2}, on obtient : $\eta_{t,r} = 0{,}4528$, donc une valeur plus grande que $\eta_{t,r}^{max}$ obtenue par les calculs dans l'hypothèse : $T_{p1} = T_{p2} = T_p$ (fig. 5).

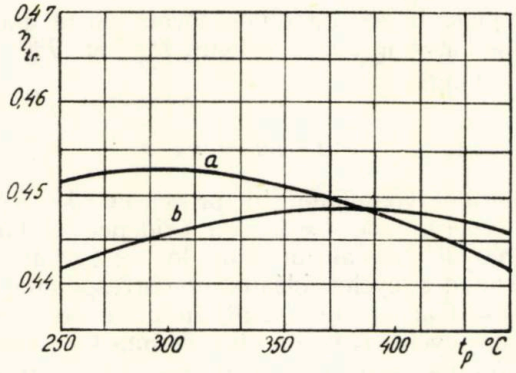


Fig. 5. La variation du rendement thermodynamique du cycle réel à deux resurchauffes, pour les paramètres :
$p_0 = 300$ ata ; $t_0 = 650/565/565$ °C

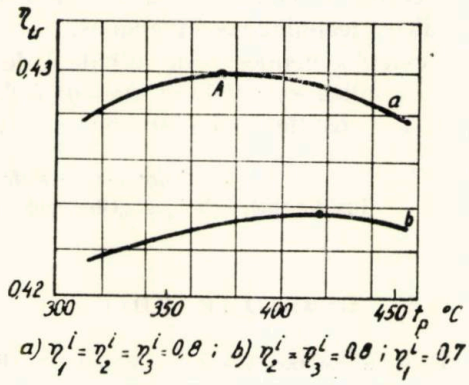


Fig. 6. La variation du rendement thermodynamique du cycle réel à deux resurchauffes, pour les paramètres initiaux :
$p_0 = 300$ ata ; $t_0 = 650/600/600$ °C
et : $p_2 = 15$ ata = const.

Dans le cas de la courbe b (fig. 5), lorsque la différence entre η_1^i et η_2^i est plus grande, on observe que lorsqu'on adopte les valeurs $t_{p1}^{opt} = 534$°C et $t_{p2}^{opt} = 385$°C, déduites conformément aux formules (19) et (20), il en résulte : $\eta_{t,r} = 0{,}4500$ qui dépassera la valeur $\eta_{t,r}^{max} = 0{,}4483$ obtenue dans l'hypothèse $t_{p1}^{opt} = t_{p2}^{opt} = t_p$ (la courbe b) fig. 5. Pour illustrer la précision des formules (28) et (29), dans la figure 6

on donne les courbes de variations des rendements du cycle pour différentes valeurs des rendements internes, dans le cas à deux resurchauffes: $p_0 = 300$ ata ; $t_0 = 650°C$, $t_1 = t_2 = 600°C$, $p_2 = \text{const.} = 15$ ata, les points A représentant les valeurs obtenues par calcul à l'application de la formule (28) ou (29).

De ces exemples, il résulte d'une façon claire que dans le cas du cycle réel, lorsque $\eta_1^i \neq \eta_2^i$, les valeurs T_{p1}^{opt} et T_{p2}^{opt} seront différentes l'une par rapport à l'autre.

Conclusions

L'analyse thermo-dynamique du processus de resurchauffe à plusieurs marches a permis de mettre en évidence le fait que les températures t_p d'entrée de la vapeur dans les resurchauffeurs doivent être égales dans le cas des cycles idéaux et correspondre à la température supérieure du cycle Carnot équivalent au cycle complexe.

Dans le cas des cycles réels on observe que les températures t_p seront différentes les unes par rapport aux autres, en fonction des valeurs des rendements relatifs internes de la turbine.

L'analyse effectuée met en évidence l'influence des divers facteurs sur les paramètres optimals des processus de resurchauffe à plusieurs marches. En ce qui concerne le choix de la solution pratique on tiendra compte aussi des indices technique-économiques.

Les formules de calcul obtenues pour le calcul des marches de resurchauffe permettent une application facile et mènent à des résultats qui sont en concordance avec les résultats obtenus par les variantes de calcul.

La chaire des centrales électriques
Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *K. Schröder :* Grosse Dampfkraftwerke, vol 2. — Springer — Berlin 1959.
2. *Andriuscenco A., Hlebalin Iu.:* Primenenie metoda rabotosposobnosti dlia rasceta naivîgodneişih nacialnîh parametrov para — Teploenerghetika nr. 5, 1964.
3. *P. Chambadal :* Contribution à l'étude des cycles thermiques — Chaleur et Industrie 1959, decem.
4. *Kalafati D.:* Termodinamiceskii analiz ţiklov paroturbinîh ustanovok s promejutocinîm peregrevom — Teploenerghetika, nr. 3 — 1956.
5. *D. Grecov :* Studiu asupra parametrilor optimi ai supraîncălzirii intermediare a aburului în centrale electrice de termoficare de mare putere — Studii şi cercetări de Energetică — nr. 3. — 1954.
6. *V. Singer :* Die Wärmewirtschaftlichen Gewinnöglickeiten in Kondensationskraftwerken, BWK, nr. 2 — 1955.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 1

REȚELE ELECTRICE

C.Z.: 621.3.014.31 : 621.3.064 : 621.3.021 : 621.316

INFLUENȚA ARCULUI ELECTRIC LA DECONECTAREA CURENȚILOR INDUCTIVI MICI *

GHEORGHE IACOBESCU

Funcționarea întrerupătoarelor electrice la deconectarea voită sau la eliminarea scurt-circuitelor este determinată, în principal, de momentul ruperii curentului și de arcul electric care apare aproape totdeauna la întrerupere.

Acești doi factori nu sînt independenți între ei, iar influența lor asupra procesului de rupere și efectele produse asupra rețelei electrice sînt strîns legate de intensitatea curentului deconectat și de tipul de întreruptor folosit.

In general, la deconectarea unor intensități mari de curent tensiunea arcului este neglijabilă în raport cu tensiunea electromotoare a sursei și momentul ruperii curentului este foarte apropiat de trecerea naturală a acestuia prin zero.

La deconectarea unor intensități mici de curent, arcul electric care apare are caracter intermitent. El determină un curent de oscilație de înaltă frecvență, care se suprapune undei fundamentale de 50 Hz și modifică curba curentului în întreruptor, mai ales în apropierea trecerii prin zero.

Curentul de oscilație de înaltă frecvență impune momentul anulării curentului întrerupt, în avans față de trecerea prin zero a curentului inductiv. Acest lucru are ca efect imediat, apariția unor energii magnetice și electrostatice, care se descarcă în rețea prin intermediul reaprinderilor repetate ale arcului electric.

In cadrul lucrării se analizează amănunțit acest fenomen și, ținînd seama de arcul electric și de curenții care apar la întrerupere, se scoate în evidență posibilitatea întreruperii definitive a circuitului.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 28—30 mai 1965.

I. Analiza ruperii curenților inductivi mici.

Studierea procesului ruperii curenților inductivi mici se va face cu ajutorul schemei echivalente dată în figura 1, raportată, în particular, la cazul deconectării unui transformator care funcționează în gol, dar practic valabilă pentru orice sarcină inductivă (motor asincron, bobină). Pentru claritatea analizei, procesul de rupere s-a împărțit [3] în trei etape distincte și anume :

1 — stadiul aprinderilor repetate ale arcului electric, care începe la separarea contactelor întreruptorului și durează pînă la prima anulare forțată a curentului în întreruptor ;

2 — stadiul reaprinderilor repetate ale arcului electric, care durează de la prima anulare forțată a curentului în întreruptor, pînă la stingerea definitivă a arcului electric ;

3 — stadiul oscilațiilor libere ale tensiunii tranzitorii de restabilire, după stingerea definitivă a arcului electric.

Ii. *Aprinderile repetate ale arcului electric.*

La declanșarea separării contactelor întreruptorului, curentul normal de încărcare al capacității C este întrerupt chiar la prima trecere prin zero, cînd arcul electric are o lungime mică. După acest moment va apare prima aprindere repetată a arcului electric, ca urmare a străpungerii intervalului dintre contactele întreruptorului, cînd valoarea tensiunii instantanee a sursei atinge tensiunea de aprindere a arcului. Capacitatea se încarcă pînă la noua valoare a tensiunii alternative și încărcarea va continua un număr de semiperioade, în timpul unor aprinderi repetate și

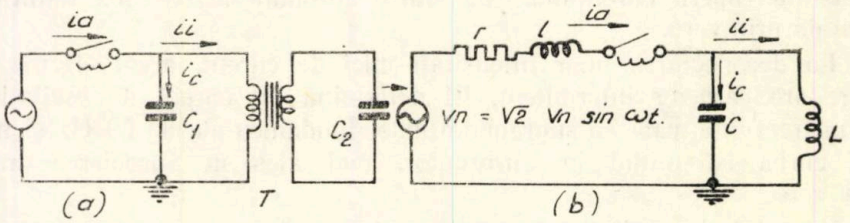


Fig. 1. Deconectarea unui circuit inductiv parcurs de un curent de intensitate mică. *a*) Schema monofazată ; *b*) Schema echivalentă.

a alungirii continuie a arcului electric dintre contactele întreruptorului, pînă cînd tensiunea de încărcare devine aproximativ egală cu tensiunea sursei.

Curentul de încărcare al capacității C, produs de tensiunea contra-electromotoare a arcului electric, are o frecvență foarte mare și, din această cauză, se poate considera că afectează practic numai circuitul $r\,l\,C$ ($l \ll L$,) din figura 1. El se suprapune curentului inductiv, i_l, de frecvență industrială, care parcurge, practic, numai circuitul $r\,l\,L$, așa

încît întreruptorul, în perioada aprinderilor repetate ale arcului electric, va fi parcurs în sensul de la rețea spre transformator, de curentul:

$$i_a = i_i + i_c \qquad (1)$$

Datorită proprietăților arcului electric, curentul de înaltă frecvență va avea o alură neregulată, amplificîndu-se și amortizîndu-se foarte rapid între două aprinderi repetate. Uneori, amplificarea acestuia este atît de mare, încît cauzează o anulare sau o schimbare de semn a curentului din

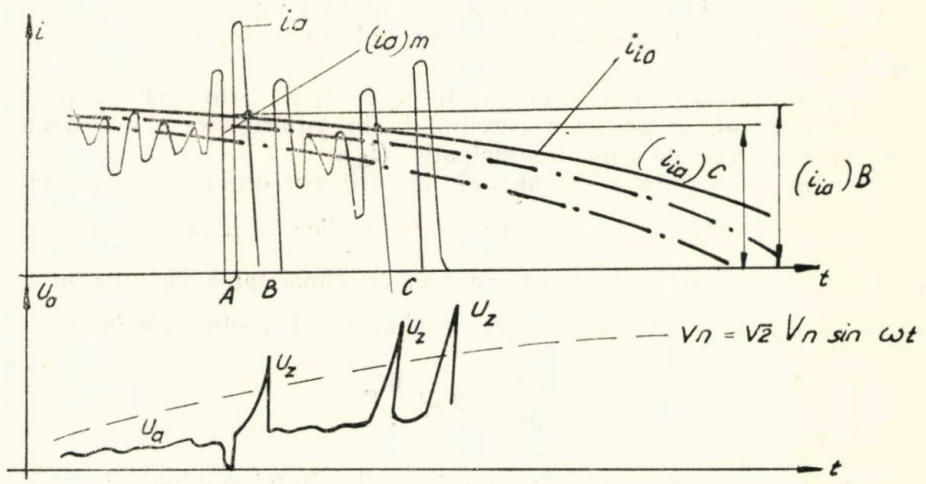


Fig. 2. Alura curentului și a tensiunii arcului electric la bornele întreruptorului [3].

i_a — curentul din arcul electric,
$(i_a)_m$ — unda fundamentală medie a curentului din arcul electric,
i_{io} — curentul inductiv în regim staționar,
i_{ia} — curentul de rupere anticipată,
U_z — tensiunea de reaprindere a arcului electric.

întreruptor, înaintea trecerii prin zero natural al curentului inductiv. Acest lucru este arătat în figura 2, unde s-a indicat [3] alura curentului și tensiunii de arc la bornele întreruptorului, ținînd seama de caracterul instabil al oscilațiilor de înaltă frecvență.

La anularea curentului din întreruptor, arcul electric se stinge și tensiunea de stingere are valoare mică. In acest caz, întreruptorul are condiții favorabile să stingă arcul definitiv.

Deoarece circuitul nu este încă descărcat și are, în momentul *B*, de exemplu, la bornele capacității o tensiune aproximativ egală cu valoarea instantanee a tensiunii rețelei, iar inductanța *L* este încă parcursă de curent, este mai probabil ca după acest moment să aibă loc noi aprinderi repetate. Dacă contactele întreruptorului sînt încă apropiate, tensiunea de străpungere fiind mică, aprinderile repetate se vor succeda rapid și arcul electric va continua să ardă fără o întrerupere aparentă.

I_2 *Reaprinderile repetate ale arcului electric și curentul de rupere anticipată.*

Prin creșterea distanței de separare a contactelor întreruptorului și prin intensificarea suflajului, este posibil ca după o stingere a arcului electric, regenerarea dielectricului să se facă așa de rapid, încît să permită tensiunii de la borne să atingă o valoare mare înaintea producerii unei aprinderi repetate.

Dacă în urma unei treceri prin zero a curentului din arc, (momentul C, de exemplu, din fig. 2), o aprindere nu se produce imediat, curentul de înaltă frecvență dispare, iar curentul inductiv nu mai afectează întreruptorul.

Valoarea momentană a curentului care trece prin inductanța L a transformatorului, la anularea curentului din întreruptor, a fost denumit în lucrare „curent de rupere anticipată" (i_{ta}).

Existența acestuia în momentul anulării curentului din întreruptor, va determina apariția unei energii magnetice $W_m = \frac{1}{2} L i_{ta}^2$ care, neputînd să se scurgă în rețea, va încărca capacitatea cu energia electrostatică $W_e = \frac{1}{2} CV^2$ și va crește tensiunea la bornele acesteia cu viteza

$$\frac{dv}{dt} = 2\omega_0^2 \frac{W_m}{i_{ta}} \tag{2}$$

unde $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ este pulsația proprie a circuitului oscilant din aval de întreruptor.

Viteza de creștere a tensiunii la bornele capacității, care este practic aceeași și pentru întreruptor, a fost pusă sub această formă spre a scoate în evidență dependența ei de energia magnetică existentă în momentul ruperii și de pulsația proprie a circuitului de întrerupt. Acest lucru este foarte important, deoarece explică influența rețelei asupra instabilității arcului electric, care este posibilă numai dacă curentul de rupere anticipată sau energia magnetică corespunzătoare acestuia și pulsația proprie ω_0 nu au valori prea mari. Altfel arcul electric nu mai poate fi stins.

Dacă toată energia magnetică este transformată în energie electrostatică, atunci tensiunea maximă de la bornele capacității va avea valoarea :

$$V_m = \sqrt{2 \frac{W_m}{C}} \tag{3}$$

Este posibil însă să nu se atingă valoarea tensiunii dată de ecuația (3), deoarece mai înainte poate avea loc o străpungere a intervalului dintre contactele întreruptorului, prin arcul electric care se reaprinde. In acest

fel, capacitatea se descarcă în rețea, energia scurgîndu-se ca dintr-un generator de șoc neamortizat de la capacitate către rețea, așa cum se indică în figura 3.

După prima descărcare în rețea, arcul electric se va stinge imediat și dacă energia magnetică înmagazinată în inductanță este încă mare, feno-

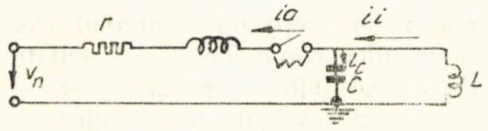


Fig. 3. Schema echivalentă a circuitului la descărcarea prin arc electric a capacității în rețea.

menul se poate reproduce de un număr de ori. Arcul electric se va reaprinde și va avea un caracter intermitent, pînă cînd tensiunea la bornele capacității va fi insuficientă spre a mai putea determina o nouă reaprindere. Desfășurarea în timp a procesului de descărcare este arătată în figura 4, unde s-a considerat ca punct de plecare momentul *C*, din figura 2, al ultimei semiperioade înaintea stingerii definitive a arcului electric.

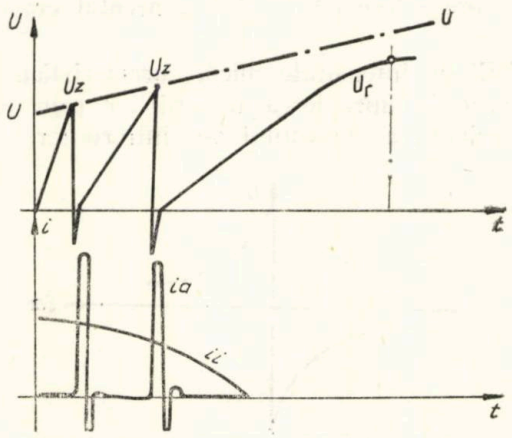


Fig. 4. Variația tensiunii și curentului de descărcare, în perioada reaprinderilor repetate.
i_i — curentul inductiv; i_a — curentul din arcul electric; u_r — tensiunea de restabilire; u — u rigiditatea dielectrică la deschiderea contactelor întreruptorului; U_z — tensiunea de reaprindere a arcului electric.

În general, reaprinderile arcului electric notate în figura 4, limitează supratensiunile apărute la întrerupere. Totuși, la întreruperea curenților inductivi mici, caracterul instabil al arcului poate să provoace autoexcitarea circuitului întrerupt, care se manifestă printr-un avans mai mare al ruperii curentului în întreruptor față de trecerea naturală prin zero și

prin creșterea energiilor magnetice și electrostatice ce trebuie descărcate în rețea. Astfel de situații periclitează buna funcționare a aparatului și a rețelei, dacă nu sînt prevăzute mijloace de protecție adecvate.

I_3. *Oscilațiile libere ale tensiunii tranzitorii de restabilire.*

După ultima reaprindere repetată a arcului electric, energia magnetică remanentă se manifestă sub formă de oscilații în circuitul L, C. Tensiunea tranzitorie de restabilire care apare are o alură determinată de legile care conduc circuitul oscilant. Amplitudinea ei poate fi mai mare decît dublul amplitudinii tensiunii nominale a rețelei, ceea ce e puțin probabil în cazul ruperii curenților de scurtcircuit.

II. Calculul curenților la deconectarea circuitului

In analiza teoretică a procesului deconectării curenților inductivi mici, arcul electric va fi considerat ca un element conectat în circuitul de întrerupt.

Forma generală a caracteristicii volt-amperice a acestuia este dată în figura 5, din care reiese că tensiunea arcului crește cu scăderea curentului.

Pentru curenții de intensitate mică, caracteristica volt-amperică este rapid descrescătoare în apropierea trecerii lor prin zero, unde are loc prima rupere anticipată a curentului din întreruptor.

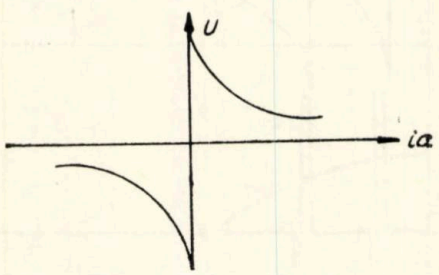


Fig. 5 .Variația caracteristicii volt-amperice a arcului pentru curenții inductivi în apropierea trecerii lor prin zero.

Acest lucru permite ca, în studierea procesului de rupere, să se considere următoarele două simplificări și anume:

— că variația caracteristicii volt-amperice a arcului electric este liniară, așa cum se arată în figura 6, fiind definită prin ecuația:

$$u = a - b\,i \tag{4}$$

în care a și b sînt două constante pozitive [1];

— rezistența arcului, b, este constantă pentru un interval de timp foarte mic înaintea aprinderii repetate a arcului electric.

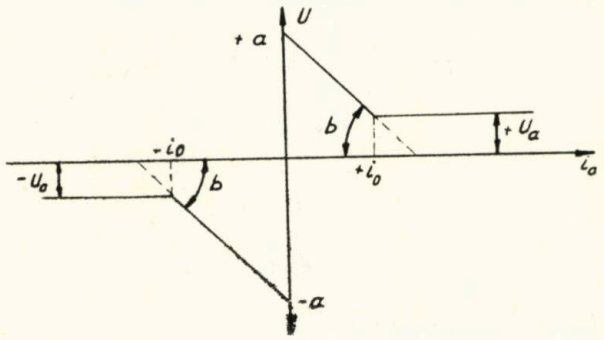


Fig. 6. Variația caracteristicii volt-amperice a arcului electric pentru curenți inductivi mici: curba echivalentă ($u=a-bi$). [1]

II_1. *Curentul de oscilație de înaltă frecvență.*

Arcul electric provoacă un curent de oscilație de înaltă frecvență, care afectează practic numai circuitul $r\,l\,C$ din figura 1. Valoarea lui se determină din ecuația diferențială

$$l\frac{di}{dt}+ri+u+\frac{1}{C}\int_0^t i\,dt=0 \tag{5}$$

în care u reprezintă tensiunea arcului electric.

Dacă legătura între tensiunea și curentul din arc este definită de relația (4), atunci ecuația (5) devine

$$lC\frac{d^2i}{dt^2}+C(r-b)\frac{di}{dt}+i=0 \tag{6}$$

a cărei soluție generală este:

$$i_c=I_c\,e^{-\left[\frac{r-b}{2l}\right]t}\cdot\cos\left[\frac{\sqrt{1-C\frac{(r-b)^2}{4l}}}{\sqrt{lC}}\,t-\gamma\right] \tag{7}$$

Constantele de integrare I_c și γ se determină din condițiile la limită. Pentru momentul $t=0$, $\gamma=\frac{\pi}{2}$, iar I_c reprezintă valoarea maximă a undei de curent în circuitul $r\,l\,C$, determinată de tensiunea arcului:

$$I_c\simeq U_a\sqrt{\frac{C}{l}}. \tag{8}$$

Ţinînd seama de valoarea constantelor de integrare, soluţia (7) a curentului de oscilaţie de înaltă frecvenţă devine:

$$i_c = U_a \sqrt{\frac{C}{l}}\, e^{-\left[\frac{r-b}{2l}\right]t} \cdot \sin \nu t \tag{9}$$

în care

$$\nu = \frac{\sqrt{1 - C\,\frac{(r-b)^2}{4l}}}{\sqrt{lC}}$$

este pulsaţia proprie a circuitului $r\,l\,C$.

Soluţia (9) arată că arcul electric poate interveni în sensul unei amplificări a curentului de oscilaţie, pentru orice valoare $b > r$. Această condiţie este îndeplinită mai ales în cazul ruperii unor curenţi de cîţiva amperi şi în domeniul în care caracteristica arcului, reprezentată în figura 6, este puternic căzătoare. Dacă se ţine seama că, curentul de oscilaţie se poate şi amplifica, valoarea acestuia se va pune sub forma generală

$$i_c = U_a \sqrt{\frac{C}{l}}\, e^{-\alpha t} \sin \nu t \tag{10}$$

în care $\alpha = \left(\frac{r-b}{2l}\right)$ reprezintă factorul de amortizare sau de amplificare al circuitului.

Curentul de oscilaţie este funcţie de tensiunea de aprindere a arcului şi de admitanţa de undă a circuitului din amonte de întreruptor.

În perioada oscilaţiilor naturale ale arcului electric, cînd distanţa de separare dintre contactele întreruptorului, este mică, tensiunea de străpungere are valori mici. De aceea, se poate presupune, că în acest caz, U_a corespunde amplitudinii medii a tensiunii de ardere a arcului.

În perioada reaprinderilor repetate, tensiunea de reaprindere a arcului are valori mai mari, fiind funcţie de distanţa dintre contacte şi de puterea deionizantă a aparatului.

Ca urmare şi curentul de oscilaţie de înaltă frecvenţă va creşte, astfel încît pentru stadiul reaprinderilor repetate relaţia (10) devine

$$i_c = U_z \sqrt{\frac{C}{l}}\, e^{-\alpha t} \sin \nu t \tag{11}$$

în care U_z este tensiunea de reaprindere a arcului electric.

II2. *Curentul din întreruptor (arcul electric).*

In arcul electric care se formează între contactele întreruptorului, curentul are valoarea

$$i_a \simeq \frac{\sqrt{2}\,V_n}{\omega L}\cos\omega t - U_z\sqrt{\frac{C}{l}}\,e^{-\alpha t}\sin\nu t \qquad (12)$$

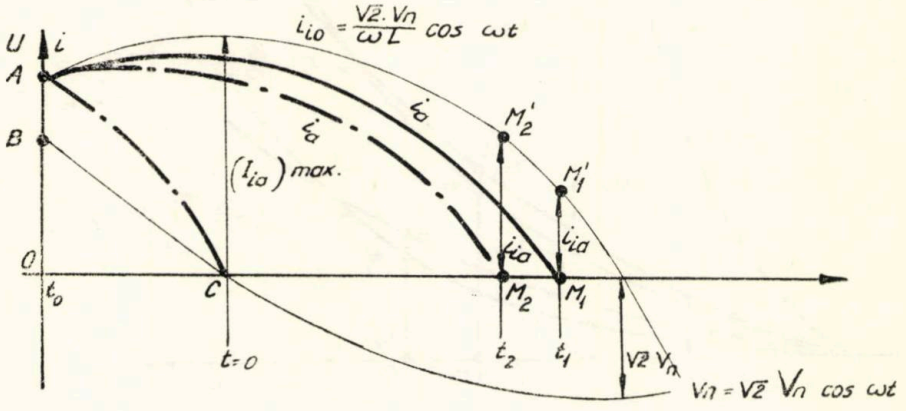


Fig. 7. Variația valorii medii a curentului care solicită întreruptorul.
i_{io} — curentul de mers în gol în regim staționar ;
i_a — curentul din arcul electric rupt de întreruptor.

unde primul termen reprezintă componenta inductivă fundamentală de frecvență industrială, determinată de tensiunea rețelei, iar al doilea termen componenta de înaltă frecvență dată de ecuația (11), determinată de tensiunea arcului.

Ca urmare a intermitenței arcului și a componentei de curent de înaltă frecvență, curentul din întreruptor va fi forțat să descrească mai repede decît după o curbă cosinusoidală, ceea ce va determina o micșorare a ultimei semiperioade. Valoarea medie a acestuia este redată în figura 7, în care s-a considerat un moment oarecare t_0, corespunzător deschiderii contactelor întreruptorului.

In punctul M_1 sau M_2 din figură, intensitatea curentului i_a din întreruptor este nulă, după un timp t_1 sau t_2, care se poate determina din expresia generală :

$$\cos\omega t = \frac{U_z}{\sqrt{2}\,V_n}\,e^{-\alpha t}\,\frac{\omega}{\omega_0}\sqrt{\frac{L}{l}} = \gamma\,(i,t). \qquad (13)$$

Această ecuație a fost determinată, considerînd că anularea curentului din arcul electric are loc cînd impulsul de curent corespunzător unei reaprinderi repetate este maxim. Rezolvarea ei pentru momentul anulării cu-

rentului se poate face grafic, așa cum este arătat în figura 8 [1]. Punctele de intersecție M_1' și M_2' ale curbelor date de ecuația (13) vor avea aceeași abscisă ca și tensiunea maximă de reaprindere, corespunzătoare punctelor P sau Q, care ia naștere la anularea curentului din întreruptor. Curentul din arcul electric apare ca diferență a ordonatelor celor două curbe definite de ecuație (13).

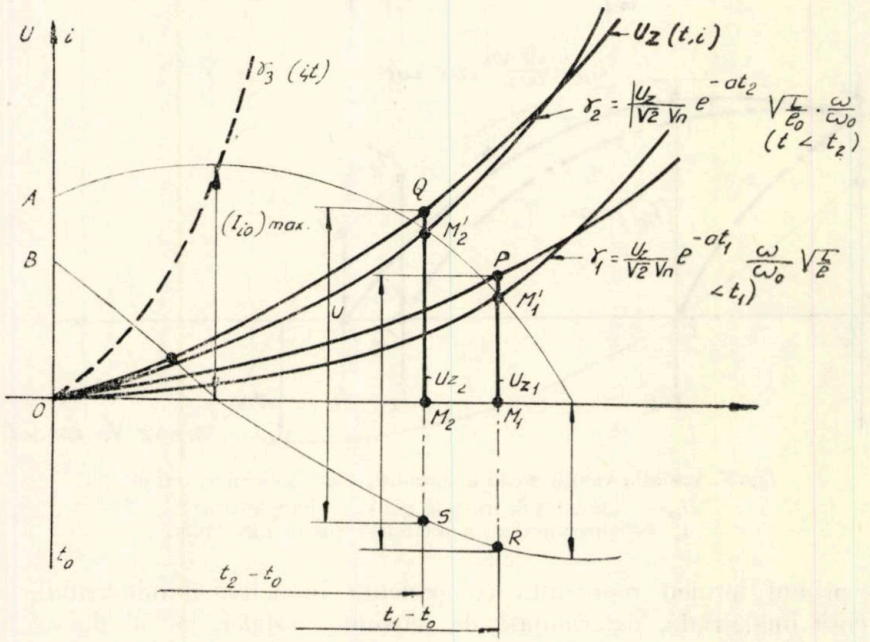


Fig. 8. Determinarea grafică a tensiunilor de reaprindere și a curentului din arcul electric. [1]

II3. *Curentul de rupere anticipată.*

Conform ecuației (12) și figurii 7, descreșterea curentului din arcul electric este mai accentuată decît a curentului inductiv. Ca urmare, întreruptorul are posibilitatea întreruperii definitive a circuitului, înaintea trecerii naturale prin zero a curentului inductiv. Acest lucru determină un curent de rupere anticipată, de care este legată prezența unei energii magnetice, în momentul ruperii. Intensitatea acestuia, pe figura 7, corespunde segmentelor M_2M_2' sau M_1M_1'.

Intensitatea curentului de rupere anticipată, conform fig. 7, pentru momentul anulării curentului din întreruptor, s-a presupus egală cu amplitudinea curentului de oscilație de înaltă frecvență, sau cu intensitatea curentului inductiv — i_{i0}, corespunzătoare punctelor M_1' sau M_2'. În realitate, această valoare a curentului de rupere anticipată este puțin majorată, deoarece în studierea procesului de rupere nu s-a ținut seama de influența

arcului electric asupra curentului inductiv. Această influență se manifestă în sensul micșorării intensității curentului din inductanță, ceea ce ar corespunde la o curbă medie sub curba curentului inductiv staționar i_{i0} dată în figura 7.

În timpul aprinderilor repetate ale arcului electric, intensitățile curenților de rupere anticipată sînt mici, de regulă de cîțiva amperi, în timp ce în perioada reaprinderilor repetate, valorile acestora sînt mai mari, putînd atinge cîteva zeci de amperi.

Conform figurii 7, intensitatea maximă a acestui curent corespunde aproximativ punctului de intersecție a celor două curbe date de ecuația (13), în creasta liniei cosinusoidale a curentului inductiv de mers în gol, în regim staționar.

Dacă se consideră acest moment, față de tensiunea nominală a rețelei, atunci condiția se îndeplinește cînd

$$[\cos \omega t]_{max} = \left[\frac{U_z}{\sqrt{2}V_n} e^{-\alpha t} \frac{\omega}{\omega_0} \sqrt{\frac{L}{l}}\right]_{max} = 1 \tag{14}$$

expresie valabilă atîta timp cît tensiunea de reaprindere sau curentul inductiv nu schimbă de semn.

Din această ecuație se poate determina valoarea maximă a tensiunii de reaprindere, care forțează curentul din întreruptor să se anuleze :

$$(U_z)_{max} = \sqrt{2}V_n \frac{\omega_0}{\omega} \sqrt{\frac{l}{L}} e^{-\alpha t} \tag{15}$$

sau, dacă se neglijează amortizarea :

$$(U_z)_{max} = \sqrt{2}V_n \frac{\omega_0}{\omega} \sqrt{\frac{l}{L}}. \tag{16}$$

Din această ecuație se observă că tensiunea de reaprindere este funcție de pulsația proprie a circuitului de întrerupt și de inductanțele circuitelor în amonte și în aval de întreruptor.

Supratensiunea la transformator, u, este dată de segmentul QS, notat în fig. 8 și reprezintă diferența între tensiunea nominală și tensiunea de reaprindere.

II4. *Posibilitatea ruperii definitive a curentului din întreruptor.*

Orice anulare a curentului din întreruptor oferă acestuia posibilitatea stingerii definitive a arcului electric. În acest moment, însă, la bornele întreruptorului se declanșează două procese și anume : regenerarea dielectricului și restabilirea tensiunii.

Condiția stingerii definitive este ca tensiunea de reaprindere a arcului, într-un moment oarecare, U_z, și care caracterizează rigiditatea dielectrică a întreruptorului, să fie mai mare decît tensiunea tranzitorie de restabilire a rețelei, adică

$$U_z \geqslant U_r \tag{17}$$

Dacă contactele sînt încă apropiate, tensiunea de aprindere fiind mică, aprinderea se va produce rapid și arcul va continua să ardă fără o întrerupere vizibilă.

Creșterea distanței între contacte și intensificarea suflajului după o stingere a arcului electric pot determina o regenerare puternică a dielectricului, astfel încît tensiunea de restabilire la întreruptor să aibă o valoare

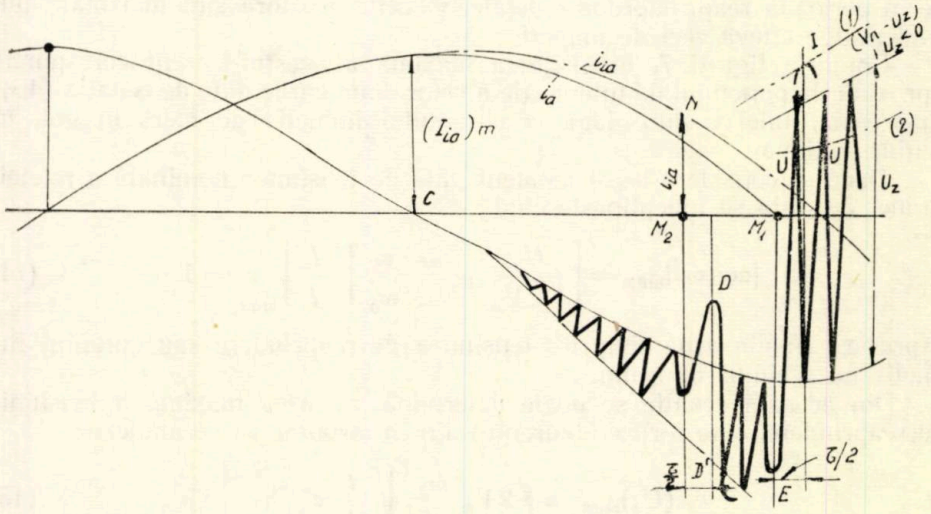


Fig. 9. Desfășurarea procesului de întrerupere a curenților inductivi mici și indicarea posibilității întreruperii definitive a circuitului.

ridicată înaintea producerii aprinderii. Curentul inductiv de rupere anticipată, neputînd parcurge întreruptorul, încarcă capacitatea și determină creșterea tensiunii plecînd de la tensiunea de arc, pînă ce aceasta va atinge curba rigidității dielectrice dintre contacte. În acest moment se produce reaprinderea arcului electric, care poate continua să ardă un timp mai lung sau mai scurt, pînă ce fenomenul descris mai sus se repetă.

În figura 9 s-a considerat desfășurarea procesului într-un sfert de perioadă. Punctul M_2 corespunde momentului în care are loc o anulare anticipată a curentului din întreruptor. Tensiunea tranzitorie de restabilire care apare atinge curba de regenerare a dielectricului în punctul D' și determină reaprinderea repetată a arcului, prin intermediul căreia energia magnetică conținută în inductanța L se poate scurge în rețea.

În punctul M_1 s-a presupus că curentul din întreruptor se anulează din nou. După ultima reaprindere, înaintea trecerii prin zero, circuitul oscilează natural, energia arcului se transferă integral capacității și arcul se stinge definitiv.

Prima amplitudine a oscilației de tensiune a fost notată, în fig. 9, cu litera E. La schimbarea de semn a oscilației u, tensiunea de restabilire la întreruptor, $V_n - u$, crește foarte mult și o reaprindere a arcului este posibilă în orice moment, înaintea crestei I.

Dacă panta curbei de restabilire a rigidității dielectrice a întreruptorului este mare, ca în cazul întreruptoarelor rapide (curba (1) trasată punctat în fig. 9), numărul reaprinderilor este redus, însă valoarea supratensiunii la întreruptor crește. Pentru întreruptoare mai puțin rapide, ca de exemplu cele cu ulei, panta curbei de restabilire a rigidității dielectrice este mai mică (curba 2 trasată punctat în fig. 9), numărul reaprinderilor este mai mare, însă supratensiunea care apare la întreruptor poate fi mai mică decît în primul caz.

Reapariția curentului în întreruptor depinde de momentul t_0 de deschidere a contactelor acestuia. Dacă deschiderea contactelor se face astfel încît stingerea arcului electric să se producă, atunci cînd tensiunea rețelei este de polaritate inversă cu curentul întrerupt, atunci există pericolul reapariției acestuia în întreruptor. În cazul fig. 9, acest lucru poate avea loc în acele sferturi de perioadă în care curentul inductiv scade. Dacă momentul de stingere a arcului electric se află într-un sfert de perioadă în care curentul inductiv crește, s-au într-un sfert de perioadă în care tensiunea rețelei scade, atunci întreruperea poate fi definitivă.

III. Concluzii

Studierea influenței arcului electric la deconectarea curenților inductivi mici permite să se tragă următoarele concluzii:

1° Arcul electric intermitent produce un curent de oscilație de înaltă frecvență, care are ca efect modificarea curbei curentului în întreruptor și anticiparea anulării acestuia față de trecerea naturală prin zero a curentului din inductanță.

2° La anularea curentului din întreruptor, în inductanță, continuă să curgă un curent, denumit în lucrare „curent de rupere anticipată", a cărui existență determină apariția unei energii magnetice care, neputînd să se scurgă în rețea, încarcă capacitatea și crește tensiunea la bornele acesteia. Dacă creșterea tensiunii la bornele capacității (practic aceeași și la bornele întreruptorului) este mare, atunci au loc reaprinderi repetate ale arcului electric, al căror număr este funcție de energia magnetică înmagazinată în inductanță și de pulsația proprie a circuitului întrerupt.

3° Valoarea curentului de rupere anticipată este maximă, cînd momentul stingerii arcului în întreruptor este decalat cu 90° în avans față de trecerea naturală prin zero a curentului inductiv.

4° Reapariția curentului în arcul electric depinde de momentul de deschidere a contactelor întreruptorului. Dacă deschiderea contactelor se face astfel încît stingerea să se producă cînd tensiunea rețelei este de polaritate inversă cu curentul întrerupt, atunci există pericolul reapariției acestuia în întreruptor.

Catedra de rețele electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *K. Berger, R. Pichard:* Die Berechnung der beim Abschalten leerlaufender Transformatoren, insbesondere mit Schnellschaltern, entstehenden Überspannungen, Bulletin S.E.V., 1944, nr. 20, pag. 560.

2. *H. Meyer:* Les problemes fondamentaux que pose la construction des disjoncteurs, Revue Brown Boveri, 1950, pag. 116.

3. *P. Baltensperger:* Surtension lors du declenchement de faibles courants inductifs, CIGRE, 1950, Rapport 116.

4. *P. Le Verre:* Les surtensions lors de la coupure de faibles courants inductifs en haute tension, R.G.E., 1963, nr. 2, pag. 91.

5. *Gh. Iacobescu:* Contribuții la studiul procesului de restabilire a tensiunii la bornele întreruptoarelor cu aplicații la rețelele din R.P.R. (Cap. I) — Teză de disertație 1960.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 1

MAȘINI TERMICE

C.Z.: 621.187 : 620.193

INFLUENȚA PREÎNCĂLZIRII PRELIMINARE A AERULUI DE ARDERE LA UN CAZAN, ÎN SCOPUL EVITĂRII COROZIUNII, ASUPRA ECONOMICITĂȚII INSTALAȚIEI *

M. POSTELNICESCU, C. NEAGA

I. *Introducere*

La arderea combustibililor conținînd sulf în compoziția lor, pentru evitarea pericolului de coroziune a suprafețelor finale de schimb de căldură ale unui cazan, temperatura pereților acestora trebuie să aibă valori mai mari decît temperatura de rouă acidă, funcție de conținutul de sulf (combustibil) din combustibil și de coeficientul de exces de aer. Pentru exemplificare, în fig. 1 se redă după [1], variația temperaturii de rouă acidă la arderea păcurii în funcție de conținutul ei de sulf, pentru un coeficient de exces de aer 1,2 ... 1,3.

Dacă în lungul traseului gazelor de ardere, în sensul curgerii lor, ultimele schimbătoare de căldură ale cazanului sînt treapta inferioară a economizorului și apoi prima treaptă a preîncălzitorului de aer, evident temperatura minimă a pereților este la intrarea apei de alimentare, respectiv la intrarea aerului de ardere în schimbătoarele de căldură respective, unde pericolul de coroziune va fi ca urmare maxim.

La economizor, coeficientul de convecție termică de la perete la apă fiind foarte mare în raport cu coeficientul de convecție termică de la gazele de ardere la perete, se poate considera că temperatura minimă a peretelui este

$$t_p \cong t_{aa}\ [°C],$$

unde t_{aa} este temperatura apei de alimentare.

În instalațiile actuale de cazane, apa de alimentare este de regulă preîncălzită la temperaturi care depășesc temperatura de rouă acidă. Dacă această condiție nu ar fi

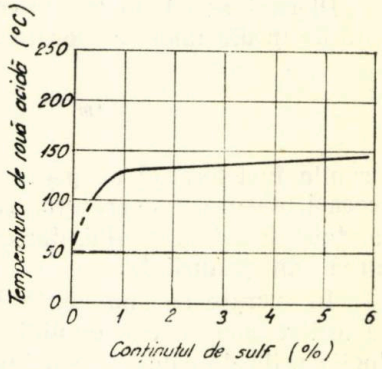


Fig. 1. — Variația temperaturii de rouă acidă la arderea păcurii în funcție de conținutul de sulf, pentru un coeficient de exces de aer 1,2 1,3

* Lucrare comunicată în sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București, 28—30 mai 1965.

totuși îndeplinită, măsurile de luat vor putea fi adaptate după soluțiile ce se vor da pentru preîncălzitorul de aer, la care problema rămîne spre rezolvare în orice caz.

Pentru prima treaptă a preîncălzitorului de aer, temperatura minimă a peretelui acestuia, presupus curat, se poate considera

$$t_p = \frac{\alpha_1 t_{ev} + \alpha_2 t_a}{\alpha_1 + \alpha_2} \text{ [°C]},$$

unde:

α_1 este coeficientul de convecție termică de la gazele de ardere la perete, în $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}}$;

α_2 — coeficientul de convecție termică de la perete la aerul de ardere, în $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}}$;

t_{ev} — temperatura gazelor de ardere la evacuarea din agregat, în °C;

t_a — temperatura aerului de ardere la intrarea în preîncălzitorul de aer, °C.

Pentru ca coeficientul total de transfer termic să fie maxim trebuie ca $\alpha_1 = \alpha_2$, astfel încît se poate considera

$$t_p = \frac{1}{2}(t_{ev} + t_a) \text{ [°C]}.$$

Pentru evitarea coroziunii, această temperatură trebuie să fie mai mare decît temperatura de rouă acidă.

Plecînd astfel de la o temperatură admisibilă a metalului constantă, dată de media unor temperaturi t_{ev} și t_a de referință astfel ca

$$t_m = \frac{1}{2}(t_{ev} + t_a) = \text{const.},$$

formula învederează că pentru a coborî pe t_{ev}, trebuie să fie ridicată în aceeași măsură temperatura t_a. Coborîrea temperaturii t_{ev} duce la mărirea randamentului cazanului, dar evident cu un consum de căldură pentru ridicarea temperaturii t_a.

In lucrare se analizează influența preîncălzirii preliminare a aerului de ardere asupra consumului global de combustibil la cazan pentru producția utilă de căldură și pentru preîncălzirea aerului de ardere înainte de preîncălzitorul cazanului efectuată cu căldură dată direct sau indirect de cazan.

Se precizează de la început, că soluțiile de preîncălzire preliminară a aerului de ardere vor fi analizate numai din punct de vedere al consumului de combustibil — element deosebit de important — nu și din punct de vedere al investițiilor pe care le necesită și cheltuielilor anuale de

producție pe care le determină. Soluția optimă din punct de vedere general economic se va putea determina, în continuare, folosind criteriul cheltuielilor anuale de calcul sau alți indicatori de eficiență economică [2].

2. *Stabilirea intervalelor de variație a temperaturilor* t_{ev} *și* t_a

Din relația

$$t_{ev} = 2\,t_m - t_a \ [°C] , \tag{1}$$

în care t_m este constantă, rezultă că există o temperatură maximă $t_{ev_{max}}$ corespunzătoare temperaturii t_a egală cu temperatura t_0 a mediului ambiant. De asemenea, se deduce că există o temperatură minimă $t_{ev_{min}}$ pentru o temperatură t_a maximă.

Pentru determinarea temperaturii $t_{ev_{min}}$, se ține seama că temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere din agregat este funcție de temperaturile t_a și t_{aa}, formula de calcul fiind [3]

$$t_{ev_{min}} = \frac{W_a}{W_g}\,t_a + \left(1 - \frac{W_a}{W_g}\right) t_{aa} + \Delta t \ [°C] , \tag{2}$$

unde:

W_a este echivalentul mediu în apă al aerului care orar se preîncălzește în prima treaptă a preîncălzitorului de aer de la temperatura t_a la temperatura t_{aa}, în $\frac{\text{kcal}}{\text{h}\cdot\text{grd}}$;

W_g — echivalentul mediu în apă al gazelor de ardere care orar trec prin prima treaptă a preîncălzitorului de aer, răcindu-se de la temperatura $t_{aa} + \Delta t$ la temperatura $t_{ev_{min}}$, în $\frac{\text{kcal}}{\text{h}\cdot\text{grd}}$;

Δt — diferența de temperatură optimă dintre temperatura gazelor de ardere la ieșirea din treapta inferioară a economizorului și temperatura apei de alimentare t_{aa}, în °C.

Se precizează, că pentru toți combustibilii și toate temperaturile raportul W_a/W_g este subunitar, iar pentru un combustibil și un exces de aer fixat, variațiile lui cu temperatura — în limitele uzuale — practic pot fi neglijate.

Din relațiile (1) și (2) rezultă că, pentru o temperatură t'_{aa} fixată, temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere are valoarea

$$t'_{ev_{min}} = \frac{1}{1 + \frac{W_a}{W_g}} \left[2\,\frac{W_a}{W_g}\,t_m + \left(1 - \frac{W_a}{W_g}\right) t'_{aa} + \Delta t \right] [°C] . \tag{3}$$

Acesteia îi corespunde temperatura $t'_{a_{max}}$, ce se deduce pe baza formulelor (1) și (3).

Cele demonstrate pot fi și mai bine precizate printr-o reprezentare grafică într-un sistem de coordonate dreptunghiulare, în abscisă (variabila) fiind t_a (fig. 2).

Din relația (2) se constată, că $t_{ev_{min}}$ are cea mai ridicată valoare pentru $t_a = t_{aa}$, egală cu $t_{aa} + \Delta t$, caz în care efectul preîncălzirii aerului de ardere în ultimul schimbător de căldură al cazanului se anulează.

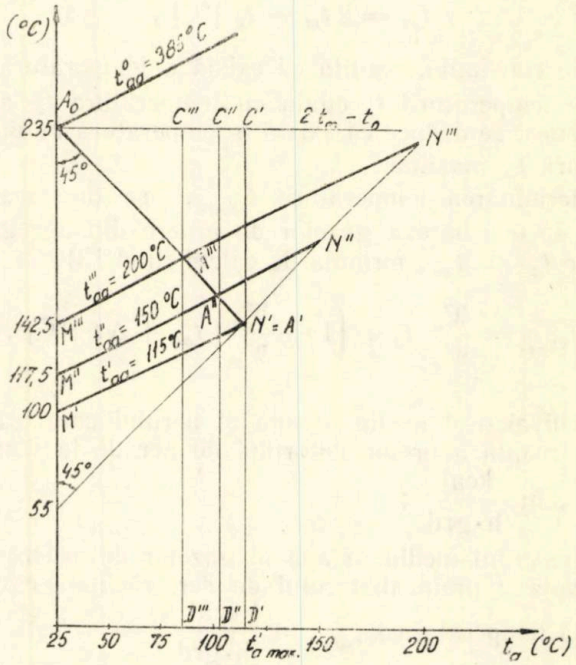


Fig. 2. — Diagramă pentru determinarea intervalului de variație a temperaturii t_a și a temperaturilor corespunzătoare t_{ev} în cazul în care t_{aa} = const.

Ca urmare, variația temperaturii $t_{ev_{min}}$ cu t_a, pentru valori constante ale temperaturii t_{aa}, va fi reprezentată prin segmentele de dreaptă paralele $M'N'$, $M''N''$, $M'''N'''$ ... Se poate ușor arăta, că punctele N', N'', N''' ..., reprezentînd cele mai ridicate temperaturi $t_{ev_{min}}$ pentru diverse temperaturi t_{aa}, sînt colineare (pe o paralelă la bisectoarea I-a deplasată în sus cu Δt, dacă scările din abscisă și din ordonată sînt identice).

Variația temperaturii t_{ev}, dată de relația (1), cu t_a, va fi reprezentată prin dreapta $A_0A'A''A'''$ ... Intersecțiile A', A'', A''' ... cu segmentele de dreaptă $M'N'$, $M''N''$, $M'''N'''$ ... precizează valorile $t'_{ev_{min}}$, $t''_{ev_{min}}$, $t'''_{ev_{min}}$ ... ce pot fi realizate și temperaturile aerului de ardere $t'_{a_{max}}$, $t''_{a_{max}}$, $t'''_{a_{max}}$ . . . necesare în acest scop.

Temperatura gazelor de ardere la evacuare t_{ev} ar putea să fie însă mai mare ca $t_{ev_{min}}$, cu $\Delta t_{ev} = t_{ev} - t_{ev_{min}}$. Temperatura t_m rămînînd constantă, temperatura t_a poate fi în consecință coborîtă cu $\Delta t_a = \Delta t_{ev}$. De exemplu, pentru temperaturi $t_{aa} \leqslant t^0_{aa}$, temperatura gazelor de ardere la evacuare ar putea lua valoarea maximă, egală cu $2\,t_m - t_0$, corespunzînd punctului A_0.

Punctele figurative pentru valori t_{ev} intermediare între temperatura maximă și temperatura minimă se vor găsi pe segmentele A_0A', A_0A'', A_0A''' ... și corespunzător, se citesc în abscisă valorile temperaturii t_a necesare realizării temperaturii t_{ev} respective. De notat, că temperatura t_a mai poate fi dedusă observînd că $A'C' = OD'$, $A''C'' = OD''$, $A'''C''' = OD'''$ ...

Rezultă astfel, că *pentru temperaturi* t_m *și* $t_{aa} \leqslant t^0_{aa}$ *date, temperatura gazelor de ardere* t_{ev} *nu poate varia decît între anumite limite și corespunzător, temperatura* t_a *nu poate lua decît valori bine precizate între limite fixate.*

Indiferent temperatura $t_{aa} \leqslant t^0_{aa}$, limita superioară a temperaturii gazelor de ardere este $2\,t_m - t_0$ și corespunzător, limita inferioară a temperaturii aerului de ardere este t_0. Pentru temperaturi $t_{aa} > t^0_{aa}$, condiția $t_m = \text{const.}$ nu mai poate fi respectată. Chiar și pentru $t_a = t_0$, temperatura peretelui este mai mare decît valoarea anterioară și ca urmare nu există pericol de coroziune.

Observație. Fig. 2 a fost construită pentru lignit de Rovinari cu următoarea analiză elementară a masei de lucru :

$C^l = 21{,}63\%$ $O^l = 10{,}49\%$ $A^l = 21{,}10\%$

$H^l = 2{,}16\%$ $N^l = 0{,}51\%$ $W^l_i = 43{,}00\%$

$S^l_c = 1{,}11\%$

și următoarele valori :

$t_0 = 25°C$; $t_m = 130°C$; $\Delta t = 30°C$;

coeficientul mediu de exces al aerului la trecerea prin prima treaptă a preîncălzitorului de aer = 1,20 ;

coeficientul mediu de exces de aer din gazele de ardere care trec prin prima treaptă a preîncălzitorului de aer = 1,40.

3. *Fixarea, în principiu, a situațiilor de analizat*

In continuarea lucrării vor fi analizate următoarele situații posibile în practică :

— cazul construcției unui cazan ce urmează a produce abur pentru necesități tehnologice ;

— cazul construcției unui cazan pentru alimentarea unei anumite turbine cu prize ;

— cazul construcției unui cazan pentru alimentarea unei turbine cu prize ce urmează a fi proiectată.

Evident, în ultimele două situații apare posibilitatea preîncălzirii preliminare a aerului de ardere și cu abur prelevat de la turbine.

4. *Analiza soluțiilor de preîncălzire preliminară a aerului de ardere în cazul construcției unui cazan de abur tehnologic*

a) O primă soluție este aceea a preîncălzirii în cazan a aerului de ardere — aspirat la temperatura mediului ambiant — într-o primă treaptă amplasată într-o zonă convenabilă de temperaturi, din care gazele de ardere să iasă la o temperatură de cel puțin $2t_m - t_0$. Aerul astfel preîncălzit este introdus, în continuare, în ultimul schimbător de căldură al cazanului. Există în acest fel posibilitatea de a se obține temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere din agregat, determinată de temperaturile t_{aa} și t_m, dacă aerul este preîncălzit în prima treaptă la temperatura corespunzătoare.

De asemenea, în cazuri adecvate aerul s-ar putea introduce în partea caldă a primei trepte a preîncălzitorului de aer și scoate din aceasta pe la partea de evacuare a gazelor de ardere din cazan, adică circulația aerului ar fi inversă decît așa cum se realizează în mod obișnuit.

b) O a doua soluție, cunoscută, pentru evitarea pericolului de coroziune este aceea a recirculării de aer preîncălzit prin prima treaptă a preîncălzitorului de aer.

Literatura de specialitate [4] menționează, că această soluție nu este indicată pentru mari unități, întrucît nu se realizează un bun amestec al aerului rece cu aerul cald recirculat și ca urmare pericolul de coroziune rămîne. Considerăm, că pentru cazane mai mici, cum sînt obișnuit și cele producătoare de abur tehnologic, soluția respectivă poate fi însă acceptabilă.

c) O altă soluție este preîncălzirea preliminară a aerului de ardere cu apa de purjare de la cazan și în continuare, pînă la nivelul de temperatură necesar, cu abur saturat de la cazan, conform schemei din fig. 3.

Evident, preîncălzirea ar putea să fie făcută numai cu abur saturat, după cum este de recomandat ca acest lucru să se facă cu abur supraîncălzit (dacă cazanul produce abur supraîncălzit). De asemenea, s-ar putea ca condensatul provenit din aburul saturat necesar preîncălzirii preliminare a aerului de ardere să fie trimis, în scop util, în instalația tehnologică. În acest caz temperatura t_{aa} a apei de alimentare va fi constantă și problema se simplifică față de cazul considerat prin schema 3, în care temperatura t_{aa} variază o dată cu temperatura t_a.

Este de observat apoi că, în raport cu temperatura de preîncălzire a aerului de ardere, se modifică mărimea preîncălzitoarelor preliminare de aer

(construite pentru presiunea maximă a cazanului), se modifică debitul de abur saturat al cazanului, variază puterea și energia consumată de serviciile auxiliare ale cazanului. De toate acestea trebuie să se țină seama la determinarea soluției optime din punct de vedere general economic.

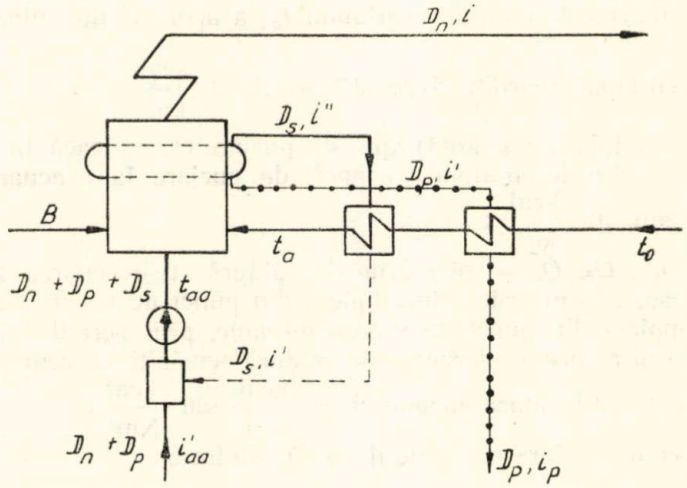


Fig. 3. — Schema preîncălzirii preliminare a aerului de ardere cu purja și abur saturat de la cazan

Pentru a stabili variația consumului orar de combustibil cu temperatura t_a în condițiile schemei 3, se pleacă de la ecuația de bilanț termic scrisă pentru ansamblul din figură :

$$B(Q_i + Q_c + Q_f) + (D_n + D_p)\, i'_{aa} = D_n\, i + D_p\, i_p + \\ + B(Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6) \qquad (4)$$

în care :

B este consumul orar de combustibil, în $\frac{\text{kgf}}{\text{h}}$ sau $\frac{\text{Nm}^3}{\text{h}}$;

Q_i — puterea calorică inferioară a combustibilului, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}$ sau $\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3}$;

Q_c — căldura introdusă cu combustibilul la preîncălzirea acestuia în afara agregatului, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}$ sau $\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3}$;

Q_f — căldura intrată cu aburul introdus (eventual) în focar din necesități funcționale la arderea combustibililor solizi sau lichizi, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}$;

D_n — debitul nominal de abur livrat de cazan, în $\frac{\text{kgf}}{\text{h}}$;

D_p — debitul de apă purjată din cazan, în $\frac{\text{kgf}}{\text{h}}$;

i'_{aa} — entalpia (constantă) apei care vine din instalație la cazan, diferită de entalpia (variabilă) i_{aa} a apei de alimentare, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}$;

i — entalpia aburului livrat de cazan, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}$;

i_p — entalpia (constantă) apei de purjare care pleacă în instalație, diferită de entalpia i' a apei de purjare la evacuare din cazan, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}$;

Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6 — pierderile de căldură cu evacuarea gazelor de ardere din cazan, prin ardere incompletă din punct de vedere chimic, prin ardere incompletă din punct de vedere mecanic, prin pereții cazanului — către exterior și respectiv pierderea de căldură sensibilă cu cenușa și zgura evacuată din focar în afara cazanului, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}$ sau $\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3}$.

Pierderea de căldură Q_2 poate fi scrisă sub forma

$$Q_2 = w_g (t_{ev} - t_0) \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}\right] \text{ sau } \left[\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3}\right], \tag{5}$$

unde w_g este echivalentul mediu în apă al gazelor de ardere între temperaturile t_{ev} și t_0 și pentru coeficientul de exces de aer la evacuare, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kgf} \cdot \text{grd}}$ sau $\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3 \cdot \text{grd}}$. Variațiile cu temperatura — în limitele uzuale — ale lui w_g practic pot fi neglijate.

Suma celorlalte pierderi de căldură poate fi considerată practic constantă.

Din ecuația de bilanț (4), ținînd seama de formula (5) și condiția (1), rezultă

$$B = \frac{Q_u}{w_g t_a + C_1} \left[\frac{\text{kgf}}{\text{h}}\right] \text{ sau } \left[\frac{\text{Nm}^3}{\text{h}}\right], \tag{6}$$

unde s-a notat, pentru simplificarea calculelor:

$$Q_u = D_n (i - i'_{aa}) + D_p (i_p - i'_{aa}),$$

$$C_1 = Q_i + Q_c + Q_f - (Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6) - w_g (2 t_m - t_0).$$

Ca urmare, consumul orar de combustibil scade cu creșterea temperaturii t_a, lucru învederat în fig. 4 pentru exemplul considerat.

Evident se pune întrebarea: care este temperatura t_a maximă posibilă și căreia, implicit, să-i corespundă consumul orar de combustibil minim realizabil?

Pentru stabilirea acesteia, se determină mai întîi variația entalpiei apei de alimentare i_{aa} cu temperatura t_a. În acest scop, se scriu următoarele ecuații de bilanț termic:

$$D_s i' + (D_n + D_p) i'_{aa} = (D_n + D_p + D_s) i_{aa}, \tag{7}$$

$$B w_a (t_a - t_0) = D_p (i' - i_p) + D_s (i'' - i'), \tag{8}$$

în care:

D_s este debitul de abur saturat necesar preîncălzirii preliminare a aerului de ardere, în kgf/h;

i'' — entalpia aburului saturat uscat, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}$;

i' — entalpia apei la saturație corespunzătoare presiunii din tamburul cazanului, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}$.

Din ecuația (7), ținînd seama de ecuația (8) și formula (6), rezultă

$$i_{aa} = \frac{C_2 t_a + C_3}{C_4 t_a + C_5} \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}\right], \tag{9}$$

unde s-a notat pentru simplificarea calculelor:

$$C_2 = Q_u w_a i' + D_n w_g i''_{aa} (i'' - i') - D_p w_g [i' (i' - i_p) - i'_{aa} (i'' - i')],$$

$$C_3 = - Q_u w_a t_0 i' + D_n C_1 i'_{aa} (i'' - i') - D_p C_1 [i' (i' - i_p) - i'_{aa} (i'' - i')],$$

$$C_4 = Q_u w_a + D_n w_g (i'' - i') - D_p w_g (2 i' - i_p - i''),$$

$$C_5 = - Q_u w_a t_0 + D_n C_1 (i'' - i') - D_p C_1 (2 i' - i_p - i'').$$

Se aproximează i_{aa} cu t_{aa}. Deci, temperatura apei de alimentare t_{aa} crește cu temperatura t_a conform formulei (9), lucru pus în evidență în fig. 4.

Pentru determinarea temperaturii t_a maximă posibilă, se vor observa în prealabil următoarelor (fig. 4):

— unei anumite temperaturi a aerului t_{a_1} îi corespunde o temperatură de evacuare a gazelor de ardere din cazan t_{ev_1}, reprezentată prin punctul A_1;

— temperaturii t_{a_1} îi corespunde temperatura t_{aa_1} a apei de alimentare dedusă în baza demonstrațiilor de mai înainte;

— pentru temperatura t_{aa_1} constantă, rezultă variația M_1N_1 a temperaturii minime de evacuare a gazelor de ardere din cazan.

Temperatura t_a va putea crește pînă la valoarea $t_{a_{max}}$, pentru care t_{ev} devine $t_{ev_{min}}$ corespunzător temperaturii $t_{a_{max}}$ și temperaturii $t_{aa_{max}}$ obținută pentru temperatura de mai înainte a aerului de ardere.

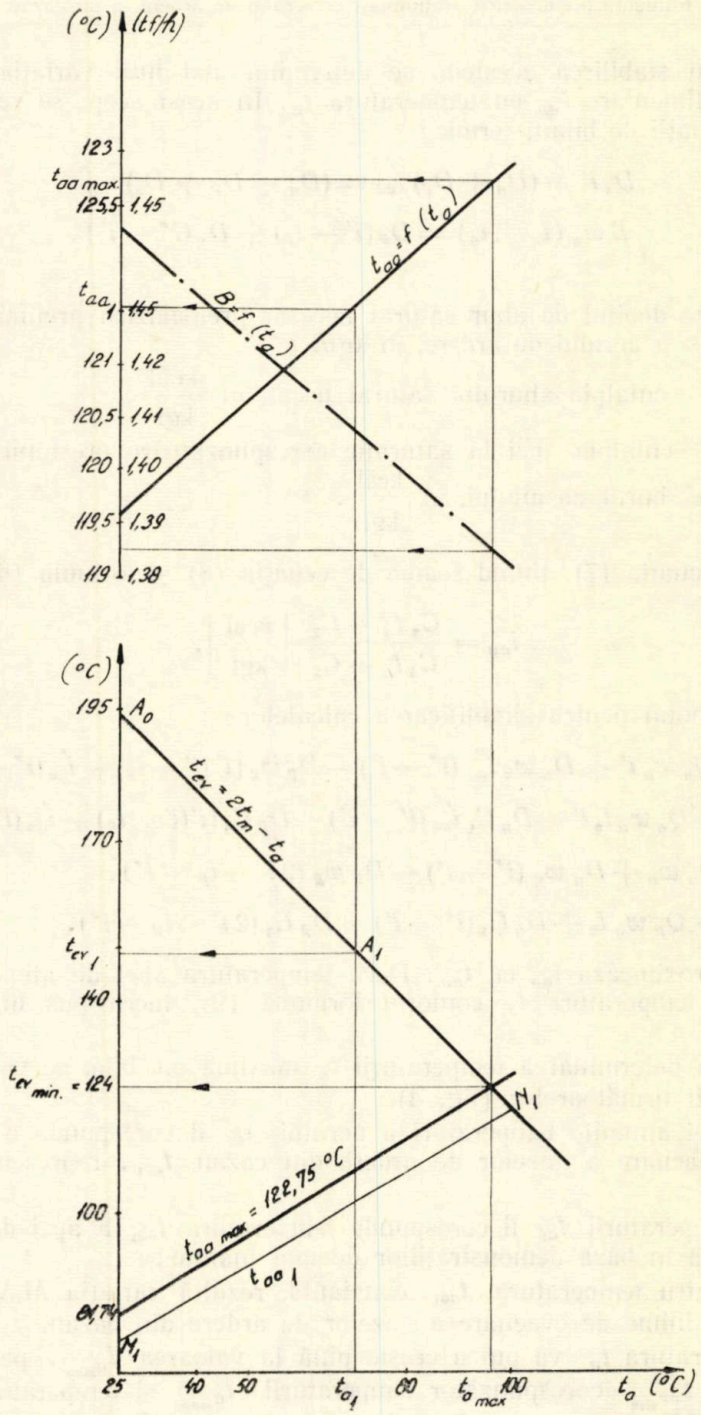


Fig. 4. — Diagramă pentru determinarea consumului orar de combustibil B cu temperatura t_a în cazul schemei din fig. 3

Evaluarea prin calcul a temperaturii $t_{a_{max}}$ se face observînd că

$$t_{a_{max}} = 2t_m - t_{ev_{min}} \ [°C] \ ,$$

unde temperatura $t_{ev_{min}}$ este dată de formula (3), în care se înlocuiește t'_{aa} cu valoarea dată de formula (9). Se obține astfel o ecuație de gradul doi cu o singură rădăcină pozitivă, $t_{a_{max}}$.

Observație. Fig. 4 a fost construită pentru un cazan de abur cu debitul nominal $20 \frac{tf}{h}$, parametrii nominali ai aburului $16 \frac{kgf}{cm^2}$, 350°C, funcționînd cu păcură avînd analiza elementară :

C = 85,36%	O = 1,08%	W = 1,70%
H = 11,18%	S = 0,49%	A = 0,19%

și următoarele date :

$$Q_i + Q_c = 9892 \frac{kcal}{kgf} ; \quad Q_f = 0 ; \quad Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 = 280 \frac{kcal}{kgf} ;$$

$$i'_{aa} = 120 \frac{kcal}{kgf} ; \quad D_p = 600 \frac{kgf}{h} ; \quad i_p = 120 \frac{kcal}{kgf} ;$$

$$t_0 = 25 \ °C ; \quad t_m = 110° \ C ; \quad \Delta t = 30 \ °C ;$$

coeficientul mediu de exces al aerului de ardere la trecerea prin preîncălzitoarele preliminare = 1,10 ;

coeficientul de exces de aer la evacuarea gazelor de ardere din cazan = 1,40.

Cu datele de mai înainte rezultă

$$t_{a_{max}} = 96 \ °C .$$

5. *Analiza soluției de preîncălzire preliminară a aerului de ardere în cazul construcției unui cazan pentru alimentarea unei anumite turbine cu prize*

În acest caz, se pleacă de la premiza, că de la prizele turbinei se poate extrage o cantitate de căldură bine definită, cu care se va preîncălzi concomitent nu numai apa de alimentare ci și aerul de ardere.

În calcule sînt folosite notațiile anterioare, cu adăugirile ce urmează :

Q_t — cantitatea totală de căldură extrasă de la prizele turbinei, în $\frac{kcal}{h}$;

Q_{aa}, Q_{ap} — cantitățile de căldură cedate apei de alimentare și respectiv aerului de ardere pentru preîncălzirea preliminară, în $\frac{\text{kcal}}{\text{h}}$;

D_c, i_c — debitul de condensat ce iese din condensatorul turbinei sau debitul de apă de alimentare ce intră în instalația de preîncălzire, respectiv entalpia lui, în $\frac{\text{kgf}}{\text{h}}$ și respectiv în $\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}$.

Se pot scrie relațiile:

$$Q_t = Q_{aa} + Q_{ap} = \text{const.} \left[\frac{\text{kcal}}{\text{h}}\right],$$

$$(D_n + D_p)\, i_{aa} = D_c\, i_c + Q_{aa} = D_c\, i_c + Q_t - Q_{ap} \left[\frac{\text{kcal}}{\text{h}}\right],$$

$$Q_{ap} = w_a (t_a - t_0)\, B \left[\frac{\text{kcal}}{\text{h}}\right],$$

unde w_a este echivalentul mediu în apă al aerului de ardere revenind unității de combustibil ce se introduce în cazan și care, la folosirea combustibililor solizi nu arde complet în focar din cauze mecanice, între temperaturile t_a și t_0, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kgf} \cdot \text{grd}}$ sau $\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3 \cdot \text{grd}}$.

Ținînd seama de aceste ecuații, rezultă următoarea expresie pentru cantitatea de căldură utilă de transmis în cazan

$$Q_u = D_n\, i + D_p\, i' - (D_n + D_p)\, i_{aa} = C_1 + w_a (t_a - t_0)\, B \left[\frac{\text{kcal}}{\text{h}}\right], \qquad (10)$$

în care, pentru simplificarea formulei, s-a notat

$$C_1 = D_n\, i + D_p\, i' - D_c\, i_c - Q_t.$$

Cantitatea de căldură disponibilă corespunzătoare unității de combustibil introdusă în cazan este

$$Q_d = Q_i + Q_c + Q_f + \frac{Q_{ap}}{B} = Q_i + Q_c + Q_f + w_a (t_a - t_0) \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}\right] \text{sau} \left[\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3}\right]. \qquad (11)$$

Formula de calcul a randamentului cazanului

$$\eta_c = 100 - (q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6)\ [\%],$$

în baza relațiilor (5) și (11), devine

$$\eta_c = 100 \left[1 - \frac{w_g (2\, t_m - t_a - t_0) + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6}{Q_i + Q_c + Q_f + w_a (t_a - t_0)}\right] [\%]. \qquad (12)$$

Avînd în vedere relațiile (10), (11) și (12), rezultă

$$B = \frac{Q_u}{\eta_c Q_d} 100 = \frac{C_1}{w_g t_a + C_2} \left[\frac{\text{kgf}}{\text{h}}\right] \text{ sau } \left[\frac{\text{Nm}^3}{\text{h}}\right], \tag{13}$$

unde s-a notat pentru simplificare

$$C_2 = Q_i + Q_c + Q_f - (Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6) - w_g (2 t_m - t_0).$$

Se deduce că B scade cu creșterea temperaturii t_a. Acest lucru este exemplificat în fig. 5.

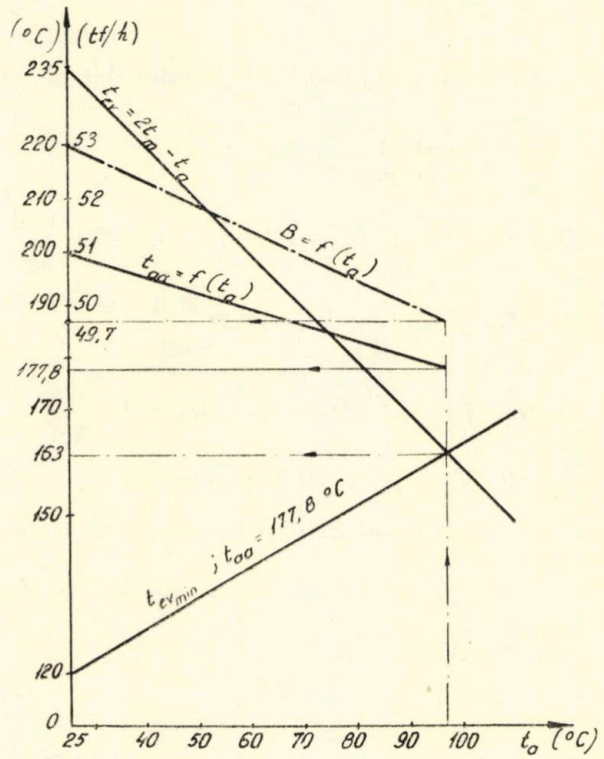


Fig. 5. — Diagramă pentru determinarea consumului orar de combustibil B cu temperatura t_a în cazul în care de la prizele turbinei se extrage o cantitate de căldură Q = const.

Pentru precizarea temperaturii t_a maximă posibilă, se va observa mai întîi că temperatura t_{aa} a apei de alimentare, aproximată cu i_{aa}, scade o dată cu creșterea temperaturii t_a după relația

$$i_{aa} = \frac{D_c i_c + Q_t - Q_{ap}}{D_n + D_p} = C_3 - C_4 \frac{t_a - t_0}{w_g t_a + C_2}, \tag{14}$$

în care:

$$C_3 = \frac{D_c i_c + Q_t}{D_n + D_p}, \quad C_4 = \frac{w_a C_1}{D_n + D_p}.$$

Pentru exemplul considerat la construcția fig. 5, este trasată în aceasta variația temperaturii t_{aa} cu temperatura t_a, conform formulei (14).

Un raționament similar cazului tratat anterior, la punctul 4 c/, permite stabilirea pe cale grafică sau analitică a temperaturii $t_{a_{max}}$.

Observație. Fig. 5 a fost construită pentru cazul unei centrale cu abur funcționînd cu lignit de Rovinari avînd analiza elementară luată în considerare la construcția fig. 2 și puterea calorică inferioară $Q_i = 1750 \frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}$ și următoarele date:

$D_n = 120 \frac{\text{tf}}{\text{h}}$; parametrii nominali ai aburului dat de cazan:

$$100 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \text{ și } 540 \text{ °C};$$

$$Q_t = 22 \times 10^6 \frac{\text{kcal}}{\text{h}}; \quad D_c = 82{,}7 \frac{\text{tf}}{\text{h}}; \quad i_c = 33 \frac{\text{kcal}}{\text{kgf}};$$

$$D_p = 3{,}6 \frac{\text{tf}}{\text{h}}; \quad i'_{aa} = 200 \frac{\text{kcal}}{\text{kgf}};$$

$$Q_c = Q_f = 0; \quad Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 = 43 \frac{\text{kcal}}{\text{kgf}};$$

$$t_0 = 25 \text{ °C}; \quad t_m = 130 \text{ °C}; \quad \Delta t = 30 \text{ °C};$$

coeficientul mediu de exces al aerului de ardere la trecerea prin preîncălzitorul preliminar = 1,2;

coeficientul de exces de aer la evacuarea gazelor de ardere din cazan = 1,45.

Cu datele de mai înainte rezultă

$$t_{a_{max}} = 98 \text{ °C}.$$

6. *Analiza soluției de preîncălzire preliminară a aerului de ardere în cazul construcției unui cazan pentru alimentarea unei turbine cu prize ce urmează a fi proiectată*

Preîncălzirea preliminară a aerului de ardere, ca și a apei de alimentare, se va face cu abur prelevat de la turbină, acest lucru conducînd la un randament mai mare al centralei decît în cazul în care s-ar face numai preîncălzirea apei de alimentare, în condiții ce rămîn a fi stabilite. În funcție de nivelul de preîncălzire al apei de alimentare și al aerului de ardere, soluția duce evident la modificarea cantităților de abur de priză prelevate, la modificarea debitului de abur pe care trebuie să-l dea cazanul, precum și la variația puterii și energiei consumate de serviciile interne ale centralei, lucru de care trebuie să se țină seama la stabilirea soluției optime din punct de vedere general tehnico-economic.

Din punct de vedere al consumului de combustibil la cazan, preîncălzirea preliminară a celor două fluide va afecta randamentul cazanului η_c precum și randamentul circuitului termic η_t, celelalte randamente intervenind în expresia randamentului brut al centralei putînd fi considerate

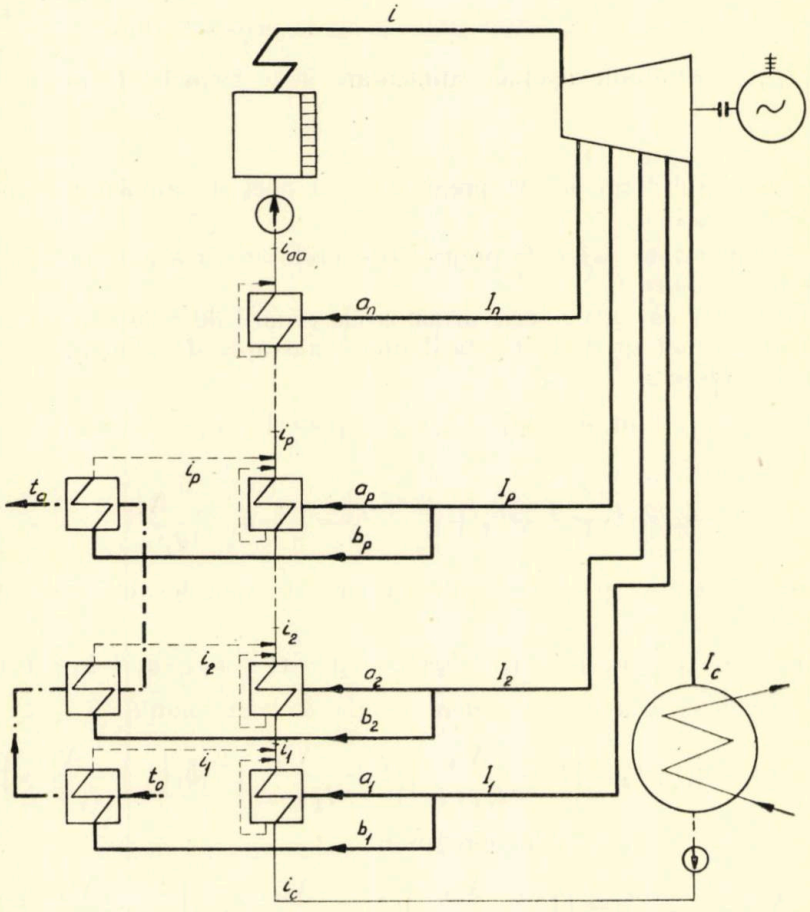


Fig. 6. — Schema preîncălzirii preliminare a aerului de ardere și a apei de alimentare cu abur prelevat de la turbină în cazul construcției unei centrale noi

practic constante. Randamentul brut maxim al centralei va avea loc atunci cînd produsul $\eta_c \eta_t = \eta_{ct}$ va fi maxim.

Randamentul cazanului se va calcula cu formula (12), stabilită anterior. Se constată că η_c crește cu t_a.

Pentru determinarea randamentului η_t se consideră că preîncălzirea preliminară a celor două fluide se face după schema din fig. 6, în care:

a_1, a_2 ... sînt cantitățile de abur prelevat de la prizele turbinei pentru preîncălzirea a 1 kgf condensat ce iese din condensatorul turbinei, în $\frac{\text{kgf}}{\text{kgf}}$;

b_1, b_2 ... — cantităţile de abur prelevat de la prizele turbinei pentru preîncălzirea preliminară a aerului de ardere necesar cantităţii de combustibil corespunzătoare la 1 kgf condensat, în $\frac{\text{kgf}}{\text{kgf}}$;

I_1, I_2 ... — entalpiile aburului prelevat de la prizele turbinelor, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}$;

i_1, i_2 ... — entalpiile apei de alimentare între treptele de preîncălzire, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}$;

n — numărul treptelor de preîncălzire a apei de alimentare pînă la temperatura t_{aa};

p — numărul treptelor de preîncălzire preliminară a aerului de ardere pînă la temperatura t_a.

Se constată că se pot scrie următoarele ecuaţii de bilanţ termic:

pentru primul grup de preîncălzitoare ale apei de alimentare şi ale aerului de ardere

$$1 \times i_c + (a_1 + b_1) I_1 - b_1 (I_1 - i_1) = (1 + a_1 + b_1) i_1,$$

de unde rezultă

$$1 + a_1 + b_1 = 1 + b_1 + \frac{i_1 - i_c}{I_1 - i_1} = 1 + b_1 + \frac{\Delta i_1}{I_1 - i_1};$$

pentru al doilea grup de preîncălzitoare ale apei de alimentare şi ale aerului de ardere

$$(1 + a_1 + b_1) i_1 + (a_2 + b_2) I_2 - b_2 (I_2 - i_2) = (1 + a_1 + a_2 + b_1 + b_2) i_2,$$

de unde se deduce, avînd în vedere relaţia de mai înainte

$$1 + a_1 + a_2 + b_1 + b_2 = \left(1 + \frac{\Delta i_1}{I_1 - i_1}\right)\left(1 + \frac{\Delta i_2}{I_1 - i_2}\right) + b_1\left(1 + \frac{\Delta i_2}{I_2 - i_2}\right) + b_2$$

şi generalizînd, pe ansamblul circuitului

$$1 + \sum_{i=1}^{n} a_i + \sum_{i=1}^{p} b_i = \left(1 + \frac{\Delta i_1}{I_1 - i_1}\right)\left(1 + \frac{\Delta i_2}{I_2 - i_2}\right) \ldots \left(1 + \frac{\Delta i_n}{I_n - i_n}\right) +$$

$$+ b_1\left(1 + \frac{\Delta i_2}{I_2 - i_2}\right)\left(1 + \frac{\Delta i_3}{I_3 - i_3}\right) \ldots \left(1 + \frac{\Delta i_n}{I_n - i_n}\right) +$$

$$\vdots$$

$$+ b_p\left(1 + \frac{\Delta i_{p+1}}{I_{p+1} - i_{p+1}}\right) \ldots \left(1 + \frac{\Delta i_n}{I_n - i_n}\right). \qquad (15)$$

Formula (15) exprimă cantitatea de apă ce intră în cazan pentru 1 kgf condensat ce iese din condensatorul turbinei, cu observaţia că s-a notat $i_n = i_{aa}$.

Ca urmare, consumul de combustibil la cazan pentru 1 kgf abur ce intră în condensatorul turbinei va fi

$$100\frac{\left(1+\sum_{i=1}^{n}a_i+\sum_{i=1}^{p}b_i\right)(i-i_{aa})}{\eta_c Q_d}\left[\frac{\text{kgf}}{\text{kgf}}\right] \text{ sau } \left[\frac{\text{Nm}^3}{\text{kgf}}\right],$$

unde Q_d este dat de relația (11).

Rezultă volumul de aer de ardere care trebuie preîncălzit în preîncălzitoarele preliminare pentru 1 kgf condensat ce iese din condensatorul turbinei

$$V_{a_{pp}}=100\frac{\left(1+\sum_{i=1}^{n}a_i\sum_{i=1}^{p}b_i\right)(i-i_{aa})}{\eta_c Q_d}V'_a\left[\frac{\text{Nm}^3}{\text{kgf}}\right],$$

unde V'_a este volumul de aer revenind unității de combustibil ce se introduce în cazan, și care la folosirea combustibililor solizi nu arde complet în focar din cauze mecanice, cu coeficientul de exces de aer mediu la trecerea prin preîncălzitoarele preliminare, în $\frac{\text{Nm}^3}{\text{kgf}}$ sau $\frac{\text{Nm}^3}{\text{Nm}^3}$.

Ținînd seama de valoarea expresiei $\eta_c Q_d$ rezultînd din formulele (12) și (11), se deduce în final

$$V_{a_{pp}}=A\left(1+\sum_{i=1}^{n}a_i+\sum_{i=1}^{p}b_i\right)\left[\frac{\text{Nm}^3}{\text{kgf}}\right],$$

relație în care s-a notat

$$A=\frac{(i-i_{aa})V'_a}{Q_i+Q_c+Q_f-(Q_3+Q_4+Q_5+Q_6)-w_g(2t_m-t_a-t_0)+w_a(t_a-t_0)}. \quad (16)$$

Pe baza celor stabilite, se pot determina acum cantitățile b_1, b_2 ... Astfel, din ecuația de bilanț termic a primului preîncălzitor preliminar de aer de ardere rezulta :

$$b_1=V_{a_{pp}}c_{a_1}\frac{t_1-t_0}{I_1-i_1}=V_{a_{pp}}c_{a_1}\frac{\Delta t_1}{I_1-i_1}\left[\frac{\text{kgf}}{\text{kgf}}\right],$$

unde : t_1 este temperatura aerului de ardere la ieșirea din primul preîncălzitor preliminar, în °C ;

c_{a_1} — căldura specifică medie la presiunea constantă a aerului între temperaturile t_1 și t_0, în $\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3\cdot\text{grd}}$.

Analog se deduc și cantitățile b_2, b_3 ...

Înlocuind pe b_1, b_2 ... cu valorile obținute, relația (15) devine

$$\left(1+\sum_{i=1}^{n} a_i+\sum_{i=1}^{p} b_i\right)\left[1-A\,c_{a_1}\frac{\Delta t_1}{I_1-i_1}\left(1+\frac{\Delta i_2}{I_2-i_2}\ldots\right)\left(1+\frac{\Delta i_n}{I_n-i_n}\right)-\right.$$

$$-A\,c_{a_2}\frac{\Delta t_2}{I_2-i_2}\left(1+\frac{\Delta i_3}{I_3-i_3}\ldots\right)\left(1+\frac{\Delta i_n}{I_n-i_n}\right)-$$

$$\vdots$$

$$\left.-A\,c_{a_p}\frac{\Delta t_p}{I_p-i_p}\left(1+\frac{\Delta i_{p+1}}{I_{p+1}-i_{p+1}}\right)\ldots\left(1+\frac{\Delta i_n}{I_n-i_n}\right)\right]=$$

$$=\left(1+\frac{\Delta i_1}{I_1-i_1}\right)\left(1+\frac{\Delta i_2}{I_2-i_2}\right)\ldots\left(1+\frac{\Delta i_n}{I_n-i_n}\right), \qquad (17)$$

din care se deduce $\left(1+\sum_{i=1}^{n} a_i+\sum_{i=1}^{p} b_i\right)$, cu observația că s-a notat $t_p=t_a$.

Dacă i, I_c = entalpia aburului la intrarea în condensatorul turbinei și i_c sînt bine definite, iar temperaturile t_{aa} și t_a alese, ca randamentul circuitului termic să fie maxim trebuie ca suma $\left(1+\sum_{i=1}^{n} a_i+\sum_{i=1}^{p} b_i\right)$ să fie maximă.

În acest scop, o primă condiție este ca produsul din partea a doua a ecuației (17) să fie maxim. Sînt cunoscute condițiile ca produsul respectiv să fie maxim [5]:

$$I_n-I_{n-1}=\ldots=I_3-I_2=I_2=I_1=\Delta I=\text{const.},$$
$$\Delta i_1=\Delta i_2=\ldots=\Delta i_n=\Delta i=\frac{i_n-i_c}{n}=\text{const.}, \qquad (18)$$

din care rezultă:

$$I_1-i_1=I_2-i_2=\ldots=I_n-i_n=\Delta(Ii)=\text{const.},$$

Condițiile anterioare, observînd schema din fig. 6, determină egalitățile:

$$\Delta t_1=\Delta t_2=\ldots=\Delta t_p=\Delta t=\frac{t_p-t_0}{p}=\text{const.},$$

și deci:

$$c_{a_1}=c_{a_2}=\ldots=c_{a_p}=c_a,$$
$$b_1=b_2=\ldots=b_p=b.$$

Ca urmare a condițiilor și consecințelor de mai înainte, se constată că acestea determină în același timp și minimul numitorului expresiei

$$\left(1+\sum_{i=1}^{n} a_i+\sum_{i=1}^{p} b_i\right).$$

În concluzie, *condițiile (18) fac ca randamentul circuitului termic să fie maxim.*

Din formula (17) cu simplificările rezultînd din cele stabilite, aproximîndu-se $i_{aa} \cong t_{aa}$, $i_c = t_c$ și cu observația că

$$t_a - t_0 = \frac{p}{n}(t_{aa} - i_c), \tag{19}$$

se deduce în final:

$$1 + \sum_{i=1}^{n} a_i + \sum_{i=1}^{p} b_i = \frac{\left[1 + \frac{i_{aa} - i_c}{n\Delta(Ii)}\right]^n}{1 - A\,c_a\left[1 + \frac{i_{aa} - i_c}{n\Delta(Ii)}\right]^{n-p}\left\{\left[1 + \frac{i_{aa} - i_c}{n\Delta(Ii)}\right]^p - 1\right\}}, \tag{20}$$

ecuație în care A este dat de relația (16).

Cu ajutorul formulei (20) se determină randamentul circuitului termic:

$$\eta_t = 1 - \frac{I_c - i_c}{\left(1 + \sum_{i=1}^{n} a_i + \sum_{i=1}^{p} b_i\right)(i - i_{aa})}\ [\%]. \tag{21}$$

În problema pusă interesează produsul $\eta_{ct} = \eta_c \eta_t$, care — în baza ecuațiilor (12) și (21) — se constată că este funcție de t_a, i_{aa}, n și p, variabilele fiind legate prin relația (19). Astfel încît, pentru valori n și p fixate, produsul η_{ct} devine o funcție numai de t_a (sau numai de t_{aa}).

Evident trebuie determinată variația produsului η_{ct} cu t_a și în mod special precizată valoarea t_a pentru care η_{ct} este maxim. Soluționarea pe cale analitică fiind dificilă, este mai comod a rezolva problema pe cale grafică, lucru învederat în fig. 7 pentru un exemplu concret.

Observație. Fig. 7 a fost construită pentru o centrală având parametrii nominali ai aburului la cazan 100 $\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$, 540 °C, funcționînd cu lignit de Rovinari cu analiza elementară indicată la exemplul din fig. 2 și următoarele date suplimentare:

$$Q_i = 1750\ \frac{\text{kcal}}{\text{kgf}};\quad Q_c = Q_f = 0;\quad Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 = 43\ \frac{\text{kcal}}{\text{kgf}};$$

$$t_0 = 25\ ^\circ\text{C};\quad t_m = 130\ ^\circ\text{C};\quad \Delta t = 30\ ^\circ\text{C};$$

coeficientul mediu de exces de aer la trecerea prin preîncălzitoarele preliminare = 1,2;

coeficientul de exces de aer din gazele de ardere la evacuarea din cazan = 1,45;

$$i = 829{,}9\ \frac{\text{kcal}}{\text{kgf}};\quad I_c = 555{,}9\ \frac{\text{kcal}}{\text{kgf}};\quad i_c = 33\ \frac{\text{kcal}}{\text{kgf}};$$

$\Delta(Ii) = 530\ \frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}$ considerînd $n = 4$; $p = 1$, $p = 2$ și $n = 8$; $p = 2$.

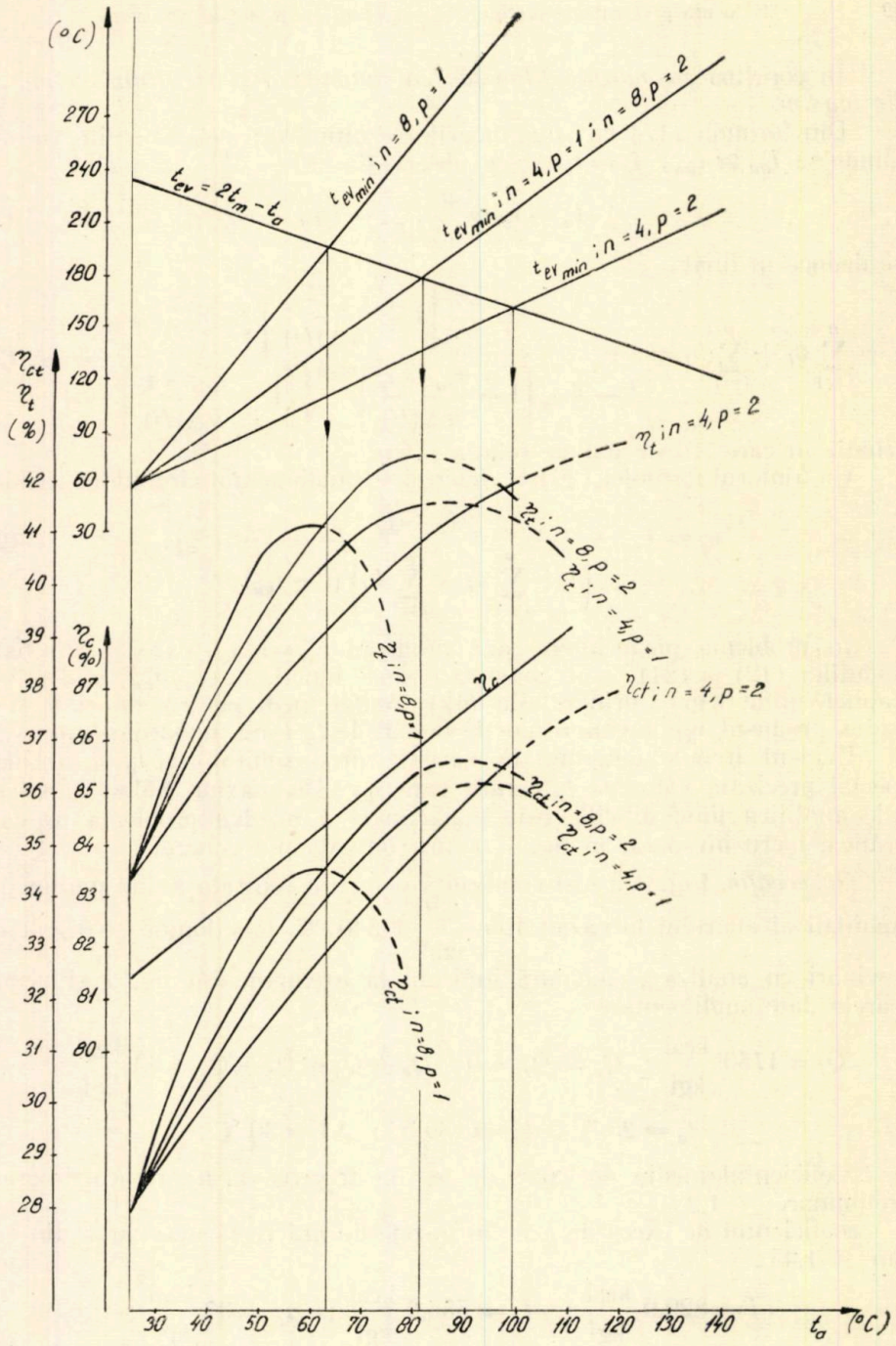


Fig. 7. — Diagramă pentru determinarea variației produsului η_{ct} cu temperatura t_a în cazul schemei din fig. 6 pentru $n = 4$, $n = 8$ și $p = 1$, $p = 2$.

Din cercetarea figurii se desprind mai întîi următoarele observații cu privire la variația randamentelor η_c și η_t cu temperatura t_a ;

— η_c crește continuu cînd t_a crește ;

— curbele η_t , indiferent n și p, pleacă de la aceeași valoare (pentru $t_a = t_0$), valoare ce corespunde randamentului circuitului termic al centralei de condensație fără preîncălzirea preliminară cu abur de la turbină a apei de alimentare și a aerului de ardere ; pentru n fixat, valorile maxime η_t cresc cu p și ele au loc la temperaturi t_a tot mai ridicate ; pentru p fixat, valorile maxime η_t sînt cu atît mai coborîte cu cît n este mai mare și ele au loc la temperaturi t_a tot mai mici.

Cît privește variația produsului η_{ct} cu temperatura t_a se constată următoarele :

— toate curbele η_{ct} pleacă de la aceeași valoare (pentru $t_a = t_0$) ;

— pentru n fixat, valorile maxime η_{ct} cresc cu p ; valoarea t_a pentru care η_{ct} este maxim este mai mare decît valoarea t_a pentru care η_t corespunzător este maxim, întrucît η_c crește cu t_a ;

— pentru p fixat, valorile maxime η_{ct} sînt cu atît mai coborîte cu cît n este mai mare și ele au loc la temperaturi t_a tot mai mici.

Rămîne acum de stabilit intervalul posibil de variație a temperaturii t_a și implicit a temperaturii t_{aa} , pentru valori n și p fixate. Problema respectivă nu diferă cu nimic de problema similară pusă în cazurile tratate anterior, la 4 c/ și 5. În mod asemănător se va determina deci temperatura $t_{a_{max}}$. Aceasta ar putea fi în unele situații mai mică decît temperatura t_a pentru care η_{ct} este maxim, ca de exemplu în cazul $n = 8$, $p = 2$ din fig. 7 pentru care $t_{a_{max}} = 81\ ^\circ C < 90\ ^\circ C$.

În anumite cazuri, sau pentru o analiză mai adîncă a economiei de combustibil posibile de obținut prin preîncălzirea preliminară a apei de alimentare și a aerului de ardere, poate să prezinte interes exprimarea variației randamentelor η_c , η_t și a produsului η_{ct} cu temperatura t_{aa}. În locul temperaturii t_{aa} se poate folosi notația ajutătoare x definită prin relația

$$t_{aa} - t_c = x\,(t' - t_c)\,, \tag{22}$$

în care t' este temperatura de saturație a apei la presiunea din cazan. Evident x poate lua valori între 0 și 1.

Curbele respective de variație pentru exemplul considerat în fig. 7 sînt date în fig. 8.

Pe lîngă o serie de concluzii utile ce pot fi deduse din cercetarea curbelor de variație, se va observa că și-n acest caz, pentru valori n și p fixate, există un interval posibil de variație a lui x, respectiv a temperaturii t_{aa} și implicit a temperaturii t_a.

Dezavantajul considerării temperaturii t_{aa} ca variabilă independentă constă în faptul că η_c are diverse valori în raport cu n și p, ceea ce complică construcția diagramei.

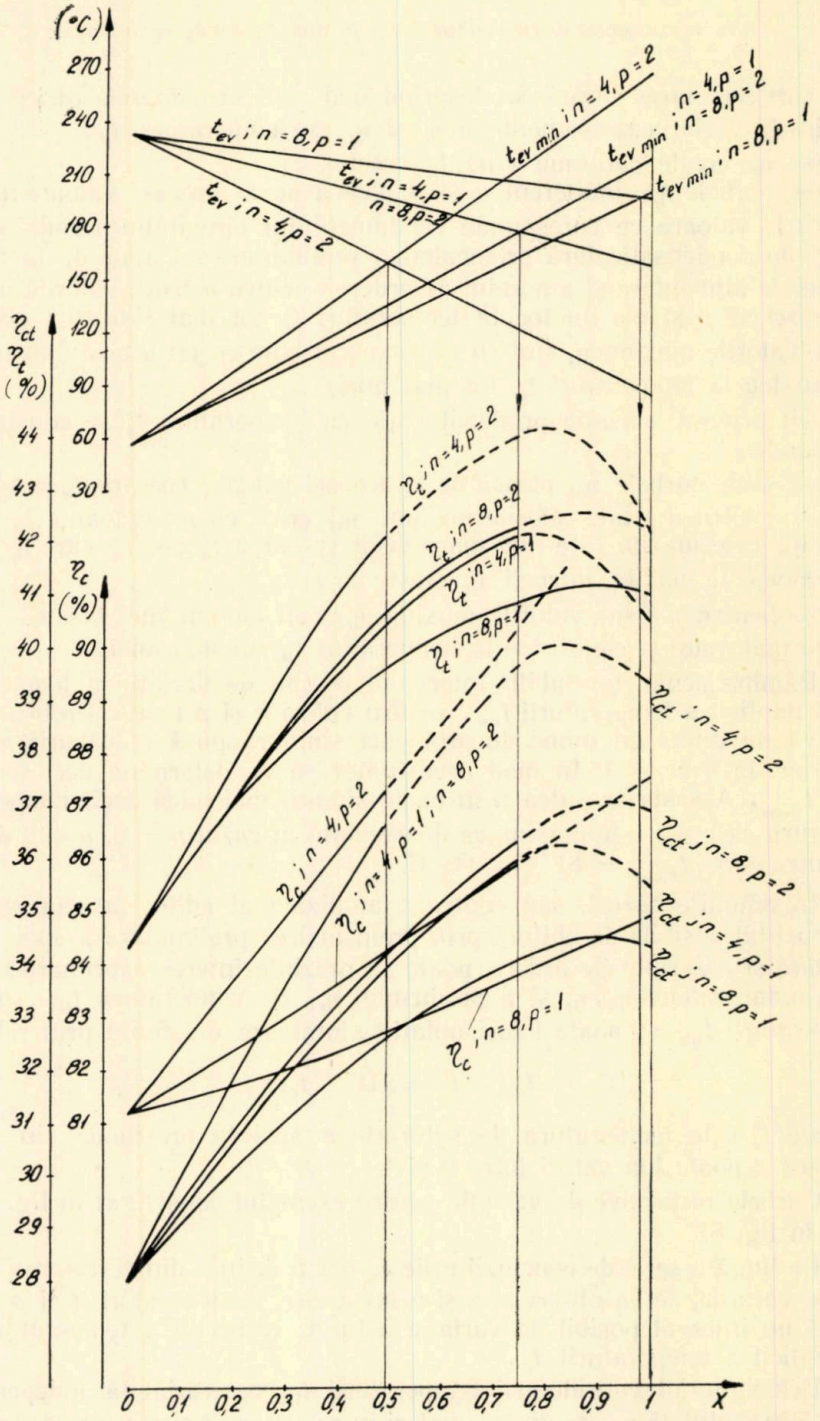


Fig. 8. — Diagramă pentru determinarea variației produsului η_{ct} cu x (respectiv cu temperatura t_{as}) în cazul schemei din fig. 6 pentru $n = 4$, $n = 8$ și $p = 1$, $p = 2$.

7. *Concluzii*

În toate cazurile analizate se constată că există un interval posibil de variație a temperaturii de preîncălzire preliminară a aerului de ardere și corespunzător temperaturii definite de evacuare a gazelor de ardere din cazan, astfel ca să se evite pericolul de coroziune a preîncălzitorului de aer. Apoi, că dintre perechile de valori admisibile ale temperaturilor t_a și t_{ev}, există una pentru care consumul global de combustibil la cazan este minim.

Catedra de cazane și turbine cu abur și gaze
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Grimm W.:* Verhütung von Taupunktunterschreitungen und Russbildung in einer Ölfeuerungsanlage; Energie und Technik, nr. 8/1961, pag. 271.
2. *Postelnicescu M.:* Indicatorii eficienței economice în cazul asimilării de noi produse; Construcția de mașini, nr. 10/1964.
3. *Postelnicescu M.:* Stabilirea temperaturii optime de evacuare a gazelor de ardere din agregatele de cazane de abur; Metalurgia și construcția de mașini, nr. 9/1962.
4. *Rioult A.:* La centrale thermique de Tavazzano II Società Termoelettrica Italiana; Revue technique Sulzer, nr. 4/1961, pag. 12.
5. *Schäff K.:* Die Theorie der Speisewasservorwärmung; AEG — Das Kraftwerk — Heft, 1, 1938.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 1

TERMOTEHNICĂ

SISTEME DE ÎNCĂLZIRE A VAGOANELOR DE CĂLĂTORI IN TRACȚIUNEA DIESEL *

PETRU GHENGHEA

1. Privire generală asupra sistemelor de încălzire în tracțiunea Diesel

Introducerea în traficul feroviar a locomotivelor Diesel electrice, ridică astăzi una din importantele probleme ce poate să preocupe administrațiile de cale ferată și anume aceea a încălzirii vagoanelor de călători.

Această problemă a încălzirii este cu atît mai importantă astăzi, mai ales dacă se ia în considerare că tendințele actuale în ceea ce privește exploatarea feroviară urmăresc o sporire a confortului pentru călători.

Așa, spre exemplu, scurtarea călătoriei prin creșterea vitezei de circulație, contribuie la mărirea confortului prin reducerea duratei de călătorie, dar totodată sporirea vitezei provoacă o creștere a oscilațiilor vagonului și a vibrațiilor, a șocurilor și zgomotelor, care pot să devină supărătoare. Astfel îmbunătățirea suspensiei vagoanelor, o construcție îngrijită a căii cu sudarea șinelor la joante, etc., sînt îmbunătățiri care fac să sporească confortul unei călătorii. De asemenea îmbunătățirea iluminatului în vagon prin instalarea lămpilor fluorescente aduce o creștere a confortului. Felul cum sînt construite băncile și fotoliile, mărimea spațiului de circulație, precum și materialele folosite pentru capitonarea pereților și armonizarea culorilor întrebuințate, sînt de asemeni factori care contribuie la obținerea unui confort cît mai ridicat.

Dar peste toate acestea, un factor hotărîtor și poate cel mai important în ceea ce privește confortul unei călătorii, este temperatura mediului din interiorul vagonului cu starea aerului, umiditatea și puritatea lui. Așa dar problema încălzirii și aerisirii vagoanelor depășește domeniul confortului propriu-zis, căci într-adevăr dacă mersul neliniștit al vagonului sau zgomotele pot fi mai mult sau mai puțin supărătoare, dacă lumina sau culoarea mobilierului pot fi mai mult sau mai puțin corespunzătoare gustului călătorilor, temperatura prea scăzută sau prea ridicată a aerului, curenții de circulație sau impuritățile din el, pot fi dăunătoare sănătății călătorului.

* Manuscris predat la redacție la 27.V.1965.

Din aceste cauze, încălzirea și aerisirea vagoanelor de călători au format obiectul a numeroase studii teoretice și încercări experimentale, căutîndu-se găsirea celor mai bune soluții care să asigure realizarea condițiilor de bază cerute pentru aerisire și ventilație, iar în ceea ce privește condiționarea să asigure parametrii prescriși independent de situația atmosferică externă.

Odată cu evoluția mijloacelor de transport feroviare s-a impus necesitatea ca sistemele de încălzile să asigure următoarele condiții :

a) Temperatura uniformă în toate punctele garniturei.

b) Posibilitatea de reglare a temperaturei.

c) Cantitatea de căldură pe care o cedează aparatele sau corpurile de încălzire trebuie să fie distribuită la temperatură nu prea ridicată spre a nu fi supărătoare.

d) Aerul din vagon trebuie să fie curat, neviciat cu fum sau bioxid de carbon, iar împrospătarea lui asigurată pentru menținerea umidității și purității necesare.

e) Trebuie evitate deplasările cu viteze mari ale curenților din interior care nu au voie să depășească anumite limite.

f) Instalația trebuie să prezinte siguranță contra incendiului.

g) Deservirea instalației de încălzire și aerisire să fie cît mai ușoară și simplă.

h) Randamentul termic al instalației să fie cît mai bun, pentru a scădea la minimum costul exploatării.

Din cele arătate se vede că principalele condiții care se cer a fi îndeplinite în domeniul încălzirii și aerisirii vagoanelor de călători sînt numeroase, prezentînd aspecte speciale. Așa se explică varietatea sistemelor de încălzire și aerisire folosite.

Dacă urmărim evoluția traficului feroviar, constatăm că de la începuturile exploatării și pînă în prezent, adică timp de peste 100 de ani, încălzirea vagoanelor din punct de vedere a sursei de căldură nu a prezentat dificultăți mari, deoarece vaporii necesari încălzirii s-au putut lua de la locomotivă prin intermediul unui reductor de presiune și apoi trimiși în elementele de încălzire din vagoane, prin conducte și capete de acuplare cu racorduri flexibile.

Datorită simplității și economiei acestui mod de încălzire, cea mai mare parte a vagoanelor de călători în serviciu, încă și astăzi sînt înzestrate cu o instalație de încălzire cu abur.

Electrificarea diferitelor linii de cale ferată începută de unele administrații încă din 1910, a condus la adăugarea pe vagon a unei instalații de încălzire electrică prin rezistențe, astfel încît o parte din vagoanele de călători în serviciu posedă astăzi două tipuri de încălzire.

În ultimul timp unele companii de căi ferate europene au pus în serviciu sub titlu de experiență vagoane amenajate cu o instalație de încălzire cu apă caldă a cărei fluid încălzitor este adus la temperatura dorită de la un schimbător de căldură alimentat cu aburi sau prin curent electric de încălzire uzuală. Vehiculele de cale ferată cele mai moderne, cum ar fi spre exemplu garniturile de automotoare, sînt adesea înzestrate nu cu o încălzire obișnuită cu abur sau electrică, ci cu o instalație de climatizare în între-

gime automată. Un astfel de caz, spre exemplu, sînt instalațiile pentru un tren automotor articulat în metal flexibil de pe liniile ferate germane.

Ori care ar fi modul de încălzire prin sistemele amintite toate au nevoie de cazane în vagoane, trebuind ca pentru toate aceste tipuri să se prevadă o instalație de încălzire sau de producere de curent de încălzire centrală. Aceste instalații centrale pot fi așezate pe un vagon special înscris în garnitură, corespunzător tuturor cerințelor, sau se montează chiar pe locomotiva Diesel. În acest ultim caz, limitările de spațiu și greutățile pieselor impun ca instalațiile de încălzire sau de producere de curent central să întrunească anumite condițiuni de dimensionare, pe cît posibil de a se putea înscrie într-un spațiu redus.

Pentru a face să reiasă avantajele și inconvenientele diferitelor instalații de încălzire a garniturilor de tren, în tracțiunea Diesel, se vor compara între ele aceste sisteme care sînt date mai jos :

1. Încălzirea electrică a trenurilor cu o instalație de producere a curentului de încălzire, montată pe locomotiva Diesel.
2. Încălzirea prin abur cu un cazan pentru păcură, instalat pe locomotiva Diesel.
3. Încălzirea cu abur cu un cazan pentru păcură și gaze de eșapament, instalat pe locomtiva Diesel.
4. Încălzirea cu apă caldă cu schimbător de căldură electric și instalație de producere a curentului de încălzire, montată pe locomotiva Diesel.
5. Încălzirea cu apă caldă cu schimbător de căldură cu abur și cazan pentru păcură, instalat pe locomotiva Diesel.
6. Încălzirea cu apă caldă cu schimbător de căldură cu abur și cazan, pentru păcură și gaze de eșapament pe locomotiva Diesel.
7. Încălzirea cu apă caldă cu cazan de cărbuni pentru fiecare vagon.
8. Încălzirea cu apă caldă cu cazan de păcură pentru fiecare vagon.

2. Calculul pierderilor de căldură pentru încălzirea unui vagon de călători

Aplicînd metoda de determinare a pierderilor de căldură de la clădiri, se poate stabili formula pentru pierderile de căldură a unui vagon a cărei expresie este :

$$Q_T = Q_0 \cdot (1 + Z_H + Z_w + Z_G + Z_L) \cdot \frac{t_i - t_e}{t_i - t_{e\ max}} \cdot Z\ [\text{Kcal}] \qquad (1)$$

în care :

Q_0 este suma pierderilor de căldură la oprire sau staționare a vagonului și fără reîmprospătarea aerului, exprimată în Kcal/h.

Z_H — majorarea pentru orientare

Z_w — majorare pentru acțiunea vîntului

Z_G — majorare pentru viteze de rulare a trenului

Z_L — majorare pentru pierderile de căldură datorită reîmprospătării aerului

t_i — temperatura interioară dorită în °C

t_e — temperatura exterioară medie în timpul perioadei de încălzire în °C

$t_{e\ max}$ — temperatura exterioară maximă

Z — numărul de ore de încălzire.

În expresia de mai sus prin Q_T se înțelege cantitatea de căldură minimă, deci ideală, necesară pentru a atinge și menține o temperatură t_i dată, în interiorul vagonului.

Avînd stabilite toate majorările determinate prin metoda S. Büttner [2], se pot introduce în ecuația (1) care dă pierderile de căldură totale ce au loc în timp de o oră în cutia vagonului și obținem astfel relația de calcul:

$$Q_T = K_R \cdot F \cdot \Delta t \cdot \left[1{,}3 + 0{,}31 \frac{I}{F} \cdot (\lambda \cdot \Delta t + \mu V^{0{,}95}) + \right.$$

$$\left. + 0{,}0235 \cdot V^{0{,}682} - 0{,}003 \cdot V\right] \frac{\text{Kcal}}{\text{h}} \qquad (2)$$

în care:

K_R este coeficientul mediu de transmitere a călurii în $\frac{\text{Kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd.}}$

F — suprafața totală a vagonului

I — volumul vagonului în m^3

Δt — diferența de temperatură $(t_i - t_e)$

V — viteza de rulare în $\frac{\text{km}}{\text{h}}$

λ și μ — coeficienți extrași din tabelul nr. 1.

Tabela 1

Valorile lui λ și μ

Felul aerisirii	λ	μ
Defecte de etanșeitate naturală	0,040	0,08
Ventilatoarele închise (30%)	0,054	0,102
Un registru deschis	0,0780	0,118
Ventilatorul deschis (100%)	0,0780	0,142
Două registre deschise	0,120	0,22

Aplicînd însă metoda de calcul mai sus amintită, în cazul diferitelor cutii de vagoane moderne din parcul C.F.R., obținem totdeauna valori pentru coeficientul de transmisie rezultant K_R sub 1,1 $\frac{\text{Kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd.}}$

Pentru determinarea pierderilor de căldură la vagoane metalice întrebuințate astăzi, în mod curent se poate deci utiliza un coeficient de transmitere mijlociu $K_R = 0{,}93$ pînă la $1{,}06 \frac{\text{Kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd.}}$ care corespunde foarte bine la valorile indicate de diferite administrații feroviare europene.

În diagramele din fig. 1 și 2 sînt trasate curbele după măsurători experimentale a variației cantității de căldură necesară încălzirii cutiei vagonului, în funcție de temperatura exterioară și pentru diferite viteze de rulare, în două situații (cu ventilatoarele închise și cu ventilatoarele deschise) :

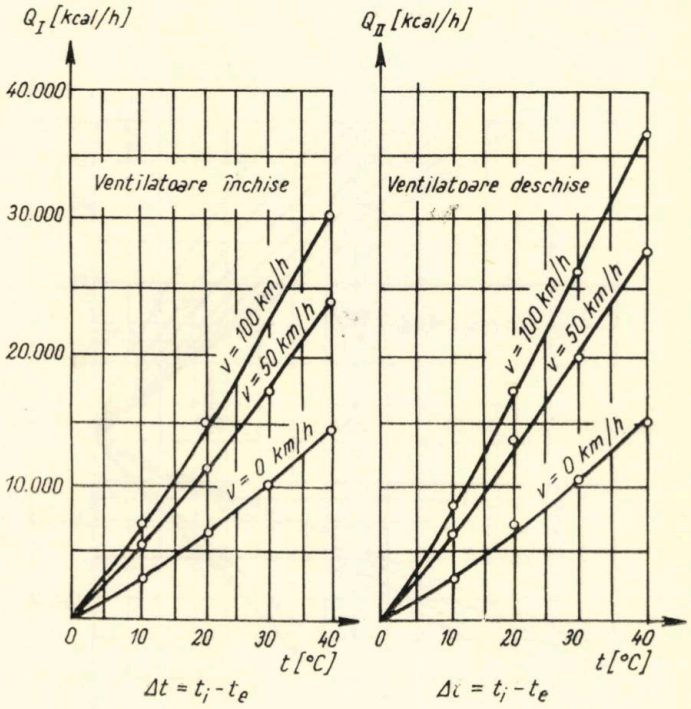


Fig. 1 și 2. Pierderea de căldură totală Q_T necesară încălzirii cutiei vagonului în funcție de diferența de temperatură $\Delta t = t_i - t_e$, la diferite viteze de rulare.

Măsurătorile s-au făcut la un vagon metalic AB cu patru osii avînd un coeficient mediu de transmitere a căldurei $K_R = 0{,}94 \frac{\text{Kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd.}}$.

3. Consumul de căldură pentru încălzirea unei garnituri de tren

Socotind pierderile de care ar trebui să ținem seama într-un sistem de încălzire spre exemplu acelea a combustiunei incomplete din focarul cazanului, pierderile de căldură a conductelor de sub vagoane, pierderile de

abur la acuplări etc., acestea toate se pot strînge la un loc, dîndu-ne astfel posibilitatea de a obține randamentul global η_g și atunci consumația de căldură notată cu Q_c pentru un convoi de n vagoane se exprimă prin:

$$Q_c = Q_T \cdot \frac{1}{\eta_g} \cdot n \frac{\text{Kcal}}{\text{h}} \tag{3}$$

în care formulă introducînd notația φ pentru un coeficient numit indice de încălzire:

$$\varphi = \frac{1}{\eta_g}$$

atunci expresia de mai sus devine:

$$Q_c = \varphi \cdot Q_T \cdot n \frac{\text{Kcal}}{\text{h}}. \tag{4}$$

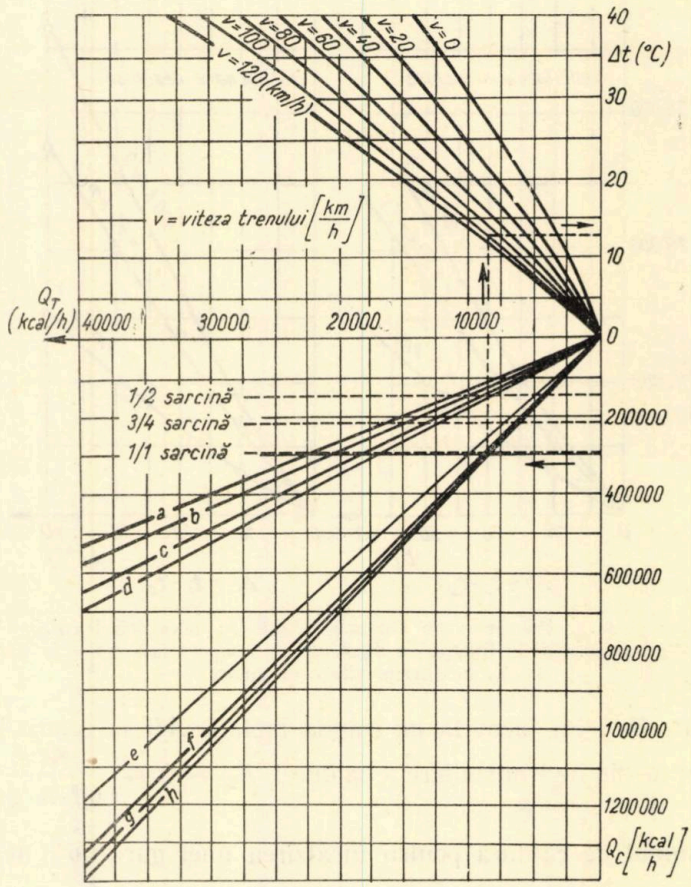


Fig. 3. Consumul de căldură pentru o garnitură de zece vagoane, în funcție de viteza de rulare și diferența de temperatură $\Delta t = t_i - t_e$

Din tabelele cu rezultatele încercărilor făcute de căile ferate germane cu o garnitură de zece vagoane, indicîndu-se pierderile de căldură produse în diferite sisteme de încălzire, se obține indicele de încălzire care variază de la $\varphi = 1{,}3$ pentru încălzirea cu apă caldă cu cazan în vagon utilizînd combustibil păcură, pînă la $\varphi = 3{,}4$ în cazul încălzirii cu abur printr-un cazan montat pe locomotivă arzînd păcură.

Cunoscînd indicele de încălzire și pierderile de căldură Q_T, se cunoaște astfel consumația orară de căldură Q_c a unui convoi pentru modurile de încălzire întrebuințate în exploatare, în afară numai de încălzirea prin vapori cu un cazan de păcură, asociat cu utilizarea gazelor de eșapament care face obiectul separat a studiului din subcapitolul ce urmează.

Se pot trage astfel pentru toate celelalte cazuri niște curbe care să reprezinte grafic $Q_c = f(Q_T)$ date de ecuația (4). Cunoscînd valorile lui φ pentru diferite moduri de încălziri obținute prin măsurători experimentale, se capătă în diagrama din fig. 3 curbele corespunzătoare fiecărui mod de încălzire.

Se dă modul de încălzire corespunzător fiecărei curbe:

a) încălzire cu apă caldă, cazan de păcură în vagon;
b) încălzire cu apă caldă, cazan de cărbuni in vagon;
c) încălzire cu apă caldă, cazan cu păcură pe locomotivă;
d) încălzire cu apă caldă, cazan cu cărbuni pe locomotivă;
e) încălzire prin schimbători de căldură cu abur sau apă caldă;
f) încălzire electrică prin rezistență;
g) încălzire cu abur, cazan cu păcură pe locomotivă;
h) schimbători de căldură prin rezistență și apă caldă.

În fig. 3 în partea de sus a diagramei s-au trasat curbele care reprezintă pierderile de căldură totală Q_T ale unui vagon în funcție de diferența de temperatură $\Delta t = t_i - t_e$ obținute la diferite viteze de rulare.

4. Utilizarea gazelor de eșapament ale motorului Diesel C.F.R. tip L.D.A.-28 care este montat pe locomotiva Diesel electrică

Consumul de căldură a unui convoi în cazul utilizării cazanului de păcură și a gazelor de eșapament, are avantajul economiei ce se realizează prin recuperarea căldurei din gazele de ardere. Astfel dacă se întrebuințează la încălzirea trenului și gazele de eșapament ale motorului Disel, consumul de căldură va fi mai mic decît în cazul utilizării numai a unui cazan de păcură.

Într-o asemenea ipoteză catedra noastră a făcut încercări la diferite sarcini pentru un motor Diesel C.F.R. de tracțiune de 2 100 C. P. de tipul L.D.A.—28, determinîndu-se experimental parametrii necesari stabilirii conținutului de căldură a gazelor de eșapament ce poate fi utilizată la încălzirea cazanului. Astfel dăm în tabelul 2 rezultatele acestor măsurători și calcule obținute în prima fază a cercetărilor noastre, pentru diferite sarcini ale motorului.

Tabela 2

Parametrii măsurați sau mărimile calculate	Unitatea de măsură	1/4 sarcină	1/2 sarcină	3/4 sarcină	1/1 sarcină
Sarcina motorului C.F.R. tip L.D.A.-28 de 2 100 C.P.	C. P.	525	1 050	1 575	2 100
Temperatura gazelor de eșapament	°C	210	315	380	425
Volumul gazelor de eșapament	$\frac{kg}{h}$	2 980	4 250	4 950	5 960
Căldura conținută în gazele de eșapament	$\frac{Kcal}{h}$	150 000	330 000	454 000	605 000
Diferența de temperatură t_d utilizată a gazelor de eșapament	°C	65	100	145	175
Cantitatea de căldură utilizată din gazele de eșapament	$\frac{Kcal}{h}$	55 000	140 000	205 000	295 000

Rezultatele s-au putut concentra în diagrama din fig. 4 unde a fost trasată curba (1) de variație a cantității gazelor de eșapament în funcție de sarcină, curba (2) de variație a conținutului de căldură din gazele de eșapament în funcție de mărimea sarcinei motorului și curba (3) a temperaturei gazelor în funcție de sarcină:

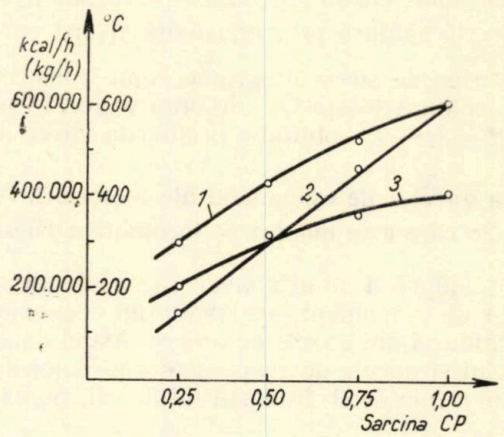


Fig. 4. Căldura, cantitatea și temperatura gazelor de eșapament în funcție de sarcină la motorul C. F. R. L. D. A. — 28

Ținînd seamă de entalpia gazelor de eșapament și admițînd o diferență t_d de temperatură dintre intrarea și ieșirea lor, din cazanul de încălzire, ce a fost introdusă în tabelul 2, s-a putut trasa diagramele din fig. 5, unde

curba (4) reprezintă variația căldurii totale din gazele de eșapament în funcție de temperatură și curba (5) variația cantității de căldură utilizabile ce a fost întrebuințată la încălzirea cazanului, în funcție de temperatură :

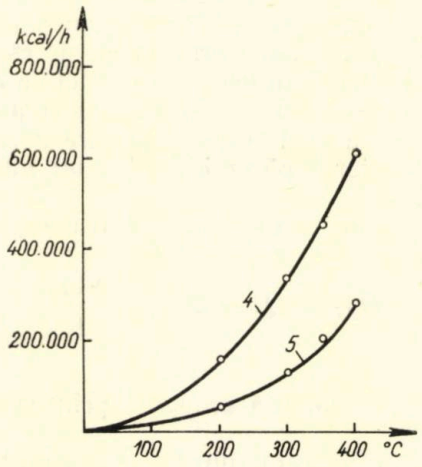


Fig. 5. Curba cantității totale de căldură din gazele de eșapament și a celei utilizabile Q_A Diesel, în funcție de temperatura lor la motorul C. F. R. L. D. A. — 28 de 2 100 C.P.

5. Compensarea efectului de contrapresiune la eșapament

Atunci cînd gazele de eșapament a unui motor Diesel cu supraalimentare sînt trimise într-un cazan pentru a se face încălzirea cu ajutorul lor, ia naștere în canalizarea de alimentare datorită acțiunei rezistenței de scurgere h_s a cazanului, o contrapresiune care micșorează puterea turbocompresorului. Așa dar, sau se prevede o turbină mai puternică, sau se compensează rezistența de scurgere h_s prin instalarea unui ejector la ieșirea din cazan a gazelor. Puterea ce poate să o dea un astfel de ejector se calculează cu :

$$N = \frac{D \cdot \gamma \cdot h_s}{75 \cdot \eta} \text{ CP} \qquad (5)$$

în care :

D este volumul total al gazelor în m^3/h

γ — greutatea specifică a gazelor de eșapament în $\frac{kg}{m^3}$

h_s — rezistența cazanului măsurată în mm col. de apă.

η — randamentul global.

Cu ajutorul acestei formule se pot trasa curbele de variație a puterii necesare a ejectorului în funcție de rezistența cazanului h_s, care se introduce pentru omogenizare în col. apă, la diferite sarcini ale motorului. Problema aceasta este în curs de cercetare.

6. Concluzii

Urmărind diagramele din fig. 3 avem posibilitatea ca în concordanță cu puterea și viteza cerută, să se stabilească zonele de temperatură în care încălzirea poate fi asigurată numai prin gazele de eșapament a motoarelor Diesel, fără ajutorul încălzirei cu păcură. O astfel de zonă se poate observa în diagrama din fig. 3 spre exemplu pentru o încărcare de 100% a sarcinei motorului, și pentru viteza de 100 km/h, la care gazele de eșapament asigură încălzirea fără ajutorul păcurei, pentru un interval de temperatură $\Delta t = t_i - t_e = 13°C$.

În toate celelalte cazuri de exploatare, consumația de căldură este dată de formula:

$$Q_{AP} = Q_c - Q_{A\ \text{diesel}} \quad \frac{\text{Kcal}}{\text{h}} \tag{6}$$

în care:

Q_{AP} = cantitatea de căldură acoperită prin arderea păcurei $\frac{\text{Kcal}}{\text{h}}$

Q_c poate fi citit în diagrama din fig. 4 și cantitatea de căldură utilibazilă a gazelor de eșapament a motoarelor Diesel sau Q_A Diesel la diferite sarcini poate fi extrasă din diagrama din fig. 5.

Cantitatea de căldură utilizabilă a gazelor de eșapament, urmărind diagrama din fig. 5, este mai mare pentru încărcarea motorului la o sarcină mai mare, ceea ce corespunde la temperaturi mai ridicate ale gazelor. Aceasta are loc la viteze mai mari cînd debitul orar al gazelor de eșapament este mai mare.

Ținînd seamă de entalpia gazelor, căldura conținută în gazele de eșapament în cazul locomotivei Diesel-electrice C. F. R., dotată cu un motor L.D.A.-28 de 2 100 C.P., conform primelor măsurători efectuate este de circa 454 000 $\frac{\text{Kcal}}{\text{h}}$ pentru 3/4 din sarcină și circa 605 000 $\frac{\text{Kcal}}{\text{h}}$ pentru 1/1 din sarcină. Dacă se face raportul dintre aceste cantități de căldură și acele ale căldurii utilizabile corespunzătoare acelorași sarcini ale motorului, rezultă că din căldura totală a gazelor de eșapament se utilizează la încălzire în jurul a 45%, recuperarea mai mare făcîndu-se la viteze mai mari.

Bazați pe factorul de utilizare a unei instalații de încălzire la un tren, se poate face studiul foarte amănunțit pentru stabilirea cheltuielilor de încălzire anuale la diferite sisteme de încălzire a garniturilor de tren ce pot fi utilizate în trancțiunea Diesel.

Puse în comparație cu încălzirea făcută prin cazan cu păcură și gaze de eșapament, rezultă o economie substanțială care justifică utilizarea gazelor de eșapament.

Astfel se poate realiza o economie a cheltuielilor anuale pentru încălzire de cca 20% corespunzătoare la o viteză mijlocie de 50 km/h. Pentru o viteză de 80 km/h această economie este mai mare, ceea ce contribuie la reducerea simțitoare a consumului de combustibil utilizat la încălzirea trenurilor de călători.

In cadrul programului de cercetări al catedrei de Termotehnică și Mașini Termice a Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" s-au executat măsurători pe secția Brașov-Predeal la locomotivele C.F.R. Diesel electrice înzestrate cu motoare tip 12 L.D.A.-28, experiențe care se continuă în prezent pe secțiile de cale ferată București-Constanța și București-Craiova, la viteze mari și pentru sarcina întreagă a motorului.

Catedra de termotehnică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Büttner, S.* — Rechentafeln für die Ermittlung des Laufwiderstandes von Schienenfahrzeugen. Deutsche Eisenbahntechnik 1955.
2. *Büttner, S.* — Instalații de încălzire la vagoanele de călători. (Deutsche Eisenbahntechnik, 1957).
3. *Fritz, E.* — Instalații automate de încălzire și aerisire pentru vagoanele moderne de călători. (Deutsche Eisenbahntechnik, 1956).
4. *Ghenghea, P.* — Măsurători termotehnice. Editura Institutului de Căi Ferate București, 1958.
5. *Ionescu Gh.* — Incălzirea vagoanelor de călători. Editura Transporturilor și Telecomunicațiilor, 1963.
6. *Küster, W.* — Handbuch für den Heizungsingenieur. Technische Verlag. Berlin, 1952.
7. *Nerescu, I.* — Probleme de termotehnică. Editura tehnică București, 1960.
8. *Putze, O.* — Versuche mit der Heizung der Personenwagen zur Feststellung ihres Wärmebedarfs und Wärmeverbrauchs. Org. Fortschr. Eisenbahnwesen. 1953.
9. *Rietschel, Raiss.* — Heiz-und Lüftungstechnik. Springer-Verlag. Berlin Göttingen, Heidelberg, 1960.
10. *Schmidt, E.* — Termodinamica tehnică. Editura Springer, Göttingen, 1957.
11. *Stoicescu, L.* — Termotehnica. Editura Ministerului Învățământului, București, 1957.
12. *Vlădea, I.* — Bazele teoretice ale termotehnicei. Editura Energetică, 1956.

ÎNTREPRINDEREA POLIGRAFICĂ „GRAFICA NOUĂ" II, BUCUREŞTI — c. 12626

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

F1130

REFERATIVA

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXVIII NUMĂRUL 2 ANUL 1966
MARTIE—APRILIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

apare, cu șase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice științifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" și „Buletinul Politehnicei din București".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea științifică a corpului didactic din Institutul politehnic București. În limita spațiului disponibil, se pot publica și lucrări științifice ale colaboratorilor dinafara institutului.

Corespondența și schimburile de publicații cu redacția și administrația Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(cu mențiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din București".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din București".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXVIII — NUMĂRUL 2

MARTIE — APRILIE
1966

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. Docent *I. Agîrbiceanu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. Dr. Docent *I. S. Antoniu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *G. Bărănescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof *M. Bercovici* ; Prof. Dr. Docent *E. Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *Gh. Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. Dr. Docent *E. Carafoli* ; Conf. Dr. *S. Călin* ; Acad. Prof. Dr. Docent *D. Dumitrescu* ; Prof. *S. Gâdea* ; Conf. Dr. *I. Grădișteanu*, Prof. *C. Ionescu-Bujor* ; Prof. Dr. Docent *Gh. Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *N. Manolescu* ; Prof. *St. Mantea* ; Prof. Dr. *N. Marinescu* ; Acad. Prof. Dr. Docent *C. Nenițescu* ; Prof. *C. Penescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *M. Postelnicescu* ; Acad. Prof. Dr. Docent *R. Rădulet* ; Prof. *Al. Rău* ; Prof. *Al. Spătaru* ; Prof. *L. Stoicescu* ; Prof. Dr. Docent *R. Voinea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *I. Zăgănescu*.

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
Membru corespondent
al Academiei
Republicii Socialiste România

Sumar

ȘTIINȚE SOCIALE

J. Boisnard, A. Diaconu, N. Moldoveanu, E. Pavel
Criterii de apreciere a eficienței economice a investițiilor industriale 17

FIZICĂ

D. Anghelescu, V. Datcu, E. M. Friedländer, R. Nițu, A. Preda
Emission of High — Energy Neutrons From π^- — Xe Interactions at 9 GeV 35

ELECTROCHIMIE

O. Landauer, C. Mateescu
Hidroliza acidă a acetatului de *n*-butil în apă — dioxan . . . 39

CENTRALE ELECTRICE

C. Dinculescu, D. Cristescu
Déformation des ondes d'impulsion dans la propagation sur les lignes aériennes haute tension 45

REZISTENȚA MATERIALELOR

T. Pană
Considerarea forfecării în calculul pulsațiilor proprii de încovoiere-răsucire la barele cu pereți subțiri având profil închis 67

MAȘINI TERMICE

Șt. Gheorghiu, P. Constantinescu
Studiu tehnico-economic al cazanelor cu suprapresiune (cu focarul și canalele de gaze de ardere cu suprapresiune) 73

AVIAȚIE

Șt. Staicu
La détermination des caractéristiques aérodinamiques de l'aile cruciforme en régime supersonique 87

ELECTRONICA

Gh. Cartianu, Ec. Vlădescu
Răspunsul filtru trece bandă ideal la oscilații modulate în frecvență cu impulsul treaptă 101

Ed. Nicolau, C. Bălăceanu
Modèles neurocybernétiques de la commande motrice 119

R. Piringer
Considerations Concerning the Barkhausen Criterion for Feedback Oscillators 129

I. Ponner
Short Circuit Tester of High Sensitivity 145

SUMAR

Резюме

Д. К. 338.063.44

Ж. Боанар, А. Дьякону, Н. Молдовяну, Е. Павел

Критерии оценки экономическйе эффективности капиталовложений в промышленности.

После изложения положения о том, что при социализме экономическая эффективность выражает экономику всего общественого труда, даются различные показатели, применяемые для выражения экономической эффективности капиталовложений, и рассматривается их соответствие содержанию понятия „экономическая эффективность". Особое внимание уделено показателю „срок окупаемости", а также показателям, вытекающим из последнего, доказывая, что самым подходящим показателем является суммарные расходы на расчетный период. Излагаются также различные точки зрения по установлению нормированной величины коэффициента экономической эффективности капиталовложений.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Д. К. 539

Д. Ангелеску, В. Датку, Э. Фридлэндер, Р. Ницу, А. Преда

Ядерные взаимодействия при 9 Gev/c в ксенонах, сопровождаемые эмиссией энергических невронов.

Исследовались неупругие взаимодействия с большой передачей импульса 4, данные отрицательными пионами с импульсом 9 *Gev/c* в ксеноновой пузырьковой камере. Получено $0{,}76 \pm 0{,}27$ $\frac{mb}{\text{нуклеон}}$ как предел эффективного сечения в процесах при

$$\Delta^2 = (3{,}3 \pm 1)^2 \left(\frac{GeV}{c}\right)^2$$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Д. К. 547.284.4 : 547.841

О. Ландауер, С. Матееску

Кислотный гидролиз ацетата *n* бутила в растворе вода-диоксан.

Наблюдается влияние среды на скорость катализированного кислотного гидролиза ацетата *n* бутила в растворе вода-диоксан. Скорость реакции изучается при различных температурах и при разных пропорциях раствора вода-диоксан.

Были подсчитаны постоянные величины скорости, энергии активизации и предпоказатеьные коэффициенты.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

К. Динкулеску, Д. Кристеску Д. К. 621.3.018

Деформирование импульсных волн при распространении их по воздушным линиям.

Для выбора правильной защитной схемы электроэнергетических установок от сверхнапряжений важно знание процесса деформации импульсных волн, распространяющихся по воздушным линиям. Указывается на влияние коронирования, поверхностного эффекта и сопротивления почвы на погашение и срез фронта импульса; уточняется уравновешенность этих явлений на основе законов образцов, предлагается эквивалентная схема для линейного звена четырехполюсника с поперечными элементами для модулей короны импульсов. Представляется схема измерения, допускающая регистрацию явлений как непосредственную функцию расстояния для возможности внесения дополенений в теорию деформации волн под действием импульсного коронирования.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Summary

D.C. 338.063.44

J. Boisnard, A. Diaconu, N. Moldoveanu, E. Pavel

Criteria for the Assessment of the Economic Efficiency of Industrial Investments.

After pointing out that in the socialist system the economic efficiency represents the entire social work saving, the various indices utilised for expressing the economic efficiency of investments are presented, analysing at the same time to what extent are these corresponding to the concept content of economic efficiency. Stress is set both upon the „recovery delay" index and the derivative indices, proving that the best index is that of „lump expenditure of per calculus timing". The various opinions on the establishment of the standard coefficient value of the economic efficiency of investments are also analysed.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

D.C. 539

D. Anghelescu, V. Datcu, E. M. Friedländer, R. Niţu, A. Preda

Emission of High-energy Neutrons From $\Pi^- - Xe$ Interactions at 9 *GeV*.

For inelastic interactions $\Pi^- - Xe$ at 9 *GeV* with $\overline{\Delta^2} = (3{,}3 \pm \pm 1{,}1)\left(\frac{GeV}{c}\right)^2$ the value $(0{,}76 \pm 0{,}27)\ \frac{mb}{\text{nucleon}}$ was obtained as a lower limit of cross-section.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

O. Landauer, C. Mateescu D.C. 547.284.4:547.841

Acid Hidrolysis of *n*-Butyl Acetate in Water — Dioxan.

The environment influence upon the acid catalysed hydrolysis rate of *n*-butyl acetate in aqueous dioxan solutions — is followed. The reaction rate is studied at various temperatures and different water — dioxan ratios.

The rate constants, activation energies and pre-exponential factors have been computed.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

C. Dinculescu, D. Cristescu D.C. 621.3.018

The Distorsion of Impulse Waves in the Propagation Overhead Lines.

In order to choose some sound diagrams for the electroenergetic plant protection against overloads, the impulse wave distortion process that is propagating through the overhead lines should be known. The skin effect and soil resistance upon the impulse front flatting and damping are presented, and the importance of these phenomena is emphasised. Starting from the model laws an equivalent diagram for a four-pole common line with cross elements for the impulse corona modelling is suggested. A measuring diagram allowing the phenomena to be recorded directly, function of distance is presented to supplement the wave distortion theorem under the impulse corona effect.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Т. Пана Д. К. 620.17

Рассмотрение сдвига в расчете собственных изгибно-крутильных частот тонкостенных стержней замкнутого профиля.

В работе устанавливаются уравнения собственных частот изгибно-крутильных колебаний, применяя свойства центра чистого сдвига. Затем изучается воздействие принятых членов при рассмотрений сдвига. Делается выводд, что эти члены имеют большое значение в расчёте собственных частот тонкостенных стержней с безсимметричным сечением.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Ст. Георгиу, П. Константинеску Д. К. 621 18

Техническо-экономическое исследование котлов с избыточным давлением (с огневой коробкой и с каналами топочных газов с избыточным давлением).

После указания на технические различия между котлами с депрессией в огневой коробке и в каналах топочных газов по сравнению с котлами, имеющими избыточное давление, подсчитывается потеря тепла для этих двух категорий при эвакуации топочных газов и электрическая энергия, необходимая для циркуляции топочных газов и воздуха. Принимая во внимание и стоимость капиталовложения, авторы устанавливают срок окупаемости избытка капиталовложения из экономии годовых расходов. Производится численное применение для котлов с расходом воздуха в 100 т/час и 500 т/час при двух различных топливах: лигнит и природный газ, — из которых выясняется преимущество котлов с избыточным давлением.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Ш т. С т а й к у Д. К. 629.13

Определение аэродинмических характеристик в сверхзвуковом режиме крестообразного крыла.

В этой работе ставится целью определение выражения комплексного потенциала несжигаемого фиктивного движения $F_{\infty\infty}$ в случае омогенного обтекания высшего порядка тонкого крестообразного крыла с несимметричным распределением паденнй. Исходя из этого, определяется осевая скорость пертурбации U, необходимой для расчета коэффициента давления и аэродинамических характеристик крестообразного крыла. Определяются далее выражения осевых скоростей возмущения и аэродинамические характеристики на крыле и на плите в частных случаях однородных движений порядка 1 и 2.

Наблюдается, что при $h \to 0$ в результатах определения будут получены аэродинамические характеристики тонкого треугольного крыла с сверхзвуковыми передними кромками.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Д. К. 621.391

Э д. Н и к о л а у, С. Б э л э ч а н у

Неврокибернетические образцы побудптельного управления.

Предлагается кибернетический образец такого сегмента нервной системы, который принимает участие в выполнении побудительного управления.

Предлагаются различные нервные разветвления, могущие объяснить некоторые разветвления, наблюдаемые морфологически, среди которых и система невронов включений.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

T. Pană D.C. 620.17

Shear Effect on the Calculus of Bending — Torsional Eigenfrequencies Thin — walled Bars of Closed Section.

The equations of bending — torsional self vibration, are established by using the properties of the mere shear center. Then the influence of the terms representing the shear effect is studied. It is stated that the consideration of the shear force leads to greater values of eigenfrequencies, in comparison with the cases in which this force is neglected.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Șt. Gheorghiu, P. Constantinescu, D.C. 621.18

The Technic and Economic Study of Overpressure Boilers Having Overpressurised Furnace and Burning Gases Channels.

After showing the technical differences between the boilers with underpressure furnace and burning gases channels, and those with overpressure, the heat loss through the disharge of the burning gases and the electric supply necessary to the circulation of the gases and of the burning steam are compuuted for both cathegories. Considering the investment cost too, the recovery period of the investment cost excess of the yearly expenditure savings is established. A digital application to the boiler of 100 t/h and 500 t/h steam output, and two different fuel-city gas and lignite, thus emphasising the advantage of boilers with overpressure.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Șt. Staicu D.C. 629.13

Determination of the Aerodynamic Characteristics of the Cruciform Wing in Supersonic Flow.

The paper tries to define the expression of the complex potential of the fictitious incompressible motion $F_{n\infty}$ in the case of the high order homogeneous flow around a thin cruciform wing with antisymmetrical distribution of incidences. By means of this expression the author determines the axial disturbance velocity U, which will be necessary to the calculus of the pressure coefficients and of the aerodynamic characteristics of the cruciform wing. Further, the expressions of the axial disturbance velocities and of the aerodynamic characteristics on the wing and plate are being determined in the particular cases of the homogeneous motions of the first and second order.

It is noted that when $h \to 0$, in all the results given in this paper, one obtains the aerodynamic characteristics of the thin triangular wing with supersonic leading edges having an antisymmetrical distribution of incidences.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

D.C. 621.391

Ed. Nicolau, C. Bălăceanu

Neuro-cybernetics Models of Motory Instruction

A model of that part of the nervous system that acts in the motory instruction fulfilment is proposed.

Different neural networks that can explain some morphologically observed formations including as well the intercalar neuron system, are proposed.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Тх. Картьяну, Ек. Владеску Д. К. 621.376.3

Реакция идеального полосового фильтра на колебания, модулированные по частоте сигналом в виде единичного скачка (со смещенной несущей частотой относительно центральной частоты фильтра)

Выводятся формулы, дающие выходное колебание для общего случая, используя интеграл Фурье. На основе выведенных формул вычислены и построены кривые зависимости от времени мгновенной частоты и мгновенной амплитуды колебания на выходе идеального полосового фильтра, при различных расстройках несущей частоты и различных девиациях частоты.

Устанавливатся, что нормированное время нарастания изменяется в небольших пределах с $\frac{1}{\gamma}$ (отношение девиации частоты к ширине полосы) и с ζ (отношение отклонения несущей частоты от центральной частоты к ширине полосы, причем асимметрия кривых тем более явно выражена, чем больше ζ и $\frac{1}{\gamma}$

Отсюда можно сделать важные выводы относительно допустимой расстройки при определенных девиациях частоты.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Д. К. 621.37

Р. Пирингер

К вопросу о применении условия Баркхаузена для автогенераторов с обратной связью.

В данной работе рассматривается содержание одной статьи из одного иностранного журнала и указывается на положительные стороны (конечные соотношения для частоты колебаний и для предела возбуждения для пяти автогенераторов на обычно применяемых электронных лампах) и отрицательные стороны (не рассматриваются автогенераторы с обратной связью типа *RC*, не изучаются транзисторные автогенераторы, принимается во внимание работа лампы только в линейном режиме) этой статьи.

Далее, в работе подробно рассматривается работа автогенератора с колебательными контурами в аноде и в сетке и с обратной связью через ёмкость сетки — анод и объясняется, каким образом идеализированные предположения (нулевое затухание обоих контуров) привели автора вышеуказанной статьи к условию возбуждения $\mu \geqslant 1$, независимому от C_{ga} и от внутреннего сопротивления лампы.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Д. К. 621.38

И. Поннер

Прибор повышенной чувствительности для обнаружения короткозамкнутых витков.

Прибор оригинальной концепции имеет особо высокую чувствительность и большую устойчивость показания благодаря наличию специальной компенсационной цепи.

При помощи измерительного зонда возможна проверка поврежденных катушек во внутренней части оборудования без их разборки.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Gh. Cartianu, Ec. Vlădescu, D.C. 621.376.5

The Response of the Ideal Band — Pass Filter to Step Frequency Modulated Oscillations. (with Carrier Frequency Shifted relative to the Central Frequency of. the Filter)

The formulas giving în general the response by using Fourier's integral are established. Based upon the established formulas, the variation curves of the instantaneous frequency and the instantaneous amplitude of the ideal band-pass filter output oscillation, for different of frequency and for different detuning frequency deviations were computed and plotted.

It reveals that the normalized time of rise varies within the small limits vs. the $\frac{1}{\gamma}$ (the frequency deviation in respect of the bandwidth and. vs. the ξ (carrier frequency deviation relative to the center frequency în respect of the bandwidth), but the greater the ξ and $\frac{1}{\gamma}$, the more alvious the curve asymmetry.

Important conclusions may be drawn from here on the allowable detuning at certain frequency deviations.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

D.C. 621.37

R. Piringer

Considerations Concerning the Barkhausen Criterior for Féedback Oscillators.

A paper issued in a foreign review is considered, revealing the positive sides (final relations for the oscillation frequency and the self-excitation limit of five *LC*-oscillators with vacuum tubes, commonly used) and the negative ones (the feedback-oscillators of the *RC* type are not considered, the transistorised oscilators are not studied, and only the linear operation of the tube is analysed).

The tuned-grid-tuned-plate oscillator operation is minutely considered, elucidating why the most idealised hypotheses (null damping of both circuits) led the author of this paper to the self-excitation limit $\mu \geqslant 1$, independent of C_{ga} and the plate resistance.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

D.C. 621.38

I. Ponner

Short Circuit Tester of High Sensitivity.

The apparatus of an original design, has a very great sensitivity and a high stability of indication due to a special compensating circuit.

By means of a special testing-head, it is possible also to check, the out of order coils inside the devices without dismantling them.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Résumé

C.D. 338. 063.44

J. Boisnard, A. Diaconu, N. Moldoveanu, E. Pavel

Criteriums d'appréciation de l'efficience économique des investissements industriels.

Après avoir montré qu'en régime socialiste l'efficience économique exprime l'économie de tout le travail social, on présente divers indicateurs utilisés pour exprimer l'efficience économique des investisements, en analysant dans quelle mesure ils correspondent au contenu de la notion d'efficience économique. On insiste sur l'indicateur: "délai de récupération" ainsi que sur les indicateurs qui en dérivent, en démontrant que le plus recommandable indicateur est celui des "frais totaux à la durée de calcul". On examine, de même, les diverses opinions concernant l'établissement de la valeur du coefficient standardisé de l'efficience économique des investissements.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

C.D. 539

D. Anghelescu, V. Datcu, E. M. Friedländer, R. Niţu, A. Preda

Emission de neutrons énergiques dans interactions π^- — *Xe* à 9 *GeV*

On a étudié les interactions inélastiques provoquées par les pions négatifs de 9 Gev/c dans une chambre à bulles de xénon. On a obtenu $(0{,}76 \pm 0{,}27)\ \frac{mb}{\text{nucléon}}$ comme limite de la section efficace dans les processus avec $\bar{\Delta}^2 = (3{,}3 \pm 1{,}1)\left(\frac{GeV}{c}\right)^2$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

O. Landauer, C. Mateescu C.D. 547.284.4:547.841

Hydrolyse acide de l'acétate de *n*-butyle dans l'eau — dioxane

On observe l'influence du milieu sur la vitesse d'hydrolyse acide catalysée de l'acétate de *n*-butyle dans les solutions eau — dioxane. La vitesse de réaction est étudiée pour différentes températures et proportions d'eau — dioxane.

On a calculé les constantes de vitesse, les énergies d'activation et des facteurs préexponentiels.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

C. Dinculescu, D. Cristescu C.D. 621.3.018

Déformation des ondes d'impulsion dans le cas de leur propagation sur les lignes aériennes

Pour choisir des schémas de protection sûrs des installations électro-énergétiques contre les surtensions il est important de connaître le processus de déformation des ondes d'impulsion qui se propagent sur les lignes aériennes. On présente l'apport de l'effet de couronne, de l'effet pelliculaire (Skin) et de la résistance du sol sur l'amortissement et l'aplatissement du front de l'impulsion; on précise le poids de ces phénomènes. En partant des lois des modèles, on propose un schéma qui valent pour un quadripôle élémentaire de ligne, à éléments transversaux pour modéler la couronne d'impulsion. On présente un schéma de mesure qui permet l'enregistrement des phénomènes, directement fonction de la distance, pour pouvoir compléter la théorie de la déformation des ondes sous l'action de l'effet de couronne d'impulsion.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Zusammenfassung

D.K. 338.063.44

J. Boisnard, A. Diaconu, N. Moldoveanu, E. Pavel

Kriterien für die Beurteilung des wirtschaftlichen Nutzeffekts der Industrieinvestitionen.

Nachdem aufgezeigt wurde, dass in Sozialismus der wirtschaftliche Nutzeffekt die Einsparung der gesamten gesellschaftlichen Arbeit darstellt, werden verschiedene für die Bezeichnung des wirtschaftlichen Nutzeffekts der Investitionen verwendete Kennziffern aufgezeigt und gleichzeitig eine Analyse durchgeführt, in welchem Mase diese dem Begriffe des wirtschaftlichen Nutzeffekts entsprechen.

Es wird die Kenziffer „Rückgewinnungstermin" betont, sowie die aus ihr abgeleiteten Kennziffern und dabei nachgewiesen, dass die „Gesamtkosten für die Berechnungsdauer„ die entsprechendste Kennziffer ist.

Desgleichen werden verschiedene Meinungen untersucht, welche die Bestimmung des Wertes für den genormten Koeffizienten des wirtschaftlichen Nutzeffekts betreffen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

D.K. 539

D. Anghelescu, V. Datcu, E. M. Friedländer, R. Niţu, A. Preda

Emission von energischen Neutronen in $\Pi^- - Xe$ Wechselwirkungen bei 9 *GeV*.

Von 9 $\frac{GeV}{c}$ Pionen, in einer Xenonblazenkammer erzeugte, unelastiche Wechselwirkungen mit grosser Vierimpulsübertragung wurden untersucht. Für Wechselwirkungen mit $\overline{\Delta^2} = (3{,}3 \pm 1{,}1) \left(\frac{GeV}{c}\right)^2$ wurden als Grenzwert des Wirkungsquerschnittes $(0{,}76 \pm 0{,}27) \frac{mb}{\text{Nukleon}}$ erhalten.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

O. Landauer, C. Mateescu D.K. 547.284.4:547.841

Die saure Hydrolyse das *n* Butyl-Azetates in Wasser — Dioxan.

Es wird der Einfluss der Umgebung auf die Geschwindigkeit der sauer katalysierten Hydrolyse des *n*. Butil Azetates in Wasser-Dioxan verfolgt. Es wird die Geschwindigkeit der Reaktion bei verschiedenen Temperaturen und Verhältnissen des Wasser-Dioxans untersucht.

Es wurden die Geschwindigkeitskonstanten, die Aktivierungsenergien und die präexponentiellen Faktoren untersucht.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

C. Dinculescu, D. Cristescu D.K. 621.3.018

Verformung der Impulswellen während ihrer Ausbreitung auf Freileitungen.

Zwecks Wahl eines Schemas für den sicheren Schutz der elektroenergetischen Anlagen gegen Überspannungen ist die Kenntnis des Verformungsvorganges der Impulswellen, welche sich auf Freileitungen ausbreiten, von Bedeutung. Es wird der Beitrag des Corona-Effektes, des Hauteffektes und des Hauteffektes und des Bodenwiderstandes auf die Dämpfung und die Abflachung der Wellensteigung dargestellt. Desgleichen wird das Gewicht dieser Erscheinungen festgesetzt.

Von den Modellgesetzen wird ein gleichwertiges Schema für einen elementären vierfachen Linienpol vorgeschiagen, mit Querelementen für das Modellieren der Impuls-Corona. Es wird ein Messchema gezeigt, welches die Aufzeichnung der Erscheinungen in direkter Abhängigkeit von der Distanz gestattet, um die Theorie der Verformung von Wellen unter den Einfluss der Impuls-Corona zu vervollständigen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

T. Pana C.D. 620.17

L'effet de cisaillement sur les pulsations propres en flexion-torsion des barres à parois minces ayant le profil fermé.

Dans l'ouvrage on établit les équations des pulsations propres, de flexion-torsion en utilisant les propriétés du centre de cisaillement. On étudie l'influence des termes introduits par la consideration du cisaillement. On conclut que ces termes influencent d'une maniere remarqable le calcul des pulsations propres pour les barres ayant des sections asimétriques.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Şt. Gheorghiu, P. Constantinescu C.D. 621.18

Etude technico-économique des chaudières à surpression (avec le foyer et les canaux des gaz de combustion à surpression).

Après avoir mis en évidence les différences techniques entre les chaudières à dépression dans le foyer et les canaux des gaz de combustion et celles à surpression, on a calculé pour ces deux catégories la perte en chaleur par l'évacuation des gaz de combustion et l'énergie électrique nécessaire à la circulation des gaz et de l'air de combustion. En considérant aussi le coût de l'investissement, on établit le délai de récupération du surplus du coût de l'investissement de l'économie de frais par an. On effectue une application numérique pour les chaudières à débit de vapeur de 100 t/h et 500 t/h et deux combustibles différents — lignite et gaz naturel — d'où en résulte l'avantage des chaudières à surpression.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Şt. Staicu C.D. 629.13

La détermination des caractéristiques aérodinamiques de l'aile cruciforme en régime supersonique.

On poursuit dans cet article la définition de l'expression du potentiel complexe du mouvement incompressible fictif F_{noo}, dans le cas de l'ecoulement homogène d'ordre supérieur d'une aile cruciforme mince à distribution antisymétrique d'incidences. A partir de cette expression on détermine la vitesse axiale de perturbation, U, qui sera nécessaire au caucul des coefficients de pression et des caractéristiques aérodynamiques de l'aile cruciforme. On détermine, ensuite, les expressions des vitesses axiales de perturbation et les caracteristiques aérodynamiques sur l'aile et la plaque, dans les cas spéciaux des mouvements homogènes des ordres un et deux.

On observe que, si $h \to 0$, dans les résultats de cet article, on obtient les caractéristiques aérodynamiques de l'aile triangulaire mince aux bords d'attaque supersoniques, ayant la distribution antisymétrique d'incidences.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

C.D. 621.391

Ed. Nicolau, C. Bălăceanu

Modèles neuro-cybernétiques de la commande motrice.

On propose un modèle cybernétique de ce segment du système nerveux qui intervient dans l'exécution des commandes motrices. On propose divers réseaux neuronaux qui peuvent expliquer quelques réseaux morphologiques, parmi lesquels aussi le système des neurons intercalaires.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

T. Pană D.K. 620.17

Die Berücksichtigung der Scherung bei der Berechnung der Biege- und Dreh-Eigenschwingzahlen dünnwandiger Stäbe mit geschlossenem Querschnitt.

In der Arbeit werden die Gleichungen für die Biege-und Dreh-Eigenschwingzahlen unter Verwendung der Eigenschaften des Punktes mit reiner Scherung abgeleitet. Weiter wird der Einfluss, der die Scherung berücksichtigenden Glieder untersucht.

Der Autor gelangt zu der Schlussfolgerung, dass diesen bei der Berechnunger Eigenschwingzahlen für Stäbe mit nichtsymmetrischem Querschnitt grosse Beteutung zukommt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Şt. Gheorghiu, P. Constantinescu, D.K.621.18

Das technisch-wirtschaftliche Studium der Überdruckkessel (Brennkammer und Verbrennungsgaskanäle mit Überdruck).

Nachdem die technischen Unterschiede zwischen den Kesseln mit Unterdruck in der Brennkammer und in den Kanälen einerseits und jenen mit Überdruck andererseits aufgezeigt werden, wird der Wärmeverlust infolge Abfuhr der Verbrennungsgase und die für den Kreislauf der Gase und der Verbrennungsluft nötige elektrische Energie für beide Kategorien berechnet.

Unter Inbetrachtnahme der Investitionskosten wird die Dauer der Mehrkosten der Investitionen aus den Ersparnissen der Jahresausgaben festgestellt. Es wird eine zahlenmässige für Kessel mit einer Dampfleistung von 100 t/h und 500 t/h und mit 2 verschiedenen Brennstoffen — Lignit und Naturgas — gegeben, aus welcher der Vorteil der Kessel mit Überdruck hervorgeht.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Şt. Staicu D.K. 629.13

Bestimmung der aerodynamischen Charakteristiken des kreuzförmigen Flügels, unter Überschalibedingungen.

In dem Beitrag wird die Definition des Ausdruckes eines komplexen Potentials der fiktiven, nichtkompressibilen Bewegung F_{∞}, im Falle des homogenen Stromflusses hoher Ordnung, im Umkreis eines dünnem kreuzförmigen Flügels mit asymmetrischer Verteilung der Inzidenzen untersucht. Von hier ausgehend wird die axiale Störungsgeschwindigkeit U, festgestelt, welche zur Berechnung der Druckkoeffizienten und aerodynamischen Charakteristiken der kreuzförmigen Flügel notwendig sind.

Des weiteren werden die Ausdrücke für die axialen Störungsgeschwindigkeiten und die aerodynamischen Charakteristiken auf den Flügel und auf die Platte festgestellt, in den besonderen Fällen der homogenen Bewegung erster und zweiter Ordnung.

Es wird bemerkt, dass im Falle $h \to 0$, in den Ergebnissen des Beitrages, die aerodynamischen Charakteristiken des dünnen dreieckigen Flügels mit Überschalleintrittskante erhalten werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Ed. Nicolau, C. Băläceanu D.K. 621.391

Neurokybernetische Modelle des motorischen Befehls.

Es wird ein kybernetisches Modell jenes Teiles des Nervensystems vorgeschlagen, welcher die Ausführung der motorischen Befehle bewirkt. Es werden verschiedene Nervennetze vorgeschlagen, die einige morphologisch beobachtete Netze erklären können, unter anderem auch das System der interkalaren Neuronen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Gh. Cartianu, Ec. Vlădescu C.D. 621.376.5

La réponse du filtre passe — bande idéal, aux oscillations modulées en fréquence par l'impulsion — échelon, ayant la fréquence porteuse étant décalée par rapport à la fréquence centrale du filtre.

On établit les formules qui donnent la réponse dans le cas analysé en utilisant l'intégrale de Fourier. A partir de formules établies on a pu calculer et tracer les courbes de la variation de la fréquence instantanée et la variation de l'amplitude instantanée de l'oscillation à la sortie du filtre pour différents desaccords de fréquence et pour différentes déviations de fréquence.

On constate que le temps de croissance normalisé varie dans de petites limites avec $\frac{1}{\gamma}$ la déviation de fréquence rapporté à la largeur de bande et avec ξ l'écart de la fréquence porteuse par rapport à la fréquence de centre rapportée à la largeur de bande et l'asymétrie des courbes est d'autant plus prononcée que ξ et $\frac{1}{\gamma}$ sont plus grands.

On arrive ainsi à des conclusions importantes sur le désaccord admissible pour certaines déviations de fréquence.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

C.D. 621.37

R. Piringer

Sur l'application de la condition de Barkhausen pour les oscillateurs à réaction.

On considère le contenu d'un article d'une revue étrangère en montrant les aspects positifs (relations finales pour la fréquence d'oscillation et pour la limite d'amorçage pour cinq oscillateurs *LC* à tubes électroniques, utilisés couramment), ainsi que les aspects négatifs (on ne parle pas des oscillateurs à réaction de type *RC*, on n'étudie pas les oscillateurs à transistors, on considère seulement le fonctionnement linéaire du tube).

On examine en détail le fonctionnement de l'oscillateur à circuits oscillants en anode et en grille ayant la réaction par la capacité grille-anode, en expliquant pourqoui les hypothèses trop idéalisées (amortissement nul des deux circuits) ont conduit l'auteur de l'article cité ci-haut à la condition d'amorçage $\mu \geqslant 1$, indépendante de C_{ga} et de la résistance interne du tube.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

C.D. 621.38

I. Ponner

Appareil de haute sensibilité pour détecter les spires en court-circuit.

L'appareil d'une conception originale, présente une sensibilité et une stabilité de l'indication trés grandes, grâce à un circuit de compensation spécial.

A l'aide d'une sonde de mesurage il est possible de vérifier aussi les bobines défectueuses à l'intérieur des installations, sans qu'il soit nécessaire de les démonter.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

Gh. Cartianu, Ec. Vlădescu D.K. 621.376.5

Der Einschwingvorgang des idealen Bandfilters bei sprungfrequenzmodulierten Schwingungen (mit gegenüber der Filtermittenfrequenz verschobener Trägerfrequenz).

Mit Hilfe des Fourierschen Integrals leitet man die Beziehungen für den Einschwingvorgang im allgemeinnen Fall ab. Auf Grund dieser Beziehunghen wurden die Kurven der Augenblickswerte der Frequenz und der Amplitude am Ausgang des Filters, für beliebige Abweichungen der Trägerfrequenz und für verschiedene Frequenzhübe, berechnet und aufgezeichnet.

Aus den Kurven wird festgestellt, dass die normierte Einschwingzeit sich in engen Grenzen mit $\frac{1}{\gamma}$ (der Frequenzhub bezogen auf die Bandbreite) und mit ξ (die Trägerfrequenzabweichung gegenüber der Filtermittenfrequenz, bezogen auf die Bandbreite) ändert. Die Asymmetrie der Kurven ist anderseits um so ausgeprägter, je grösser ξ und $\frac{1}{\gamma}$ sind.

Man kann daraus wichtige Schlüsse über die zulässige Verstimmung, bei gegebenen Frequenzhüben, ziehen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

D.K. 621.37

R. Piringer

Über die Anwendung der Barkhausenschen Bedingung für Rückkopplungsoszillatoren.

Es wird der Inhalt eines Beitrages aus einer ausländischen Zeitschrift besprochen, wobei die positiven Aspekte (explizite Beziehungen für die Schwingfrequenz und für die Selbsterregungsgrenze für fünf mit Röhren bestückten und allgemein verwendeten *LC*-Oszillatoren) und die negativen Aspekte gezeigt werden (*RC*-Rückkopplungsoszillatoren und Oszillatoren mit Transistoren werden nicht behandelt; es wird nur der lineare Betrieb der Röhre in Betracht gezogen).

Eingehend wird die Arbeitsweise des Oszillators mit Anoden- und Gitterschwingkreis und Rückkopplung durch die Gitter-Anoden-Kapazität behandelt, wobei erklärt wird, warum die überidealisierten Hypothesen (Nulldämpfung beider Schwingkreise) den Verfasser des obenerwähnten Beitrages zur Selbsterregungsbedingung $\mu \geqslant 1$ führten, unabhängig von C_{ga} und dem Innenwiderstand der Röhre.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

D.K. 621.38

I. Ponner

Kurrschlussprüfgerät mit erhöhter Empfindligkeit.

Der originell ausgedachte Apparat stellt infolge eines speziellen Kompensationsstromkreises eine besondere Empfindlichkeit und Stabilität der Angaben dar.

Mit Hilfe einer Messonde wird auch die Untersuchung defekter Spulen innerhalb der Anlagen ermöglicht, ohne diese abbauen zu müssen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 2/1966

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 2

ȘTIINȚE SOCIALE

C.Z.: 338.063.44

CRITERII DE APRECIERE A EFICIENȚEI ECONOMICE A INVESTIȚIILOR INDUSTRIALE

J. BOISNARD, A. DIACONU, N. MOLDOVEANU, E. PAVEL

1. Rolul și importanța investițiilor și a eficienței economice.

Dezvoltarea bazei tehnico-materiale a socialismului și asigurarea unui nivel de trai din ce în ce mai bun al populației sînt strîns legate de reproducția lărgită a fondurilor fixe productive și neproductive, sursa acestei reproducții fiind constituită de investiții, care intervin atît prin volumul lor cît și prin eficiența folosirii lor.

Creșterea investițiilor este determinată de ritmul de creștere a venitului național, de cota ce se acordă din acest venit pentru fondul de acumulare. La rîndul său, volumul venitului național depinde de scăderea prețului de cost, de productivitatea muncii sociale, sub cele două forme, de muncă materializată și de muncă vie. La creșterea acestei productivități, o contribuție importantă revine gradului de dotare a muncii cu mijloace tehnice, adică investițiilor. Eficiența investițiilor, care, așa cum se va vedea în continuare, exprimă tocmai raportul între economia de muncă socială și volumul investițiilor care o generează, are, așadar, o importanță deosebită.

În țara noastră, Partidul Comunist Român a dus și duce în continuare, o politică continuă de creștere a volumului investițiilor și a eficienței economice a acestora.

Astfel, în Directivele Congresului al IX-lea al P.C.R., se prevede ca în anii 1966—1970 volumul investițiilor să crească față de cei 5 ani precedenți cu cca. 50%, fiind de 250—260 miliarde lei. Pe linia industrializării socialiste a țării și a dezvoltării cu preponderență a producției mijloacelor de producție, volumul afectat investițiilor industriale este de cca. 56,5% din total (cca. 144 miliarde lei, reprezentînd o creștere cu cca. 50% față de perioada de 5 ani precedentă). Ramurilor de bază ale industriei: energia primară și secundară, metalurgia feroasă și neferoasă, industria construcțiilor de mașini și industria chimică, li se vor aloca cca. trei pătrimi din totalul investițiilor din industrie.

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București 28—30 mai 1965.

De asemenea, în Directivele Congresului al IX-lea al P.C.R. se subliniază importanța creșterii continue a eficienței economice a investițiilor, arătîndu-se totodată și principalele căi de realizare: „Se va acorda în continuare o atenție deosebită *creșterii eficienței economice a investițiilor*, fiind alese cele mai bune variante de proiect care să prevadă adoptarea de capacități de mărime optimă, procese tehnologice și utilaje de înaltă productivitate — la nivelul tehnicii avansate — cele mai judicioase amplasamente și soluții constructive menite să contribuie la scurtarea substanțială a duratei de execuție a construcțiilor" [1].

Problema eficienței economice își mărește importanța pe măsura creșterii volumului investițiilor.

Este deci foarte important să se aprofundeze esența eficienței investițiilor și indicatorii care o exprimă. Problema este încă foarte controversată și o serie de aspecte nu sînt încă suficient studiate sau fundamentate. Autorii prezentului articol vor încerca să prezinte — sumar — unele aspecte ale acestei probleme, desprinse din studiul unui material bibliografic — pe care îl apreciază ca fiind încă foarte redus — exprimîndu-și — în unele cazuri — un prim punct personal de vedere.

2. Generalități privind eficiența economică a investițiilor.

Aprecierea eficienței economice a investițiilor depinde de orînduirea socială în cadrul căreia au loc investițiile. În capitalism, eficiența economică se exprimă prin rata profitului obținut la capitalul investit, iar în socialism eficiența economică exprimă în ultimă esență, efectul investițiilor (adică, în final, economisirea întregii munci sociale — sau, cu alte cuvinte, creșterea productivității muncii sociale —, sporirea rapidă a venitului național) raportat la cheltuiala de muncă corespunzătoare creării lucrărilor capitale (investițiilor).

În socialism, eficiența economică a investițiilor este determinată și de legea dezvoltării planice, proporționale a economiei naționale [14]. Aceasta se manifestă, în primul rînd, prin aceea că repartizarea investițiilor între diversele ramuri se face pe baza balanțelor care arată *ce* trebuie să se producă și *în ce volum*, iar apoi calculele tehnico-economice de eficiență arată care variantă de realizare a sporului planificat al producției este cea mai bună, ținîndu-se seama și de posibilitățile de înlocuire reciprocă a diverselor produse necesare economiei naționale, conform prevederilor balanței.

Nivelul eficienței economice nu poate însă determina direcțiile orientării cheltuielilor capitale.

Cantitativ, în practică, eficiența economică a investițiilor este exprimată prin o serie de indicatori tehnico-economici (numărul mare de indicatori se datorește faptului că rezultatele utile ale investițiilor sînt foarte variate) care răspund mai mult sau mai puțin cuprinzător la definiția dată mai înainte eficienței economice a investițiilor.

În țările socialiste și în țara noastră se folosesc în general, următorii indicatori:

a) indicatori naturali:

— gradul de folosire a capacităților și suprafețelor de producție;

— consumurile specifice de materii prime, materiale, combustibil și energie;

b) indicatori valorici:

— investiția specifică;

— eficacitatea fondurilor fixe;

— greutatea specifică a cheltuielilor de construcții și montaj în valoarea totală a investiției;

— productivitatea muncii;

— prețul de cost pe unitatea de produs;

— termenul de recuperare a investițiilor suplimentare (folosit la compararea mai multor variante) sau a investițiilor totale (în cazul reutilărilor);

— cursul de revenire brut și net (numai în cazul unei producții care poate face obiectul unui schimb internațional).

În afară de indicatorii arătați mai sus, în literatura economică din țările socialiste și capitaliste ce a fost cercetată de autori, se mai preconizează următorii indicatori:

— volumul venitului național sau al valorii plusprodusului (sau sporul acestora), raportat la valoarea fondurilor fixe (sau la sporul acestei valori);

— cheltuielile totale pe o durată de calcul;

— beneficiul total pe o durată de calcul;

— rentabilitatea.

Eficiența economică a investițiilor se poate urmări numai din indicatorii valorici, cei naturali constituind doar indicații auxiliare care confirmă unele aspecte economice specifice fiecărei ramuri, dar nu pot reflecta fenomenul economic în ansamblul său, deoarece ei nu țin seama de cheltuielile de muncă cu care au fost create mijloacele tehnice.

Unii dintre indicatorii valorici citați, reflectă numai unele laturi ale elementelor care determină în final eficiența economică iar alți indicatori sînt complexi (ilustrînd unele corelații dintre unii din indicatorii precedenți) și se apropie mai mult sau mai puțin de stabilirea exactă a eficienței economice care însă trebuie măsurată cu un singur etalon: creșterea productivității sociale a muncii.

Trebuie să se arate de la început că efectul investițiilor precum și esența eficienței lor, care reprezintă efectul final — creșterea productivității muncii sociale — raportat la valoarea investițiilor, este reflectat în modul cel mai complect de valoare. Dar, pînă acum, evidența cheltuielilor de muncă socialmente necesare nu e completă, se ține numai evidența prețului de cost și a prețului de realizare, ceea ce falsifică parțial valoarea indicatorilor valorici determinați în practică pe baza acestor două elemente, deoarece ele nu reflectă economia de muncă ce se realizează (ca efect al investițiilor) la producția acelei părți a produsului

social care este creată de supramuncă. În plus, indicatorii valorici ai eficienței economice a investițiilor sînt denaturați și prin devierea de la valoare a prețului investițiilor și a mijloacelor de producție consumate.

În cele ce urmează, se vor examina, pe rînd, principalii indicatori valorici ai eficienței economice a investițiilor.

3. Indicatorii valorici ai eficienței economice a investițiilor.

3.1. *Investiția specifică*

Investiția specifică se exprimă prin raportul dintre valoarea investiției și volumul sporului de capacitate de producție anuală măsurat în unități naturale.

Investiția specifică nu reflectă decît o parte a eficienței economice a investițiilor, și anume economisirea numai a unei părți din munca materializată (cea corespunzătoare fondurilor fixe).

3.2. *Eficacitatea fondurilor fixe*

Eficacitatea fondurilor fixe se exprimă prin raportul dintre valoarea producției în preț de întreprindere și valoarea fondurilor fixe. Acest indicator este echivalent celui precedent, raportul fiind însă inversat iar producția fiind exprimată în unități valorice în loc de unități naturale.

3.3. *Productivitatea muncii*

Productivitatea muncii este unul din cei mai importanți indicatori, arătînd nivelul tehnic și organizatoric al producției și, implicit, al eficienței economice, dar numai al unei laturi a acesteia, întrucît productivitatea muncii (determinată conform metodologiei actuale) se referă numai la munca vie.

3.4. *Prețul de cost*

Prețul de cost dă o imagine mai completă asupra aportului investiției la formarea venitului național, dar nici acest indicator nu reflectă complect eficiența economică, deoarece nu ține seama de munca pentru societate sau, altfel spus, prețul de cost nu reprezintă „valoarea" produsului, adică cheltuiala de muncă socială.

3.5. *Termenul de recuperare a investițiilor.*

3.5.1. *Termenul de recuperare a investițiilor totale*

Termenul de recuperare T_r este indicatorul care, azi, în practică, este general folosit și acceptat ca reflectînd cel mai bine, în modul cel mai complect esența incontestabilă a eficienței economice a investițiilor: raportul dintre cheltuiala de muncă socială încorporată în lucrările de

investiții și efectul final al investițiilor, efect care este exprimat prin economisirea întregii munci sociale:

$$T_r = \frac{I}{\Delta C} \tag{1}$$

în care I este volumul muncii trecute cuprinse în fondurile fixe făcînd obiectul investiției iar ΔC este volumul muncii economisite anual (din munca trecută conținută în obiectele muncii, din amortizarea investiției I precum și din munca vie) prin folosirea productivă a fondurilor fixe corespunzătoare investiției I.

ΔC este diferența între valoarea socială a producției și valoarea producției realizată prin investiția I. Dar, cum pînă în prezent nu se calculează valoarea, ΔC se determină fie sub forma diferenței dintre prețul de cost mediu pe ramură și prețul de cost realizat în noul obiectiv pentru care se face investiția I, fie sub forma diferenței dintre prețul de realizare și prețul de cost al producției în obiectivul considerat. Deci T_r se poate scrie sub forma

$$T_r = \frac{I}{(C_{med} - C_{ind}) \cdot P} \tag{2}$$

sau sub forma:

$$T_r = \frac{I}{(R - C_{ind}) \cdot P} \tag{3}$$

în care:

— C_{med} este prețul de cost mediu pe ramură pe unitatea de produs;

— C_{ind} este prețul de cost în obiectivul considerat, pe unitatea de produs;

— P este volumul anual al producției obiectivului considerat;

— R este prețul de realizare al unității de produs.

In ambele cazuri, termenul de recuperare apare parțial falsificat, dînd numai o imagine aproximativă a eficienței economice, deoarece C_{med} și C_{ind} exprimă numai o parte din valoare (nu includ munca pentru societate) iar R nu corespunde întru totul cu valoarea.

Legat de termenul de recuperare, eficiența economică poate fi exprimată și prin un alt indicator: coeficientul eficienței economice, ε, egal cu inversul termenului de recuperare:

$$\varepsilon = \frac{1}{T_r} = \frac{\Delta C}{I}. \tag{4}$$

Termenul de recuperare și coeficientul eficienței economice au aceiași semnificație economică, a gradului de economisire a întregii munci sociale, termenul de recuperare arătînd timpul în care valoarea investită se recuperează din economiile la cheltuielile anuale iar coeficientul eficienței economice arătînd munca economisită anual în lei la 1 leu investit

adică face legătura cu rentabilitatea producției ce se realizează pe baza investiției respective.

Pentru a se asigura un anumit cuantum de muncă socială economisită, necesar pentru realizarea reproducției lărgite, adică pentru ca o investiție să fie eficientă, este necesar ca ea să fie caracterizată printr-un termen de recuperare T_r mai redus decît un anumit termen de recuperare T_{rn} denumit normat, respectiv este necesar ca investiția să fie caracterizată printr-un coeficient de eficiență ε_n denumit normat; adică, pentru ca o investiție să fie eficientă trebuie ca

$$T_r \leqslant T_{rn} \tag{5}$$

sau

$$\varepsilon \geqslant \varepsilon_n . \tag{6}$$

Termenul de recuperare normat, respectiv coeficientul normat al eficienței economice, determină deci limta oportunității economice a efectuării unei investiții.

3.5.2. *Termenul de recuperare a investițiilor suplimentare*

Acest indicator are rolul de a determina, prin comparare, efectul unei soluții de investiție nouă cu efectul tehnicii existente sau cu cel al unei alte soluții de tehnică nouă. El arată eficiența comparativă sau relativă a unei investiții în raport cu altă investiție *echivalentă* (adică conducînd la același efect util din punct de vedere al volumului producției unui anumit produs).

Dacă există mai multe soluții echivalente și dacă una din ele necesită investiții mai mici și concomitent cheltuieli anuale mai mici decît o altă soluție, este evident că prima soluție este cea mai eficientă. Dar, de obicei, soluțiile cu investiții mai mari asigură realizarea producției cu cheltuieli anuale mai mici și invers. În aceste cazuri, spre a se vedea cît de raționale sînt investițiile suplimentare necesare pentru obținerea unei economii suplimentare la prețul de cost și pentru a elimina soluțiile la care surplusuri importante la valoarea investițiilor conduc la scăderi reduse ale cheltuielilor anuale, trebuie recurs la determinarea termenului de recuperare (sau a inversului său, coeficientul eficienței economice) a investițiilor suplimentare, care, în cazul a două variante notate cu indicii 1 și 2, este dat de relația:

$$T_r = \frac{\Delta I}{\Delta C} = \frac{I_1 - I_2}{C_2 - C_1} \tag{7}$$

care arată în cît timp se recuperează investiția suplimentară $\Delta I = I_1 - I_2$ necesară în varianta cu investiții mai mari, din economiile anuale $\Delta C = C_2 - C_1$.

Termenul de recuperare a investițiilor suplimentare, respectiv coeficientul eficienței economice al acestora, trebuie comparate cu valorile normate corespunzătoare, fiind evident, conform celor arătate la pct. 3.5.1 că surplusul de investiții al variantei cu investiții mai mari este eficient

(deci soluția respectivă este mai eficientă) dacă T_r dat de formula (7) este mai mic decît T_{rn}, sau dacă ε corespunzător este mai mare decît ε_n.

Termenul normat de recuperare și coeficientul normat al eficienței economice determină limita oportunității economice a efectuării unei investiții suplimentare.

Pentru cazul cînd există mai mult de două variante care urmează a fi comparate, trebuie să se calculeze termenele de recuperare comparative ale diverselor variante între ele. Tehnica corectă este de a compara variantele succesiv, în ordinea creșterii investițiilor (deci în ordinea succesiunii investițiilor suplimentare) și a descreșterii cheltuielilor anuale, și anume, la compararea variantei „i" cu varianta „$i+1$" se alege varianta cea mai economică care se compară apoi cu varianta „$i+2$".

Dacă s-ar proceda, așa cum se întîmplă adesea în practică, alegînd arbitrar una din variante (de obicei cea cu investiții minime) ca variantă de bază pentru comparare, se poate ajunge la concluzii greșite.

Pentru a se evita astfel de erori precum și din motive de simplificare a calculelor (în cazul unui număr mai mare de variante de comparat) se recurge la o variantă a termenului de recuperare a investițiilor suplimentare, cunoscută sub denumirea metodei cheltuielilor anuale de calcul.

În adevăr, relația (7) arată că varianta 1 (cu $I_1 > I_2$ și cu $C_1 < C_2$) este mai avantajoasă decît varianta 2, dacă

$$T_r = \frac{I_1 - I_2}{C_2 - C_1} < T_{rn}. \tag{8}$$

Această ultimă inegalitate poate fi scrisă sub forma

$$\frac{I_1}{T_{rn}} + C_1 < \frac{I_2}{T_{rn}} + C_2$$

sau

$$\varepsilon_n \cdot I_1 + C_1 < \varepsilon_n I_2 + C_2. \tag{9}$$

Generalizînd, se poate spune că varianta optimă este cea pentru care expresia

$$Z_i = \varepsilon_n I_i + C_i = \text{minim}. \tag{10}$$

unde mărimea Z este denumită „cheltuială anuală de calcul".

Remarcăm că formula (10) poate fi pusă și sub o formă diferită. În adevăr, înmulțind ambii membri ai relației cu T_{rn} se obține

$$Z_i \cdot T_{rn} = I_i + C_i \cdot T_{rn}$$

sau, notînd $Z_i \cdot T_{rn} = Z_{Trn_i}$ condiția de eficiență devine

$$Z_{Trn_i} = I_i + C_i \cdot T_{rn} = \text{minim} \tag{11}$$

în care: Z_{Trn_i} reprezintă cheltuielile totale de calcul pe durata termenului de recuperate normat. Această mărime este un caz particular al unui alt

indicator folosit pentru determinarea eficienței economice, despre care se va vorbi la pct. 3.7.

Trebuie să se sublinieze [14] că mai multe variante (echivalente din punctul de vedere al volumului producției) ale unui aceluiași obiectiv, trebuie comparate între ele numai pe baza termenului de recuperare (sau a coeficientului eficienței economice) a investițiilor suplimentare, și nu prin compararea termenelor de recuperare (sau a coeficienților eficienței economice) a investițiilor integrale a fiecărei variante.

3.5.3. *Structura elementelor de investiții și de cheltuieli anuale care determină termenul de recuperare.*

Cheltuielile anuale C care intră în formula termenului de recuperare și a indicatorilor derivați din acesta, se compun din elementele obișnuite, incluzînd — așa cum s-a arătat mai înainte — cheltuielile de amortizare a investițiilor. Se susține de aceea de către unii economiști, așa cum arată [13, 14] că în acest mod în termenul de recuperare (și în indicatorii derivați) investițiile se iau în considerare de două ori. Acest lucru, așa cum se arată în lucrările citate, este însă greșit: prin amortizare se realizează numai reproducția simplă a mijloacelor fixe, pe toată durata de serviciu a acestora, constituindu-se astfel fondul de amortizare, pe cînd prin recuperare se realizează o reproducție lărgită, sub forma fondului de acumulare și de consum care constituie venitul național, în afara fondului de amortizare.

Cheltuielile anuale C ar trebui, așa cum s-a arătat, să reprezinte valoarea producției, lucru care azi nu poate fi însă realizat, din care cauză pentru C se iau cheltuielile corespunzătoare prețului de cost, ceea ce denaturează în oarecare măsură rezultatele calculului coeficientului eficienței economice. Prețul de cost al producției realizate în obiectivul considerat se stabilește, în ceea ce privește cheltuielile pentru consumurile materiale, pe baza prețului de achiziție ale acestor materiale. Pentru cazurile cînd aceste din urmă prețuri deviază mult de la valoare și în măsura în care cheltuielile pentru unele din consumurile materiale au o pondere importantă în cheltuielile C, este indicat a se calcula cheltuielie pentru acele consumuri materiale nu pe baza prețurilor de achiziție ci pe baza prețurilor de cost ale acelor materiale, adăugîndu-se costul transportului pînă la obiectivul studiat (deoarece prețurile de cost în cazurile citate au o deviere mai mică și mai constantă — procentual — de la valoare). Pentru cazul cînd în calculul lui C se iau prețurile de cost și nu cele de achiziție, se recomandă a se introduce în investițiile I și investițiile conexe în ramurile care produc materialele respective. Asupra acestei probleme se va reveni în aliniatele următoare.

Autorii consideră că, în economia socialistă, în calculul eficienței economice a unui obiectiv oarecare, este absolut necesar să se reflecte influențele pe care realizarea acelui obiectiv le au asupra oricăror alte ramuri și întreprinderi.

În acest sens, în privința componenței cheltuielilor C, autorii consideră că în acestea trebuie să se includă influențele (pozitive sau nega-

tive) pe care caracteristicile producției realizate în obiectivul considerat le au asupra cheltuielilor anuale ale beneficiarilor acestei producții.

În același sens, în ceea ce privește investițiile, ele trebuie să se compună din cele corespunzătoare obiectivului considerat precum și din investițiile conexe, adică din investițiile necesare în alte ramuri pentru asigurarea materiilor prime, materialelor, combustibilului, energiei electrice și transporturilor de care este nevoie pentru realizarea producției obiectivului considerat.

Unii economiști însă, [13] precum și unele metodologii de calcul a eficienței economice — citate în [13] —, prevăd că investițiile conexe trebuie luate în considerare numai în acele ramuri a căror producția este introdusă în cheltuielile de producție C ale obiectivului considerat nu cu prețul de achiziție ci cu prețul de cost, susținîndu-se că această considerare a investițiilor conexe se face numai pentru a ține seamă (prin investițiile conexe multiplicate cu coeficientul eficienței economice) de valoarea plusprodusului realizat în acele ramuri, valoare care este complet înlăturată dacă se lucrează cu prețul de cost și nu cu cel de producție. Autorii prezentului articol nu împărtășesc această argumentare, socotind că luarea în considerare a investițiilor conexe are în primul rînd scopul de a reflecta efectul cît mai complet al obiectivului considerat în ansamblul economiei naționale, deci și imobilizările de fonduri pentru investițiile necesare în celelalte ramuri ale industriei sau economiei. Corectarea faptului că în valoarea lui C unele cheltuieli materiale sînt luate în calcul cu prețul de cost și nu cu cel de achiziție, poate fi efectuată altfel, după părerea noastră și anume prin amplificarea prețului de cost al acelor materiale cu rentabilitatea normală.

În fine, se menționează că în investițiile I trebuie introduse și mijloacele circulante (ținînd seama de viteza lor de rotație în cadrul obiectivului respectiv), deoarece și ele, ca și cheltuielile pentru lucrările capitale, constituie un fond sustras posibilităților de folosire de către celelalte unități ale economiei naționale.

3.5.4. *Stabilirea valorii lui* T_{rn} *și* ε_n.

Autorii nu au găsit în literatura consultată — studii care să fundamenteze metoda de stabilire a termenului normat de recuperare sau a coeficientului normat al eficienței economice.

Mai mult decît atît: părerile diverșilor economiști sînt foarte împărțite în privința necesității și posibilității de a se stabili o singură valoare pentru T_{rn}, respectiv pentru ε_n pentru toate ramurile economiei naționale, sau de a se stabili valori diferite pe ramuri, subramuri sau chiar pe tipuri de instalații și pe categorii de lucrări (de exemplu, în [3] se propune să se adopte valori mai reduse pentru construcția de noi întreprinderi și valori mai mari pentru reutilări, mecanizări, automatizări).

Astfel, în [14] se susține că T_{rn} și ε_n trebuie diferențiați pe ramuri pe următoarele considerente:

— diversele ramuri au o înzestrare tehnică diferită și un nivel diferit al productivității muncii, fiind de aceea necesar a se stabili pentru ε_n va-

lori mai mari în ramurile cu o înzestrare tehnică și o productivitate a muncii mai ridicate;

— ritmurile de dezvoltare ale diverselor ramuri sînt diferite, conform cerințelor legii dezvoltării planice, proporționale a economiei naționale și a legii reproducției socialiste lărgite, fiind deci necesar a se adopta valori mai mari pentru ε_n în ramurile cu o dezvoltare mai rapidă și valori mai mici în celelalte ramuri;

— productivitatea muncii este o reflectare a muncii concrete deci numai în cadrul unei producții omogene sau a unor producții care se pot înlocui reciproc este posibilă comensurarea nivelelor productivității muncii, deoarece numai în aceste cazuri este comensurabil efectul economic.

De asemenea, nu este încă lămurită problema dacă termenul normat de recuperare trebuie să aibă o anumită valoare pentru recuperarea investițiilor totale și o altă valoare pentru recuperarea investițiilor suplimentare, sau trebuie adoptată o aceiași valoare pentru ambele cazuri citate.

Unii economiști [13] susțin că, din toate punctele de vedere, nu poate exista decît o singură valoare pe economia națională a lui T_{rn} respectiv a lui ε_n. Se susține această opinie pe baza influenței reciproce a rezultatelor economice ale diverselor ramuri și întreprinderi. De altfel, chiar economiștii care susțin punctul de vedere al diferențierii lui ε_n pe ramuri, recunosc necesitatea, în cazurile de influențe reciproce între ramuri, a determinării, pentru cazurile respective, a unui ε_n mediu ponderat al ramurilor corespunzătoare.

In [13] se dă demonstrație matematică a necesității existenței unui singur coeficient normat ε_n al eficienței economice, în caz contrar rezultînd pe ansamblul investițiilor din economia națională o eficiență inferioară celei optime. Demonstrația care se redă mai jos, conține însă, după părerea noastră, o eroare de principiu, dar a cărei influență în practică este posibil să nu fie importantă.

Dacă pentru o anumită perioadă economia națională dispune de un anumit fond total de investiții I dat, eficiența maximă pe ansamblul economiei naționale se obține dacă suma cheltuielilor anuale pentru cele k obiective necesare de realizat este minimă.

$$\sum_{i=1}^{k} C_i = C_1 + C_2 + \ldots + C_i + \ldots + C_k = \text{minim} \qquad (12)$$

în care cheltuielile anuale C_i ale obiectivului i sînt o funcție de soluția, adică de investiția I_i alocată pentru acel obiectiv

$$C_i = f(I_i). \qquad (13)$$

Investițiile I_i sînt, conform celor mai sus arătate, condiționate de relația

$$\sum_{i=1}^{k} I_i = I$$

sau

$$W = \sum_{i=1}^{k} I_i - I = I_1 + I_2 + \ldots + I_i + \ldots + I_k - I = 0 \tag{14}$$

Aplicînd metoda multiplicatorilor lui Lagrange pentru găsirea condițiilor de minim cerută de relația (12), se formează funcția auxiliară a lui Lagrange

$$S = \sum_{i=1}^{k} C_i + \lambda W \tag{15}$$

extremul lui $\sum_{i=1}^{k} C_i$ avînd loc odată cu extremul funcției S, care se găsește prin anularea derivatelor parțiale ale lui S în raport cu variabilele I_i.

În acest sens, în [13] se scrie:

$$\frac{\partial S}{\partial I_i} = \frac{\partial C_i}{\partial I_i} + \lambda = 0, \tag{16}$$

presupunînd deci

$$\frac{\partial C_1}{\partial I_i} = \frac{\partial C_2}{\partial I_i} = \ldots = \frac{\partial C_{i-1}}{\partial I_i} = \frac{\partial C_{i+1}}{\partial I_i} = \ldots = \frac{\partial C_k}{\partial I_i} = 0. \tag{17}$$

Egalînd pe λ rezultat din toate ecuațiile de tipul (16) rezultă

$$-\lambda = \frac{\partial C_1}{\partial I_1} = \frac{\partial C_2}{\partial I_2} = \ldots = \frac{\partial C_i}{\partial I_i} = \ldots = \frac{\partial C_k}{\partial I_k}. \tag{18}$$

Dar, pentru fiecare obiectiv „i", condiția de economicitate, stabilită anterior, este

$$Z_i = C_i + \varepsilon_{n_i} \cdot I_i = \text{minim} \tag{19}$$

sau

$$\frac{\partial Z_i}{\partial I_i} = \frac{\partial C_i}{\partial I_i} + \varepsilon_{n_i} = 0 \tag{20}$$

adică

$$\frac{\partial C_i}{\partial I_i} = -\varepsilon_{n_i} \tag{21}$$

rezultînd în final, conform relației (18)

$$\lambda = \varepsilon_{n_1} = \varepsilon_{n_2} = \ldots = \varepsilon_{n_i} = \ldots \varepsilon_{n_k} = \varepsilon_n \tag{22}$$

adică coeficientul normal al eficienței economice trebuie să aibă o aceiași valoare ε_n pentru toate obiectivele.

Autorii prezentului articol consideră încă că ipoteza admisă în [13] în relația (17) nu este corectă, cheltuielile într-o ramură (sau un obiec-

tiv) oarecare putînd fi influențate de investițiile din alte ramuri (prin relațiile de aprovizionare reciproce, ținînd seama că investițiile efeciente conduc la scăderea valorii produselor).

In continuare, în [13] se demonstrează că mărimea coeficientului normat unic al eficienței economice trebuie să fie egală cu rata medie a beneficiului.

Un ultim aspect pe care-l vom semnala în legătură cu mărimea termenului normat de recuperare este caracterul progresiv pe care acesta trebuie să-l aibă față de situația din momentul determinării lui, spre a se ține seama, pe de o parte de faptul că tehnica progresează continuu (ceea ce astăzi este foarte eficient, mîine poate fi — comparativ cu tehnica mai nouă — mai puțin eficient) și pe de altă parte de faptul că, pe măsura dezvoltării întreprinderilor (din cadrul unei ramuri) dotate cu o anumită tehnică nouă, cheltuielile producției sociale în ramura respectivă scad, se apropie de cheltuielile de producție ale obiectivului a cărei eficiență se studiază; eficiența economică a unei investiții scade deci în timp, pînă devine egală cu cea medie pe ramură și apoi, datorită avansului tehnicii, rămîne în urma eficienței medii.

3.5.5. *Factorul timp*

La determinarea eficienței economice a unei investiții prin termenul de recuperare sau prin coeficientul de eficiență economică trebuie să se țină seamă că, pe de o parte, execuția unei lucrări capitale poate dura mai mulți ani și că pe de altă parte, pe parcursul perioadei de execuție pot avea loc puneri în funcțiune de capacități de producție parțiale.

In timpul executării unei construcții capitale, fondurile de investiții respective sînt imobilizate, ceea ce constituie o pierdere pentru economia națională. Darea în funcțiune de capacități parțiale de producție aduce beneficii, constituie o sursă de autofinanțare a investiției respective.

Admițînd că pierderea, anuală produsă de stagnarea unui leu imobilizat, respectiv cîștigul anual ce se realizează prin punerea în circulație a unui leu, trebuie să fie egale cu ε_n *) și că pierderea, respectiv cîștigul se amplifică în timp după regula dobînzii compuse (pentru durate scurte putîndu-se admite și regula dobînzii simple), investiția ce trebuie luată în considerare, raportată la anul atingerii profilului definitiv al obiectivului (cînd investițiile s-au încheiat, iar cheltuielile anuale rămîn în viitor constante) va fi

$$I = \sum_{k=1}^{t_c} (I_k - B_k)\,(1+\varepsilon_n)^{t_c-k} \tag{23}$$

*) Valoarea lui ε_n din acest punct de vedere trebuie să fie unică pe economia națională (conf. [11]) neputîndu-se afirma ce ramură a economiei naționale este afectată de paguba sau beneficiul rezultate din imobilizarea fondurilor de investiții sau din punerea în funcțiune de capacități de producție parțiale.

unde:

— I_k este investiția ce se face în anul k al duratei de construcție;

— B_k este beneficiul ce se poate realiza în anul k din valoarea producției ce a rezultat prin capacitățile parțiale date în exploatare pînă în anul k, inclusiv în anul k;

— t_c este durata în ani a execuției lucrărilor.

La compararea mai multor variante, raportarea pentru toate variantele trebuie făcută pentru anul în care se termină executarea lucrărilor din varianta cu data de punere în funcțiune cea mai îndepărtată.

Raportarea se poate face și la anul în care începe construcția obiectivului cu data de începere cea mai avansată, în care caz raportarea poartă numele de actualizare. Această raportare la anul de începere a lucrărilor duce la impresia falsă că prelungirea duratei de execuție provoacă o diminuare a investiției, deoarece formula investiției raportate este în acest caz cea dată anterior (23) cu deosebirea că exponentul factorului $(1+\varepsilon_n)$ trebuie să fie luat cu semnul minus.

3.6. *Sporul venitului național*

Din cele arătate la pct. 2, a rezultat că cel mai bine eficiența economică este exprimată de sporul venitului net (sporul de valoare al plusprodusului) raportat la investițiile care au generat acel spor.

Unii economiști — cum arată în [13] — sînt de părere însă că eficiența economică este mai bine exprimată de sporul venitului național, ceea ce este însă combătut de alți economiști.

In fine, unii economiști susțin că criteriile de mai sus nu sînt valabile decît la nivelul economiei naționale în ansamblu.

Criteriile menționate nu s-au răspîndit însă în practică.

3.7. *Cheltuielile totale pe durata de calcul.*

Indicatorul „cheltuieli totale pe durata de calcul", reprezintă însumarea în timp a cheltuielilor pentru construirea și exploatarea obiectivului, și anume, pentru o variantă oarecare „i":

$$Z_{Ti} = \sum_{k=1}^{T} (I_{ki} + C_{ki}) \cdot (1+\varepsilon_n)^k \qquad (24)$$

în care:

Z_{Ti} sînt cheltuielile totale în perioada T;

I_{ki} este investiția din anul k;

C_{ki} este costul producției anuale în anul k;

T este perioada pentru care se însumează cheltuielile. Condiția de eficiență este: Z_{Ti} = minim.

Pentru perioada T, care evident trebuie să fie comună tuturor variantelor comparate, există diferite propuneri dintre care se citează:

$T = T_s$ = durata de serviciu a instalației;

$T = T_{rn}$ = termenul de recuperare normat;

$T = \infty$ (în scopul de a se face comparabile variantele cu durata de serviciu diferite)

Unul din principalele avantaje ale acestui indicator este acela de a evidenția, în forma lui generală, variația în timp atît a investițiilor, cît și a costului producției anuale. In acest scop, indicatorul se prezintă sub forma raportării în timp a cheltuielilor la un același an de referință. Pentru a i se menține însă sensul economic nealterat și anume acela de a reprezenta cheltuielile totale de muncă socială, se recomandă ca în forma raportată să se însumeze investițiile numai cu cheltuielile anuale de exploatare (deci fără luarea în considerare a amortizărilor) și nu cu costul anual al producției (care include amortizările) ; altfel s-ar ajunge la o însumare repetată în timp a investițiilor totale.

Indicatorul corect este deci

$$Z_{Ti} = \sum_{k=1}^{T} (I_{ki} + D_{ki})\, s^k \tag{25}$$

în care D_{ki} = cheltuielile directe de exploatare ;

$$s = (1 + \varepsilon_n) .$$

Pentru cazul în care variantele au durate de serviciu diferite relația (25) se poate scrie sub forma

$$Z_{Ti} = \sum_{k=1}^{\infty} (I_{ki} + D_{ki})\, s^k \tag{26}$$

în care se face ipoteza că obiectivele comparate urmează a fi reconstruite prelungindu-li-se astfel funcționarea pe perioade oricît de îndelungate de timp (practic se ia drept durată de însumare cea egală cu cel mai mic multiplu comun al duratelor de serviciu ale instalațiilor din variantele comparate).

3.8. *Beneficiul total pe perioada de calcul*

Acest indicator este recomandat în special în literatura economică capitalistă, unde mai apare sub denumirile de „Valeur actualisée", „valeur en capital" (în Franța) sau „discounted cash flow" (S.U.A.). El pornește de la ideia că în cazul cel mai general un obiectiv economic poate fi caracterizat printr-un șir (în timp) de investiții I_k, cheltuieli anuale de exploatare D_k și de încasări (rețete) R_k, adică, pentru o variantă oarecare „i" a obiectivului :

$$V_i = \sum_{k=1}^{T} (R_{ki} - D_{ki} - I_{ki})\, s^{-k} . \tag{27}$$

Condiția de eficiență în acest caz este V_i = maxim.

In expresia (27) unii autori preferă să introducă ventilul net $B=R-D$ formula (27) devenind

$$V_i = \sum_{k=1}^{T} (B_{ki} - I_{ki})\, s^{-k} \tag{28}$$

Perioada T este în general luată egală fie cu durata de serviciu, fie cu infinitul (în cazul în care se compară variante cu durate de serviciu inegale).

Un indicator similar apare și în literatura economică socialistă, exprimat fie sub formă

$$V_i = \sum_{k=1}^{T} (R_{k_i} - D_{k_i} - I_{k_i})\, s^k \tag{29}$$

fie sub forma

$$V_i = R_i - C_i - \varepsilon_n \cdot I_i \tag{30}$$

unde R_i este venitul brut, în soluția i, $R_i = P_i \cdot p_i$
(p_i este prețul de livrare pe unitatea de produs în soluția i iar P_i este producția anuală în soluția i).

3.9. *Rentabilitatea*

Pentru a ocoli unele dificultăți în determinarea factorului de raportare în timp $s = (1+\varepsilon_n)$, se propune de către unii autori din sistemul capitalist, introducerea factorului de rentabilitate r, definit ca acel factor de transpunere în timp pentru care $V_t = 0$. Indicatorul de rentabilitate „r" rezultă deci din relația:

$$\sum_{k=1}^{T} (B_{k_i} r_i^{-k} - I_i) = 0. \tag{31}$$

Factorul de rentabilitate astfel definit este folosit ca indicator de ordonare a soluțiilor „i", punîndu-se condiția

$$r = \text{maxim} \tag{32}$$

4. Concluzii

Din cele expuse rezultă pe de o parte importanța deosebită a problemei eficienței economice a investițiilor și pe de altă parte că problema determinării eficienței nu este încă complet pusă la punct, nu atît sub aspectul indicatorilor care o exprimă, cît mai ales sub aspectul lipsei unei fundamentări pentru stabilirea mărimii coeficientului normat de eficiență economică, mărime care determină alegerea soluțiilor de sporire a fondurilor fixe.

În vederea unei analize comparative se vor prezenta în cele ce urmează principalele avantaje și obiecțiuni ce se pot aduce principalilor indicatori. Ordinea în care se va face analiza acestor indicatori a fost astfel aleasă încît să permită o comparare a indicatorilor cu conținut economic similar.

In ceea ce privește indicatorul „termen de recuperare", principalul avantaj care se invocă în favoarea sa este acela de a avea o interpretare economică foarte clară și corespunzătoare principiilor economiei socialiste.

Astfel, în cazul exprimării sale sub forma derivată, a cheltuielilor anuale de calcul, dată de relația (10)

$$Z = C + \varepsilon_n I$$

primul termen al sumei, reprezentînd costul producției anuale, exprimă valoric mijloacele de producție consumate precum și salariile plătite, adică valoarea produsului pentru sine. Al doilea termen ar fi destinat să reprezinte plus produsul, așa încît suma celor doi termeni ar reprezenta vadoarea producției. Sensul indicatorului este acela că dintre mai multe variante, cea mai economică corespunde cantității minime de muncă social-mente necesară pentru crearea unor producții echivalente.

Trebuie însă observat că simplitatea indicatorului există numai dacă investiția se realizează concentrat în momentul inițial iar cheltuielile anuale sînt constante în timp la infinit.

Încercările făcute de a se elimina aceste dezavantaje ale lui T_r prin aplicarea procedeului de transpunere a valorilor în timp nu au reușit decît în ceea ce privește investițiile, dar aceasta complică, după părerea noastră, indicatorul termenului de recuperare, fără a da totuși o soluție generală satisfăcătoare.

Dezavantajele arătate mai sus pot fi evitate prin aplicarea indicatorului „cheltuieli totale pe perioada de calcul" a cărui expresie generală este dată de relația (25) :

$$Z_T = \sum_{k=1}^{T} (I_k + D_k)\, s^k .$$

După cum s-a menționat anterior, acest indicator este aplicabil în condițiile cele mai variate de comparație economică, singura condiție limitativă fiind aceea că volumul producției în perioada de calcul T să fie echivalent la toate variantele comparate. Principala obiecțiune ce se aduce acestui indicator este aceea că, avînd o interpretare economică mai puțin explicită, poate da loc la greșeli în aplicare. De asemenea, o serie de discuții au apărut în legătură cu alegerea perioadei de calcul pentru care se face însumarea investițiilor și cheltuielilor anuale.

In general, criticile aduse în legătură cu alegerea perioadei de calcul nu țin seama de faptul că în aplicarea indicatorului trebuie să se facă întotdeauna un bilanț exact al cheltuielilor. Astfel, pentru o aplicare corectă, cheltuielile totale trebuie micșorate cu valoarea restantă a mijloacelor fixe la finele perioadei de calcul. Dacă nu se ia această precauțiune, în mod evident indicatorul nu ar fi aplicabil decît pentru cazul particular cînd perioada de calcul este egală cu perioada de serviciu a obiectivului iar duratele de serviciu ar fi aceleași în diversele variante. Este simplu de demon-

strat că în cazul în care perioada de calcul se ia egală cu durata de serviciu, indicatorul cheltuieli totale pe perioada de calcul este matematic identic cu indicatorul cheltuieli anuale de calcul transpuse în timp pe durata de serviciu.

Indicatorul „beneficiu total" tinde să exprime mai profund legătura între investiții, cheltuieli și venituri. O dificultate principală ce se întîmpină în determinarea acestui indicator în economia socialistă este aceea că, datorită unei serii de considerente legate de conducerea planificată a economiei, prețurile nu se fixează întotdeauna la nivelul valorii, statul socialist folosind politica de prețuri în repartizarea resurselor în proporțiile necesare între diferitele ramuri ale producției.

Indicatorul „rentabilitate", deși la prima vedere este atrăgător întrucît evită problema determinării coeficientului normat de eficiență economică, și prin urmare, are avantajul simplicității, este însă un indicator simplist. Coeficientul normat de eficiență economică este un indicator de bază al activității economice și prin urmare soluția optimă pentru o investiție oarecare la care s-ar ajunge pe baza indicatorului „rentabilitate" făcînd abstracție de coeficientul normat al eficienței economice, nu poate corespunde cerințelor generale economice.

Indicatorii : cheltuieli anuale de calcul, cheltuieli totale pe perioada de calcul, beneficiul total pe perioada de calcul, rentabilitatea, permit ordonarea variantelor discrete. În cazul problemelor de dimensionare, în care I și C se pot defini ca niște funcții de o anumită dimensiune caracteristică a obiectivului ce se proiectează, soluția optimă (adică dimensiunea optimă) se poate găsi prin derivarea și anularea derivatei expresiei indicatorului în raport cu investiția I, verificîndu-se totodată condiția ca derivata a doua să prezinte valori negative sau pozitive, după cum indicatorul folosit trebuie să aibă pentru soluția optimă o valoare maximă sau o valoare minimă.

În concluzia celor arătate, autorii își exprimă părerea că pentru problemele tehnico-economice complexe și de amploare, cel mai indicat este a se folosi indicatorul cheltuielilor totale pe perioada de calcul.

Față de avantajele arătate mai înainte se mai menționează acela că se evită denaturările ce se fac prin introducerea în calcul a amortizărilor (pentru care metodologia de stabilire a cotelor de amortizare nu este încă suficient de reprezentativă din punctul de vedere al efectelor economice).

Pentru problemele tehnico-economice mai puțin complexe și de amploare mai redusă, poate fi folosit cu bune rezultate, direct, indicatorul „termen de recuperare" sau indicatorul „cheltuieli anuale de calcul", ținînd însă seama de condițiile limitative impuse în aplicarea lor.

Catedra de organizare și planificare
Catedra de hidraulică și mașini hidraulice
Catedra de rețele electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Directivele* Congresului al IX-lea al PCR cu privire la dezvoltarea economiei naţionale în perioada 1966—1970. Directivele Congresului al IX-lea al PCR cu privire la valorificarea surselor energetice şi electrificarea ţării în perioada *1966—1975. (Editura Politică, 1965).*
2. *Regulament* pentru precizarea şi dezvoltarea prevederilor HCM 1258/1962 privind elaborarea, avizarea şi aprobarea documentaţiilor tehnice pentru investiţii şi sistematizare. (Buletinul CSCAS nr. 19—21/1963).
3. *I. Desmireanu:* Cu privire la stabilirea coeficienţilor normativi de eficacitate a investiţiilor (Probleme Economice vol. XVI (1963) nr. 5 (mai) pag. 98—106).
4. *E. Dobrescu:* Corelaţia dintre progresul tehnic şi creşterea productivităţii muncii sociale (Probleme Economice, vol. XVI (1963) nr. 6 (iunie), pag. 3—18).
5. *V. Rotaru:* Factorul timp şi eficienţa investiţiilor (Viaţa Economică), an. II, nr. 4 (23) din 24 ianuarie 1964, pag. 5).
6. *E. V. Topală:* Indicatorii tehnico-economici — mijloace de verificare a eficacităţii investiţiilor industriale (Probleme Economice, vol. XV (1962) nr. 11 (noiembrie) pag. 30—43).
7. *E. Trattner, V. Enache:* Cu privire la determinarea timpului de recuperare a investiţiilor (Viaţa Economică, anul II nr. 40 (59) din 2 octombrie 1964; pag. 3).
8. *E. B. Ahundov:* Asupra metodicei de calcule tehnico-economice în energetică (Electricestvo, 1959, nr. 6 pag. 81—85).
9. *R. Babadjanean:* Indicatorul generalizator al folosirii fondurilor fixe de producţie (Planovoe hozeaistvo nr. 12/1963, pag. 77—78, publicat în traducere în „Planificarea întreprinderii şi eficienţa economică a tehnicii noi" IDT, an. 4, nr. 4 (aprilie 1964) pag. 225—227).
10. *Pierre Massé:* Le choix des investissements (Ed. Dunod, 1959).
11. *L. Rjiga:* Evidenţa factorului timp la normarea coeficienţilor eficienţei economice (Voprosî economiki, nr. 10/1963, pag. 88—98, publicat în traducere în „Planificarea întreprinderii şi eficienţa economică a tehnicii noi", IDT an. 4, nr. 2 (febr. 1964) pag. 85—96).
12. *Hans K. Schneider:* Critères économiques du choix des investissements considérés sous l'aspect de l'économie générale et de l'économie de l'entreprise (Ed. L'économie électrique, 1960).
13. *L. A. Vaag, S. N. Zaharov:* Metode de apreciere economice în energetică (Gosenergoizdat, Moscova—Leningrad, 1962).
14. *V. A. Vorotilov:* Eficienţa investiţiilor în societatea socialistă (Probleme teoretice) Ed. Ştiinţifică Bucureşti 1962 (Ediţie prescurtată a lucrării publicată în URSS în 1961).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 2

FIZICĂ

C. Z.: 539

EMISSION OF HIGH — ENERGY NEUTRONS FROM π^- — Xe INTERACTIONS AT 9 GeV *)

D. ANGHELESCU **), V. DATCU **), E. M. FRIEDLÄNDER ***),
R. NITU ***), A. PREDA **)

1. As is well known, inelastic π^- — nucleon collisions above, say, 1 GeV are predominately of the „peripheral" type, implying low values of the four—momentum transfer Δ^2 to the target nucleon. Since high $[\geqslant 1(\mathrm{GeV/c})^2]$ Δ^2 values imply, in turn, high kinetic energies T of the recoil nucleon

$$\Delta^2 = 2MT$$

where M is the nucleon mass, detection of „non — peripheral" events is hampered by the poor discrimination between pions and protons in the (1,5—2,5) GeV/c momentum range.

This difficulty may be obviated, albeit with a corresponding loss of statistics, by using only those events where the recoil nucleon emerges as a neutron and interacts (is „converted") in the sensitive observation volume.

The present paper describes an attempt to obtain a rough estimate for cross section of processes involving momentum transfers above 1 $(\mathrm{GeV/c})^2$ in the collisions of a 9 GeV/c negative pion beam in the 24 l xenon bubble chamber at the J.I.N.R. — Dubna proton synchrotron.

2. 5910 frames were scanned ****) for frames which:

a) contain only one beam star and

b) contain at least one star produced by a neutral particle.

Since the „neutrons" *****) energy could not be directly measured, a group of „high—energy" events was selected by means of the condition.

c) $n_s + \frac{n_\gamma}{2} \geq 3$

*) Presented at the Scientific Session of the Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucharest, 28—30 May, 1965.

**) Chair of Physics, Gheorghe Gheorghiu-Dej Polytehnical Institute, Bucharest.

***) Cosmics Ray Laboratory, Institute of Atomic Physics, Bucharest.

****) The scanning efficiency was estimated by double scanning as (80±10) %.

*****) In principle the „neutron — star" could have been produced by neutral strange particles, as well.

where n_s is the number of relativistic secondaries in the neutron star and n_γ is the number of electron pairs associated with it. In all, 20 events of this type were found.

Since there exists no unique way to associate safely the "neutron" — star with its assumed "parent" — beam-star, it is essential to know the back-ground due to neutral particles originating outside the chamber volume.

To this effects some 2000 frames were scanned, of which 350 had no beam track at all, while 277 had beam tracks but no beam-star. Two "neutron" stars of type c were found on this 627 frames. Thus the background subtraction yields a net effect of 15 ± 5 estimated neutron stars, associated with beam stars on the same frame. From strictly statistical (i.e. "counting") point of view, this three standard error effect lies at the very limit of detectability.

However, the measurements performed on both the parent stars and the assumed secondary "neutron" stars, described in the next section, yield independent evidence for the physical reality of the effect.

3. Indeed, aditional information is obtained from

a) The angular distribution of the assumed neutron flight-paths about the beam direction and.

b) The angular distribution of the tertiaries (i.e. the secondaries of the "neutron" stars).

Fig. 1 shows the distribution of angles θ_n between the assumed neutron flight-path and the beam axis, for events with $\theta_n < \frac{\pi}{2}$. As can be seen there is a clear correlation between θ_n and the multiplicity of the neutron star. The average values of cosec θ_n (a quantity proportional to the mean neutron momentum, in view of the well-known constancy of the mean transverse momentum!) are also shown in fig. 1. Both the histograms and these averages are corrected for neutron escape from the chamber volume. It is obvious that such a correlation is impossible for background stars.

Within the class c stars, a visual estimate of the resultant momentum of all tertiaries makes association of eleven events with their assumed parent star highly probable. Out of these one contained a clear case of strange particle decay (most probably a Σ^+); another event appears ambigous because a high-energy charged secondary from the parent star interacts in the chamber volume.

For the remaining events the mean neutron energy has been estimated:

a) assuming a constant transverse momentum of 0,4 GeV/c for the neutron; this yields the estimate

$$\bar{E}_n(\theta_n) = (3{,}0 \pm 0{,}8)\ \text{GeV} \tag{2}$$

b) making the same assunption for the tertiaries emitted at angles φ_π, and assuming [1] a 40% inelasticity in the secondary star; this yields

$$\bar{E}_n(\varphi_\pi) = (2{,}4 \pm 0{,}8)\ \text{GeV} \tag{3}$$

The weighted mean of these *(independent !)* estimates yields

$$\bar{E}_n = (2{,}7 \pm 0{,}6)\ \text{GeV} \qquad (4)$$

If the association is not a random one, the energies estimated above correspond to an average for-momentum transfer :

$$\bar{\Delta}^2 = (3{,}1 \pm 1{,}1)\ (\text{GeV/c})^2 \qquad (5)$$

Such high momentum transfers are typical for "non-peripheral" ("central") collisions, for which the pion multiplicity of the parent stars would be expected to be higher than for the main body of the events. In table I the

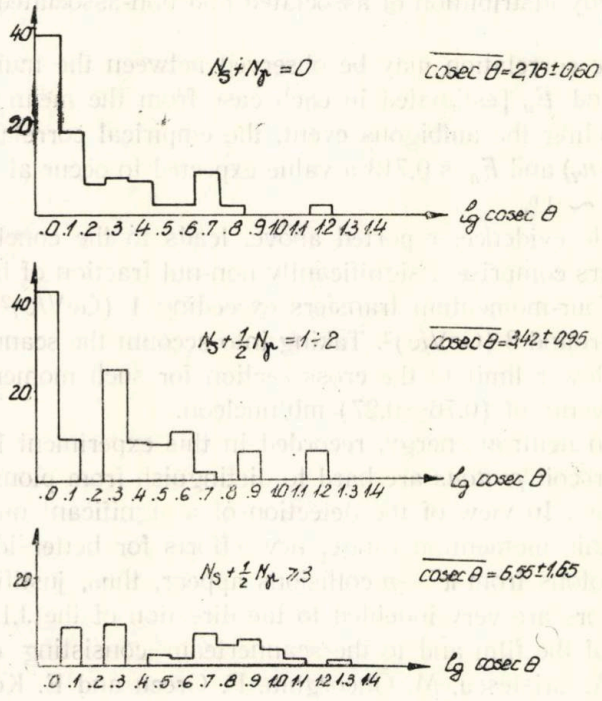


Fig. 1

multiplicity distribution $(n_s + n_\gamma)$ of the 10*) parent stars visually associated with high-energy neutrons is compared to that of 37 beam stars chosen at random among non-associated ones. The two distributions are obviously incompatible ($\chi^2 = 12{,}2$ with $\langle \chi^2 \rangle = 1$). The sign of the discrepancy is the expected one.

*) In one of the 11 events, $n_s + n_\gamma$ were hard to estimate because of poor quality of the photograph.

Table 1

	Non-associated beam stars	Beam stars associated with tipe — c neutron stars
$n_s + n_\gamma \leqq 6$	34	6
$n_s + n_\gamma > 6$	3	4

Multiplicity distribution of associated and non-associated beam-stars.

The same correlation may be observed between the multiplicity of the parent star and E_n [estimated in each case from the mean of $E_n(\theta_n)$ and $E_n(\varphi_\pi)$]. Excluding the ambigous event, the empirical correlation coefficient between (n_s+n_γ) and E_n is 0,713 a value expected to occur at random with a probability of $\sim 1\%$.

The whole evidence, reported above, leads to the conclusion that the "neutron"-stars comprise a significantly non-nul fraction of truly associated events with four-momentum transfers exceeding 1 $(GeV/c)^2$ [probably, on the average around 3 $(GeV/c)^2$. Taking into account the scanning efficiency, we obtain a lower limit to the cross section for such momentum transfers in inelastic events of $(0{,}76 \pm 0{,}27)$ mb/nucleon.

The mean neutron energy, recorded in this experiment lies just in the range where recoil *protons* are hard to distinguish from pions by ionization and momentum. In view of the detection of a significant number of recoil nucleons in this momentum range, new efforts for better identification of fast recoil protons from $\pi^- - p$ collisions appear, thus, justified.

The authors are very indebted to the direction of the J.I.N.R. (Dubna) for the loan of the film and to the scannerteam consisting of M. Andrei, I. Budeanu, A. Cristescu, M. Gheorghiu, F. Grecu and E. Kovács for their wholehearted cooperation.

Chair of Physics
Polytehnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucharest

Cosmics Ray Laboratory,
Institute of Atomic Physics

BIBLIOGRAPHY

1. W. M. Bugg, D. T. King Phys Rev *119,* 1408 (1960)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 2

ELECTROCHIMIE

C. Z. : 547.284.4:547.841

HIDROLIZA ACIDĂ A ACETATULUI DE *n*-BUTIL ÎN APĂ-DIOXAN

ORTANSA LANDAUER, CORNELIA MATEESCU *

Influența mediului asupra vitezei reacțiilor chimice formează obiectul a numeroase cercetări experimentale și teoretice.

Interpretarea acestei influențe a fost făcută considerîndu-se că reacțiile ar avea loc după trei scheme : reacții ion-ion ; reacții ion-dipol ; reacții dipol-dipol.

Pornind de la teoria influenței atmosferei ionice asupra vitezei de reație elaborată de *Brösted* (1) și *Christianssen* (2), dezvoltată de *Scathard*, s-a dat următoarea relație de dependență a vitezei de reacție ion-ion față de constanta dielectrică a mediului :

$$\ln k_D = \ln k_{D\infty} - \frac{N Z_A Z_B e^2}{D r^* RT} \qquad (1)$$

unde :

k_D = constanta de viteză într-un mediu de constantă dielectrică D
$k_{D\infty}$ = constantă de viteză într-un mediu de constantă dielectrică infinit
N = numărul lui Avogadro
R = constanta universală a gazelor
Z_A și Z_B = sarcinile ionilor care reacționează
e = sarcina elementară a electronului
r^* = distanța la care se apropie ionii în complexul activat
T = temperatura absolută

Această ecuație a fost verificată de *Amis* și *La Mer* (3) și *Amis* și *Price* (4).

Pentru interpretarea influenței mediului asupra vitezei reacțiilor ion-dipol, *Amis* (5) dă următoarea relație :

$$\ln k_D = \ln k_{D\infty} - \frac{N Z_A e \mu}{D R T r^{*2}} \qquad (2)$$

*) Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București, 28—30 mai 1965.

în care termenii au semnificațiile amintite și μ este momentul de dipol al dipolului reactant.

Relația a fost verificată pentru cazul unor hidrolize ale esterilor (6, 7, 8).

În 1955 *Nair* și *Amis* (9), în 1957 *Hornyack* și *Amis* (10) și alții (11) constată abateri de la această relație.

Pentru interpretarea efectului de solvent asupra constantei de viteză a reacțiilor de tip dipol-dipol, se aplică relația lui *Kirkwood* (12).

$$\lg k_1 = \lg k_0 - \frac{1}{2{,}303\,k\,T}\,\frac{D-1}{2D+1}\sum\frac{\mu^2}{r^3} \qquad (3)$$

unde:

k_0 = constantă de viteză într-o soluție ideală

k = constanta lui Boltzman

r = raza efectivă a moleculelor ce reacționează celelalte mărimi au semnificația din formula (1).

În 1963 *Entelis, Tigher* și *Nevelschi* (13) aplică această relație la hidroliza clorurilor acidului ftalic și tereftalic.

În lucrarea prezentată se studiază influența mediului asupra vitezei de reacție a hidrolizei acetatului de n-butil în soluție de apă-dioxan în diferite raporturi și la diferite temperaturi.

Partea experimentală

Reactivii folosiți au fost substanțe Merk p.a.

Esterul preparat prin sinteză a fost distilat pe un interval de 0,1°C reținîndu-se fracțiune cu $n_D = 1{,}3946$.

Pentru determinarea fiecărei constante de viteză s-au folosit 30—35 probe de cîte 5 ml, fiolate pentru a evita volatilizarea soluției în timpul manipulărilor.

Concentrația inițială a esterului s-a determinat prin saponificare totală. Titrările s-au făcut cu NaOH n/10 cu o precizie de $\pm$0,05 ml, în prezență de verde de bromcrezol 2% în alcool.

Temperatura băii a fost menținută constantă $\pm$0,05°C cu ajutorul unui termostat Höppler, iar citirile temperaturii au fost făcute cu un termometru cu o precizie de $\pm$0,1°C.

Rezultatele determinărilor

Constanta de viteză k a reacției de saponificare a acetatului de n-butil a fost calculată din diagramele

$$\log\frac{a}{a-x}\ ;\ f\,(\text{timp})$$

unde:

a = concentrația inițială a esterului

x = cantitatea de ester hidrolizată la timpul t

În tabela 1 sînt date constantele de viteză exprimate în minute, — 1 obținute la 4 temperaturi și 5 procente de apă dioxan.

Tabela 1

% V	% g. Dioxan	10^4 k_{30} °C	10^4 k_{40} °C	10^4 k_{50} °C	10^4 k_{60} °C
15	15,32	8,06	13, 2	23,05	51, 8
25	25,32	4,61	10,66	22,40	40,10
35	35,35	3,50	10,36	16,10	37,70
45	45,14	2,44	8,11	15,84	34,50
55	54,94	2,07	6,45	13,17	32,12

Constantele dielectrice D au fost interpolate din tabelele date de *Harned* și *Owen* (14).

Tabela 2

% g. Dioxan	D_{30} °C	D_{40} °C	D_{50} °C	D_{60} °C
15,32	64,5	65,0	57,2	54,0
25,32	54,9	51,6	48,9	46,0
35,35	45,7	43,7	40,6	38,5
45,14	37,5	35,2	33,5	31,5
54,94	29,0	27,2	25,8	24,6

În tabelul 3 sînt date valorile energiei de activare și ale factorului preexponențial calculate din curbele lg k ; $\frac{1}{T}$ (fig. 1)

Tabela 3

E cal/mol	14.176	15.548	15.868	16.290
% g.Dioxan	25,32	35,35	45,14	54,94
lg A	7,013	7,750	7,940	7,48
A 10^{-3}	0,837	6,11	8,9	15,74

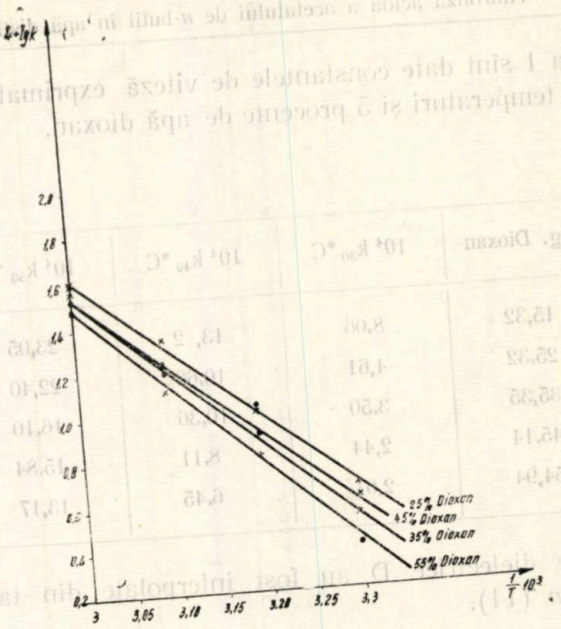

4+lgK
2,8
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
3
3,05
3,10
3,15
3,20
3,25
3,3
$\frac{1}{T}\,10^3$
25% Dioxan
45% Dioxan
55% Dioxan

Fig. 1

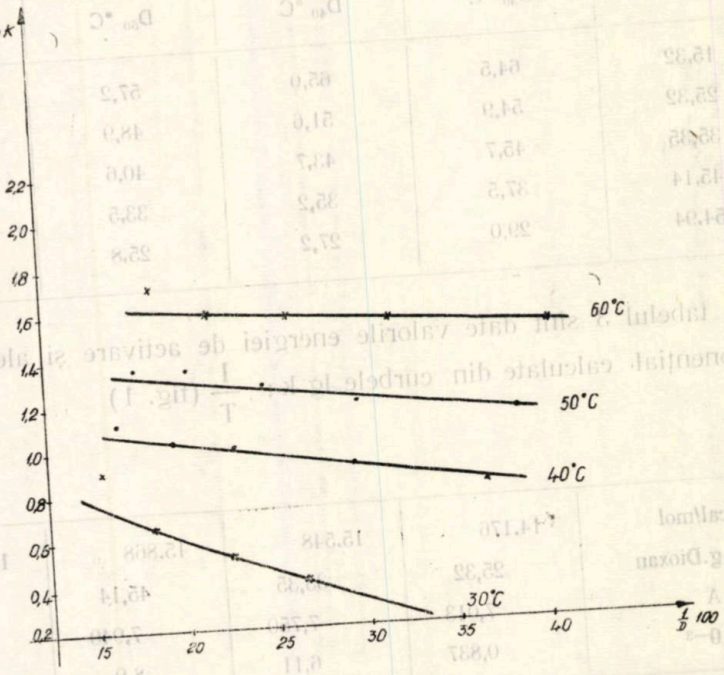

4+lgK
2,2
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
15
20
25
30
35
40
$\frac{1}{D}\,100$
60°C
50°C
40°C
30°C

Fig. 2

Discuția rezultatelor

Reprezentînd lg k în funcție de $\frac{1}{D}$ și în funcție de $\left(\frac{D-1}{2D+1}\right)$ fig. 2 și 3 respectiv relațiile lui *Amis* (6) și *Kirckwood* (12) se observă că în domeniul constantelor dielectrice mari datele prezintă abateri de la teorie.

Laidler și *Eyring* (15) explică abaterea de la teorie prin adsorbția preferențială a apei, din solvenți micști, la suprafața ionilor.

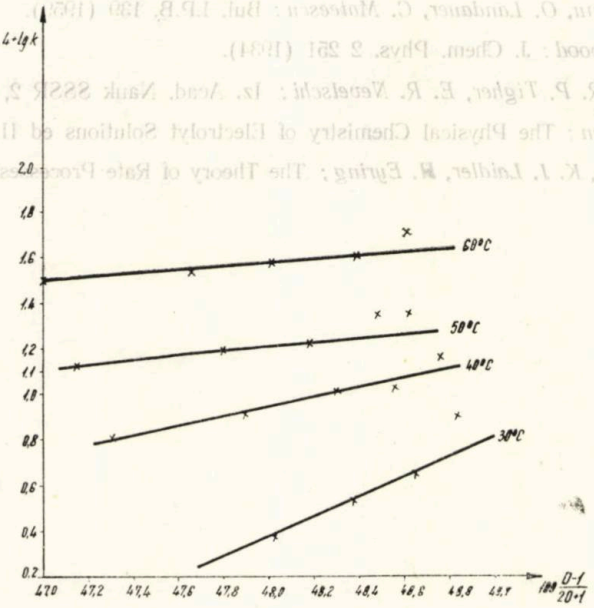


Fig. 3

În general poate fi presupus că fenomenul de solvatare duce la nerespectarea relațiilor (2) și (3) care redau influența solventului numai pe baza teoriei electrostatice.

În domeniul în care se respectă linearitatea se poate presupune că interacțiunile de natură electrostatică sînt preponderente.

Catedra de electrochimie și chimie fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București

BIBLIOGRAFIE

1. *Bronsted:* Z. Phys. Chem. *102,* 169, (1922); *115,* 337 (1924).
2. *Christiansen:* Z. Phys. Chem. *113,* 35, (1924).
3. *E. S. Amis; V. K. La Mer:* J. Am. Chem. Soc. 61, 905 (1931).
4. *E. S. Admis, D. Price:* J. Phys. Chem. 47, 338 (1944).

5. *E. S. Amis:* J. Chem. Educ. 30, 351 (1953).

6. *E. S. Amis:* J. Am. Chem. Soc. 72, 674 (1950).

7. *Y. E. Quinlan, E. S. Amis:* J. Am. Soc. 77, 4187 (1955).

8. *S. I. Hockersmitte, E. S. Amis:* Analyt. Chem. Acta 9, 101 (1953).

9. *P. M. Nair, E. S. Amis:* Analyt. Chem. Acta 9, 101 (1953).

10. *F. N. Hornyack, E. S Amis:* J. Am. Chem. Soc. 79, 2079 (1957).

11. *V. Parauseanu, O. Landauer, C. Mateescu:* Bul. I.P.B. 139 (1959).

12. *J. G. Kirckwood:* J. Chem. Phys. 2 251 (1934).

13. *G. Entelis, R. P. Tigher, E. R. Nevelschi:* Iz. Acad. Nauk SSSR 2, II 245 — (1963).

14. *Harned Owen:* The Physical Chemistry of Electrolyt Solutions ed III p. 713 (1958).

15. *S. Glasstone, K. J. Laidler, H. Eyring;* The Theory of Rate Processes New York (1941) p. 416.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 2

CENTRALE ELECTRICE

C. Z. : 621.3.081

DÉFORMATION DES ONDES D'IMPULSION DANS LA PROPAGATION SUR LES LIGNES AÉRIENNES HAUTE TENSION *

C. DINCULESCU, D. CRISTESCU

I. *L'analyse comparative des clidonogrammes obtenus sur une même ligne a montré que l'onde surtension dans divers points de la ligne a des caractéristiques différentes et que les différences s'accentuent à mesure qu'on agrandit la distance entre les points dans lesquels on a monté les clidonographes.* Comme explication générale du phénomène on met la déformation des ondes sur le compte des diverses pertes dans les élément des circuits, des résistances, effet de couronne d'impulsion, etc.

La connaissance des paramètres réels de la déformation des ondes d'impulsion dans les conducteurs des lignes aériennes présente une importance toute particulière pour assurer une protection sûre des installations electro-énergétiques contre les surtensions. Le choix correct de la distance maxima admissible entre le déchargeur à résistance variable (DRV) et le transformateur en stations doit tenir compte de la forme de l'onde qui arrive sur les barres collectrices, forme qui est profondément influée par les paramètres de la déformation accusée par l'onde dans le processus de propagation. La détermination de la longueur minima nécessaire à monter des conducteurs de protection sur les lignes qui arrivent aux stations est une question liée aussi à celle de la protection des stations. C'est de cette manière — là qu'on assure une distance minima de propagatin de l'onde sur l'un des conducteurs actifs et donc un certain niveau de sa déformation.

Dans le choix du niveau d'isolement des lignes aériennes on doit déterminer le nombre spécifique de déclanchements et implicitement le coefficient de couplage dont on doit connaître — d'une manière obligatoire — les processus liés à la déformation de l'onde et à l'accroissement fictif de la capacité du conducteur sur lequel l'onde se propage, grâce à l'effet de couronne d'impulsion. Les expériences effectuées avec beaucoup de soin [1] ont montré que ce coefficient K n'est pas une grandeur constante. Il dépend de la tension de l'onde selon une loi de la forme :

$$K = K_0 \cdot 1{,}32\left[1 + \frac{u}{A}\right]$$

* Communiquée à la session scientifique des cadres didactiques de l'Institut polytehnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucarest, 28—30 mai 1965.

où :

$$K_0 = \frac{\ln \frac{D_{12}}{d_{12}}}{\ln \frac{2h}{a}}$$

est le coefficient de couplage en l'absence de l'effet de couronne d'impulsion A — un coefficient expérimental influé par la polarité de l'onde et h la hauteur de suspenison du conducteur couronné.

La déformation du front de l'onde est due, les expériences l'ont démontré, spécialement à l'effet de couronne d'impulsion qui apparaît dans le conducteur où se propage la surtention. A l'encontre de l'effet de couronne en régime permanent de fonctionement, dont les aspects physiques et théoriques sont bien étudiés [3], [4], le phénomène de couronne d'impulsion n'a pas encore sa propre théorie à lui, et les données expérimentales sur la base desquelles on pourrait élaborer une pareille théorie sont encore bien incomplètes.

Un groupe assez important de pareils résultats expérimentaux, effectués avec un soin tout particulier, a été publié en 1955 dans l'article cité [2]. La solution du système des équations de propagation se heurte à des difficultés spéciales à cause du caractère non linéaire des processus couronne d'impulsion : de plus, la variation de la capacité de la ligne et de sa conductance transversale avec la tension de l'onde d'impulsion sont encore loin d'être précisées en bonnes conditions, ce qui augmente le degré de difficulté dans l'intégration souhaitée. Les mêmes problèmes aussi difficiles se posent dans l'étude de l'influence de la résistance du sol et des conducteurs avec prise en considération de l'effet pelliculaire.

Etant donné ces raisons, dans ce problème les recherches expérimentales doivent être encore rejointes d'une manière intense avec les recherches théoriques auxquelles elles doivent encore fournir suffisamment d'éléments. D'autre part toutes méthodes expérimentales, comme par exemple modulations physiques, mathématiques, etc. qui puissent aider l'intégration difficile sont bienvenues. Le présent référé se propose d'esquiser en grandes lignes le niveau actuel de l'analyse théorique faisant une série de précisions personnelles, suivies par la proposition d'une méthode expérimentale qui n'a pas encore été appliquée dans notre pays, proposition qui va rendre plus facile le travail de trouver les solutions du problème étudié.

II. *L'analyse du processus de déformation faite d'après des données expérimentales et théoriques*

A. — La considération du processus réel de la déformation de l'onde d'impulsion dans la propagation sur les conducteurs de la ligne aérienne ne peut pas être faite sur un schéma équivalent ordinaire d'un élément de circuit, du type „π" à inductance et capacité spécifiques invariables. La manière dont ces grandeurs changent et le schéma équivalent le plus près

possible de la réalité doivent être décelés dans les données expérimentales existantes. Puisque la déformation des ondes est due à deux processus, l'effet de couronne d'impulsion et les pertes résistives dans les conducteurs et la terre, les expériences doivent être elles-aussi analysées et classifiées de ce point de vue.

Une série de données expérimentales concernent le développement et les caractères du processus couronne d'impulsion pris (d'une certaine manière) indépendamment du processus de propagation, c'est-à-dire en condition „statiques", spécialement par photographie dans la chambre Wilson. Sur leur base en 1932 Fortesque a exposé l'hypothèse du „rayon couronne d'impulsion", en tant que rayon de la zone intense d'ionisation qui entoure le conducteur et qui possède une conductivité très grande, équivalente à celle du métal. Cette zone de conductibilité mène à l'accroissement intense de la capacité du conducteur, accroissement dépendant lui aussi de la tension. Une toute première approximation dans la détermination du „rayon couronne" est celle de considérer le rayon du cylindre à la surface de laquelle l'intensité du champ électrique ne dépasse pas l'intensité critique (30 kV max/cm).

Soit $u\ (\tau)$ la tension à un moment donné sur le conducteur (un certain moment sur le front de l'onde) h, la hauteur de suspension et E_{cr} le champ électrique. Alors de la relation

$$u(\tau) = E_{cr}\, r_{cor} \cdot \ln \frac{2h}{r_{cor}} \qquad (1)$$

on peut obtenir la dépendance $r_{cor} = r_{cor}(\tau)$ au fond $C = C(\tau)$ ou $C = C(u)$ où C est la capacité spécifique et r_{cor} le rayon de couronne d'impulsion.

IORDAN, I. C. STECOLNICOV, V. V. JAVORSKI [5], A. M. ZALESKI [6] dans une série d'ouvrage, ont cherché à préciser la valeur expérimentale du rayon couronne, sa dépendance de la polarité et de la valeur de la tension. Quoiqu'en apparence en non-concordance avec la formule (1) la plupart des chercheurs considèrent cette liaison de type linéaire. Malheureusement les recherches ne sont pas encore suffisamment convergeantes et il existe encore une grande dispersion des résultats.

Bien que la méthode semble au premier coup d'oeil nous attirer, en permettant de préciser la variation avec la tension d'un des paramètres des schémas qui apparaissent dans le processus de propagation, cette précision n'est que formelle, puisque l'extrapolation au phénomène de propagation de quelques résultats obtenus dans des conditions „statiques", doit être faite avec beaucoup de circonspection. En vérité, la zone des charges spatiales qui croît avec le développement du processus couronne a une conductivité élevée. Mais la dynamique réelle du phénomène est plus complexe. Les ions qui entourent le conducteur ont une mobilité très réduite par rapport à la vitesse de déplacement de l'onde, pratiquement restant immobiles pendant l'intervalle de temps qui intervient. Dans un champs élevé, de l'ordre de 100 kV max/cm, la vitesse maxima ne dépasse, 0,2 cm/μ sec, par rapport à 3×10^4 cm/μ sec la vitesse de la propagation du processus életrcomagnétique. Dans ce sens, négliger ce fait mène à l'explication de la di-

minution de l'onde par un fait physique irréel : la diminution de la vitesse de propagation due à l'accroissement de la capacité du conducteur couronné. L'hypothène présentée est pourtant intéressante premièrement comme élément de comparaison et secondement elle offre une expression mathématique de la dépendance capacité — tension, très utile dans l'analyse théorique du processus.

On peut également mettre dans cette cathégorie des expériments „sur modèles statiques" les déterminations directes de l'accroissement de la capacité du conducteur cylindrique couronné, de la tension d'allumage de l'effet de couronne [7, 8], de l'influence de la couronne d'impulsion sur la vitesse de propagation [7, 9].

Une deuxième catégorie de recherches et résultats expérimentaux concernent directement le phénomène de propagation ayant à la base des mesures effectuées, sur les lignes haute tension existantes, ou sur des lignes de cette sorte construites dans le laboratoire, par l'oscillographie de l'onde d'impulsion en divers points de la ligne. Ce type de mesures écarte les difficultés liées à l'extrapolation de quelques résultats obtenus en conditions „statiques" aux conditions de la propagation, et de plus il a pour résultat directe la connaissance de la forme de l'onde ce qui est utile dans les calculs de protection ; on peut obtenir une dépendance empirique de la forme de l'onde de tension de la longueur parcourue par l'onde.

De cette manière, le prix qu'on paye est l'allourdissement accentué de l'emploi des résultats dans l'analyse théorique. Les données obtenues ne disent directement rien sur la variation de la capacité avec la tension et de plus, elles introduisent dans le processus de déformation la deuxième cause — la déformation due à la résistance du conducteur actif et du sol ou du conducteur de protection. Tout essai de sélecter, dans ces données, des connaissances sur la variation des paramètres de la ligne dans le processus de propagation devrait partir de la séparation des effets provoqués par la couronne d'impulsion et des éléments résistifs longitudinaux. L'élément concret, sûr dans cette action, est le fait que la déformation de l'onde jusqu'au seuil critique de la couronne est due seulement aux éléments résistifs; on va insister sur ce fait un peu plus loin.

On a effectué pareilles expériences tout d'abord directement sur les lignes réelles de transport en déterminant l'amortissement et la déformation des ondes à des tensions supérieures à celle de la couronne. K. M. POTUJNII et S. M. FERTIK ont fait pareilles recherches sur des lignes de 35 kV et 110 kV [10, 11]. Plus récemment en 1954, dans le cadre de la session d'avril de A.I.E.E., Wagner, Gross et Lloyd ont communiqué une autre série de données [12]. En 1955, a paru l'article déja cité [2] de quelques chercheurs de Léningrade, article qui se relève par la multitude des oscillogrammes présentés et sur lequel, dans ce qui suit, on va faire des remarques.

Dans la fig. 1 on indique les aspects des oscillogrammes de l'onde initiale et de celle déformée et les grandeurs caractéristiques prises en considération dans le jugement des déformations qui apparaissent. Dans les matériels publiés et spéialement dan [1], [2], on trouve des apréciations et hypothèses sur les aspects physiques du processus dans ses diverses étapes.

Sur pareilles oscillogrammes on distingue les grandeurs de l'onde initiale, à savoir l'amplitude (U_{om}), le temps maximum (t_{om}) et la pente du front de l'onde estimée comme tangente à l'origine (U'_0). Pour l'onde déformée on définit les tensions au commencement et à la fin du processus de couronne (U_{cor_1}, U_{cor_2}) et les temps correspondant (t_{c_1} et t_{c_2}) le maximum et le temps

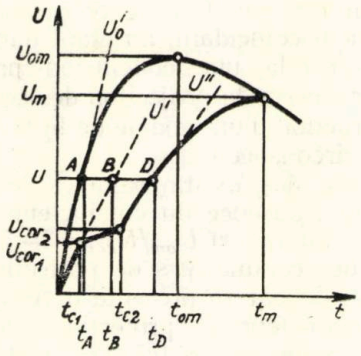


Fig. 1

de l'onde déformée (t_m et U_m). On peut aussi apprécier la pente de l'onde déformée jusqu'au seuil de couronne $U' = U_{cor_1}/t_{c_1}$ et la pente de l'onde après le franchissement du seuil de couronne U'', estimée par la tangente.

L'interprétation qu'on donne à la forme de l'onde déformée est la suivante : juspu'a l'atteinte de la tension physique de couronne U_{cor_1} le processus déformant, qui mène à la modification de la pente de U'_0 à U', est dû à la resistance du sol ou au conducteur de protection et au conducteur actif. A ce moment-là commence la formation intense de la charge spatiale, qui mène à une consommation de charges et d'énergie de ce qui constitue l'onde proprement dite, la tension pendant le seuil couronne variant de U_{cor_1} à U_{cor_2} dans le temps $\Delta t = t_{c_2} - t_{c_1}$. Après U_{cor_2} l'accroissement de la tension diminue par rapport à l'onde initiale, elle se fait seulement avec la pente U''. La formation de la charge spatiale cesse avec le dépassement de t_{om}, l'accroissement du front de l'onde est ralenti, et on peut dire qu'on peut obtenir l'amplitude maxima de l'onde déformée à l'intersection avec le dos de l'onde initiale, déformation obtenue grâce à la propagation jusqu'au point respectif.

Dans le référé présent on va faire une série de considérations sur la nature du processus de déformation sur la base des oscillogrammes présentés dans la littérature [2] par les chercheurs du laboratoire de Technique de la Haute Tension de l'Institut Polytechnique de Léningrade.

La manière soignée de l'exécution et les multiples échelons de l'amplitude maxima permettent également l'emploi de ces données pour de conclusions dans d'autres aspects du phénomène, tout particulièrement concernant la contribution de l'effet pelliculaire dans la déformation.

Malheureusement on ne peut pas se former une idée sur la variation des paramètres par rapport à la distance parcourue qu'en supposant cette

variation linéaire et en l'extrapolant (les mesures ont été effectuées seulement pour l=1674 m), hypothèse difficile à admettre en ce qui concerne l'effet pelliculaire.

Au contraire des mesures effectuées sur des modèles statiques ayant une hauteur jusqu'à 3,5 m, les derniers résultats, avec des hauteurs de suspension du conducteur plus élevées (7—10 m), ont montré que l'importance qu'on accorde à cette hauteur semble exagérée, les oscillogrammes pour les deux hauteurs pratiquement coincidant, au étant dans les limites de la dispersion expérimentale. C'est là une conclusion particulièrement intéressante, surtout en ce qui concerne la projection des schémas de protection, de même que dans la construction d'un modèle de ligne couronnée. Mais il faut l'adopter avec bien de circonspection.

La même coïncidence des oscillogrammes a éeé constatée dans le cas de la présence ou de l'absence du conducteur de protection, lors des tensions correspondant à un raport U_{om}/U_{cor}=3—5 : donc — pour ce rapport — cette influence des conducteurs de protection, elle aussi peut être négligée. Un aspect plus délicat se présente dans les problèmes de modélage. La présence des conducteurs de protection offre au courant de retour une voie à résistance beaucoup plus réduite que celle du sol, ce qui diminue l'importance de l'effet pelliculaire, grand à grandes distances de propagation et — comme on va le voir — à des pentes grande de l'onde initiale. Mais cette présence aggrandit la capacité du conducteur et donc l'intensité du champ électrique dans son voisinage elle aussi aggrandit, ce qui diminue en quelque sorte la tension critique et raffermit le développement de la couronne à de hautes tensions.

Il semble que les deux effets se compensent. La construction d'un modèle du processus de propagation sous l'influence de l'effet de couronne d'impulsion doit tenir compte de cet accroissement. Par conséquent, les recherches doivent être élargies et approfondies, en tenant compte de la grandeur de l'effet pelliculaire jusqu'au seuil critique de l'effet de couronne.

La plupart des oscillogrammes présentées dans la littérature n'aboutissent pas à une précision suffisante en ce qui concerne l'appréciation des déformations jusqu'au seuil critique, déformations qui pourraient permettre de distinguer l'importance relative (le poids) des effets résistifs longitudinaux par rapport aux effets résistifs transversaux — couronne d'impulsion. Dans ce qui suit, on présente l'analyse de ce problème sur la base de diverses données expérimentales publiées pendant les dernières années.

On conclut que pour les ondes aux pentes jusqu'à 150—160 kV/μ sec, positives et qui dépassent assez le seuil, critique, l'intervention de l'effet pelliculaire est négligeable.

Dans le domaine des ondes à grande pentès la situation est différente. C'est d'ailleurs le domaine qui nous intéresse ; ainsi, pour une ligne de 400 kV équipée de 3 conducteurs par phase 3 × 400 O1 A1, la tension critique pour la phase la plus sollicitée est 532 kV d'où résulte, pour un onde qui dépasse 2—3 fois la tension critique, une pente de l'ordre 1200—1500 kV/μ sec pour une forme voisine à celle standardisée.

Pour établir le pourcentage de la déformation causée par l'effet pelliculaire, d'une part, et par la couronne d'impulsion, d'autre part, on a analysé

les oscillogrammes de la façon suivante. Dans la figure 1, à une certaine cote de la tension U sur l'onde initiale, on détermine les temps, t_A, sur cette onde, t_D sur l'onde déformée et t_B (un temps fictif) sur une onde fictive qu'on obtiendrait, s'il n'y avait pas l'effet de couronne d'impulsion, par le prolongement de la portion déformée antérieurement à la tension critique.

On a cherché que la tension à laquelle s'effectue l'analyse fût inférieure à la tension obtenue à l'intersection de l'onde déformée avec le temps t_{om}. Après cette valeur, la déformation sur le front devient plus complexe, parce que, ensuite la tension sur l'onde intiale diminue, les ionisations de volume cessent et l'accroissement s'effectue plus lentement. En considérat l'intervalle de temps $t_D - t_A = \Delta t_{tot}$ comme déformation cent pour cent, on compare à l'intervalle $t_B - t_A = \Delta t_{pel}$, les chiffres pouvant servir comme appréciation du poids des deux systèmes. Ce n'est pas l'unique système de comparaison : on pourrait analyser par exemple U'_0, U', U'' ou bien on pourrait comparer des grandeurs fictives. La méthode choisie présente l'avantage d'introduire le moindre coefficient de subjectivité dans les calculs.

De l'analyse des données du tableau No. 1 A on observe une dépendance assez grande du poids de l'effet pelliculaire de la pente de l'onde initiale : ce poids augmente à mesure que la pente, elle aussi, augmente.

Tableau 1 A

L'analyse des oscilogrammes des ondes positives

No. cor.	U_{om} kV	U'_0 kV/μs	U kV	t_A μs	U_m kV	U' kV/μs	U'' kV/μs	t_B μs	t_D μs	$\Delta t_{tot}=t_D-t_A$ μs	%	$\Delta t_{pel}=t_B-t_B$ μs	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1*	16	190	50	0,26	66	114	114	0,44	0,44	0,18	100	0,18	100
2*	102	215	65	0,26	91	158	158	0,41	0,41	0,15	100	0,15	100
3*	120	223	76	0,28	102	160	160	0,47	0,47	0,19	100	0,19	100
4	158	320	102	0,26	122	168	90	0,61	1,86	1,60	100	0,35	21,8
5	180	410	115	0,27	138	175	55	0,66	2,09	1,82	100	0,39	21,4
6	222	525	143	0,25	156	175	105	0,81	2,25	2,00	100	0,56	28,0
7	276	550	178	0,30	200	200	160	0,89	2,30	2,00	100	0,59	29,5
8*	282	580	181	0,23	210	180	190	1,00	2,10	1,87	100	0,77	41,2
9	415	850	267	0,26	297	200	235	1,33	2,45	2,19	100	1,07	43,5
						Onde initiale avec un front peu raid							
10	310	155	205	1,30	260	140	128	1,47	3,13	1,83	100	0,17	9,0
11	347	208	229	1,10	283	175	150	1,31	2,88	1,78	100	0,21	11,8
12	463	300	306	1,00	379	200	218	1,53	3,10	2,10	100	0,53	25,0

Aussi, pour des pentes de l'ordre 150—200 kV/μ sec ce poids est-il d'environ 10% ; pour des pentes comprises entre 300—450 kV/μ sec l'apport de l'effet pelliculaire s'accroît jusqu'à 20—25%. Les derniers chiffres de l'ordre 40—45% doivent être interprétés avec beaucoup de soin parce qu'ils semblent éxagerés à premiére vue. Cependant la tendance d'accroissement du temps Δt_{pel} est évidente à mesure que la pente de l'onde initiale (U'_0) s'ac-

croît. Pour mieux préciser cette dépendance, îl faut étendre les recherches expérimentales directes, en accordant une attention particulière aux déformations sur la première portion de l'onde jusqu'au seuil critique couronne.

Tableau 1 B

L'analyse des oscilogrammes des ondes négatives

No. cor.	U_{om} kV	U_0' kV/μs	U kV	t_A μs	U_m kV	U' kV/μs	U'' kV/μs	t_B μs	t_D μs	$\Delta t_{tot}=t_D-t_A$ μs	$\Delta t_{tot}=t_D-t_A$ %	$\Delta t_{pel}=t_B-t_A$ μs	$\Delta t_{pel}=t_B-t_A$ %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1*	78	170	50	0,24	69	128	128	0,39	0,39	0,15	100	0,15	100
2*	103	225	67	0,31	90	150	150	0,60	0,60	0,29	100	0,29	100
3	132	270	90	0,37	111	200	—	0,45	0,96	0,59	100	0,12	20,2
4	165	390	110	0,28	134	233	75	0,47	0,87	0,59	100	0,19	32,1
5	185	430	125	0,23	147	220	180	0,57	0,87	0,64	100	0,34	53,0
6	228	650	150	0,24	179	324	260	0,46	1,00	0,76	100	0,22	29,0
7	307	710	200	0,27	235	237	340	0,84	1,24	0,96	100	0,57	58,8
8	454	1050	300	0,27	338	250	393	1,20	1,44	1,17	100	0,93	79,3
						Onde initiale avec un front peu raid							
9	337	190	220	1,19	289	115	160	1,26	2,24	1,05	100	0,07	6,7
10	438	270	300	1,10	336	233,3	230	1,29	2,36	1,26	100	0,19	15,1

De ces deux tableaux il résulte en premier lieu le grand effet de la polarité dans la déformation totale accusée par l'onde. La grandeur de cet effet sera calculée ci-dessous. De même que dans le tableau No. 1 A, on y observe aussi l'accroissement du poids de l'effet pelliculaire en même temps avec l'accroissement de la pente de l'onde initiale. En autre, pour des ondes initiales de polarité négative, la déformation par effet résistif longitudinal a un plus grand poids que pour les ondes positives, 30—40% par rapport à 20—30%, parce que ce processus est pratiquement insensible à la polarité, contrairement à l'effet de couronne d'impulsion qui provoque des déformations beaucoup plus petites.

Pour déduire une dépendance quantitative plus précise, les données éxistantes ne sont pas encore suffisantes.

Une lacune importante de l'analyse précedante consiste dans le fait que toutes les expériences ont été faites pour les mêmes longueurs parcourues par l'onde, 1674 m. Il est évident que les extrapolations des résultats à d'autres distances doivent être effectuées avec circonspection à cause de la dépendance complètement non linéaire des paramètres. A mesure que l'onde se propage, sa pente diminue, à cause de l'action de la couronne et des résistances longitudinales ; par la diminution de la pente, le poids de l'effet pelliculaire diminue etc. L'analyse theorique exacte ne peut négliger ces aspects.

B. Dans l'évaluation théorique des phénomènes signalés antérieurement il faut tenir compte du caractère fini des conductivités des conducteurs et du sol, ce qui aboutit à la pénétration des ondes électromagnétiques dans l'épaisseur des matériaux conducteurs, avec un puissant amortissement des ampli-

tudes E et H. La résistance spécifique du sol est 10^{10} fois plus grande que la résistance spécifique des conducteurs métalliques.

C'est pour ça que les pertes actives dans le sol dépassent de beaucoup les pertes dans les métaux, et le courant s'écoule dans le sol à une profondeur beaucoup plus grande que dans le métal, ce qui augmente en quelque sorte l'inductivite total de la ligne.

Le calcul simultane de l'influence de l'effet de couronne d'impulsion et des résistances, utilisant un système d'équations charges — courants, est extrêmement complexe.

Dans ce qui suit on va faire l'hypothèse de la nonsuperposition de ces phénomènes et, en outre, on va supposer que le système électrique satisfasse certaines conditions de symétrie. On va présenter le cas d'une onde qui se propage par un conducteur unique.

Dans la littérature de spécialité [1, 6, 15] on analyse plusieurs cas particuliers concernant la déformation de l'onde sous l'action des éléments resistifs longitudinaux.

Le problème de la déformation des ondes d'impulsions sous l'action de l'effet de la couronne d'impulsion se présente sous d'autres aspects. En partant des équations de propagation données par le système (2)

$$-\frac{\partial i}{\partial x}=\frac{\partial q}{\partial t}+Gu\ ;\quad -\frac{\partial u}{\partial x}=L\frac{\partial i}{\partial t}+Ri \tag{2}$$

on observe que dans ces relations G, L et R ne sont pas constants. Dans le terme $\frac{\partial q}{\partial t}\approx\frac{dq}{du}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}$ on exprime le changement de la charge totale $q=q_{cond}+q_{sp}=q(u)$ où q_{cond} est la charge du conducteur et q_{sp} la charge spatiale apparue comme suite de l'effet couronne d'impulsion, par unité de longueur de ligne. Le caractère approximatif de la relation apparaît de l'hypothèse, d'ailleurs justifiée par l'expérience, que le dépendance est liée seulement à la vàleur de la tension et non aussi à sa pente. En littérature, la grandeur $C_{cor}=\frac{dq}{du}=q'(u)$ est appelée capacité dynamique de la ligne couronnée, pour être différenciée de la capacité géométrique du système en l'absence de l'effet couronne. Le terme Gu exprime le courant radial couronne par unité de longueur, dû au déplacement des ions lourds de la charge spatiale sous l'action du champ électrique, lui aussi dépandant de la tension de la ligne. Ri est la chute de tension due à l'action du courant du conducteur en étude et par les éléments de retour et, aussi par la componente longitudinale du courant couronne, le déplacement des électrons sous l'action du champ magnétique ; à cause de cela elle dépend de u comme de i. La chute de tension inductive a comme origine les mêmes deux courants et dépend elle aussi, de u comme de i.

Dans ces conditions l'intégration du système (2), dans le cas général, est impossible tant à cause de sa non linéarité qu'a cause de l'ignorance de la manière de variation de q, R, C, G en fonction de l'inconnue u. Dans ce qui suit on va déduire une partie de ces dépendances des données expérimentales.

A cause de cela, il est plus commode de travailler avec le système d'équations charges — courants, dans lequel, en supposant nulle la résistance des conducteurs et du sol et en néglimeant le champ lomgitudinal E_x qui apparaît dans l'air à la suite de la non-homogénéité de la charge spatiale, on obtient :

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = i_r + \frac{\partial q_{cond}}{\partial t}\ ;\quad -\frac{\partial q_{cond}}{\partial x} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial i}{\partial t}. \tag{4}$$

Ayant à résoudre le système (4) il est nécessaire de préciser quelques éléments des considérations physiques. Ainsi, aux tensions inférieures à la tension critique ($i_r = 0$) le système se réduit au système connu de propagation en lignes sans pertes, lignes sur lesquelles l'onde se propage avec la vitesse de la lumière ($c = 1/\sqrt{L_0 C_0}$). Si, après la terminaison de la formation des nouvelles charges spatiales, le courant de conductivité radiale s'annule lui aussi, le système (4) se réduit de nouveau au système sans pertes, donc dans cette situation aussi la propagation se fait avec la vitesse c. Au fond, dans ce qu'on vient d'expliquer il intervient la caractère physique consistant ou non de l'hpothèse du „rayon couronne". Ainsi, si l'hypotèse du „rayon couronne" a une base physique, c'est-à-dire si l'espace de la couronne d'impulsion possède vraiment une conductivité radiale sensible, ce qui signifie que i_r ne s'annule ni même après la terminaison de la formation de nouvelles charges spatiales, alors l'onde se propage avec une vitesse vraie $v_{rée}$ plus petite que la vitesse de la lumière :

$$v_{réel} = 1/\sqrt{L_0 C_{cor}} < 1/\sqrt{L_0 C_0} = C$$

dans laquelle

$$C_{cor} = \frac{2r\varepsilon_0}{\ln\frac{2h}{r_k}} > C_0 = \frac{2r\varepsilon_0}{\ln\frac{2h}{a}} \quad \text{et} \quad r_k \gg a.$$

Si l'hypothèse du „rayon couronne" est inconsistente, alors l'espace de la couronne d'impulsion ne possède pas de conductivité radiale, car il ne constitue que la zone de la naissance et de la diffusion de la charge spatiale. Dans le cas où la formation ultérieure de la charge spatiale s'est terminée, s'annulle aussi le courant de la conductivité radiale et les équations (4) se réduisent aux équation de la propagation sans pertes, où $v_{réel} = c$. L'expérience a confirmé cette dernière affirmation de la propagation avec la vitesse de la lumière, des phénomènes d'ondes en lignes couronnées ; il en résulte donc que la résolution de (4) doit en tenir compte.

Pour l'intégration de (4) pour les portions du front d'onde, dans lequel $i_r \neq 0$, il est nécessaire de connaître les conditions initiales et à la limite, c'est-à-dire la forme de l'onde initiale et la dépendance du courant radial de la charge du conducteur. Cette dernière dépendance peut être déduite indirectement d'une série de recherches expérimentales, c'est-à-dire des recherches liées au coefficient de couplage.

Pour le front de l'onde, domaine où seulement la valeur de la tension a de l'importance, les relations de calcul sont :

$$i_r = \frac{\partial q_{sp}}{\partial t} \; ; \quad q(u) = q_{sp} + q_{cond} \; ; \quad q_{cond} = q_{cond}(u) .$$

Le coefficient de couplage prend la forme :

$$K = \frac{U_i}{U} = K_0 f(u) = \frac{\alpha_{12} q_{cond} + \int_v \alpha_{2sp} q_{sp} \, dv}{U} \approx \frac{\alpha_{12} (q_{sp} + q_{cond})}{U}$$

où α_{12} est le coefficient de potentiel. Il en résulte :

$$q(u) = K_0 \frac{f(u)}{\alpha_{12}} u$$

$$q_{sp} = \frac{1}{\alpha_{12}} K_0 u f(u) - q_{cond}(u)$$

$$\frac{\partial q_{sp}}{\partial x} = \frac{1}{\alpha_{12}} K_0 \frac{\partial u}{\partial t} f(u) + \frac{1}{\alpha_{12}} K_0 u \frac{\partial f}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial q_{cond}}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial t}$$

En l'introduisant dans la première équation du système (4), on obtient

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = \frac{\partial q_{sp}}{\partial t} + \frac{\partial q_{cond}}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = \left[\frac{1}{\alpha_{12}} K_0 f(u) + \frac{1}{\alpha_{12}} u \frac{\partial f}{\partial u} K_0 \right] \frac{\partial u}{\partial t}$$

ou autrement écrit

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = C_{cor} \frac{\partial u}{\partial t} \tag{5}$$

où

$$C_{cor} = C_0 \left[f(u) + u \frac{\partial f}{\partial u} \right] \frac{1}{\alpha_{12}} \tag{6}$$

où

$$C_{cor} = C_0 \left[f(u) + u \frac{\partial f}{\partial u} \right] \tag{6'}$$

En observant encore que $\frac{\partial q_{cond}}{\partial x} = \frac{\partial q_{cond}}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x}$ et que $L = \frac{1}{c^2 \frac{\partial q_{cond}}{\partial u}}$ est relativement constant, le système (4) s'écrit

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = C_{cor}(u) \frac{\partial u}{\partial t} \; ; \quad -\frac{\partial u}{\partial x} = L_0 \frac{\partial i}{\partial t} \tag{7}$$

Après de simples transformations on trouve

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{v^2} \frac{\partial u}{\partial t} \right] \tag{8}$$

où

$$v = 1/\sqrt{L_0 C_{cor}} = \frac{C}{\sqrt{f(u) + u\frac{\partial f}{\partial u}}} \tag{9}$$

On peut démontrer assez facilement avec des règles de dérivation des fonctions implicites, que l'équation hyperbolique avec des dérivée partielles de l'ordre dèux (8) avec des coefficient variables, est satisfaite d'une manière identique par une solution de la forme

$$u(x, t) = u\left(t - \frac{x}{v}\right) \tag{10}$$

où v est donné par l'expression (9). La fonction quelconque peut être définie en l'identifiant à $u_0(t) = u(0, t)$ au commencement de l'intervale, u_0 étant l'onde initiale, et en supposant que la ligne est infinie du point de vue pratique, c'est-à-dire qu'elle est sans réflexions.

Dans l'équation (10) v n'est pas une vitesse réelle de propagation, mais seulement la vitesse de la propagation le long de la ligne d'une valeur déterminée de la tension sur le front de l'onde, c'est-à-dire une „vitesse de phase". En observant que $v < c$, on constate que, dans la ligne couronnées, on atteint une valeur u sur le front après un temps $t_D > t_A$, ce qui produit une déformation de ce front. Le retard est dû à la dissipation d'une partie de l'énergie et de la charge de l'onde pour la production de la charge spatiale. La vitesse réelle de propagation du processus électromagnétique reste égale à la vitesse de la lumière.

Conformement à la formule (10) on peut construire par points le front déformé de l'onde, lorsqu'on connaît, sous une forme ou sous une àutre, la dépendance (9) de la vitesse de phase de tension. Le temps de l'accroissement de la tension dans un point de la ligne situé à la distance l de zéro à une valeur quelconque, a évidemment la forme

$$t_D = t_A + l\left[\frac{1}{v} - \frac{1}{c}\right] = t_A + \frac{Dl}{c} \tag{11}$$

avec les signification de la figure 1, où la grandeur D, connue dans la littérature soue le nom de „caractéristique de la déformation" du front de l'onde, a l'expression

$$D = \sqrt{f(u) + u\frac{\partial f}{\partial u}} - 1. \tag{12}$$

Dans ce qu'on vient de dire on a déterminé toutes les grandeurs caractéristiques du processus de déformation en fonction de la variation du coefficient de couplage avec la tension. (Dans certans travaux [12] on présente la variation de D/c en fonction de la tension). Dans les calculs pour la détermination des schémas de protection contre les surtensions, il est nécessaire de connaître aussi la modification de la pente du frònt de l'onde de U_0', pente

initiale, à U'', pente de l'onde déformée. En raisonnant sur la figure et sur (11) et en passant à la limite, on obtient :

$$\frac{1}{U''} = \frac{1}{U'_0} + \frac{l}{c}\frac{dD}{du}$$

c'est-à-dire l'expression

$$U'' = \frac{U'_0}{1 + \frac{l}{c} U'_0 \frac{2\frac{\partial f}{\partial u} + u\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}}{2\sqrt{f(u) + u\frac{\partial f}{\partial u}}}} \tag{13}$$

Cette modification de la pente de l'onde amène à la diminuation de l'amplitude par suite à l'énergie et aux charges dépensées dans le processus de la couronne d'impulsion. La formation de nouvelles charges spatiales cesse après le dépassement de la valeur maxima sur l'onde non déformée. De cette manière le nouveau maximum peut être obtenu approximativement à l'intersection du front déformé avec le renvers légèrement incliné de l'onde. Dans la littérature on donne aussi quelques données pour un calcul un peu plus précis de la déformation du renvers, déformation qui n'a pas été prise en considération dans le présent travail.

Un intérêt à part présente le cas des ondes coupées, par exemple par le contournement de la chaîne d'isolateurs, à laquelle l'amortissement de l'amplitude de l'onde est considérablement plus grande.

Pour amoindrir l'amplitude de l'onde on emploie la formule de FOUST [16]

$$U_m = U_{om} \frac{1}{1 + \gamma U_{om} l}. \tag{14}$$

Comme partout dans ce qui suit, U est introduit en MV et l en km ;

$$\gamma = (0{,}15 \div 0{,}3) \frac{1}{\text{km} \cdot \text{MV}}$$

est un coefficient empirique déterminé en partant des clidonogrammes dans lesquels les valeurs grandes correspondent aux ondes positives

Dans le Laboratoire de Technique de la Haute Tension de l'Institut Polytechnique de Léningrade, on a fait en 1952—54, pour le cas déjà discuté dans la première partie de l'exposé, des déterminations de la grandeur D/c et les résultats obtenus sont :

ondes de polarité positive

$$\begin{aligned} U_{cor} < U < 1{,}3\, U_{cor} \qquad & D_{(+)}/c = 2\frac{U - U_{cor}}{U_{cor}} \\ 1{,}3\, U_{cor} < U \qquad & D_{(+)}/c = 0{,}8 + 1{,}3\, U \end{aligned} \tag{15}$$

onde de polarité négative

$$U_{cor} < U < 1{,}3\,U_{cor} \qquad D_{(-)}/c = \frac{U - U_{cor}}{U_{cor}}$$
$$1{,}3\,U_{cor} < U \qquad D_{(-)}/c = 0{,}25 + 1{,}3\,U \tag{15'}$$

Les formules (15) et (15') sont indépendantes de la hauteur de suspension du conducteur La domaine jusqu'à $1{,}3\,U_{cor}$ correspond au développement de la couronne et constitue ce qu'on appelle le „seuil critique", le retard de l'onde dans cet intervalle étant important ; c'est la portion comprise entre U_{cor_1} et U_{cor_2}, de la figure 1.

Dans la littérature, une propagation plus grande connaît la formule de Maşkilleison [1] pour la dépendance de la tension de la vitesse de phase :

$$v \approx \frac{c}{1{,}15\sqrt{1 + \frac{4\,U}{h}}} \tag{16}$$

obtenue dans les recherches de laboratoire sur des modèles de petite extension.

Dans ce qui suit, on présente une comparaison des grandeurs caractéristiques du processus de déformation en partant des expressions obtenues dans ce travail, des formules (15) (15'), (16) et aussi de l'expression du coefficient de couplage donné antérieurement pour laquelle on précise les valeurs (1)

$$A_{(+)} = 0{,}545\,h + 0{,}1 \qquad \text{et} \qquad A_{(-)} = 0{,}243\,h + 0{,}0326$$

où h est la hauteur de suspension du conducteur en mètres, ce qui montre que l'on peut négliger le facteur additif 0,1, respectivement 0,0326.

Dans la dernière ligne du tableau 2 on donne la valeur du maximum de l'onde déformée U_m, en considérant une onde initiale coupée. Le maximum a été obtenu à l'intersection du front déformé avec la verticale du temps t_{om} du maximum de l'onde initiale. Conformément à l'équation (11).

$$t_{om} = t_A + \frac{D \cdot l}{c} = t_A + (\alpha + \beta\,U_m)\,\frac{l}{c}.$$

L'onde initiale se définit par la valeur maxima U_{om}, par la pente maxima et par sa forme. On peut calculer avec ces grandeurs le temps de son maximum t_{om} de la forme

$$t_{om} = \lambda\,\frac{U_{om}}{U_0'}$$

où λ est un coefficient surunitaire qui dépend de la forme et des paramètres de l'onde. En approximant la linéarité sur la première portion du front, c'est-à-dire $t_A = \frac{U_m}{U'_0}$, on obtient la formule :

$$U_m = \frac{\lambda U_{om} - l U'_0 \frac{\alpha}{c}}{1 + l \frac{\beta}{c} U'_0} \tag{17}$$

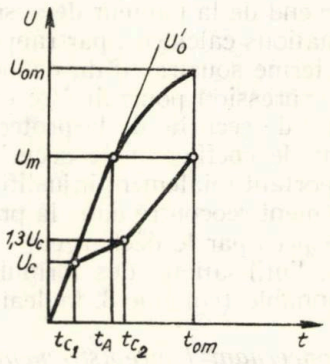


Fig. 2

qui ressemble em quelque sorte à la formule de FOUST [14], mais elle donne une accentuation de la déformation calculée grâce au terme que l'on soustrait au numérateur.

Le tableau 2 est calculé dans l'hypothèse des ondes d'impulsion avec une aplitude $U_{om} > 1{,}3\, U_{cor}$, c'est-à-dire audelà du seuil critique couronne. Dans les limites de ce seuil on peut employer pour le calcul seulement les formules (15) et (15'), d'autres données expérimentales concernant cet intervalle n'étant pas encore publiées.

Avec les formules établies plus haut, on peut calculer la longueur nécessaire à être parcourue par l'onde afin d'atteindre soit une certaine pente, soit une certaine amplitude, ce qui est utile à la projection des protections contres les surtensions.

En conclusion à ce paraghaphe on remarque que :

— la formule de Maşkilleison pour vitesses [16] ne peut être utilisée que pour les ondes négatives, ce qui est insuffisamment précisé et éclairci dans la littérature de spécialité :

— les formules (15) et (15') partent de l'hypothèse de l'indépendance des déformations de la hauteur du conducteur. En comparant les résultats obtenus avec les formules originales qui partent d'une certaine expression du coefficient de couplage, à la hauteur de suspension du conducteur de 10 m, aux données des résultats (15) et (15'), on peut remarquer une assez bonne conincidence. Lorsque la hauteur du conducteur croît beaucoup, par exemple à

400 kV atteignant 26—27 m, les résultats commencent à différer essentiellement : des déformations beaucoup plus importantes apparaissent du calcul dans l'hypothèse de l'indépendance de la hauteur h.

Vu que les formules (15) et (15') ont été obtenues pour une échelle relativement réduite des hauteurs, 7—10 m et un diapason qui n'est pas assez étendu en amplitudes des ondes initiales, on propose l'utilisation des formules des deux dernières colonnes qui ont l'avantage de présenter des déformations sensiblement plus réduites, pour de grandes tensions et hauteurs, donc la protection peut être calculée avec un coefficient de sûreté plus élevé.

— Beaucoup d'ouvrages déjà parus, sauf ceux qui sont publiés en Union Soviétique, utilisent pour le calcul des déformations la formule de FOUST (14), où le coefficient γ dépend de la hauteur de suspension h. Cette formule donne les moindres déformations calculées, par rapport aux autres formules, en raison de l'absence du terme soustractif du dénominateur.

L'utilisation de cette expression pourrait être expliquée par le désir de réaliser un degré particulier de sécurité de la protection des stations contre les surtensions. Cependant, le coefficient de sécurité est évidemment trop élevé et, ce qui est plus important totalement injustifiable pour les ondes coupées. Dans ce cas, fréquemment reocontré dans la projection de là protection des stations, des ondes coupées par le déchargeur tubulaire, ou par le contournement de la chaîne, l'utilisation des formules proposées dans cet ouvrage semble plus raisonnable (colonne 3, tableau 2).

III. *Possibilités concernant l'enregistrement de l'impulsion au long d'un modèle de ligne couronnée*

De ce qu'on vient d'exposer plus haut, il s'ensuit que les déterminations expérimentales de l'amortissement et de la déformation des ondes dans les li nes présentent un très grand intérêt pratique et théorique. Dans plusieurs pays du monde on a déjà procédé à de telles expériences et les résultats ont mené à l'obtention des premières formules de calcul, dont une partie a été envisagée et discutée dans cet ouvrage. Il est nécessaire de souligner le coût très élevé de telles expériences et, pourtant, leur caractère relativement rigide, même leur mode d'exécution ne permettant pas l'obtention des donnéss suffisantes sur l'influence de la longueur parcourue par l'onde. De plus, leur réalisation technique dans de bonnes conditions posent des problèmes très difficiles à résoudre. Beaucoup d'inconvénients exposés peuvent être écartés si l'on utilise un modèle physique approprié, à un coût réduit et sur lequel les mesures peuvent être effectuées dans des conditions sûres.

Dans un ouvrage antériéur [19] ont été présentées les relations de calcul pour toutes les grandeurs qui apparaissent au cours des processus de modélage dans les lignes et les transformateurs, ainsi que deux cas concrets de modèles éxistants dans le Laboratoire de la Technique de Haute Tension, dans le cadre de l'Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" de Bucarest.

Afin de modeler les lignes, dans les analyseurs des processus trasitoires courants on utilise la chaîne quadripolaire π (dans la figure 3 l'inductance L_1 et la capacité C_g, capacité géométrique). Le problème des lignes à pertes

Tableau 2

Calcul des paramètres caracteristiques du processus de la déformation

U — MV ; h — m ; v — km/μsec ; U'', U'_0 — MV/μsec

Formule expérimentale initiale	$v = f(u)$ formule (16)	$\frac{D}{c} = f(u)$ pour h 7 ÷ 10 m formule (15)		$K = K_0 f(u)$	
Paramètre		onde négative	onde positive	onde négative	onde positive
K	$K = K_0\,1{,}32\left[1 + 2\frac{U}{h}\right]$	$K_{(-)} = K_0\,1{,}16\,[1 + 0{,}363\,U + 0{,}04\,U^2]$ $K_{(-)} \approx K_0\,1{,}16\,[1 + 0{,}363\,U]$	$K_{(+)} = K_0\,1{,}54\,[1 + 0{,}315\,U + 0{,}034\,U^2]$ $K_{(+)} \approx K_0\,1{,}54\,[1 + 0{,}315\,U]$	$K_{(-)} = K_0\,1{,}32\left[1 + 1{,}83\frac{U}{h}\right]$	$K_{(+)} = K_0\,1{,}32\left[1 + 4{,}1\frac{U}{h}\right]$
C_{cor} (23′)	$C_{cor} = C_0\,1{,}32\left[1 + \frac{4\,U}{h}\right]$	$C_{cor\,(-)} = C_0\,1{,}16\,[1 + 0{,}363\,U]^2$ $C_{cor\,(-)} \approx C_0\,1{,}16\,[1 + 0{,}726\,U]$	$C_{cor\,(+)} = 1{,}54\,[1 + 0{,}315\,U]^2\,C_0$ $C_{cor\,(+)} \approx 1{,}54\,C_0\,[1 + 0{,}63\,U]$	$C_{cor\,(-)} = C_0\,1{,}32\left[1 + 3{,}67\frac{U}{h}\right]$	$C_{cor\,(+)} = C_0\,1{,}32\left[1 + 8{,}2\frac{U}{h}\right]$
v (26)	$v = \frac{C}{1{,}15\sqrt{1 + \frac{4\,U}{h}}}$ $v \approx \frac{C}{1{,}15\left[1 + 2\frac{U}{h}\right]}$	$v_{(-)} = \frac{C}{1{,}075\,[1 + 0{,}363\,U]}$	$v_{(+)} = \frac{C}{1{,}24\,[1 + 0{,}315\,U]}$	$v_{(-)} = \frac{C}{1{,}15\sqrt{1 + 3{,}67\,U/h}}$ $v_{(-)} \approx \frac{C}{1{,}15\,[1 + 1{,}83\,U/h]}$	$v_{(+)} = \frac{C}{1{,}15\sqrt{1 + 8{,}2\,U/h}}$ $v_{(+)} \approx \frac{C}{1{,}15\,[1 + 4{,}1\,U/h]}$
D (29)	$D = 1{,}15\sqrt{1 + \frac{4\,U}{R}} - 1$ $D \approx 0{,}15 + 2{,}3\frac{U}{h}$	$D_{(-)} = 0{,}075 + 0{,}39\,U$	$D_{(+)} = 0{,}24 + 0{,}39\,U$	$D_{(-)} = 1{,}15\sqrt{1 + 3{,}67\frac{U}{h}} - 1$ $D_{(-)} \approx 0{,}15 + 1{,}83\frac{U}{h}$	$D_{(+)} = 1{,}15\sqrt{1 + 8{,}2\frac{U}{h}} - 1$ $D_{(+)} \approx 0{,}15 + 4{,}1\frac{U}{h}$
U'' (30)	$U'' \approx \frac{U'_0}{1 + l\frac{U'_0}{h}\frac{7{,}6}{\sqrt{1 + 4\frac{U}{h}}}}$ $U'' \approx \frac{U'_0}{1 + \frac{7{,}6\,U'_0\,l}{h + 2\,U}}$	$U''_{(-)} = \frac{U'_0}{1 + \frac{1{,}3\,U'_0\,l}{1 + 0{,}363\,U}}$	$U''_{(+)} = \frac{U'_0}{1 + \frac{1{,}3\,U'_0\,l}{1 + 0{,}315\,U}}$	$U''_{(-)} = \frac{U'_0}{1 + \frac{U'_0}{h}\frac{7\,l}{\sqrt{1 + 3{,}67\,U/h}}}$ $U''_{(-)} \approx \frac{U'_0}{1 + \frac{7\,U'_0\,l}{h + 1{,}83\,U}}$	$U''_{(+)} = \frac{U'_0}{1 + \frac{U'_0}{h}\frac{15{,}1\,l}{\sqrt{1 + 8{,}2\,U/h}}}$ $U''_{(+)} \approx \frac{U'_0}{1 + \frac{15{,}1\,U'_0\,l}{h + 4{,}1\,U}}$
U_m pour ondes coupées (34)	$U_m = \frac{\lambda\,U_{om} - 0{,}5\,l\,U'_0}{1 + 7{,}6\,l\frac{U'_0}{h}}$	$U_{m(-)} = \frac{\lambda\,U_{om} - 0{,}25\,l\,U'_0}{1 + 1{,}3\,l\,U'_0}$	$U_{m(+)} = \frac{\lambda\,U_{om} - 0{,}8\,l\,U'_0}{1 + 1{,}3\,l\,U'_0}$	$U_{m(-)} = \frac{\lambda\,U_{om} - 0{,}5\,l\,U'_0}{1 + 6{,}1\,l\frac{U'_0}{h}}$	$U_{m(+)} = \frac{\lambda\,U_{om} - 0{,}5\,l\,U'_0}{1 + 13{,}6\,l\frac{U'_0}{h}}$

est moins étudié, notamment les pertes transversales. Dans la figure 3 on propose un tel schéma pour le modélage du processus de propagation sur une ligne, en tenant compte de l'effet de couronne d'impulsion. Le schéma est adapté aux conditions de l'effet de couronne d'impulsion ; dans la littérature [4] et [20] on ne propose de tels schémas que pour le régime de durée de couronne.

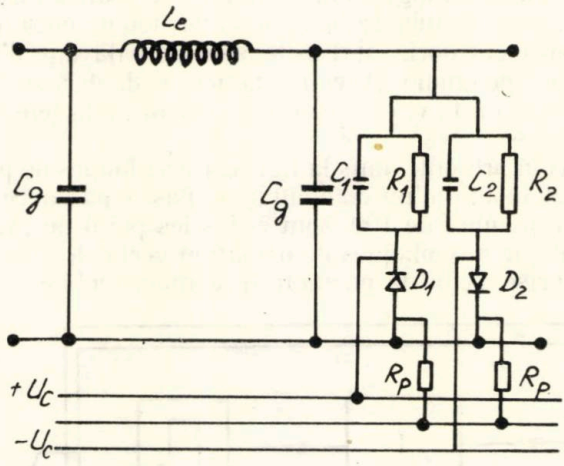


Fig. 3

Dans cette étape on n'a pas introduit dans le schéma équivalent des éléments qui puissent simuler les résistances longitudinales du sol et des conducteurs. De même, on a considéré que l'accroissement de capacité dû à l'effet de couronne d'impulsion, est constant et indépendant de la tension.

$$C_1 = C_{cor_1(+)} - C_g$$

$$C_2 = C_{cor_2(-)} - C_g$$

Pour la capacité de la ligne couronnée, d'une certaine polarité, on peut utiliser la valeur obtenue des deux dernières colonnes du tableau 2 pour $U_m / U_{cor} = 3$. Les résistances R_1 et R_2 sont les inverses des conductances actives transversales supplémentaires, apparues grâce au processus de couronne.

Pour modéler le seuil critique de couronne on utilise deux diodes semiconductrices D_1 et D_2, à une tension préalable de $\pm U_{cor}$ dans le sens inverse de leur conductibilité ; celles-ci introduisent dans le circuit l'admittance supplémentaire de couronne après avoir dépassé la tension critique. Les résistances R_p, d'une grande valeur, isolent pratiquement les circuits de prétensionnement du circuit principal de la ligne.

Tous les problèmes présentés, ainsi que les difficultés énoncées, peuvent être résolues avec une précision toute particulière et sans grands efforts, au cas où l'on utilise un schéma de mesure à l'aide duquel on obtient sur l'écran de l'oscillographe la variation de la tension en tant que fonction directe de

l'endroit, selon le principe proposé par Abetti en 1954 (21) pour les transformateurs.

Le caractère plus précis des mesures est mis en évidence par l'utilisation d'un modéle de ligne avec un plus grand nombre de prises de mesure. L'installation qui est en train d'exécution à l'Institut polytechnique de Bucarest, et qui est la première de ce type du pays, permet les mesures en 100 points.

L'obtention d'un oscillogramme ordinaire se réalise en appliquant aux plaques de phénomène du tube cathodique la tension de mesure, et aux autres plaques de déplacement horizontal la tension de balayage d'une forme convenable au phénomène étudié. De cette manière le déplacement horizontal du spot est proportionnel à la vitesse d'accroissement de la tension de balayage et donc avec le temps.

Dans le schéma présenté dans la figure 4 les plaques de phénomène sont reliées au contact mobile d'un commutateur pas à pas avec moteur. A ses contacts fixes, au nombre de 100, sont reliés les point de prises du modèle. Par cela, on applique aux plaques de déviation verticale des tensions provenant de chaque prise, selon la position du contact mobile.

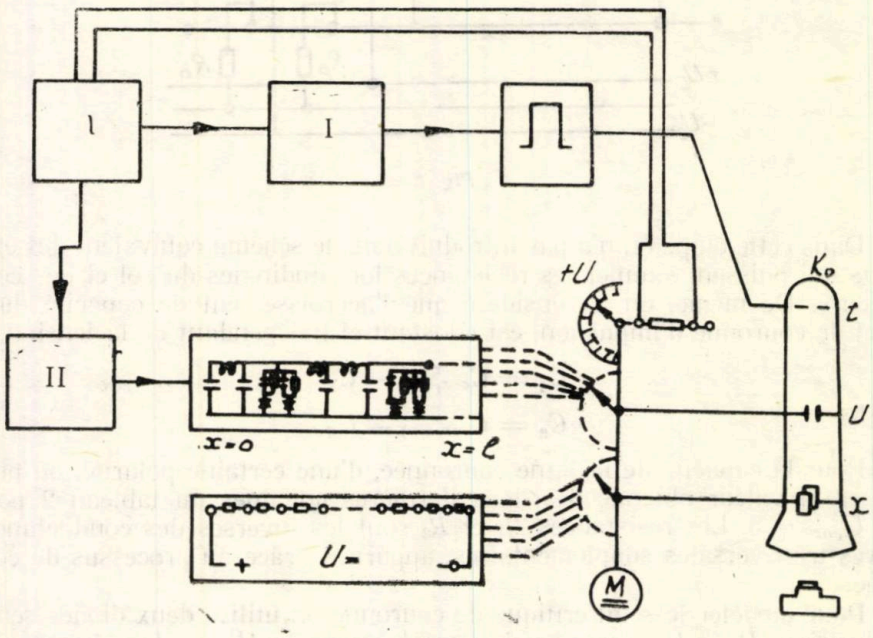


Fig. 4

La déviation sur l'autre axe du spot électronique est obtenue par l'application d'une tension proportionnelle à la distance entre le point de prise et l'origine de la ligne (le bout du modèle). On peut réaliser cela en utilisant un diviseur de tension à 100 échelons, chaque échelon étant relié à un contact fixe du commutateur. (La résistance totale du diviseur est de 100 k Ω). La figure 5 représente la photographie du bloc principal du schéma.

C'est ce que l'installation présentée dans la figure 5 apporte de nouveau, par rapport aux réalisations de l'étranger, c'est la possibilité de régler la fréquence des ondes d'impulsion envoyées au modèle. A cet effet, on emploie une troisième rangée de contacts du sélecteur — voir figure 4 —, contacts qui sont chountés et alimentés, en série avec une résistance, par la tension continue. Sur cette résistance est cueillie une tension en impulsions, ayant la fréquence et l'amplitude réglables à l'aide de la vitesse d'entraînement de

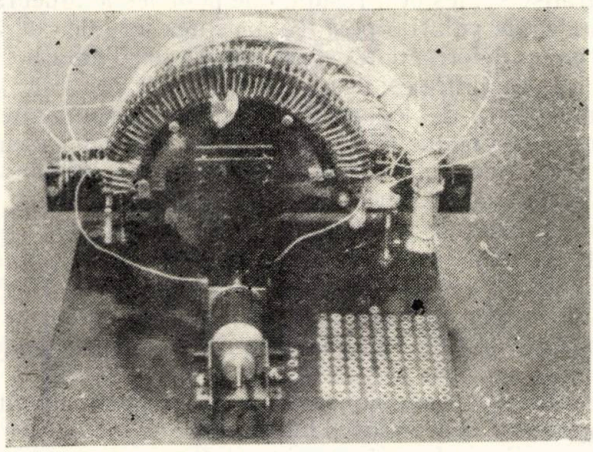


Fig. 5

l'axe du commutateur. Bien que l'oscillographe utilisé OG 1—8 soit un appareil de qualité, il présente une certaine capacité d'entrée ; pour cette raison la dimension de la résistance a été fixée en vue d'assurer le déchargement de la capacité pendant que le contact mobile est en l'air et de permettre l'obtemtion, autant que possible, des impulsions rectangulaires.

Ainsi, sur l'écran oscillographique, correspondant à chaque déviation horizontale et donc à chaque position du point de prise, le déplacement vertical du spot est proportionnel à la valeur maxima de l'onde parvenue au point respectif. La photographie des images obtenues donnent directement la courbe de variation du maximum de l'onde d'impulsion en fonction de la distance parcourue par l'onde $[U = f(l)]$.

Le schéma de mesure de la figure 4 permet encore l'enregistrement de l'aspect de l'onde, après avoir parcouru diverses distances, en diverses étapes de la propagation : au début d'une ligne, dans un point quelconque, etc., c'est-à-dire permet la détermination de la répartition de la tension le long des prises du modèle, à certains temps de l'application de l'impulsion.

La comparaison et l'analyse des oscillogrammes ainsi obtenus, pour divers temps de déplacement, peuvent fournir une partie des précision nécessaires concernant la déformation des ondes sur la ligne, sous l'action des pertes transversales de l'effet de couronne d'impulsion.

Pour obtenir le déblocage du spot au moment vaulu, on utilise un générateur à temps variable (I) et un générateur d'impulsion (II).

IV. *Au cours de la propagation des ondes d'impulsion sur les lignes aériennes, une déformation et un amortissement de ces ondes ont lieu, qui sont dûs à la résistance des conducteurs actifs, de protection et du sol, et à l'effet de couronne d'impulsion.*

En partant des oscillogrammes présentés dans la littérature de spécialité on a cherché de discerner quel est l'apport des effets des résistivités longitudinales et transversales et il résulte que pour les longueurs d'environ 1,5 km. pour les ondes de polarité positive à pentes initiales de 350—550 kV/μ sec 20 ÷ 30 % de la déformation est provoquée par l'effet pelliculaire ; pour les ondes négatives le chiffre est de 25—35%.

Ayant comme point de départ l'expression expérimentale du coefficient de couplage entre les conducteurs, en présence de l'effet couronne d'impulsion, on établit une série de formules pour déterminer les caractéristiques du processus de déformation en fonction de la tension maxima de l'onde initiale, de sa pente et de la hauteur de suspension du conducteur.

La réalisation complète de l'installation de mesure et du modèle présenté permettra l'obtention d'un riche matériel expérimental où l'on pourra varier, largement, les divers paramètres du problème. De ce point de vue l'ouvrage n'est qu'un début qui doit être poursuivi anfin de préciser les questions laissées en suspens.

La connaissance si exacte que possible des aspects quantitatifs du processus de déformation des ondes d'impulsion sur les lignes aériennes est très utile à la projection adéquate des installations électro-énergétiques contre les surtensions.

La chaire des centrales électriques
Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucarest

LITTÉRATURE

1. *M. V. Kostenko :* Atmosferniie perenapriajenia i grozozaşcita vîsocovoltnih ustanovok Gosenergoizdat, 1949.

2. *S. L. Zaienț, M. V. Kostenko, A. G. Liapin :* Experimentalnoie isledovanie i metodica raşciota iscajenia voln na linii peredaci vsledstvie coronî, (l. russe) Trudî L.P.I. 1958, pag. 330.

3. *V. I. Popcov, Riabaia :* C teorii coronî pri postoiano m napriajenii Izv. A. N. SSSR, OTN, 1950, nr. 12.

4. *G. N. Alexandrov, G. M. Rîjov, O. V. Scerbacev :* Modelirovanie haracteristic coronî peremenovo toca s pomoşciu lampovîh shem, (l. russe) Trudî L.P.I. 1958, pag. 342, nr. 195.

5. *I. S. Stecolnicov, V. V. Iavorski :* Impulsnaia corona (l. russe), Biuleten V.E.I. nr. 3 pag. 1 1935.

6. *A. M. Zaleskii :* Teoria zatuhania voln na liniah peredaci Trudî L.P.I. nr. 5 (l. russe) pag. 103, 1939.

7. *V. V. Gei, S. L. Zaienț, M. V. Kostenco :* Impulsnaia corona (l. russe), Trudî L.P.I. nr. 5, pag. 99, 1947.

8. *V. V. Gei, S. L. Zaient:* Isledovanie impulsnoi coronî catodnîm osțilografom (l. russe) J.E.T.F. tom. 17 p. 5, pag. 438, 1947.

9. *M. V. Kostenco:* Deformația voln perenapriajenia na provoda vozdușnîh linii vsledstvie impulsnoi coronî Electricestvo nr. 1 pag. 65, 1946. (l. russe).

10. *A. K. Potujnîi, S. M. Fertik:* Zatuhanie voln vîsocovo napriajenia v 35 kV linii (l. russe) Electricestvo 1938, nr. 1 pag. 29.

11. *A. K. Potujnîi, S. M. Fertik:* Zatuhanie voln oceni vîsocovo napriajenia v 110 kV linii electroperedacii (l. russe), Electricestvo 1946, nr. 6 pag. 53.

12. *Wagner, Gross, Lloid:* High voltage impulse tests on transmision lines A.I.E.E., Sesiunea aprilie 1954.

13. *G. Lesch:* Lehrbuch der Hochspannungstechnik (l. allemende) Springer-Verlag, Berlin 1959.

14. *A. Gray, G. B. Mathews:* Funcțiile Bessel și aplicațiile lor în Fizică, Editrua Tehnică, 1958.

15. *A. Rüdenberg:* Elektrische Wanderwellen Springer-Verlag Berlin 1962.

16. *Lewis, Foust:* Lightning investigation on transmission lines (l. anglaise). Trans. A.I.E.E. 49 (1930) pag. 389.

17. *H. H. Skilling, P. de K. Dykes:* Distortion of Traveling waves by corona (l. anglaise) Electrical Engeneering 56 1937 pag. 850.

18. *B. Geller, A. Veverca:* Volnovîe procesî v electriceschih mașinah (l. russe) Gosenergoizdat, 1960.

19. *D. Cristescu:* Despre posibilitatea înregistrării oscilografice a proceselor de undă direct funcție de distanță, lucrare prezentată la sesiunea științifică a I.P. Iași, 5—7 februarie 1965.

20. *G. N. Alexandrov:* Coronii razriad na liniah electroperedaci, Isdatelstvo Energhia 1964. (l. russe).

21. *A. P. Abetti, H. B. Belac:* Long-time-scale models of transformens for the determination of the transient voltages (l. anglaise) Trans. A.I.E.E. (III) (Power A. and Syst.) 73 (1954) pag. 345.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 2

REZISTENȚA MATERIALELOR

C. Z. : 620.17

CONSIDERAREA FORFECĂRII ÎN CALCULUL PULSAȚIILOR PROPRII DE ÎNCOVOIERE-RĂSUCIRE LA BARELE CU PEREȚI SUBȚIRI AVÎND PROFILUL ÎNCHIS

TOMA PANĂ

Se consideră o bară cu pereți subțiri de secțiune constantă avînd profilul închis și nedeformabil. Admițînd ipoteza lui Umanski și presupunînd că materialul din care este confecționată bara ascultă de legea lui

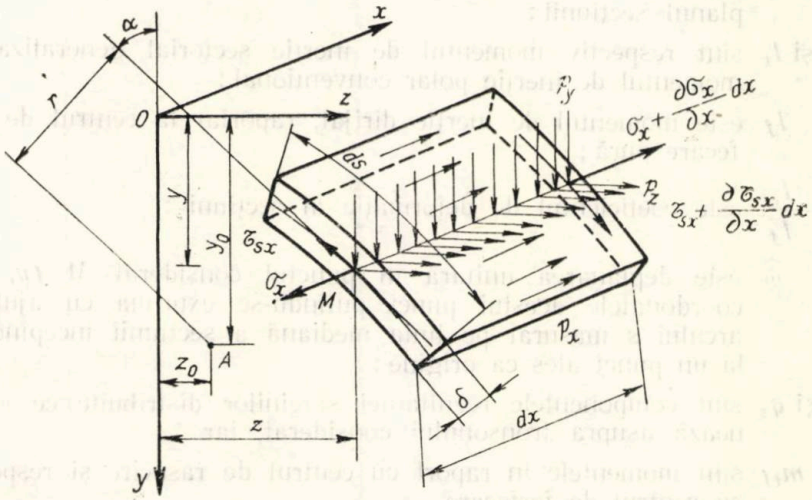


Fig. 1.

Hooke, se scriu ecuațiile de echilibru pentru un tronson de bară (fig. 1) încărcat cu sarcinile $p_x\ (s, x)$, $p_y\,(s, x)$ și $p_z\,(s, x)$ distribuite pe unitatea de suprafață mediană. Prin exprimarea acestor relații cu ajutorul deplasărilor generale ale secțiunii și folosind proprietățile centrului de

Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 28—30 mai 1965.

rotație și ale centrului de forfecare pură, se ajunge la următorul sistem de ecuații diferențiale de deformații [2], [3]:

$$
\begin{aligned}
&EA\,\xi'' + q_x = 0\\
&EI_z\,\bar{\eta}^{IV} - \int_c \frac{\partial p_x}{\partial x}\, y\,ds - q_y = 0\\
&EI_y\,\bar{\zeta}^{IV} - \int \frac{\partial p_x}{\partial x}\, z\,ds - q_z = 0\\
&\frac{EI_{\hat{\omega}}}{\nu}\,\varphi^{IV} - GI_t\,\varphi'' - m_A - \int \frac{\partial p_x}{\partial x}\,\hat{\omega}\,ds + \frac{EI_{\hat{\omega}}}{\nu\,GI_f}\, m''_{tf} = 0
\end{aligned}
\tag{1}
$$

în care

$\xi, \bar{\eta}, \bar{\zeta}$ sînt deplasările secțiunii după direcțiile axelor Ox, Oy și Oz;

φ este unghiul de rotație al secțiunii în jurul centrului ei de rotație;

A este aria secțiunii transversale;

I_y și I_z sînt momentele de inerție în raport cu axele Oy și Oz din planul secțiunii;

$I_{\hat{\omega}}$ și I_t sînt respectiv momentul de inerție sectorial generalizat și momentul de inerție polar convențional;

I_f este momentul de inerție dirijat, raportat la centrul de forfecare pură;

$\nu = 1 - \dfrac{I_t}{I_f}$ este coeficientul de deformație al secțiunii;

$\hat{\omega}$ este deplanarea unitară în punctul considerat $M\ (y, z)$; coordonatele acestui punct putîndu-se exprima cu ajutorul arcului s măsurat pe linia mediană a secțiunii începînd de la un punct ales ca origine;

q_x, q_y și q_z sînt componentele rezultantei sarcinilor distribuite ce acționează asupra tronsonului considerat, iar

m_A și m_{tf} sînt momentele în raport cu centrul de răsucire și respectiv cu centrul de forfecare.

Pentru ca ecuațiile (1) să poată reprezenta deformațiile în cazul oscilațiilor libere ale barelor cu masă distribuită, este necesar să se introducă explicit forțele masice, iar deplasările generale ale secțiunii să fie considerate cu funcții de două variabile: x și t unde t este timpul.

In felul acesta se ajunge la un sistem ale cărui soluții sînt de forma:

$$\bar{\eta}(x, t) = \bar{\eta}(x)\, e^{ipt} \tag{2}$$

unde p reprezintă pulsația.

Eliminînd pe e^{ipt} și trecînd de la variabila x la variabila adimensională

$$\theta = \frac{x}{l} \tag{3}$$

se obține sistemul:

$$\begin{aligned}
&\xi'' + \varkappa\,\xi = 0\\
&\bar{\eta}_\theta^{IV} + \varkappa\,[\bar{\eta}_\theta'' - b_z^4\,\bar{\eta}_\theta + z_0\,b_z^4\,\varphi_\theta] = 0\\
&\bar{\zeta}_\theta^{IV} + \varkappa\,[\bar{\zeta}_\theta'' - b_y^4\,\bar{\zeta}_\theta - y_0\,b_y^4\,\varphi_\theta] = 0\\
&\varphi_\theta^{IV} + (\varkappa + \varkappa\,a_f^2 - c_{\hat{\omega}}^2)\,\varphi_\theta'' - \varkappa\,(a_{\hat{\omega}}^4 - \varkappa\,a_f^2)\,\varphi_\theta - \varkappa\,a_f^2\,\frac{z_0+z_f}{h_f^2}\,\bar{\eta}_\theta'' -\\
&- \varkappa\left(\varkappa\,a_f^2\,\frac{z_0+z_f}{h_f^2} - a_{\hat{\omega}}^4\,\frac{z_0}{h^2}\right)\bar{\eta}_0 + \varkappa\,a_f^2\,\frac{y_0+y_f}{h_f^2}\,\bar{\zeta}_\theta'' + \varkappa\left(\varkappa\,a_f^2\,\frac{y_0+y_f}{h_f^2} - a_{\hat{\omega}}^4\,\frac{y_0}{h^2}\right)\bar{\zeta}_0 = 0
\end{aligned} \tag{4}$$

în care notațiile au următoarele semnificații:

$$\begin{aligned}
&\varkappa = \frac{\gamma p^2 l^2}{Eg}\,, \quad b_z^4 = \frac{Al^2}{I_z}\,, \quad b_y^4 = \frac{Al^2}{I_y}\\
&a_f^2 = \frac{EA}{GI_f}\,h_f^2\,, \quad c_{\hat{\omega}}^2 = \frac{GI_t}{EI_{\hat{\omega}}}\,\nu l^2\,, \quad a_{\hat{\omega}}^4 = \frac{A\nu}{I_{\hat{\omega}}}\,h^2 l\\
&h^2 = \frac{I_y + I_z}{A} + z_0^2 + y_0^2\\
&h_f^2 = h^2 + z_0 z_f + y_0 y_f\,.
\end{aligned} \tag{5}$$

In aceste notații l reprezintă lungimea barei, iar y_0, z_0, y_f și z_f sînt coordonatele centrului de rotație și respectiv ale centrului de forfecare.

Pentru calculul pulsațiilor proprii este indicat să se folosească o metodă aproximativă de integrare a sistemului (4).

Utilizînd metoda variațională Bubnov-Galerkin, [3], se obține un sistem algebric a cărui condiție de compatibilitate este:

$$\begin{vmatrix}
C_1 + (C_2 - b_z^4)\,\varkappa & 0 & z_0\,b_z^4\,\varkappa\\
0 & C_1 + (C_2 - b_y^4)\,\varkappa & -y_0\,b_y^4\,\varkappa\\
-\varkappa\,a_f^2\,\frac{z_0+z_f}{h_f^2}\,C_2 - & \varkappa a_f^2\,\frac{y_0+y_f}{h_f^2}\,C_2 + & C_1 + (\varkappa + \varkappa\,a_f^2 - c_{\hat{\omega}}^2)\,C_2 -\\
-\varkappa\left(\varkappa\,a_f^2\,\frac{z_0+z_f}{h_f^2} - a_{\hat{\omega}}^4\,\frac{z_0}{h^2}\right) & +\varkappa\left(\varkappa\,a_f^2\,\frac{y_0+y_f}{h_f^2} - a_{\hat{\omega}}^4\,\frac{y_0}{h^2}\right) & -(a_{\hat{\omega}}^4 - \varkappa\,a_f^2)\,\varkappa
\end{vmatrix} = 0 \tag{6}$$

Determinantul (6) reprezintă ecuația pulsațiilor. Se observă că factorul adimensional $\varkappa$ care conține pulsația este funcție de mărimea coordonatelor centrului de rotație și ale centrului de forfecare. Constantele C_1 și C_2 sînt funcție de modul de rezemare și au fost calculate în lucrarea [3].

După cum rezultă din notațiile (5) coordonatele y_f și z_f intră în ecuația pulsațiilor atît direct cît și prin intermediul factorilor a_f^2 , $\bar{c}_{\hat{\omega}}^2$ și $\bar{a}_{\hat{\omega}}^4$ întrucît mărimile I_f, h_f si ν depind de aceste coordonate.

Studiul ecuației (6) pentru secțiunea de formă oarecare este extrem de complicat. Simplificări importante se obțin pentru secțiunile simetrice. Astfel dacă axa oy este axă de simetrice a secțiunii, ecuația (6) se scrie :

$$\begin{vmatrix} C_1+\varkappa(C_2-b_y^4) & -(C_1+\varkappa C_2) \\ \varkappa a_r^2\frac{y_0^2}{i_0^2}\left(1+\frac{y_f}{y_0}\right)(C_2+\varkappa)- & \left(1-y_f^2\frac{A_y}{I_r}\right)(C_1+\varkappa C_2)+\varkappa a_r^2\times \\ -\varkappa\frac{y_0^2}{i_0^2}\left[\bar{a}_{\hat{\omega}}^4\left(1-y_f^2\frac{A_y}{I_r}\right)-\bar{c}_{\hat{\omega}}^2 a_r^2\right] & \times(C_2+\varkappa)-\left(\varkappa+C_2\frac{\bar{c}_{\hat{\omega}}^2}{\bar{a}_{\hat{\omega}}^4}\right)\times \\ & \times\left[\bar{a}_{\hat{\omega}}^4\left(1-y_f^2\frac{A_y}{I_r}\right)-\bar{c}_{\hat{\omega}}^2 a_r^2\right] \end{vmatrix} = 0 \qquad (7)$$

În acest determinant au fost folosite notațiile :

$$a_r^2=\frac{EA}{GI_r}\,i_0^2\ ,\quad \bar{c}_{\hat{\omega}}^2=\frac{GI_t}{EI_{\hat{\omega}}}\,l^2\ ,\quad \bar{a}_{\hat{\omega}}^4=\frac{Al^2}{EI_{\hat{\omega}}}\,i_0^2 \qquad (8)$$

$$i_0^2=\frac{I_y+I_z}{A}\ .$$

Mărimile A_y și I_r au expresiile :

$$A_y=\int_c (z')^2\,dA$$
$$I_r=\int_c r^2\,dA \qquad (9)$$

în care z', reprezintă sinusul unghiului făcut de tangenta la linia mediană a secțiunii transversale cu axa Oy, iar r este distanța dintre centrul de rotație al secțiunii și această tangentă (fig. 1). Prin dezvoltarea determinantului (7) rezultă o ecuație de gradul trei în x ai cărei coeficienți sînt funcții de raportul $\frac{y_f}{y_0}$.

Pentru a pune în evidență aportul termenilor care conțin raportul $\frac{y_f}{y_0}$ în calculul lui $\varkappa$, a fost rezolvată această ecuație în două variante:

1. considerînd toți termenii inclusiv pe cei care conțin raportul $\frac{y_f}{y_0}$
2. considerînd numai termenii care nu conțin acest raport.

Calculele au fost făcute pentru diferite forme de secțiuni, utilizînd mașina electronică CIFA 3.

Din studiul rezultatelor obținute a reieșit că pentru secțiunile cu un grad mare de asimetrie influența termenilor care conțin raportul $\frac{y_f}{y_0}$ și care provin din considerarea eforturilor unitare produse de forfecarea pură poate fi apreciabilă.

Astfel s-a ajuns la concluzia că influența acestor termeni asupra factorului $\varkappa$ și deci asupra pulsației, este funcție de modul de rezemare și de lungimea barei. Această influență este zero pentru bara simplu rezemată la captet și crește rapid o dată cu mărirea numărului de secțiuni oprite să se deplaneze. Contribuția termeniloir proveniți din considerarea forfecării este practic neglijabilă la barele lungi, dar devine foarte importantă la cele scurte.

Efectul forfecării în calculul pulsației este cu atît mai mare cu cît raportul $\frac{y_f}{y_0}$ este mai aproape de unitate. Deoarece termenii care conțin raportul $\frac{y_f}{y_0}$ au ca factor pe y_0, acest efect este simultan, funcție și de ordonata centrului de rotație al secțiunii. Mărimea lui crește direct proporțional cu y_0 și este afectată în mai mare măsură de valoarea acestei mărimi decît de aceea a raportului $\frac{y_f}{y_0}$.

Calculele au arătat că pentru secțiunile cu un grad mic de asimetrie, considerarea forfecării în obținerea factorului admisional $\varkappa$ poate mări valoarea acestuia cu 10—15% în timp ce pentru secțiunile cu un grad mare de asimetrie creșterea poate fi de 30—40%.

Intrucît x este funcție de pătratul pulsației rezultă că considerarea forfecării în calculul acesteia duce la obținerea unor valori cu 5—18% mai mari.

Catedra de rezistența materialelor I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *О. В. Лужин:* Определение частот собственных колебаний тонкостенных стержней закрытого и открытого профилей, Исследования по теории сооружений, выпуск VIII, Госстройиздат, Москва, 1955

2. *T. Pană:* Studiul vibrațiilor la barele cu pereți subțiri având profilul închis. Lucrare de disertație, Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București 1965.

3. *T. Pană:* Calculul pulsațiilor proprii ale vibrațiilor de încovoiere-răsucire la barele cu pereți subțiri având profilul închis, Studii și cercetări de mecanică aplicată, tom .18, fascicola 2, Editura Academiei R. P. R. București, 1965.

4. *A. Petre:* Asupra deformațiilor barelor cu pereți subțiri cu profil închis, Studii și cercetări de Mecanică aplicată, tom. 15, Fascicola 2, Editura Academiei R. P. R., București 1964.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 2

MAȘINI TERMICE

C.Z.: 621.18

STUDIU TEHNICO-ECONOMIC AL CAZANELOR CU SUPRAPRESIUNE (CU FOCARUL ȘI CANALELE DE GAZE DE ARDERE CU SUPRAPRESIUNE) *

ȘT. GHEORGHIU, P. CONSTANTINESCU

1. Introducere

Prin cazane de abur cu focarul și cazanele de gaze de ardere cu suprapresiune, denumite prescurtat, „cazane cu suprapresiune", se înțeleg acele cazane de abur de construcție normală, la care circulația gazelor de ardere, ca și aceea a aerului de ardere se face sub acțiunea unei suprapresiuni, care se dă aerului de ardere la intrare în cazan, față de presiunea mediului ambiant, cu ajutorul unor ventilatoare de aer de ardere. Pentru viteze uzuale ale gazelor de ardere și ale aerului de ardere și pentru cazane avînd cele mai mari debite de abur, realizate pînă în prezent, această suprapresiune se poate ridica la aproximativ 1 000 mm H_2O. Cazanele de abur, în ale căror focare și canale de gaze de ardere, suprapresiunea are valori mai mari, de ordinul de mărime al cîtorva atmosfere, și în care, această suprapresiune se folosește pentru creiarea unor viteze ale gazelor de ardere și ale aerului de ardere deosebit de mari, ca și pentru producerea de lucru mecanic într-o turbină cu gaze, sînt cunoscute sub denumirea generală de cazane de „construcție specială" (cazane Velox sau cazane pentru instalații mixte de forță: abur — gaze).

Studiul de față se referă numai la prima categorie, aceea a cazanelor cu suprapresiune.

Cazanele de abur, cu suprapresiune, se construiesc în ultimul timp, în țările cu o puternică industrie a construcției de cazane, într-o măsură din ce în ce mai mare, în special în cazul cazanelor cu un număr mai mare de ore de utilizare pe an din centralele termoelectrice mari și în cazul unor combustibili cu un conținut de cenușă practic nul sau foarte mic: gazul natural și păcura.

a). Dacă se compară cazanele cu depresiune, adică acelea, la care circulația gazelor de ardere se face sub acțiunea unei depresiuni, care se creează

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 28—30 mai 1965.

de către ventilatoare de gaze de ardere la evacuarea lor din cazane, cu cazanele cu suprapresiune (dacă contribuția adusă de tirajul natural al coșului, al cărui rol este determinat de condiții sanitare, este aceeași în ambele cazuri), se constată că lucrul mecanic necesar pentru realizarea circulației gazelor de ardere este, pentru o aceeași cădere de presiune în circuitul acestora, proporțională cu volumul real al fluidului asupra căruia se realizează acțiunea mecanică a ventilatoarelor. În cazul cazanelor cu depresiune acest volum este, proporțional cu temperatura absolută a gazelor de ardere la evacuare iar, în cazul cazanelor cu suprapresiune, proporțional cu temperatura absolută a aerului de ardere. În consecință, energia electrică necesară pentru circulația gazelor de ardere va fi proporțională cu temperatura absolută a fluidului considerat, adică mai mică în cazul cazanelor cu suprapresiune.

b). Modul de construcție al pereților focarului și canalelor de gaze de ardere influențează atît intrările de aer fals în circuitul gazelor de ardere, cît și durabilitatea înzidirii focarului și deci gradul de disponibilitate anuală a cazanului. Cele trei moduri caracteristice de construcție, sub care se realizează, azi, pereții cazanelor de abur sînt :

— înzidire ușoară, realizată dintr-un strat cît mai subțire de material refractar, un strat de izolație termică și un strat exterior (îmbrăcăminte de tablă sau tencuială) al cărui rol este de protecție mecanică a izolației și de etanșare ; această etanșare însă este, în general imperfectă, atît la focar, cît și la canalele de gaze de ardere,

— ecranare etanșă (membrană metalică etanșă, formată din ecrane prevăzute cu nervuri longitudinale, sau din ecrane dese, avînd înapoi o manta etanșă, din tablă de oțel, prinsă de ecrane), un strat de izolație termică și o îmbrăcăminte exterioară din tablă de oțel, la focar, urmată de o înzidire ușoară la canalele de gaze de ardere.

— etanșare totală a pereților, realizată printr-o ecranare etanșă a pereților focarului și a pereților canalelor de gaze de ardere, completată cu o etanșare a tuturor deschiderilor din pereți, precum guri de vizitare, de privire, deschideri pentru uși, clape, aparate de măsură și control, suflătoare de funingine.

Dacă se consideră aceste trei moduri caracteristice de construcție, se constată că, în cazul înzidirii ușoare, nu poate fi evitată o deteriorare, în timp, a pereților focarului, produsă de calitatea, modul de construcție și condițiile de lucru ale zidăriei refractare, în raport cu temperatura și acțiunea gazelor de ardere și, totodată, o creștere a intrării de aer fals în focar. În cazul ecranării etanșe, se suprimă în cea mai mare parte deteriorarea zidăriei refractare și intrarea de aer fals în focar, produsă de existența zidăriei refractare. În cazul etanșării totale, se suprimă deteriorarea zidăriei refractare și intrarea de aer fals în total.

Construcția cazanelor cu ecranare etanșă numai a focarului nu evită intrările de aer fals în focar prin deschiderile din pereții focarului, ca și cele din canalele de gaze de ardere. Din această cauză, numai cazanele cu etanșare totală a pereților pot fi construite pentru a funcționa cu suprapresiune, avînd în vedere că numai în acest caz, se asigură o împiedicare a oricărei comunicații între circuitul de gaze de ardere și mediul exterior.

Intrările de aer fals din cazul înzidirii ușoare și a ecranării etanșe numai a focarului au ca urmare o creștere a pierderii de căldură prin evacuarea gazelor de ardere, deci o scădere a randamentului cazanului.

Deteriorarea zidăriei refractare a focarului din cazul înzidirii ușoare are ca urmare scoaterea din funcțiune a cazanului pentru reparații. Dacă aceste reparații nu se pot face în timpul planificat pentru revizia anuală a cazanului, este necesar ca lipsa cazanului oprit să fie eliminată, din punctul de vedere al energiei electrice produse de centrala în care se află instalat cazanul, prin instalarea unei puteri electrice suplimentare, în celelalte centrale termoelectrice ale sistemului electro-energetic. De asemenea costul acestor reparații mărește cheltuielile anuale de exploatare.

c) Dacă se compară cazanele cu depresiune, avînd pereții construiți ca înzidire ușoară, cu cazanele cu suprapresiune, se constată că construcția pereților este mai ieftină iar instalația de ventilatoare mai scumpă la cazanele cu depresiune. De asemenea costul reparațiilor ventilatoarelor este mai mare la cazanele cu depresiune, în cazul combustibililor care conțin cenușă, din cauza eroziunii produse de aceasta.

d) În cazul cazanelor cu suprapresiune, durata totală a construcției cazanului pînă la punerea în funcțiune, se reduce prin reducerea lucrărilor de asamblare la fața locului, datorită lipsei înzidirii cu material refractar iar calitatea execuției se îmbunătățește, prin sporirea lucrărilor, care se execută în uzina constructoare.

e) În studiul de față, se face o comparație economică între cazanele cu depresiune, avînd pereții de tipul înzidire ușoară și cazanele cu suprapresiune. O comparație și cu cazanele cu depresiune avînd pereții numai ai focarului de tipul ecranare etanșă, nu se face, întrucît astfel de cazane se construiesc mai rar. Elementele comparației, care se face între cele două feluri de cazane, permite să se tragă concluzii și asupra cazanelor cu depresiune, cu ecranare etanșă numai a focarului.

2. Ipoteze simplificatoare. Calculul puterii absorbite de ventiltoare. Calculul randamentului cazanelor.

a. Se face ipoteza că, pentru cele două cazuri considerate, căderile de presiune în circuitul gazelor de ardere și respectiv al aerului de ardere sînt egale, ceea ce este exact numai dacă presiunea dinamică $w^2\gamma/2g$ cu care căderile de presiune sînt proporționale, rămîne neschimbată pentru cele două cazuri. Influența presiunii fluidului, asupra greutății specifice ale fluidelor este practic neglijabilă, pentru variații ale presiunii de ordinul 1 000 mm H_2O, față de presiunea atmosferică, cum se prezintă această variație în cazul suprapresiunii. Dacă secțiunile de trecere ale gazelor de ardere și ale aerului de ardere prin schimbătoarele de căldură convective ar rămîne neschimbate, vitezele acestor fluide ar fi mai mici în cazul suprapresiunii, din cauză că volumul gazelor de ardere, în acest caz în care intrarea de aer fals lipsește, este mai mic. Pentru ca vitezele fluidelor să rămînă neschimbate, în ipoteza că suprafețele de încălzire nu se schimbă, este necesar ca, în cazul suprapresiunii, să se micșoreze secțiunile de trecere ale fluidelor ; aceasta conduce, în

cazul curgerii fluidului prin exteriorul țevilor, la o micșorare a dimensiunilor canalului fluidului, iar în cazul curgerii fluidului prin interiorul țevilor, la o micșorare a raportului dintre diametrul țevilor și lungimea acestora. Întrucît micșorarea secțiunilor de trecere ale fluidelor, din cauza arătată, este relativ redusă, ea poate fi neglijată, întrucît efectul rezultant al acestei micșorări asupra costului cazanului cu suprapresiune este neînsemnat.

— Se face ipoteza că temperatura de evacuare a gazelor de ardere este aceeași în cele două cazuri considerate. Dacă se ține seama că temperatura teoretică de ardere este aceeași în ambele cazuri și că în, cazul suprapresiunii, temperatura gazelor de ardere la ieșire din focar este mai mare, din cauza volumului de gaze de ardere mai mic, datorit lipsei intrărilor de aer fals, rezultă că, pentru aceeași cantitate de căldură transmisă orar prin radiație în focar, suprafața de încălzire prin radiație trebuie să fie, în cazul suprapresiunii, puțin mai mică. În ce privește suprafețele de încălzire prin convecție, în cazul suprapresiunii, creșterea diferenței de temperatură între fluidul cald și cel rece, datorită creșterii temperaturii gazelor de ardere, al căror volum este mai mic, este de natură a produce o ușoară micșorare a suprafeții de încălzire, în timp ce influența produsă de condiția menținerii aceleași viteze a gazelor de ardere asupra costului cazanului este neglijabilă, după cum s-a arătat mai sus. Rezultă că, prin considerarea unei temperaturi neschimbate de evacuare a gazelor de ardere, în cele două cazuri, se face o eroare neînsemnată asupra costului cazanului cu depresiune, în dezavantajul acestuia.

b. — Se notează cu :

L_0 și V_0, cantitatea minimă de aer de ardere, respectiv de gaze de ardere, Nm^3/kgf (Nm^3)

n_F și n_{ev}, coeficienții de exces de aer în focar, respectiv la evacuarea gazelor de ardere, în cazul cazanelor cu depresiune.

n_{Fs}, coeficientul de exces de aer în focar, în cazul cazanelor cu suprapresiune.

t_{ev}, temperatura gazelor de ardere, la evacuare, °C

t_a, temperatura aerului de ardere °C

η_v randamentul ventilatoarelor

$\Delta p_L, \Delta p_v$, căderea de presiune în circuitul de aer de ardere, respectiv de gaze de ardere, în mm H_2O,

B_{ef}, B_{efs}, debitul efectiv de combustibil, în cazul cazanelor cu depresiune, respectiv cu suprapresiune

Puterea electrică însumată, absorbită de ventilatoarele de aer și de gaze de ardere ale cazanelor cu depresiune, este

$$P = \frac{\left[\Delta p_L n_F L_0 \frac{t_a + 273}{273} + \Delta p_v [V_0 + (n_{ev} - 1) L_0] \frac{t_{ev} + 273}{273}\right] B_{ef}}{3600 \cdot 102 \cdot \eta_v} \text{ [kw]} \quad (1)$$

iar puterea electrică absorbită de ventilatoarele de aer de ardere, în cazul cazanelor cu suprapresiune este :

$$P_s = \frac{\left[(\Delta p_L + \Delta p_v)\, n_{Fs}\, L_0 \frac{t_u + 273}{273}\right] B_{efs}}{3600 \cdot 102 \cdot \eta_v}, \text{ [kw]} \tag{2}$$

unde B_{ef} şi B_{efs} au expresiile :

$$B_{ef} = \frac{\left(1 - \frac{q_s}{100}\right) Q}{\eta H_i}, \text{ [kgf (Nm}^3\text{)/h]} \tag{3}$$

$$B_{efs} = \frac{\left(1 - \frac{q_s}{100}\right) Q}{\eta_s H_i}, \text{ [kgf (Nm}^3\text{)/h]} \tag{4}$$

În aceste formule s-a notat cu :

q_s , pierderile de căldură prin particule de combustibil solid nears, %

Q , cantitatea de căldură utilă produsă, kcal/h

H_i , puterea calorică inferioară a combustibilului, kcal/kgf (Nm^3)

η, η_s, randamentul cazanelor, în cazul cazanelor cu depresiune, respectiv cu suprapresiune.

c. — Se notează, în continuare, cu :

I_{vev} , I_{vevs} , entalpia gazelor de ardere la evacuare, în cazul depresiunii, respectiv al suprapresiunii, kcal/kgf (Nm^3).

I_{Lou} , entalpia cantităţii minime de aer de ardere, la temperatura aerului exterior, kcal/kgf (Nm^3)

I_{Loev} , L_{voev} , entalpia cantităţii minime de aer de ardere, respectiv de gaze de ardere, ambele la temperatura de evacuare a gazelor de ardere, kcal/kgf (Nm^3)

Pierderea de căldură prin evacuare a gazelor de ardere în cazul cazanelor cu depresiune, este :

$$q_{ev} = \frac{1 - \frac{q_s}{100}}{H_i} [I_{vev} - n_{ev} I_{Lou}], \text{ [\%]} \tag{5}$$

iar în cazul cazanelor cu suprapresiune :

$$q_{evs} = \frac{1 - \frac{q_s}{100}}{H_i} (I_{vevs} - n_{Fs} I_{Lou}), \text{ [\%]} \tag{6}$$

Dacă se ține seama că :

$$I_{vev} = I_{voev} + (n_{ev} - 1)\, I_{Loev}\ ,\ [\text{kcal/kgf (Nm}^3)]$$

$$I_{vevs} = I_{voev} + (n_{Fn} - 1)\, I_{Loev}\ ,\ [\text{kcal/kgf (Nm}^3)]$$

ecuațiile (5) și (6) devin :

$$q_{ev} = \frac{1 - \frac{q_s}{100}}{H_i} [I_{voev} + n_{ev}(I_{Loev} - I_{Lou}) - I_{Loev}]\ ,\ [\%] \qquad (7)$$

$$q_{evs} = \frac{1 - \frac{q_s}{100}}{H_i} [I_{voev} + n_{Fs}(I_{Loev} - I_{Lou}) - I_{Loev}]\ ,\ [\%] \qquad (8)$$

Dintre toate pierderile de căldură, acestea sînt singurele care diferă între ele, în cazul cazanelor cu depresiune și cu suprapresiune. Din ecuațiile (7) și (8) rezultă :

$$q_{ev} - q_{evs} = \frac{1 - \frac{q_s}{100}}{H_i} (n_{ev} - n_{Fs})\, L_0\, c_{pLt_u}^{t_{ev}} (t_{ev} - t_u) \qquad (9)$$

În consecință, randamentele cazanelor cu depresiune și cu suprapresiune diferă între ele numai cu diferența $q_{ev} - q_{evs}$ adică :

$$\eta_s - \eta = q_{ev} - q_{evs}\ ,\ (\%) \qquad (9')$$

3. Calculul tehnico-economic comparativ între cazanele cu depresiune și cazanele cu suprapresiune

Pentru acest calcul, este necesar a se determina cheltuiala de investiții și cheltuiala anuală pentru cele două cazuri considerate. În cazul cazanelor cu depresiune, pentru justețea comparației se va adăuga pe lîngă cheltuiala de investiție a cazanului propriu-zis și o parte a costului de investiție a unei puteri electrice egale cu puterea electrică corespunzătoare cazanului considerat, în cazul scoaterii din funcțiune a acestuia, din cauza deteriorării înzidirii ; această parte se consideră proporțională cu raportul dintre durata scoaterii din funcțiune a cazanului și numărul de ore dintr-un an (8760) iar sporirea, în acest fel, a cheltuielii de investiție se face numai dacă scoaterea din funcțiune are loc în afara intervalului de timp planificat pentru revizia cazanului.

Se notează cu :

A_c , cheltuiala de investiție a cazanului, considerat fără înzidire și fără instalația de ventilatoare, în cazul cazanelor cu depresiune, lei

a_p , fracțiunea din A_0 , reprezentînd costul înzidirii,

a_v , fracțiune din A_c , reprezentînd costul instalației de ventilatoare

Δt, durata scoaterii din funcțiune a cazanului cu depresiune, din cauza deteriorării înzidirii care are loc în afara intervalului de timp planificat pentru revizia cazanului, h/an

m, multiplul cheltuielii de investiții A_c, reprezentînd costul de investiție într-o centrală termoelectrică, a unei puteri electrice egală cu puterea corespunzătoare cazanului considerat,

k_{ps}, multiplul mărimii a_p, reprezentînd costul construcției pereților în cazul cazanelor cu suprapresiune

Cheltuiala de investiție a cazanului cu depresiune este :

$$I = A_c + (a_p + a_v)\, A_c + \frac{\Delta t}{8760}\, m\, A_c\,, \text{ [lei]} \tag{10}$$

iar în cazul cazanului cu suprapresiune este :

$$I_s = A_c + \left(k_{ps}\, a_p + \frac{P_s}{P}\, a_v\right) A_c\,, \text{ lei} \tag{11}$$

Se notează, în continuare, cu :

t, durata de utilizare a debitului nominal al cazanului, h/an

c_b, prețul combustibilului folosit, lei/kcal

c_{e1}, prețul energiei electrice consumate de ventilatoare, lei/kwh

r_p, cotă din a_p, reprezentînd cheltuielile de reparație a înzidirii, în cazul cacazanelor cu depresiune, 1/an

r_v, cotă din a_v, reprezentînd cheltuielile de reparație a instalației venilatoarelor, în cazul cazanelor cu depresiune, 1/an

r_{vs}, cotă din a_v, reprezentînd cheltuielile de reparație a instalației ventilatoarelor, în cazul cazanelor cu suprapresiune, 1/an

a, cota de amortizare 1/an

Cheltuiala anuală de exploatare a cazanului cu depresiune este :

$$C = \frac{Q}{\eta}\, t\, c_b + P\, t\, c_{e1} + r_p\, a_p\, A_c + r_v\, a_v\, A_c + a\, I\,, \text{ [lei/an]} \tag{12}$$

iar în cazul cazanului cu suprapresiune este :

$$C_s = \frac{Q}{\eta_s}\, t\, c_b + P_s\, t\, c_{e1} + r_{vs}\, a_v\, A_c + a\, I_s\,, \text{ [lei/an]}. \tag{13}$$

Eficiența economică a cazanelor cu suprapresiune este cu atît mai mare în comparație cu a cazanelor cu depresiune, dacă, în ipoteza că $I_s > I$, termenul de recuperare, τ, al surplusului de investiții, $I_s - I$, din economia de cheltuială anuală, $C - C_s$, este cît mai scurt, și mai scurt decît termenul de recuperare normat.

Din ecuațiile (10) și (11) se deduce:

$$\frac{I_s - I}{Q} = \left[(k_{ps} - 1)\, a_p - \left(1 - \frac{P_s}{P}\right) a_v - \frac{m\Delta t}{8760}\right] \frac{A_c}{Q}, \text{ [lei h/kcal]}. \quad (14)$$

Din ecuațiile (12) și (13) se deduce, dacă se înlocuiesc I și I_s cu valorile date de ecuațiile (10) și (11):

$$\frac{C - C_s}{Q} = \left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\eta_s}\right) t\, c_b + \frac{P - P_s}{Q}\, t\, c_{e1} + [r_p\, a_p + (r_v - r_{vs})\, a_v] \frac{A_c}{Q} +$$

$$+ a \left[(1 - k_{ps})\, a_p + \left(1 - \frac{P_s}{P}\right) a_v + \frac{m\Delta t}{8760}\right] \frac{A_c}{Q}, \text{ h lei/kcal an} \quad (15)$$

Se face aproximația, în ecuațiile (1) și (2):

$$\Delta p_L = \Delta p_v = \frac{1}{2}(\Delta p_L + \Delta p_v) = \frac{1}{2}\Delta p, \quad (16)$$

în care s-a notat prin Δp căderea însumată de presiune în circuitul de aer de ardere și de gaze de ardere al cazanului. Cu această aproximație, raportul P_s/P din ecuația (11) devine:

$$\frac{P_s}{P} = \frac{2\, n_{Fs}\, L_0\, \dfrac{t_u + 273}{273}}{n_F\, L_0\, \dfrac{t_u + 273}{273} + [V_0 + (n_{ev} - 1)\, L_0]\, \dfrac{t_{ev} + 273}{273}} \cdot \frac{\eta}{\eta_s} \quad (17)$$

iar diferența $(P - P_s)/Q$ din ecuația (15) devine

$$\frac{P - P_s}{Q} = \frac{1 - \dfrac{q_s}{100}}{3600 \cdot 102 \cdot 273 \cdot \eta_v H_i}$$

$$\left[\frac{[V_0 + (n_{ev} - 1)\, L_0]\, (t_{ev} + 273)}{2} - \left(\frac{n_{Fs}}{\eta_s} - \frac{n_F}{2\,\eta}\right) L_0\, (t_u + 273)\right] \Delta p. \quad (18)$$

Eroarea introdusă prin această aproximație este neglijabilă asupra raportului P_s/P. În privința diferenței $(P - P_s)/Q$, aproximația făcută introduce erori, care pot duce la modificarea valorii termenului reprezentînd economia de energie electrică consumată de ventilatoare, care pot fi cu pînă la 15% mai mari și cu pînă la 50% mai mici decît valorile exacte, care s-ar obține, dacă s-ar calcula, de la caz la caz, în mod concret, cu valorile exacte Δp_L și Δp_v, care depind de modul de construcție și de dimensionarea concretă a schimbătoarelor de căldură convective.

Termenul de recuperare, τ, al surplusului de investiții $I_s - I$ din economia de cheltuială anuală, $C - C_s$, se deduce din ecuațiile (14) și (15):

$$\tau = \frac{\frac{I_s - I}{Q}}{\frac{C - C_s}{Q}}, \quad [\text{ani}] \tag{19}$$

Sensul algebric al surplusului de investiții, de la numărătorul fracției de mai sus, depinde de valorile numerice ale mărimilor a_p, a_v, k_{ps}, m și în special a duratei $\triangle t$. Se poate determina mărimea acestei durate, pentru care surplusul de investiții devine nul. Această durată, pe care o vom numi critică, este egală cu

$$\Delta t_{cr} = \frac{8760}{m}(k_{ps} - 1)\, a_p - \left(1 - \frac{P_s}{P}\right) a_v, \quad [\text{h/an}]. \tag{20}$$

În acest caz, cazanele cu suprapresiune nu mai prezintă un dezavantaj economic, din punctul de vedere al unei cheltuieli suplimentare de investiție, ci numai avantajul unei economii de cheltuială anuală, egală cu suma primilor trei termeni ai numitorului fracției (19), adică

$$\left(\frac{C - C_s}{Q}\right)_{\Delta t_{cr}} \tag{21}$$

În cel mai defavorabil caz pentru cazanele cu suprapresiune, se poate admite $\triangle t = 0$. În acest caz, cheltuiala suplimentară de investiții devine:

$$\left(\frac{I_s - I}{Q}\right)_{\Delta t = 0} = \left[(k_{ps} - 1)\, a_p - \left(1 - \frac{P_s}{P}\right) a_v\right] \frac{A_c}{Q}, \quad [\text{lei h/kcal}] \tag{22}$$

iar economia de cheltuială anuală:

$$\left(\frac{C - C_s}{Q}\right)_{\Delta t = 0} = \left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\eta_s}\right) t\, c_{e1} + [r_p\, a_p + (r_v - r_{vs})\, a_v] \frac{A_c}{Q} +$$

$$+ a\left[(1 - k_{ps})\, a_p + \left(1 - \frac{P_s}{P}\right) a_v\right] \frac{A_c}{Q}, \quad [\text{h lei/kcal an}]. \tag{23}$$

Împărțind ecuațiile (22) și (23) se obține valoarea termenului de recuperare al surplusului de investiții din economia de cheltuieli anuale, pentru acest caz:

$$\tau_{\Delta t = 0}. \tag{24}$$

În calculul comparativ economic de mai sus, nu s-a ținut seama de scurtarea termenului de construcție al cazanului și îmbunătățirea execuției acestuia, în favoarea cazanelor cu suprapresiune, ca fiind mai greu de introdus în calcul.

4. *Exemple. Concluzii*

În tabela 1, s-a făcut calculul economic comparativ al cazanelor cu suprapresiune în comparaţie cu cele cu depresiune, pentru cazul următorilor doi combustibili :

lignit cu putere calorică inferioară 1900 kcal/kgf

gaz natural putere calorică inferioară 8500 kcal/Nm^3

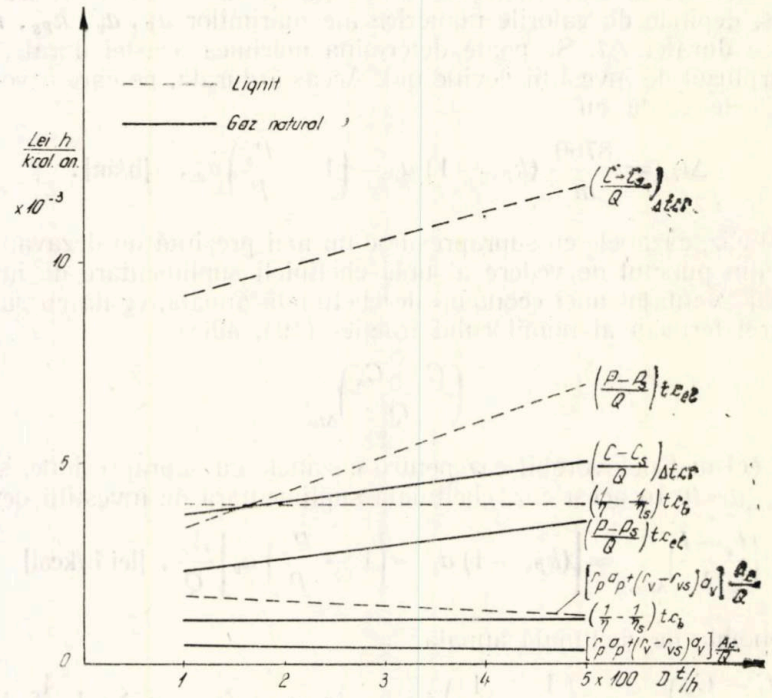


Fig. 1

şi pentru două valori limită ale debitelor cazanelor de abur : 100 t/ şi 500 t/h, parametrii aburului produs şi temperatura apei de alimentare fiind admişi corespunzători acestor debite. În tabel s-au trecut valori numerice funcţionale, constructive şi economice uzuale, rezultate din date realizate la instalaţii asemănătoare.

În fig. 1, s-au trecut valorile economiei de cheltuială anuală, pentru cazul $\Delta t = \Delta t_{cr}$. În această figură, se vede importanţa relativă a fiecăreia din cheltuielile care compun cheltuiala anuală totală, adică a consumului de combustibil, a consumului de energie electrică şi a cheltuielii de reparaţie.

Tabela 1

Nr.			D t/h	Lignit	Gaz nat.
1	t_u	°C		25	25
2	H_i	kcal/kgf (Nm³)		1900	8500
3	q_3	%		1,5	0
4	n_{cv}	—		1,40	1,25
5	n_{Fs}	—		1,25	1,10
6	L_0 · calculat cu formulele de ardere	Nm³/kgf (Nm³)		2,322	9,415
7	c_{pL} $\begin{vmatrix} t_{cv} \\ t_u \end{vmatrix}$	kcal/Nm³grd		0,312	0,312
8	t_{cv}	°C		150	120
9	η_i	%		0,865	0,924
10	η_s, calculat cu formulele (7), (8), (9)	%		0,872	0,929
11	V_0, calculat cu formulele de ardere	Nm³/kgf (Nm³)		2,988	10,413
12	η_v	%		0,78	0,78
13	a_p	—		0,055	0,055
14	a_v	—		0,040	0,025
15	k_{ps}	—		2,5	1,5
16	P_s/P, calculat cu formula (17)	—		0,670	0,746
17	$(P - P_s)/Q\,\Delta p$, calculat cu formula (18)	kWh/kcal mm H_2O		$3{,}26 \cdot 10^{-9}$	$1{,}71 \cdot 10^{-9}$
18	m	—		6	6
19	t	h/an		7500	7500
20	c_b	lei/kcal		$57{,}2 \cdot 10^{-6}$	$24{,}8 \cdot 10^{-6}$

Tabela 1 (continuare)

Nr.			D t/h	Lignit	Gaz nat.
21	c_{el}	lei/kWh		0,28	0,28
22	r_p	1/an		0,10	0,04
23	r_v	1/an		0,03	0,01
24	r_{vs}	1/an		0,01	0,01
25	a	lei/an		0,056	0,056
26	$\frac{A_e}{Q}$	lei h/kcal	100 500	0,28 0,18	0,20 0,15
27	$\left(\frac{1}{\eta}-\frac{1}{\eta_s}\right) t\, c_b$	h lei/kcal an		$3{,}98\cdot10^{-3}$	$1{,}08\cdot10^{-3}$
28	$\frac{P-P_s}{Q}\, t\, c_{el}$	h lei/kcal an	100 500	$3{,}42\cdot10^{-3}$ $6{,}84\cdot10^{-3}$	$2{,}34\cdot10^{-3}$ $3{,}60\cdot10^{-3}$
29	$[r_p a_p + (r_v - r_{vs})\, a_v]\, \frac{A_c}{Q}$	h lei/kcal an	100 500	$1{,}76\cdot10^{-3}$ $1{,}13\cdot10^{-3}$	$0{,}44\cdot10^{-3}$ $0{,}33\cdot10^{-3}$
30	Δt_{er}, dedus din $I_s - I$ (formula 14) $= 0$	h/an		101	29
31	$\left(\frac{C-C_s}{Q}\right)_{\Delta t_{er}}$	h lei/kcal an	100 500	$9{,}16\cdot10^{-3}$ $11{,}95\cdot10^{-3}$	$3{,}86\cdot10^{-3}$ $5{,}01\cdot10^{-3}$
32	$\left(\frac{I_s-I}{Q}\right)_{\Delta t=0}$	lei h/kcal	100 500	$19{,}4\cdot10^{-3}$ $12{,}5\cdot10^{-3}$	$4{,}23\cdot10^{-3}$ $3{,}17\cdot10^{-3}$
33	$a\left(\frac{I_s-I}{Q}\right)_{\Delta t=0}$	h lei/kcal an	100 500	$1{,}09\cdot10^{-3}$ $0{,}70\cdot10^{-3}$	$0{,}24\cdot10^{-3}$ $0{,}18\cdot10^{-3}$
34	$\left(\frac{C-C_s}{Q}\right)_{\Delta t=0}$	h lei/kcal an	100 500	$8{,}07\cdot10^{-3}$ $11{,}25\cdot10^{-3}$	$3{,}62\cdot10^{-3}$ $4{,}83\cdot10^{-3}$
35	$\tau_{\Delta t=0} = \left(\frac{I_s-I}{C-C_s}\right)_{\Delta t=0}$	ani	100 500	2,40 1,11	1,17 0,66

In fig. 2 s-au trecut valorile economiei de cheltuială anuală pentru cazul $\Delta t=0$, ca şi ale termenului de recuperare , pentru acest caz.

Valoarea mică a acestui termen de recuperare şi a duratei critice Δt_{cr} , precum şi valoarea mare a economiei de cheltuială anuală, atît pen-

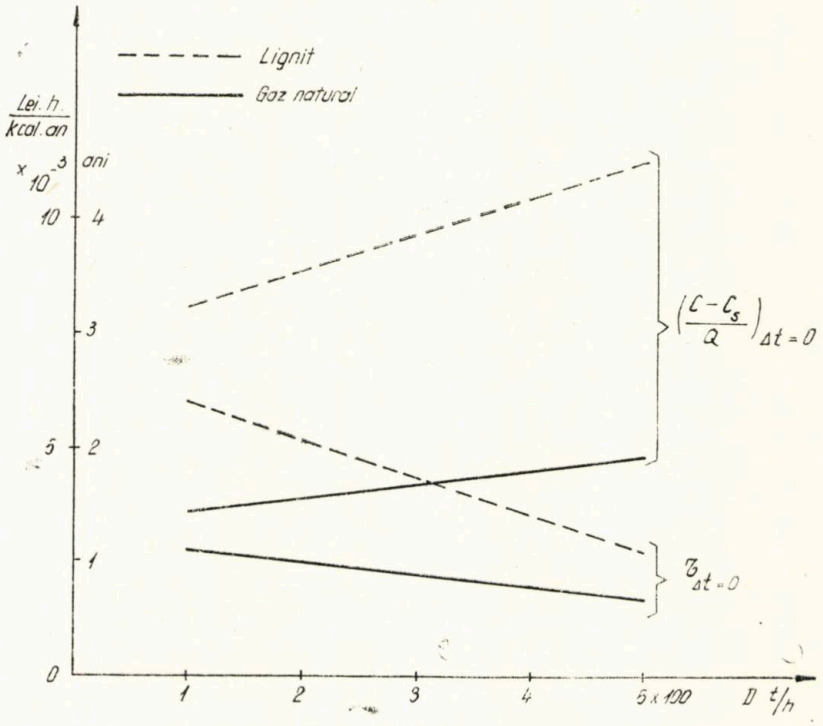


Fig. 2

tru cazul Δt_{cr} cît şi pentru cazul $\Delta t=0$ justifică în mod suficient avantajele cazanelor cu suprapresiune.

Rezultatele acestui studiu pot fi folosite, în mod general, la proiectarea şi construcţia viitoarelor cazane de abur şi, în particular, la proiectarea şi construcţia cazanelor de abur în momentul de faţă, în ţara noastră.

Catedra de cazane cu abur şi gaze
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 2

AVIAȚIE

C. Z. : 629.13

LA DÉTERMINATION DES CARACTÉRISTIQUES AÉRODYNAMIQUES DE L'AILE CRUCIFORME EN RÉGIME SUPERSONIQUE *

ȘTEFAN STAICU

1. Considérations préliminaires

Dans ce travail nous nous proposons de déterminer les caractéristiques aérodynamiques d'une aile cruciforme mince à distribution antisymétrique d'incidences, le plan horizontal ayant les bords d'attaque supersoniques pendant que le plan vertical a ces bords soussoniques.

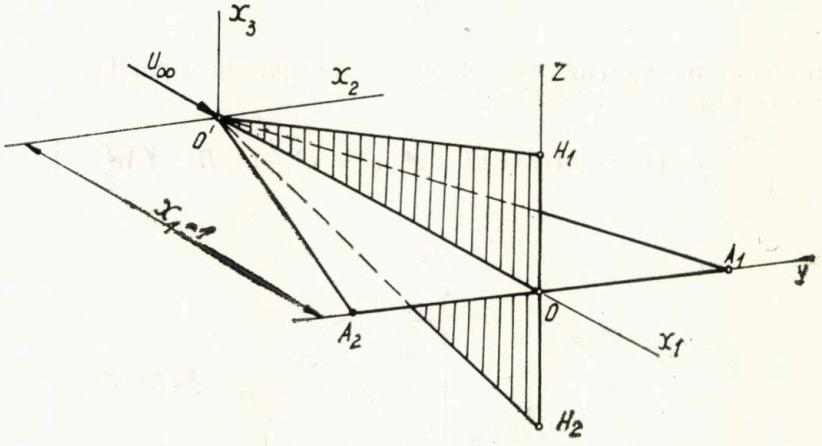


Fig. 1

Dans ce but on considère l'aile cruciforme raportée à un système d'axes trirectangulaires $Ox_1x_2x_3$ (fig. 1) ayant l'origine au sommet de l'aile, l'axe Ox_1 étant dirigée dans la direction du courant imperturbé U_∞.

Avant de présenter les calculs effectifs, nous indiquerons les variables courantes et les plans utilisées dans le travail. D'après la figure 2, on con-

*) Communiquée à la session scientifique des cadres didactiques de l'Institut polytehnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" de Bucarest, 28—30 mai 1965.

sidère le plan physique, pérpendiculaire ($x_1=1$) sur la direction du courant, défini par les coordonnées, [1] :

$$y=\frac{x_2}{x_1}, \quad z=\frac{x_3}{x_1}; \tag{1}$$

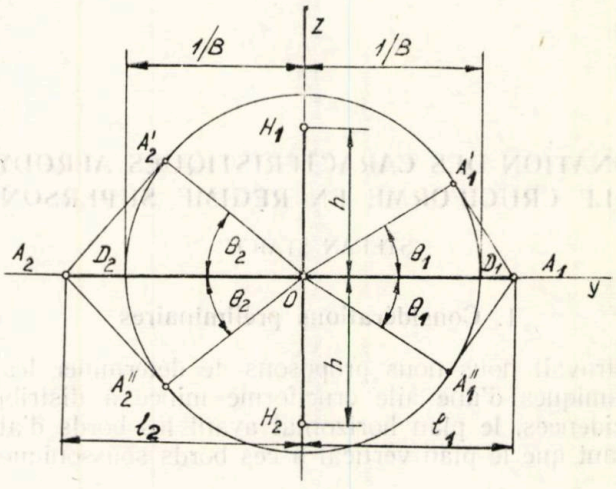


Fig. 2

le plan auxiliaire $O\eta\xi$ (fig. 3), obtenu, du plan physique par la transformation géometrique BUSEMANN :

$$Br=\frac{2\varrho}{1+\varrho^2}, \quad \Theta=\theta, \quad (r^2=y^2+z^2, \varrho^2=\eta^2+\zeta^2, B=\sqrt{M_\infty^2-1}), \tag{2}$$

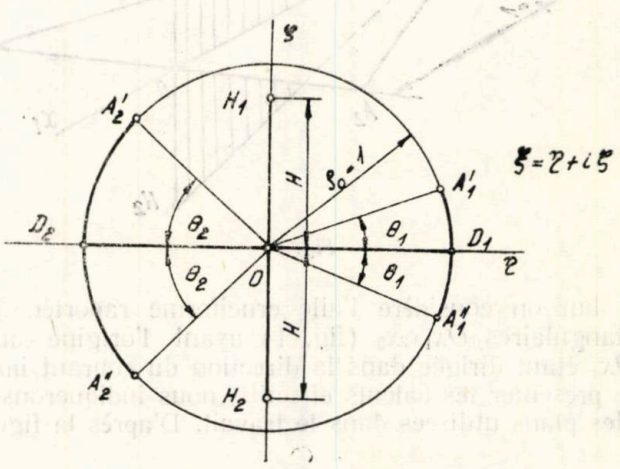


Fig. 3

et le plan auxiliaire (fig. 4) :

$$x = y + i\mathfrak{z} \tag{3}$$

déduit du plan BUSEMANN par la transformation conforme :

$$Bx = \frac{2\xi}{1+\xi^2}, \quad (\xi = \eta + i\zeta = \varrho e^{i\theta}), \tag{4}$$

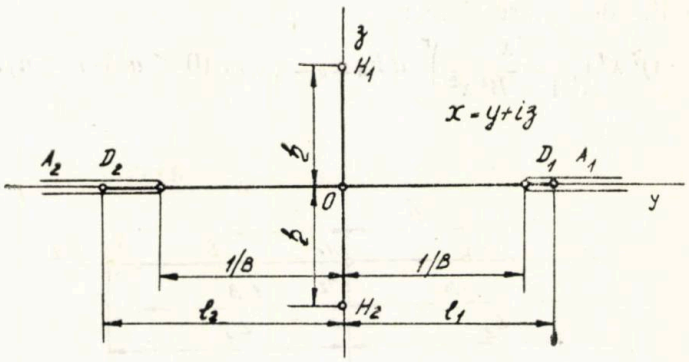


Fig. 4

qui reproduit les traces de l'aile et du cône MACH dans leur vrais dimensions, par les coupures $(-l_2, l_1)$, respectivement $(-\infty, -1/B)$ et $(1/B, \infty)$, fig. 4.

Nous déterminerons la vitesse axiale de perturbation u dans le plan x, défini par (4), qui se trouve dans la formule du coefficient de pression, [1] :

$$C_p = -2\frac{u}{U_\infty}, \tag{5}$$

que nous utiliserons pour la détermination des caractéristiques aérodynamiques.

Pour déterminer la vitesse axiale nous nous rapporterons à deux travails [2] et [3], dans lesquels on donne la solution du problème dans le cas général.

L'expression de la vitesse axiale de perturbation, dans le cas du mouvement homogène d'ordre n, est :

$$\frac{(n-1)!\, u_a^{(n)}}{x_1^{n-1}} = Re \sum_{q=0}^{n-1} (-1)^q C_{n-1}^q x^q \int_{\text{cercle MACH}}^{\text{aile}} \frac{dF_{n00}}{x^q}, \tag{6}$$

pour les points sur l'aile, et :

$$\frac{(n-1)\,u_p^{(n)}}{x_1^{n-1}} = Re \sum_{q=0}^{n-1} (-1)^q\, C_{n-1}^q \left(\frac{x}{\sqrt{1-B^2x^2}}\right)^q \int_{\text{cercle MACH}}^{\text{plaque}} \left(\frac{\sqrt{1-B^2x^2}}{x}\right)^q dF_{n00}\,, \tag{7}$$

pour les points sur la plaque, où F_{n00} est une fonction complexe homogène d'ordre zero. Les fonctions analytiques $F_{n-q-r,\,q,\,r} = \Phi_{n-q-r,\,q,\,r} + i\Phi'_{n-q-r,\,q,\,r}$ sont liés par les rélations de compatibilité, [1], qui imposent l'identité des expressions :

$$(-1)^q\, x^q \left(\frac{ix}{\sqrt{1-B^2x^2}}\right)^r dF_{n-q-r,\,q,\,r}\,,\ (0 \leqslant q+r \leqslant n). \tag{8}$$

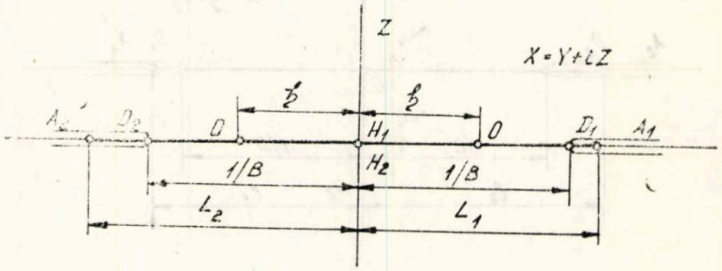


Fig. 5

En appliquant dans le plan χ, (fig. 6) la méthode indiquée dans [2], on détermine l'expression de la fonction complexe F_{n00}, dans le cas du système cruciforme formé par l'aile mince à bords d'attaque supersoniques et la plaque mince à bords d'attaque soussoniques.

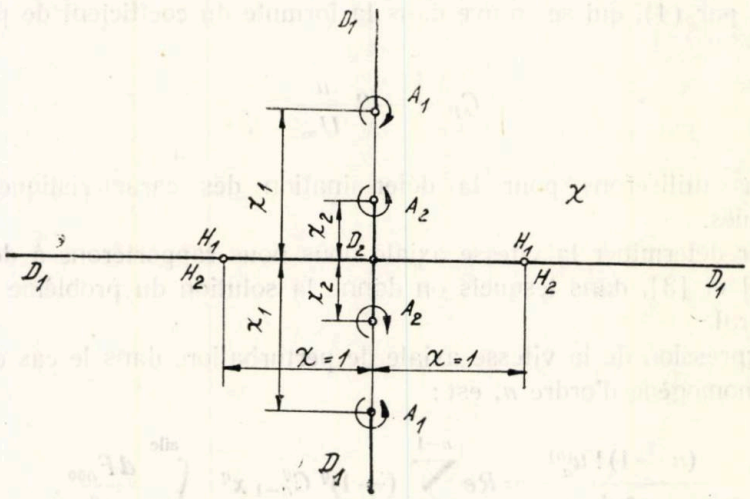


Fig. 6

Ainsi nous obtiendrons :

$$F_{n00} = K_{n0}^{(1)} \cos^{-1} \sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}L_1)\,(1-\mathfrak{B}X)}{2\mathfrak{B}\,(L_1-X)}} + \tag{9}$$

$$+ K_{n0}^{(2)} \cos^{-1} \sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}L_2)\,(1+\mathfrak{B}X)}{2\mathfrak{B}\,(L_2+X)}} +$$

$$+ i\,\frac{A_0 + A_1 X + \ldots\ldots + A_{4(n-1)} X^{4(n-1)}}{X^{2n-1}\,(L_1-X)^{n-1}\,(L_2+X)^{n-1}} \sqrt{X^2 - 1/\beta^2},$$

dans le plan X (fig. 5), défini par la transformation conforme :

$$X^2 = x^2 + \mathfrak{y}^2, \tag{10}$$

qui, par une autre transformation conforme :

$$\chi^2 = \frac{1+\mathfrak{B}X}{1-\mathfrak{B}X} \tag{11}$$

devient celui qui est représenté dans la figure 6.

2. L'écoulement homogène d'ordre 1 ($n = 1$).

a) La détermination de la vitesse axiale de perturbation u, sur l'aile cruciforme. Dans ce cas l'expression (9) devient :

$$F_{100} = K_{10}^{(1)} \cos^{-1} \sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}L_1)\,(1-\mathfrak{B}X)}{2\mathfrak{B}\,(L_1-X)}} + K_{10}^{(2)} \cos^{-1} \sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}L_2)\,(1+\mathfrak{B}X)}{2\mathfrak{B}\,(L_2+X)}} +$$

$$+ i\,\frac{A_0}{\mathfrak{B}X} \sqrt{\mathfrak{B}^2 X^2 - 1}. \tag{12}$$

En considérant une distribution antisymétrique d'incidences (antisymétrie forcée, $l_1 = l_2 = l$), $\alpha = -\dfrac{w}{U_\infty}$ sur l'extrados de l'aile de la part droite de la plaque et $\beta = -\dfrac{v}{U_\infty}$ sur l'extrados de la plaque, au dessus de l'aile (fig. 1), la fonction F_{100} *prend la forme :*

$$F_{100} = K_{10} \left[\cos^{-1} \sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}L)\,(1-\mathfrak{B}X)}{2\mathfrak{B}\,(L-X)}} - \cos^{-1} \sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}L)\,(1+\mathfrak{B}X)}{2\mathfrak{B}\,(L+X)}}\right] +$$

$$+ i\,\frac{A_0}{X} \sqrt{\frac{\mathfrak{B}^2 X^2 - 1}{\mathfrak{B}^2}}. \tag{13}$$

Si nous appliquons la relation trigonométrique :

$$\cos^{-1}\alpha - \cos^{-1}\beta = \cos^{-1}\left[\alpha\beta + \sqrt{(1-\alpha^2)(1-\beta^2)}\right], \ (\alpha > \beta), \tag{14}$$

on obtient pour F_{100}, une expression plus simple :

$$F_{100} = K_{10}\cos^{-1} BL\sqrt{\frac{1-\mathfrak{B}^2X^2}{\mathfrak{B}^2(L^2-X^2)}} + \frac{A_0}{X}\sqrt{\frac{1-\mathfrak{B}^2X^2}{\mathfrak{B}^2}}, \tag{15}$$

En revenant dans le plan x (fig. 4), par la transformation (10), on obtient la relation :

$$F_{100} = K_{10}\cos^{-1}\sqrt{\frac{(l^2+\mathfrak{h}^2)(1-B^2x^2)}{(1+B^2\mathfrak{h}^2)(l^2-x^2)}} + A_{10}\sqrt{\frac{1-B^2x^2}{\mathfrak{h}^2+x^2}} = U_0, \tag{16}$$

dont la part réelle représente la vitesse axiale même de perturbation.

Nous aurons en effet :

$$u_a = K_{10}\cos^{-1}\sqrt{\frac{(l^2+\mathfrak{h}^2)(1-B^2y^2)}{(1+B^2\mathfrak{h}^2)(l^2-y^2)}} + A_{10}\sqrt{\frac{1-B^2y^2}{\mathfrak{h}^2+y^2}}, \left(\mathfrak{h} = \frac{h}{\sqrt{1-B^2h}}\right), \tag{17}$$

sur l'aile, et :

$$u_p = K_{10}\cos^{-1}\sqrt{\frac{\lambda^2-h^2}{\lambda^2-z^2}} + A_{10}\sqrt{\frac{1-B^2h^2}{h^2-z^2}}, \left(\lambda = \frac{l}{\sqrt{B^2l^2-1}}\right), \tag{18}$$

sur la plaque, où K_{10}, A_{10} sont des constantes qu'on détermine ci dessous.

b. *La détermination des constantes.*

Des conditions à limite :

$$\Phi_{101} = 0 \quad , \quad \Phi_{011} = 0, \tag{19}$$

sur l'aile, et :

$$\Phi_{110} = 0 \quad , \quad \Phi_{011} = 0, \tag{20}$$

sur la plaque, et des conditions de compatibilité (8), on obtient le système :

$$I_m \int_{\substack{\text{aile}\\ \text{cercle MACH}}} F_{100}\, d\left(\frac{\sqrt{1-B^2x^2}}{x}\right) = \alpha U_\infty, \tag{21a}$$

$$Re \int_{\substack{\text{plaque}\\ \text{cercle MACH}}} F_{100}\, d\left(\frac{1}{x}\right) = -\beta U_\infty. \tag{21b}$$

En introduisant l'expression de F_{100}, donnée par (16) et en effectuant les intégrales en limites $(\infty,0)$ sur l'axe réelle pour la première équation, et $(\infty, \mathfrak{b})$ sur l'axe imaginaire pour la seconde équation, on obtient :

$$K_{10} = \frac{2\alpha U_\infty}{\pi B} \frac{Bl}{\sqrt{B^2 l^2 - 1}} \tag{22}$$

$$A_{10} = h^2 U_\infty \frac{2\alpha[(l^2+\mathfrak{b}^2)K(k) - \mathfrak{b}^2 \Pi(\varrho, k)] - \pi\beta l\sqrt{(l^2+\mathfrak{b}^2)(1+B^2\mathfrak{b}^2)}}{\pi l \sqrt{l^2+\mathfrak{b}^2}\, E(k)} \tag{23}$$

où $K(k)$, $E(k)$, $\Pi(\varrho, k)$ sont des intégrales elliptiques complètes de la première, deuxième respectivement troisième espèce, à module k et paramètre ϱ :

$$k = \sqrt{1 - B^2 h^2}\,, \quad \varrho = -\frac{l^2}{l^2+\mathfrak{b}^2} = -\frac{l^2(1-B^2h^2)}{l^2+h^2-B^2l^2h^2}. \tag{24}$$

Les expressions des vitesses axiales de perturbation, u_a sur l'aile et u_p sur la plaque, sont, finalement, en variables fonction de x_1, x_2 et des paramètres l, h, α, β.

c. *Le calcul des caractéristiques, aérodinamiques.*

On va calculer, dans le cas de l'écoulement conique d'ordre 1, les coefficients aérodynamiques sur une moitié d'aile, respectivement sur une moitié de plaque.

— Le coefficient de pression sur l'aile, [1] :

$$C_{pa}^{(1)} = -2\frac{u_a}{U_\infty}, \tag{25}$$

où l'expression d'„u_a" este donnée par (17).

— Le coefficient de résistance d'onde sera calculé distinctement sur les deux régions : (m) et (c), (fig. 1), dont les surfaces sont, respectivement :

$$S_m = \frac{1}{2B}, \quad S_c = \frac{1}{2}\left(l - \frac{1}{B}\right). \tag{26}$$

Pour la région (m) nous avons :

$$\frac{1}{2B} C_{xm}^{(1)} = -\frac{2\alpha}{U_\infty} \int_0^{1/B} u_a\, dy, \tag{27}$$

et pour la région (c) :

$$\frac{1}{2}\left(l - \frac{1}{B}\right) C_{xc}^{(1)} = -\frac{1}{2}\left(l - \frac{1}{B}\right)\frac{4\alpha^2}{B}. \tag{28}$$

Le coefficient total de résistence d'onde de l'entière moitié de l'aile sera :

$$\frac{1}{2} l C_{xa}^{(1)} = \frac{1}{2}\left(l - \frac{1}{B}\right) C_{xc}^{(1)} + \frac{1}{2B} C_{xm}^{(1)}, \tag{29}$$

qui devient :

$$C_{xa}^{(1)} = -\frac{4\alpha}{l U_\infty}\left[A_{10}(K(k) - E(k)) + K_{10} h^2 \Pi(\varrho, k) \sqrt{\frac{B^2 l^2 - 1}{l^2 + k^2 - B^2 l^2 h^2}}\right], \tag{30}$$

où les intégrales elliptiques ont le module k et le paramètre ϱ donnés par les relations (24).

— Le coefficient du moment de rouli, d'une moitié d'aile, sera :

$$H C_{ma}^{(1)} = \frac{8}{3 l U_\infty} \int_0^l u_a \, y \, dy =$$

$$= -\frac{2}{3 B l U_\infty}\left\{2 A_{10}\left(B \mathfrak{b} - \frac{1 + B^2 \mathfrak{b}^2}{2} \cos^{-1} \frac{B^2 \mathfrak{b}^2 - 1}{B^2 \mathfrak{b}^2 + 1}\right) - \right.$$

$$- K_{10}\left[B l^2 \left(\pi + 2 \cos^{-1} \frac{\mathfrak{b}}{l} \sqrt{\frac{B^2 l^2 - 1}{B^2 \mathfrak{b}^2 + 1}}\right) + \right. \tag{31}$$

$$\left.\left. + \sqrt{(l^2 + \mathfrak{b}^2)(B^2 l^2 - 1)} \cos^{-1} \frac{B^2 \mathfrak{b}^2 - 1}{B^2 \mathfrak{b}^2 + 1}\right]\right\},$$

où H est une longueur de référence qui peut être même l'unité.

— Le coefficient de pression sur la plaque :

$$C_{pp}^{(1)} = -2 \frac{u_p}{U_\infty}, \tag{32}$$

où l'expression d'„u_p" est donnée par la relation (18).

— Le coefficient de résistence d'onde de la plaque :

$$C_{xp}^{(1)} = -\frac{4\beta}{h U_\infty} \int_0^h u_p \, dz = -\frac{2\pi\beta}{h U_\infty}\left[A_{10} \sqrt{1 - B^2 h^2} - K_{10}(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - h^2})\right], \tag{33}$$

où λ est donné par la relation (18).

— Le coefficient du moment de rouli de la plaque :

$$H C_{mp}^{(1)} = \frac{8}{3 h U_\infty} \int_0^h u_p \, z \, dz =$$

$$= \frac{4}{3 h U_\infty}\left[K_{10} \lambda^2 \cos^{-1} \sqrt{\frac{\lambda^2 - h^2}{\lambda^2}} + h\left(2 A_{10} \sqrt{1 - B^2 h^2} - K_{10} \sqrt{\lambda^2 - h^2}\right)\right]. \tag{34}$$

— Le coefficient de succion de la plaque. En appliquant, [4], la formule :

$$\sigma^{(n)} = -\frac{2\pi\sqrt{1-B^2h^2}}{U_\infty^2 S_p h}\left[\frac{u_{n-1}^2}{2n}(h-z)\right]_{z\to h}, \tag{35}$$

pour le coefficient de succion aux environs des bords soussoniques de la plaque, dans le cas du mouvement homogène d'orde n, où on introduit $n = 1$, u_p par l'expression (18), on obtient :

$$\sigma_p^{(1)} = -\frac{\pi\sqrt{1-B^2h^2}}{hS_pU_\infty^2}\left[u_p^2(h-z)\right]_{z\to h} = -\frac{\pi(1-B^2h^2)^{3/2}}{h^3U_\infty^2}A_{10}^2, \tag{36}$$

où on a considéré $S_p = \frac{1}{2}h$.

3. L'écoulement homogéne d'ordre 2 (n=2).

a. *La détermination de la fonction* F_{200}. Dans ce cas, on obtient de (9), en introduisant $n = 2$ et en considérant une distribution antisymétrique d'incidences qui corespond à la vitesse axiale sur l'aile :

$$w = w_{01}x_2, \tag{37a}$$

et à la vitesse latérale sur la plaque.

$$v = v_{01}x_2. \tag{37b}$$

On obtiendra ainsi :

$$F_{200} = K_{20}\left[\cos^{-1}\sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}L)(1-\mathfrak{B}X)}{2\mathfrak{B}(L-X)}} - \cos^{-1}\sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}L)(1+\mathfrak{B}X)}{2\mathfrak{B}(L+X)}}\right] + \\ + \frac{A_0 + A_2X^2 + A_4X^4}{X^3(X^2-L^2)}\sqrt{1-\mathfrak{B}^2X^2}, \tag{38}$$

qui, dans le plan x, devient :

$$F_{200} = K_{20}\cos^{-1}\sqrt{\frac{(l^2+\mathfrak{b}^2)(1-B^2x^2)}{(1+B^2\mathfrak{b}^2)(l^2-x^2)}} + \\ + \frac{a_0 + a_2x^2 + a_4x^4}{(x^2+\mathfrak{b}^2)(x^2-l^2)}\sqrt{\frac{1-B^2x^2}{\mathfrak{b}^2+x^2}}. \tag{39}$$

b. *La détermination de la vitesse axiale de perturbation sur l'aile cruciforme* $(n = 2)$.

En appliquant les formules (6), (7) pour $n = 2$, nous avons les expressions suivantes pour les vitesses axiales de perturbation, dans le plan physique :

$$u_{1a} = \frac{u_a}{x_1} = R_e\, x \int\limits_{\text{cercle MACH}}^{\text{aile}} F_{200}\, d\left(\frac{1}{x}\right) =$$

$$= K_{20} \cos^{-1} \sqrt{\frac{(l^2 + \mathfrak{b}^2)(1 - B^2 y^2)}{(1 + B^2 \mathfrak{b}^2)(l^2 - y^2)}} + A_{20} \sqrt{\frac{1 - B^2 y^2}{\mathfrak{b}^2 + y^2}} - \frac{\pi B^2 l}{2} K_{20}\, x +$$

$$+ C_{21}\, y\, [F(\varphi, k) - K(k)] + C_{22}\, y\, [E(\varphi, k) - E(k)] +$$

$$+ G\, y\, [\Pi(\varphi, \varrho, k) - \Pi(\varrho, k)], \tag{40}$$

sur l'aile, et :

$$u_{1p} = \frac{u_p}{x_1} = Re \left[\frac{x}{\sqrt{1 - B^2 x^2}} \int\limits_{\text{cercle MACH}}^{\text{plaque}} F_{200}\, d\left(\frac{\sqrt{1 - B^2 x^2}}{x} \right) \right] =$$

$$= K_{20} \cos^{-1} \sqrt{\frac{\lambda^2 - h^2}{\lambda^2 - z^2}} + [A_{20} - (B^2 A_{20} + C_{22} \sqrt{1 - B^2 h^2})\, z^2] \sqrt{\frac{1 - B^2 h^2}{h^2 - z^2}}, \tag{41}$$

sur la plaque, où $K_{20}, A_{20}, C_{21}, C_{22}$, sont des constantes, $F(\varphi, k), E(\varphi, k)$ et $\Pi(\varphi, \varrho, k)$ sont des intégrales elliptiques incoplètes de la première, deuxième respectivement troisième espèce, et $K(k), E(k), \Pi(\varrho, k)$, les même intégrales elliptiques complètes, ayant l'argument φ le module k et le paramètre ϱ ; il y a les relations suivantes :

$$F(\varphi, k) - K(k) = F(\varphi', k), \Pi(\varphi, \varrho, k) - \Pi(\varrho, k) = -\frac{l}{\mathfrak{b}^2} \left[F(\varphi', k) - \frac{B^2 (l^2 + \mathfrak{b}^2)}{B^2 l^2 - 1} \right], \tag{42 a}$$

$$k = \sqrt{1 - B^2 h^2}, \quad \varrho = -\frac{l^2 + h^2 - B^2 l^2 h^2}{l^2}, \quad \varphi = \sin^{-1} \sqrt{\frac{(1 + B^2 \mathfrak{b}^2) y^2}{\mathfrak{b}^2 + y^2}} \tag{42 b}$$

$$\varrho' = \frac{1}{B^2 l^2 - 1}, \quad \varphi' = \sin^{-1} \sqrt{1 - B^2 y^2}. \tag{42 c}$$

c. *La détermination des constantes.*

En suivant la même voie qu'à l'écoulement d'ordre 1, pour la détermination des constantes on obtient le système suivant :

$$I_m \int\limits_{\text{cercle MACH}}^{\text{aile}} F_{200}\, d\left(\frac{\sqrt{1 - B^2 x^2}}{x} \right) = 0, \tag{43 a}$$

$$I_m \int_{\text{cercle MACH}}^{\text{aile}} F_{200}\, d\left(\frac{\sqrt{1-B^2x^2}}{x^2}\right) = w_{01}\,, \tag{43b}$$

$$Re\left(\frac{dU_1}{dx}\right)_{\text{plaque}} = 0\,, \tag{43c}$$

$$I_m \int_{\text{cercle MACH}}^{\text{plaque}} F_{200}\, d\left(\frac{\sqrt{1-B^2x^2}}{x^2}\right) = v_{01}\,. \tag{43d}$$

En introduisant l'expression (39) de F_{200} en considérant aussi la relation :

$$F_{200} = U_1 - x\,\frac{dU_1}{dx}\,, \tag{44}$$

et en effectuant les calculs, on obtient un système algébrique qui fournit les constantes :

$$K_{20} = \frac{2\,w_{01}}{\pi}\;\frac{l^2}{(B^2l^2-1)^{3/2}} \tag{45a}$$

$$A_{20} = \frac{\mathfrak{b}^2\sqrt{1+B^2\mathfrak{b}^2}}{N}\{2\,w_{01}B^2l^2\mathfrak{b}^2\Pi(\varrho,k) -$$

$$-[w_{01}(l^2+\mathfrak{b}^2)+(w_{01}+v_{01})\,\mathfrak{b}\,(B^2l^2-1)\sqrt{l^2+\mathfrak{b}^2}][1+B^2\mathfrak{b}^2)\,E(k)-B^2\mathfrak{b}^2K(k)]\},$$

$$C_{21} = \frac{B^2\mathfrak{b}^2(1+B^2\mathfrak{b}^2)}{N}\{w_{01}B^2l^2\mathfrak{b}^2\Pi(\varrho,k) - \tag{45b}$$

$$-[w_{01}(l^2+\mathfrak{b}^2)+(w_{01}+v_{01})\,\mathfrak{b}\,(B^2l^2-1)\sqrt{l^2+\mathfrak{b}^2}]\,E(k)+$$

$$+\,w_{01}l^2[(B^2\mathfrak{b}^2-1)\,E(k)-B^2\mathfrak{b}^2K(k)]\}\,,$$

$$C_{22} = -\frac{1+B^2\mathfrak{b}^2}{N}\{w_{01}B^2l^2\mathfrak{b}^2(B^2\mathfrak{b}^2-1)\,\Pi(\varrho,k) - \tag{45c}$$

$$-[w_{01}(l^2+\mathfrak{b}^2)+(w_{01}+v_{01})\,\mathfrak{b}\,(B^2l^2-1)\sqrt{l^2+\mathfrak{b}^2}]\,E(k)\}\,, \tag{45d}$$

$$G = -\frac{B^2\mathfrak{b}^2\sqrt{B^2l^2-1}}{\sqrt{(l^2+\mathfrak{b}^2)(1+B^2\mathfrak{b}^2)}}\,, \tag{45e}$$

$$N = \frac{1}{2}\pi(B^2l^2-1)(1+B^2\mathfrak{b}^2)^{3/2}\sqrt{l^2+\mathfrak{b}^2}\,[(B^2\mathfrak{b}^2-1)\,E(k)-B^2\mathfrak{b}^2K(k)]\,, \tag{45f}$$

$$k = \sqrt{1-B^2h^2}\,,\quad \varrho = -\frac{l^2}{l^2+\mathfrak{b}^2} = -\frac{l^2(1-B^2h^2)}{l^2+h^2-B^2l^2h^2}\,. \tag{45g}$$

d. *Les caractéristiques aérodynamiques de l'aile cruciforme.*

En connaissant les expressions des vitesses axiales de perturbation u_a, u_p (40) et (41), nous pouvons déterminer la distribution des pressions sur l'aile, respectivement sur la plaque.

— Le coefficient de pression sur l'aile :

$$C_{pa}^{(2)} = -2\,\frac{u_a}{U_\infty}\,. \tag{46}$$

— Le coefficient de résistance d'onde, sur l'aile, sera calculé sur les deux régions indiquées par (36) ; le coefficient total a l'expression suivante :

$$C_{xa}^{(2)} = \frac{2\,w_{01}}{l\,U_\infty^2}\int_0^l u_{1a}\,y\,dy =$$

$$= \frac{w_{01}}{3\,B^3\,l\,U_\infty^2}\left\{K_{20}\,B^3\,l^2\,(3-2\,B^2\,l^2)\left(\frac{\pi}{2}+\cos^{-1}\frac{\mathfrak{b}}{l}\sqrt{\frac{B^2\,l^2-1}{B^2\,\mathfrak{b}^2+1}}\right)-\right. \tag{47}$$

$$-\left\{C_{21}+\frac{1}{2\,\mathfrak{b}^2}\,G\,[(3-2\,B^2\,l^2)\,(l^2+\mathfrak{b}^2)-2\,l^2]\right\}\sqrt{1+B^2\,\mathfrak{b}^2}\,\cos^{-1}\frac{B^2\,\mathfrak{b}^2-1}{B^2\,\mathfrak{b}^2+1}-$$

$$-\left[3\,A_{20}\,B^2+\left(C_{21}-2\,C_{22}\,\frac{B^2\,\mathfrak{b}^2}{B^2\,\mathfrak{b}^2+1}-G\,\frac{l^2}{\mathfrak{b}^2}\right)\sqrt{B^2\,\mathfrak{b}^2+1}\right]\times$$

$$\times\left(B\,\mathfrak{b}-\frac{B^2\,\mathfrak{b}^2+1}{2}\,\cos^{-1}\frac{B^2\,\mathfrak{b}^2-1}{B^2\,\mathfrak{b}^2+1}\right)-$$

$$\left.-2\,(B^3\,l^3-1)\,[C_{21}\,K(k)+C_{22}\,E(k)+G\,\Pi(\varrho,k)]\right\},$$

où les intégrales ellpitiques complètes ont le module k, et le paramètre ϱ, donnés par les relations (42 b).

— Le coefficient du moment de rouli, de la moitié droite de l'aile est proportionnel à celui de résistence d'onde :

$$H\,C_{ma}^{(2)} = \frac{2}{l\,U_\infty}\int_0^l u_{1a}\,y\,dy = \frac{U_\infty}{w_{01}}\,C_{xa}^{(2)}\,, \tag{48}$$

et H est la longueur de référance.

— Le coefficient de pression sur la plaque :

$$C_{pp}^{(2)} = -2\,\frac{u_p}{U_\infty}. \tag{49}$$

— Le coefficient de résistance d'onde, sur la plaque :

$$C_{xp}^{(2)} = \frac{2\,v_{01}}{h\,U_\infty^2}\int_0^h u_{1p}\,z\,dz =$$

$$= \frac{2\,v_{01}}{h\,U_\infty^2}\left\{\frac{1}{2}\,K_{20}\,\lambda^2\cos^{-1}\sqrt{\frac{\lambda^2-h^2}{\lambda^2}} + \right.$$

$$\left. + h\left\{\sqrt{1-B^2h^2}\left[A_{20} - \frac{2}{3}\left(B^2A_{20} + C_{22}\sqrt{1-B^2h^2}\right)h^2\right] - \frac{1}{2}\,K_{20}\sqrt{\lambda^2-h^2}\right\}\right\}, \tag{50}$$

où λ est donné par la relation (18).

— Le coefficient du moment de rouli, de la plaque :

$$H\,C_{mp}^{(2)} = \frac{2}{h\,U_\infty}\int_0^h u_{1p}\,z\,dz = \frac{U_\infty}{v_{01}}\,C_{xp}^{(2)}, \tag{51}$$

où H est une longueur de référance, qui peut être même l'unité :

— Le coefficient de succion de la plaque. En appliquant la formule (35), où on va-introduire l'expression (41) de'„u_{1p}" on obtient le coefficient de succion aux environs des bords soussoniques de la plaque :

$$\sigma_p^{(2)} = -\frac{\pi\sqrt{1-B^2h^2}}{2\,h\,S_p\,U_\infty^2}\,[u_{1p}^2\,(h-z)]_{z\to h} =$$

$$= -\frac{\pi(1-B^2h^2)^{3/2}}{2h^3\,U_\infty^2}\,[A_{20} - (B^2A_{20} + C_{22}\sqrt{1-B^2h^2})\,h^2]^2, \tag{52}$$

où on a considéré $S_p = \frac{1}{2}\,h$.

Si l'on fait, dans tous les résultats obtenus ci-dessus $h \to 0$, on obtient les caractéristiques aérodynamiques de l'aile triangulaire mince à bords d'attaque supersoniques.

La chaire d'aviation
Institut polytechnique
„Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *E. Carafoli* — Aerodinamica vitezelor mari (fluide compresibile). Editura Academiei R.P.R. 1957.

2. *E. Carafoli, B. Horovitz.* Scurgerea supersonică omogenă de ordin superior în jurul unei aripi unghiulare prevăzută cu placă normală. Studii şi cercetări de mecanică aplicată. Vol. 4. An. VIII. 1957. Editura Academiei R.P.R.

3. *E. Carafoli, S. Săndulescu.* Mişcarea oscilatorie armonică a ampenajelor în regim supersonic. Studii şi cercetări de mecanică aplicată. vol. 3 an. XI. 1960 Editura Academiei R.P.R.

4. *E. Carafoli, A. Năstase.* Studiul aripilor triunghiulare subţiri cu simetrie forţată, în curent supersonic. Studii şi cercetări de mecanică aplicată. vol. 4 An. IX. 1958. Editura Academiei R.P.R.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966. Numărul 2

ELECTRONICĂ

C. Z. : 621.376.5

RĂSPUNSUL FILTRULUI TRECE BANDĂ IDEAL LA OSCILAȚII MODULATE ÎN FRECVENȚĂ CU IMPULSUL TREAPTĂ *

(cu frecvența centrală a oscilației decalată față de frecvența de centru a filtrului)

GH. CARTIANU, EC. VLĂDESCU

1. *Introducere*

În această lucrare s-a studiat variația frecvenței instantanee și variația amplitudinei instantanee a oscilației la ieșirea unui sistem de transmisiune, cînd la intrare se aplică o oscilație modulată în frecvență cu un semnal de forma unui impuls. Din condiția ca distorsionarea impulsului să nu întreacă anumite limite, rezultă relațiile de proiectare ale sistemului.

Această problemă este importantă în legătură cu transmisiunile radiotelegrafice cu deviație de frecvență, dar mai ales în legătură cu transmisiunile de semnale de televiziune în instalațiile de emisie și de recepție ale radioreleelor cu MF.

Se presupune că sistemul de transmisiune este prevăzut cu limitator înaintea demodulatorului. Ca în orice sistem de transmisiune pentru MF cu limitator ne interesează în primul rînd modulația de frecvență a oscilației la ieșire.

Se va dezvolta metoda de calcul a răspunsului la impulsuri de înaltă frecvență pentru aplicarea ei în cazul specific al modulației de frecvență cu impulsuri.

Se va calcula răspunsul unui filtru trece bandă ideal, pentru un semnal la intrare, modulat în frecvență cu impulsul treaptă, care de altfel este semnalul obișnuit de încercare, pentru cazul unui dezacord oarecare între frecvența centrală a oscilației și frecvența de centru a filtrului de bandă. Cazul cînd dezacordul este zero, este tratat în literatura de specialitate și în această lucrare se caută să se arate modificările curbelor de răspuns datorită dezacordului.

Studiul acestei probleme este important în legătură cu dezacordul care poate interveni în instalațiile cu MF, datorită variației frecvenței oscilatorului local sau datorită variației întîmplătoare a capacităților de acord.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 22—23 februarie 1964.

Oscilația aplicată la intrarea sistemului poate fi reprezentată prin :

$$u_i(t) = U_0 \cos\left[\omega_0 t + \int_0^t \omega_v\, dt + \varphi_0\right] = U_0 R_e\, e^{j\left(\omega_0 t + \int_0^t \omega_v\, dt + \varphi_0\right)} \tag{1}$$

în care ω_v reprezintă semnalul de modulație de forma unui impuls.

Metoda generală de a afla frecvența instantanee și amplitudinea instantanee a oscilației la ieșire este următoarea :

Se deduce în primul rînd răspunsul tranzitoriu al sistemului cu ajutorul uneia din metodele generale cunoscute : integrala Fourier, calculul operațional, integrala Duhamel.

Oricare ar fi metoda folosită, expresia oscilației la ieșire poate fi pusă sub forma :

$$u_e(t) = C_0\,[P(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_0) - Q(t)\sin(\omega_0 t + \varphi_0)] =$$

$$= R_e\, C_0 \{ e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}\, [P(t) + jQ(t)] \}. \tag{2}$$

Amplitudinea rezultantă și partea variabilă a frecvenței instantanee se deduc în sfîrșit din ecuația (2). Pentru calculul frecvenței instantanee se poate pleca și de la formula dedusă din definiția generală a noțiunii de frecvență instantanee și anume :

$$\omega = I_m \frac{1}{U_e(t)} \frac{dU_e(t)}{dt}, \tag{3}$$

în care $U_e(t)$ este definit de relația :

$$u_e(t) = R_e\, U_e(t). \tag{4}$$

2. *Calculul expresiei răspunsului în cazul filtrului trece bandă ideal.*

In acest caz frecvența oscilației aplicate la intrare variază la un moment dat (de exemplu la momentul $t = 0$) de la valoarea ω_1 la valoarea ω_2 (Fig. 1).

Oscilația la intrare este reprezentată prin relațiile :

$$u_i(t) = U_0 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \qquad t < 0, \tag{5a}$$

$$u_i(t) = U_0 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \qquad t > 0, \tag{5b}$$

în care :

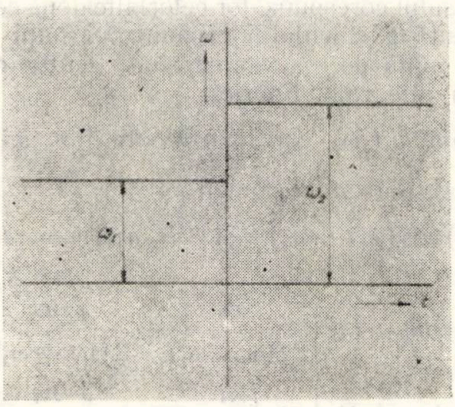
$$\omega_1 = \omega_0 - \Delta\omega \qquad \omega_2 = \omega_0 + \Delta\omega,$$

$$\omega_0 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \qquad \Delta\omega = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2},$$

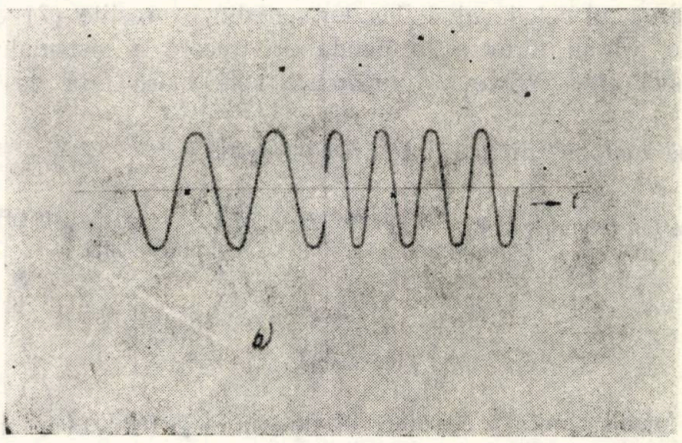
$$\varphi_1 = \varphi_0 - \Delta\varphi \qquad \varphi_2 = \varphi_0 + \Delta\varphi.$$

Se foloseşte metoda dată în literatura de specialitate, [1], [2] în care se consideră că oscilaţia aplicată la intrare este constituită din :

— O oscilaţie de frecvenţă ω_1 şi de amplitudine U_0 aplicată de la $t = -\infty$ pînă la $t = +\infty$.



a. variaţia frecvenţei ;



b. reprezentarea oscilaţiei.

Fig. 1. Oscilaţia cu saltul de frecvenţă.

— O oscilaţie de aceiaşi frecvenţă şi amplitudine ca şi prima dar în opoziţie de fază, aplicată la momentul $t = 0$.

— O oscilaţie de frecvenţă ω_2 şi de aceiaşi amplitudine aplicată la momentul $t = 0$.

Se poate aşa dar scrie :

$$u_i(t) = U_0 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) - \sigma(t)\, U_0 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + \sigma(t)\, U_0 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \quad (6)$$

în care $\sigma(t)$ reprezintă impulsul treaptă unitate aplicat la momentul $t=0$.

Oscilația la ieșire se obține însumînd răspunsurile corespunzătoare fiecărei componente. Răspunsul corespunzător primei componente se calculează în mod simplu ca în orice regim staționar, dacă se cunoaște factorul de transfer $\underline{K}(j\omega)$ al sistemului de transmisiune.

Calculul răspunsului corespunzător celorlalte două componente se reduce la problema cunoscută a calculului răspunsului unui sistem de transmisiune la impulsul treaptă de înaltă frecvență. Pentru calculul răspunsului se va folosi metoda integralei Fourier.

Funcția spectrală $\underline{G}(j\omega)$ corespunzătoare funcției $\sigma(t)$ este $\frac{1}{j\omega}$, iar funcțiile spectrale corespunzătoare funcțiilor

$$U_0\,\sigma(t)\cos(\omega_1 t+\varphi_1) \quad \text{și} \quad U_0\,\sigma(t)\cos\omega_2 t+\varphi_2)$$

sînt respectiv:

$$\underline{G}_1(j\omega)=U_0\left[\frac{e^{j\varphi_1}}{2j(\omega-\omega_1)}+\frac{e^{-j\varphi_1}}{2j(\omega+\omega_1)}\right], \tag{7a}$$

$$\underline{G}_2(i\omega)=U_0\left[\frac{e^{j\varphi_2}}{2j(\omega-\omega_2)}+\frac{e^{-j\varphi_2}}{2j(\omega+\omega_2)}\right]. \tag{7b}$$

Se observă că cel de al doilea termen din expresiile (7) este foarte mic față de primul termen, în banda de trecere a sistemului (pentru $\omega>0$) atunci cînd frecvența purtătoare este mare față de banda de trecere.

Folosind metoda întegralei Fourier se scrie:

$$U_0\,\sigma(t)\cos(\omega_1 t+\varphi_1)=R_e\,\frac{U_0}{2}\left[e^{j(\omega_1 t+\varphi_1)}+\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\frac{1}{j(\omega-\omega_1)}\,e^{j(\omega t+\varphi_1)}\,d\omega+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\frac{1}{j(\omega+\omega_1)}\,e^{j(\omega t-\varphi_1)}\,d\omega\right]. \tag{8}$$

Sub o formă similară se pune și funcția $U_0\,\sigma(t)\cos(\omega_2 t+\varphi_2)$. Rezultă că expresia (6) poate fi scrisă:

$$U_i(t)=R_e\,\frac{U_0}{2}\left\{e^{j(\omega_1 t+\varphi_1)}-\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\frac{e^{j(\omega t+\varphi_1)}}{j(\omega-\omega_1)}\,d\omega-\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\frac{e^{j(\omega t-\varphi_1)}}{j(\omega+\omega_1)}\,d\omega+\right.$$

$$\left.+e^{j(\omega_2 t+\varphi_2)}+\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\frac{e^{j(\omega t+\varphi_2)}}{j(\omega-\omega_2)}\,d\omega+\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\frac{e^{j(\omega t-\varphi_2)}}{j(\omega+\omega_2)}\,d\omega\right\}. \tag{9}$$

Cele două integrale improprii din expresia de mai sus se calculează prin trecerea la limită în vecinătatea punctului critic.

Funcția de transfer a sistemului de transmisiune de tipul filtrului trece bandă ideal are expresia :

$$\underline{K}(j\omega) = K_0 \underline{| -(\omega - \omega_r)\tau} \qquad \omega' < \omega < \omega'', \tag{10a}$$

$$\underline{K}(j\omega) = 0 \qquad \omega'' < \omega < \omega', \tag{10b}$$

în care ω' și ω'' sînt frecvențele de tăiere iar ω_r este frecvența de centru a filtrului trece bandă.

Deoarece timpul τ nu are alt efect decît de a produce o întîrziere la trecerea oscilației prin sistemul de transmisiune, în calcule se poate lua pentru simplificarea scrierii formulelor $\tau = 0$.

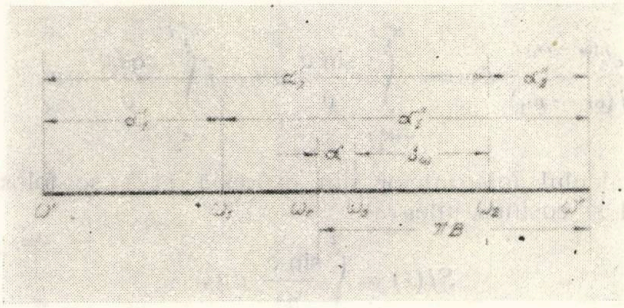


Fig. 2. Repartiția frecvențelor de tăiere ω', ω'' față de frecvența centrală a oscilației ω_0.

In fig. 2 este reprezentată poziția frecvențelor ω_1, ω_2 în banda de trecere a filtrului. Se notează :

$$\alpha_1' = \omega_1 - \omega' \qquad \alpha_1'' = \omega'' - \omega_1, \tag{11a}$$

$$\alpha_2' = \omega_2 - \omega' \qquad \alpha_2'' = \omega'' - \omega_2, \tag{11b}$$

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_0 = \omega_0 - \omega_1 \qquad \pi B = \frac{\omega'' - \omega'}{2}, \tag{11c}$$

$$\gamma = \frac{\pi B}{\Delta\omega} \qquad \xi = \frac{\alpha}{\pi B} = \frac{\omega_0 - \omega_r}{\pi B} = \frac{2(f_0 - f_r)}{B}. \tag{11d}$$

Oscilația la ieșirea sistemului de transmisiune se poate pune sub forma integralei Fourier :

$$u_e(t) = R_e \frac{K_0 U_0}{2} \left[e^{j(\omega_1 t + \varphi_1} - e^{j(\omega_1 t + \varphi_1)} \frac{1}{\pi} \int_{\omega'}^{\omega''} \frac{e^{j(\omega - \omega_1)t}}{j(\omega - \omega_1)} d\omega - \right.$$

$$-\bar{e}^{j(\omega_1 t+\varphi_1)}\frac{1}{\pi}\int_{\omega'}^{\omega''}\frac{e^{j(\omega+\omega_1)t}}{j(\omega+\omega_1)}\,d\omega+e^{j(\omega_1 t+\varphi_1)}+$$

$$+e^{j(\omega_2 t+\varphi_2)}\frac{1}{\pi}\int_{\omega'}^{\omega''}\frac{e^{j(\omega-\omega_2)t}}{j(\omega-\omega_2)}\,d\omega+\bar{e}^{j(\omega_2 t+\varphi_2)}\frac{1}{\pi}\int_{\omega'}^{\omega''}\frac{e^{j(\omega+\omega_2)t}}{j(\omega+\omega_2)}\,d\omega. \quad (12)$$

Se observă că integrala a doua și integrala a patra au valori mici, care pot fi neglijate atunci cînd ω_0 este mare față de lărgimea de bandă a sistemului.

Pentru calculul primei integrale din expresia (12) se face înlocuirea:

$$v=(\omega-\omega_1)\,t$$

și se obține:

$$\int_{\omega'}^{\omega''}\frac{e^{j(\omega-\omega_1)t}}{j(\omega-\omega_1)}\,d\omega=\int_{-\alpha_1' t}^{\alpha_1'' t}\frac{\sin v}{v}\,dv-j\int_{-\alpha_1' t}^{\alpha_1'' t}\frac{\cos v}{v}\,dv. \quad (13)$$

Pentru calculul integralelor din expresia (12) se folosesc funcțiile sinus integral și cosinus integral:

$$Si(z)=\int_0^z\frac{\sin v}{v}\,dv, \quad (14a)$$

$$Ci(z)=-\int_z^\infty\frac{\cos v}{v}\,dv. \quad (14b)$$

Notînd:

$$\pi S_1(t)=\int_{-\alpha_1' t}^{\alpha_1'' t}\frac{\sin v}{v}\,dv=Si(\alpha_1'' t)+Si(\alpha_1' t), \quad (15a)$$

$$-\pi C_1(t)=-\int_{-\alpha_1' t}^{\alpha_1'' t}\frac{\cos v}{v}\,dv=-Ci(\alpha_1'' t)+Ci(\alpha_1' t), \quad (15b)$$

prima integrală din (12) se poate scrie:

$$\frac{1}{\pi}\int_{\omega'}^{\omega''}\frac{e^{j(\omega-\omega_1)t}}{j(\omega-\omega_1)}\,d\omega=S_1(t)-jC_1(t)=\frac{1}{\pi}[Si(\alpha_1'' t)+Si(\alpha_1' t)]+$$

$$+j\frac{1}{\pi}[-Ci(\alpha_1'' t)+Ci(\alpha_1' t)]. \quad (16a)$$

In mod similar integrala a doua, a treia și a patra din (12) pot fi scrise sub formele :

$$\frac{1}{\pi}\int_{\omega'}^{\omega''}\frac{e^{j(\omega+\omega_1)t}}{j(\omega+\omega_1)}d\omega = S_2(t) - jC_2(t) = \frac{1}{\pi}[Si(\omega''+\omega_1)t - Si(\omega'+\omega_1)t] +$$

$$+ j\frac{1}{\pi}[-Ci(\omega''+\omega_1)t + Ci(\omega'+\omega_1)t], \qquad (16b)$$

$$\frac{1}{\pi}\int_{\omega'}^{\omega''}\frac{e^{j(\omega-\omega_2)t}}{j(\omega-\omega_2)}d\omega = S_3(t) - jC_3(t) = \frac{1}{\pi}[Si(\alpha_2''t) + Si(\alpha_2't)] +$$

$$+ j\frac{1}{\pi}[-Ci(\alpha_2''t) + Ci(\alpha_2't)], \qquad (16c)$$

$$\frac{1}{\pi}\int_{\omega'}^{\omega''}\frac{e^{j(\omega+\omega_2)t}}{j(\omega+\omega_2)}d\omega = S_4(t) - jC_4(t) = \frac{1}{\pi}[Si(\omega''+\omega_2)t - Si(\omega'+\omega_2)t] +$$

$$+ j\frac{1}{\pi}[-Ci(\omega''+\omega_2)t + Ci(\omega'+\omega_2)t]. \qquad (16d)$$

Se observă că deoarece ω', ω'', ω_1, ω_2 au valori mari, chiar atunci cînd t'' este mic, termenii $S_2(t) - jC_2(t)$ și $S_4(t) - jC_4(t)$ au valori reduse.

Inlocuind expresiile (16) în (12) se găsește :

$$u_e(t) = R_e\frac{K_0U_0}{2}\Big\{e^{j(\omega_1t+\varphi_1)}[1 - S_1(t) + jC_1t)] -$$

$$- e^{-j(\omega_1t+\varphi_1)}[S_2(t) - jC_2(t)] + e^{j(\omega_2t+\varphi_2)}[1 + S_3(t) - jC_3(t)] +$$

$$+ e^{-j(\omega_2t+\varphi_2)}[S_4(t) - jC_4(t)]\Big\} \qquad (17)$$

Notînd :

$$x = \frac{\omega_2-\omega_1}{2}t + \Delta\varphi = \Delta\omega t + \Delta\varphi,$$

$$y = 2(\omega_0t + \varphi_0), \qquad (18)$$

rezultă :

$$u_e(t) = R_e\frac{K_0U_0}{2}e^{j(\omega_0t+\varphi_0)}\Big\{e^{-jx}[1 - S_1(t) + jC_1(t)] +$$

$$+ e^{jx}[1 + S_3(t) - jC_3(t)] - e^{-j(y-x)}[S_2(t) - jC_2(t)] +$$

$$+ e^{-j(y+x)}[S_4(t) - jC_4(t)]\Big\}. \qquad (19)$$

Ținînd seamă de relația (2) din expresia (19) se deduc mărimile $P(t)$ și $Q(t)$.

In cazul cînd frecvența centrală a oscilației ω_0 este deplasată față de frecvența de centru ω_r a filtrului trece bandă ideal cu $\alpha = \omega_0 - \omega_r$ avem :

$$\alpha_1' = \pi B - \Delta\omega + \alpha = \pi B\left(1 - \frac{1}{\gamma} + \xi\right) \qquad \alpha_1'' = \pi B + \Delta\omega - \alpha =$$

$$= \pi B\left(1 + \frac{1}{\gamma} - \xi\right), \tag{20a}$$

$$\alpha_2' = \pi B + \Delta\omega + \alpha = \pi B\left(1 + \frac{1}{\gamma} + \xi\right) \qquad \alpha_2'' = \pi B - \Delta\omega - \alpha =$$

$$= \pi B\left(1 - \frac{1}{\gamma} - \xi\right). \tag{20b}$$

Parametrul ξ poate fi pozitiv sau negativ.

Atunci cînd ω_0 este mare față de lărgimea de bandă, $S_2(t)$; $C_2(t)$; $S_4(t)$; $C_4(t)$ pot fi neglijați și în acest caz se obține :

$$P(t) = 2\cos x + [S_3(t) - S_1(t)]\cos x + [C_1(t) + C_3(t)]\sin x \tag{21a}$$

$$Q(t) = [C_1(t) - C_3(t)]\cos x + [S_1(t) + S_3(t)]\sin x. \tag{21b}$$

Derivînd relațiile (21) rezultă :

$$P'(t) = \left\{-\frac{\pi B}{\gamma}[2 + S_3(t) - S_1(t)] + \frac{4}{\pi t}\sin \pi Bt \sin \pi B\xi t \cos\frac{\pi B}{\gamma}t\right\}\sin x +$$

$$+\left\{\frac{\pi B}{\gamma}[C_1(t) + C_3(t)] - \frac{4}{\pi t}\sin \pi Bt \sin \pi B\xi t \sin\frac{\pi B}{\gamma}t\right\}\cos x, \tag{22a}$$

$$Q'(t) = \left\{-\frac{\pi B}{\gamma}[C_1(t) - C_3(t)] + \frac{4}{\pi t}\sin \pi Bt \cos\frac{\pi B}{\gamma}t \cos \pi B\xi t\right\}\sin x +$$

$$+\left\{\frac{\pi B}{\gamma}[S_1(t) + S_3(t)] - \frac{4}{\pi t}\sin \pi Bt \sin\frac{\pi B}{\gamma}t \cos \pi B\xi t\right\}\cos x. \tag{22b}$$

In deducerea relațiilor (22) s-a ținut seamă că :

$$S_1'(t) = \frac{1}{\pi}\int_{\omega'}^{\omega''}\cos(\omega - \omega_1)t\,d\omega = \frac{2}{\pi t}\sin \pi Bt \cos \pi B\left(\frac{1}{\gamma} - \xi\right)t, \tag{23a}$$

$$S_3'(t) = \frac{1}{\pi}\int_{\omega'}^{\omega''}\cos(\omega - \omega_2)t\,d\omega = \frac{2}{\pi t}\sin \pi Bt \cos \pi B\left(\frac{1}{\gamma} + \xi\right)t, \tag{23b}$$

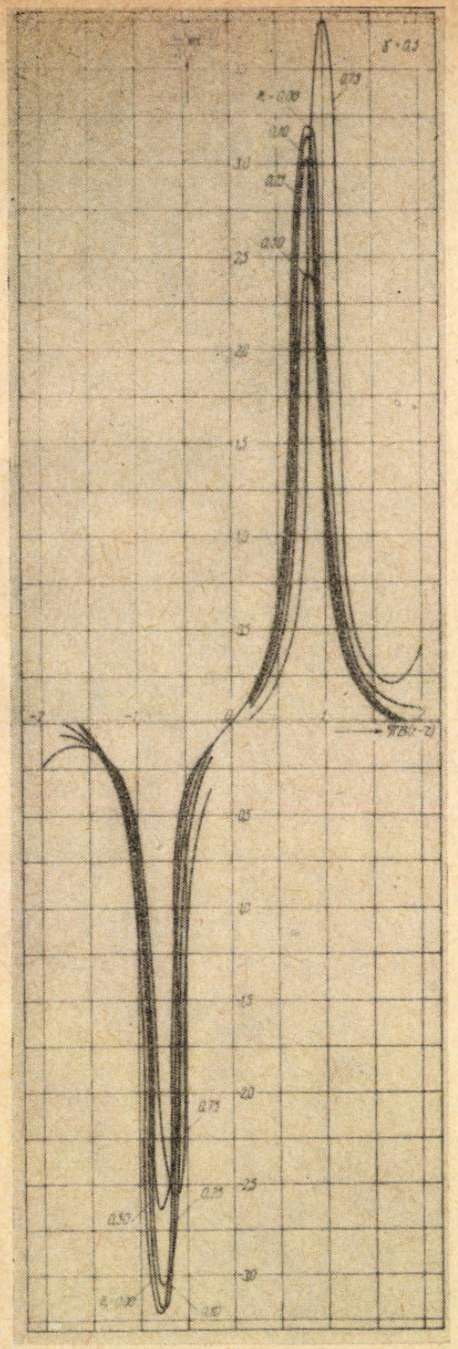


Fig. 3. $\frac{\omega_{VR}(t)}{\Delta\omega}$ în funcție de $\pi B\,(t-\tau)$ pentru $\gamma = 0{,}5$ și $\xi = 0$; 0,10 ; 0,25 ; 0,50 ; 0,75.

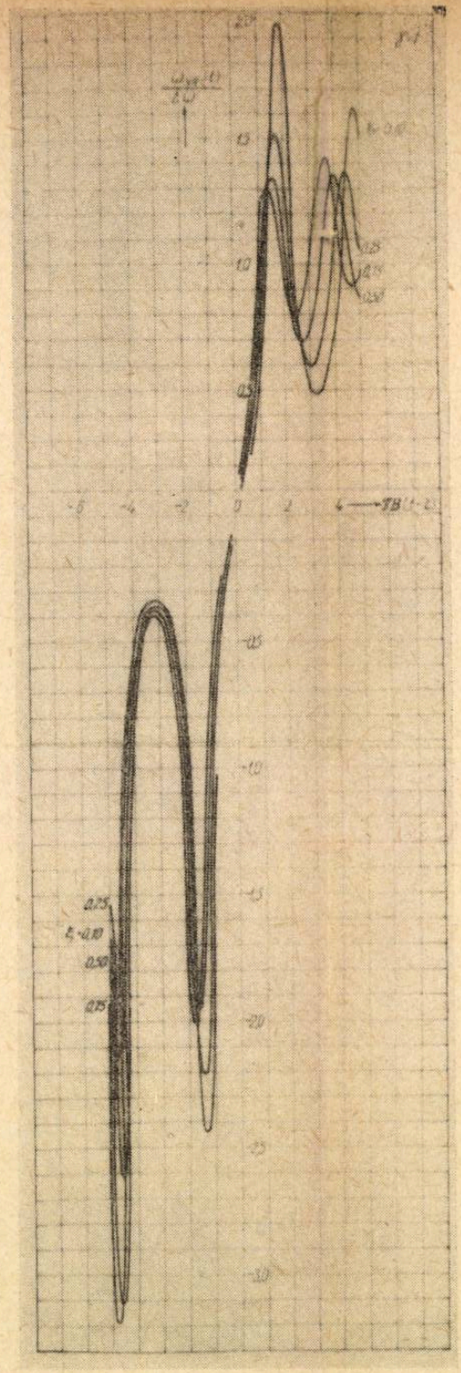


Fig. 4. $\frac{\omega_{VR}(t)}{\Delta\omega}$ în funcție de $\pi B\,(t-\tau)$ pentru $\gamma = 1$ și $\xi = 0{,}10$; 0,25 ; 0,50 ; 0,75.

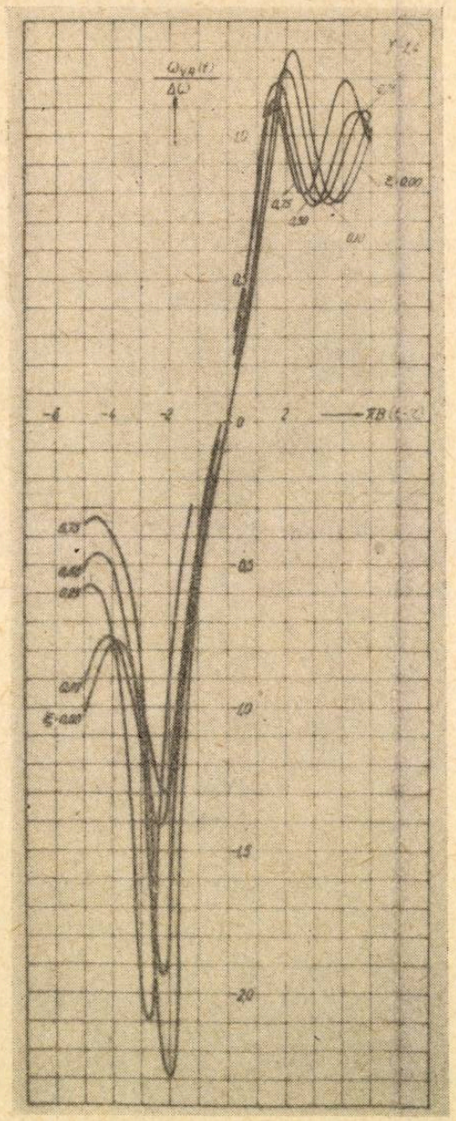


Fig. 5. $\frac{\omega_{VR}(t)}{\Delta\omega}$ în funcție de $\pi B\,(t-\tau)$ pentru $\gamma = 1{,}4$ și $\xi = 0$; 0,10 ; 0,25 ; 0,50 ; 0,75.

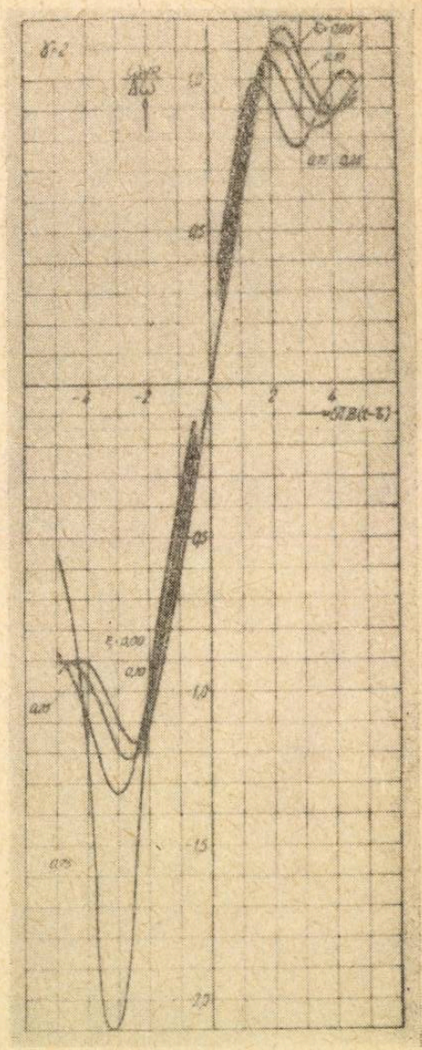


Fig. 6. $\frac{\omega_{VR}(t)}{\Delta\omega}$ în funcție de $\pi B^2(t-\tau)$ pentru $\gamma = 2$ și $\xi = 0$; 0,10 ; 0,25 ; 0,75,

$$C_1'(t) = \frac{1}{\pi}\int_{\omega'}^{\omega''} \sin(\omega-\omega_1)\,t\,d\omega = -\frac{2}{\pi t}\sin\pi B t \sin\pi B\left(\frac{1}{\gamma}-\xi\right)t, \quad (24\,a)$$

$$C_3'(t) = \frac{1}{\pi}\int_{\omega'}^{\omega''} \sin(\omega-\omega_2)\,t\,d\omega = \frac{2}{\pi t}\sin\pi B t \sin\pi B\left(\frac{1}{\gamma}+\xi\right)t. \quad (24\,b)$$

Cunoscînd expresiile funcţiilor $P(t)$; $Q(t)$; $P'(t)$ şi $Q'(t)$ se pot deduce $U_R(t)$ şi $\omega_{VR}(t)$ cu ajutorul relaţiilor:

$$U_R(t) = \frac{K_0 U_0}{2}\sqrt{P^2(t)+Q^2(t)} \quad (25)$$

şi

$$\eta(t) = \frac{\omega_{VR}(t)}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\omega}\,\frac{Q'(t)\,P(t)-Q(t)\,P'(t)}{P^2(t)+Q^2(t)}. \quad (26)$$

In cazul particular $\xi = 0$, $U_R(t)$ şi $\eta(t)$ sînt daţi de relaţiile [1], [3], [4]:

$$U_R(t) = K_0 U_0 \sqrt{\cos^2 x + [S_1(t)\sin x + C_1(t)\cos x]^2}, \quad (27)$$

$$\eta(t) = \frac{\omega_{VR}(t)}{\Delta\omega} = \frac{S_1(t)+\dfrac{2}{\pi\Delta\omega t}\sin\gamma\Delta\omega t\,\cos x\,\sin\Delta\varphi}{\cos^2 x + [S_1(t)\sin x + C_1(t)\cos x]^2}, \quad (28)$$

în care:

$$x = \Delta\omega\, t + \Delta\varphi \qquad \Delta\omega = \omega_2 - \omega_0 = \omega_0 - \omega_1, \quad (29)$$

$$S_1(t) = \frac{1}{\pi}\,[S_i(\alpha_1'' t) + S_i(\alpha_1' t)] \qquad \alpha_1' = \omega_1 - \omega' \qquad \alpha_1'' = \omega'' - \omega_1, \quad (30\,a)$$

$$C_1(t) = \frac{1}{\pi}\,[C_i(\alpha_1'' t) - C_i(\alpha_1' t)] \qquad \alpha_2' = \omega_2 - \omega' \qquad \omega_2'' = \omega'' - \omega_2. \quad (30\,b)$$

Din formulele generale (25) şi (26) ale mărimilor $U_R(t)$ şi $\eta_i(t)$ în care $P(t)$; $Q(t)$; $P'(t)$ şi $Q'(t)$ au expresiile date de (21 a); (21 b); (22 a); (22 b) rezultă că amplitudinea $U_R(t)$ şi partea variabilă a frecvenţei instantanee $\omega_{VR}(t)$ raportată la $\Delta\omega$, a oscilaţiei la ieşire, sînt funcţii de t depinzînd de parametrii γ, ξ şi $\Delta\varphi$.

Presupunînd $\Delta\varphi = 0$ s-a putut exprima $\eta(t)$ şi $U_R(t)$ numai în funcţie de $\pi B t$ (sau de variabila $\pi B(t-\tau)$ dacă se ţine seamă şi de timpul de întîrziere).

In cazul de faţă ne interesează în special variaţia mărimii $\frac{\omega_{VR}}{\Delta\omega}$ în funcţie de variabila normată $\nu = \pi B(t-\tau)$. Cînd $\pi B(t-\tau)$ tinde către ∞, η tinde către 1, cînd $\pi B(t-\tau)$ tinde către $-\infty$, η tinde către -1.

Faptul că apare un semnal la ieșire atunci cînd $\pi B t$ este negativ, este, așa cum se știe, datorită faptului că s-a presupus că sistemul este de tipul filtrului trece bandă ideal și deci nu este practic realizabil (pentru valori finite ale timpului de întîrziere τ).

3. *Reprezentarea curbelor variației frecvenței instantanee și a amplitudinei la ieșire.*

Pe baza formulelor deduse s-a calculat $\frac{\omega_{VR}}{\Delta\omega}$ și U_R (luînd $K_0 U_0 = 1$) în funcție de variabila normată $v = \pi B (t-\tau)$ pentru mai multe valori ale coeficientului γ (0,5 ; 1 ; 1,4 ; 2 ; 4 ; 6 ; 9), luînd în fiecare caz mai multe valori ale parametrului ξ (0 ; 0,10 ; 0,25 ; 0,50 ; 0,75).

Curbele corespunzătoare sînt trasate în figurile (3) — (16).

Pentru un dezacord de semn contrar, curbele se transformă simetric.

Ca la orice răspuns la impulsul treaptă și în cazul de față principalele caracteristici ale impulsului la ieșire sînt timpul de creștere și depășirile (supracreșterile). În cazul de față este foarte importantă și nesimetria impulsului datorită dezacordului.

Din formulele stabilite s-a dedus:

$$\left.\frac{d\eta(t)}{dt}\right|_{t-\tau=0} = \frac{8B}{4 + \left[\frac{1}{\pi} \ln \frac{\left(1+\frac{1}{\gamma}-\xi\right)\left(1+\frac{1}{\gamma}+\xi\right)}{\left(1-\frac{1}{\gamma}+\xi\right)\left(1-\frac{1}{\gamma}-\xi\right)}\right]^2} \tag{30}$$

și timpul de creștere definit prin timpul de creștere al frontului impulsului ω_{VR} de la — 0,8 la + 0,8 din valoarea $\Delta\omega = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}$, calculat pe baza pantei în origină și care este egal cu o creștere de la 0,1 la 0,9 din valoarea totală $2\Delta\omega$ a impulsului, este dat de:

$$B t_c = 0{,}8 \left\{ 1 + \left[\frac{1}{2\pi} \ln \frac{\left(1+\frac{1}{\gamma}-\xi\right)\left(1+\frac{1}{\gamma}+\xi\right)}{\left(1-\frac{1}{\gamma}+\xi\right)\left(1-\frac{1}{\gamma}-\xi\right)} \right]^2 \right\}. \tag{31 a}$$

În cazul particular $\xi = 0$, formula (31 a) devine:

$$B t_c = 0{,}8 \left\{ 1 + \left[\frac{1}{\pi} \ln \left| \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \right| \right]^2 \right\}. \tag{31 b}$$

În tabelul 1 s-au reprezentat valorile timpului de creștere normat Btc pentru diferite valori ale parametrilor γ și ξ, calculat din curbele trasate.

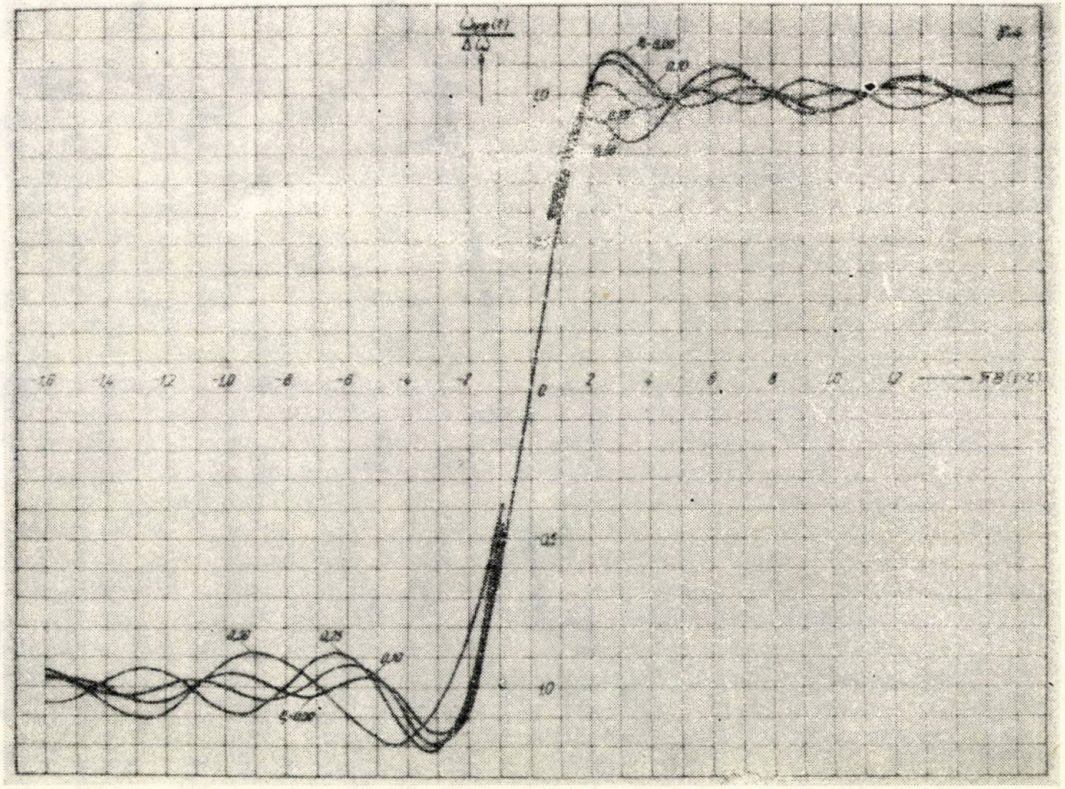


Fig. 7. $\frac{\omega_{VR}(t)}{\Delta\,\omega}$ în funcție de $\pi B\,(t-\tau)$ pentru $\gamma = 4$ și $= 0\,;\ 0{,}10\,;\ 0{,}25\,;\ 0{,}50.$

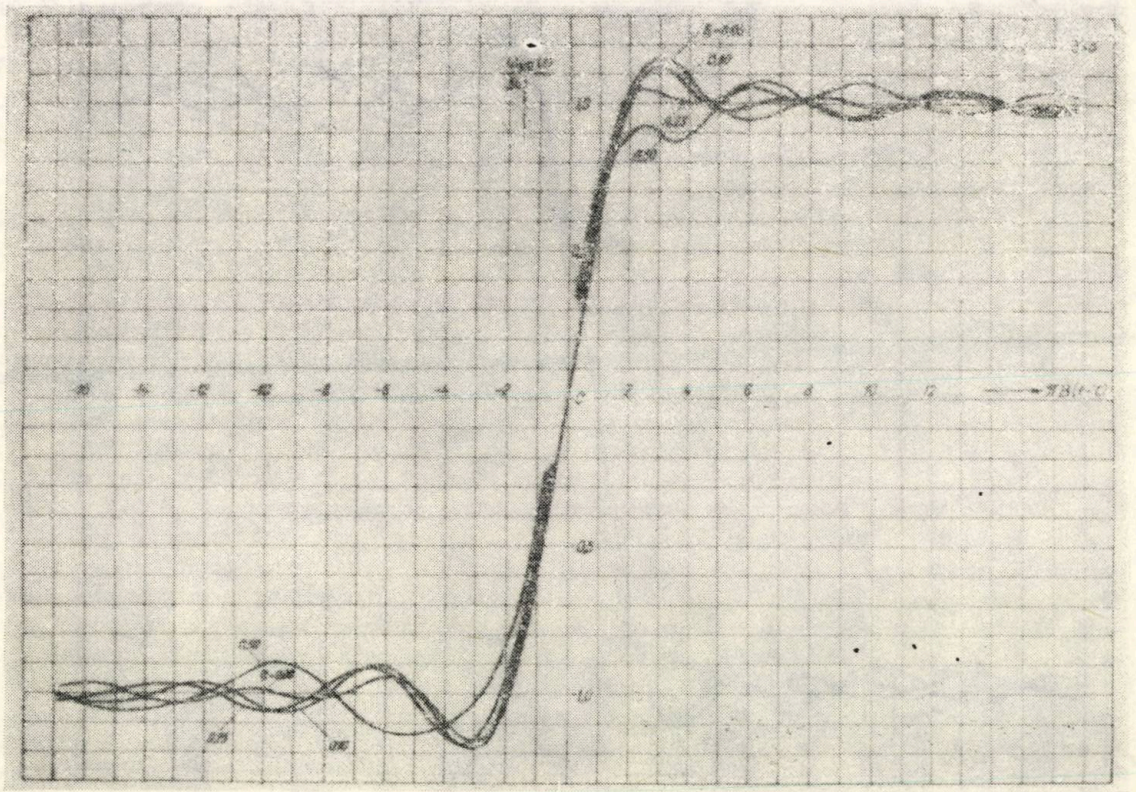


Fig. 8. $\frac{\omega_{VR}(t)}{\Delta\omega}$ în funcție de $\pi B(t-\tau)$ pentru $\gamma = 6$ și $\xi = 0$; 0,10 ; 0,25 ; 0,50.

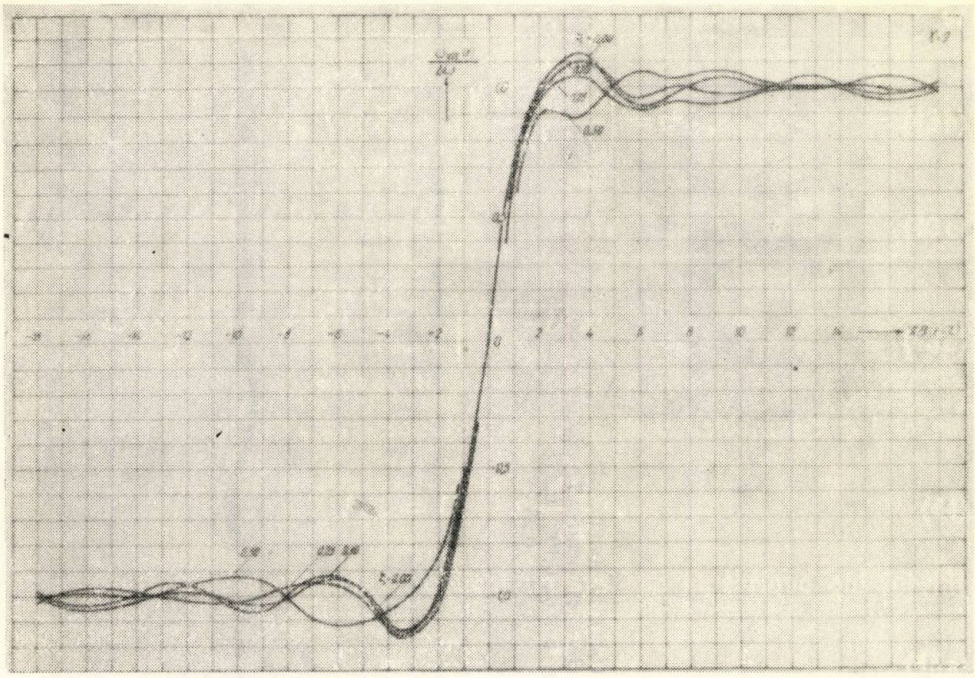


Fig. 9. $\frac{\omega_{VR}(t)}{\Delta\omega}$ în funcție de $\pi B\,(t-\tau)$ pentru $\gamma = 9$ și $\xi = 0$; 0,10 ; 0,25 ; 0,50.

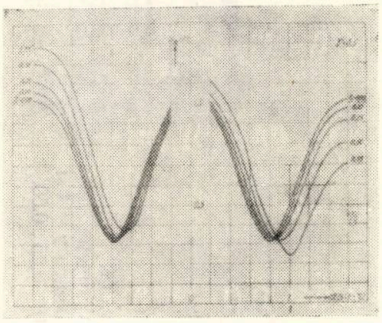


Fig. 10. $U_R(t)$ în funcție de $\pi B\,(t-\tau)$ pentru $\gamma = 0{,}5$ și $\xi = 0$; 0,10 ; 0,25 ; 0,50 ; 0,75.

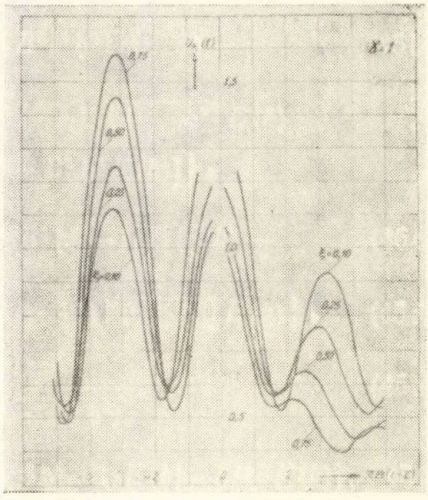


Fig. 11. $U_R(t)$ în funcție de $\pi B\,(t-\tau)$ pentru $\gamma = 1$ și $\xi = 0{,}10$; 0,25 ; 0,50 ; 0,75.

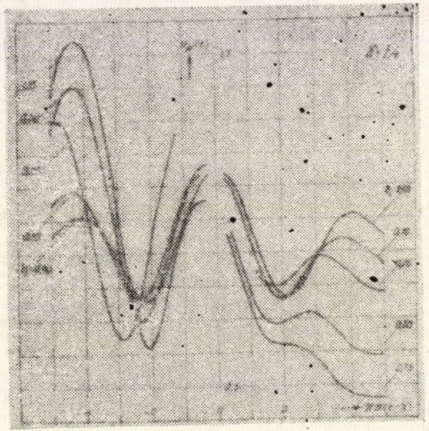


Fig. 12.
$U_R(t)$ în funcție de $\pi B(t-\tau)$ pentru $\gamma = 1{,}4$ și $\xi = 0$; 0,10 ; 0,25 ; 0,50 ; 0,75.

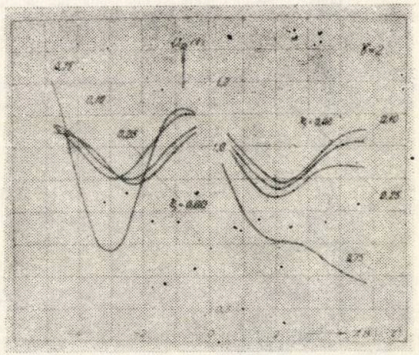


Fig. 13.
$U_R(t)$ în funcție de $\pi B(t-\tau)$ pentru $\gamma = 2$ și $\xi = 0$; 0,10 ; 0,25 ; 0,50 ; 0,75.

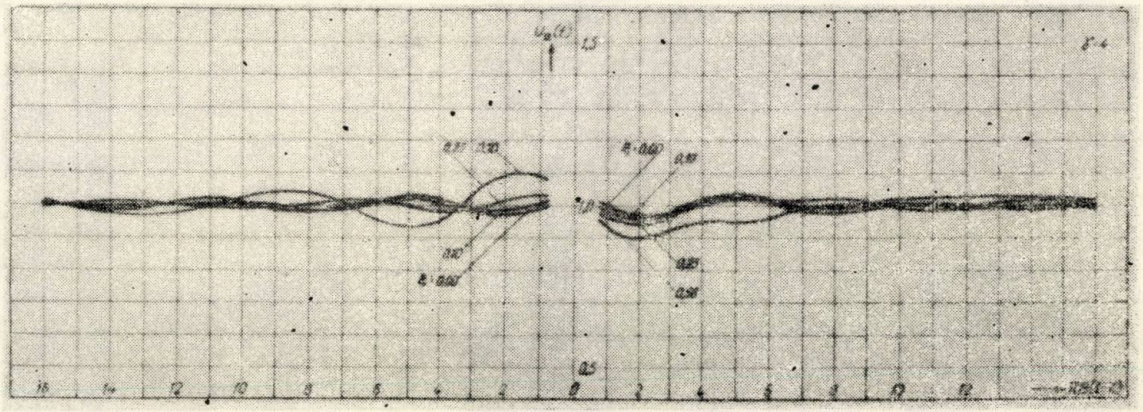


Fig. 14.
$U_R(t)$ în funcție de $\pi B(t-\tau)$ pentru $\gamma = 4$ și $\xi = 0$; 0,10 ; 0,25 ; 0,50.

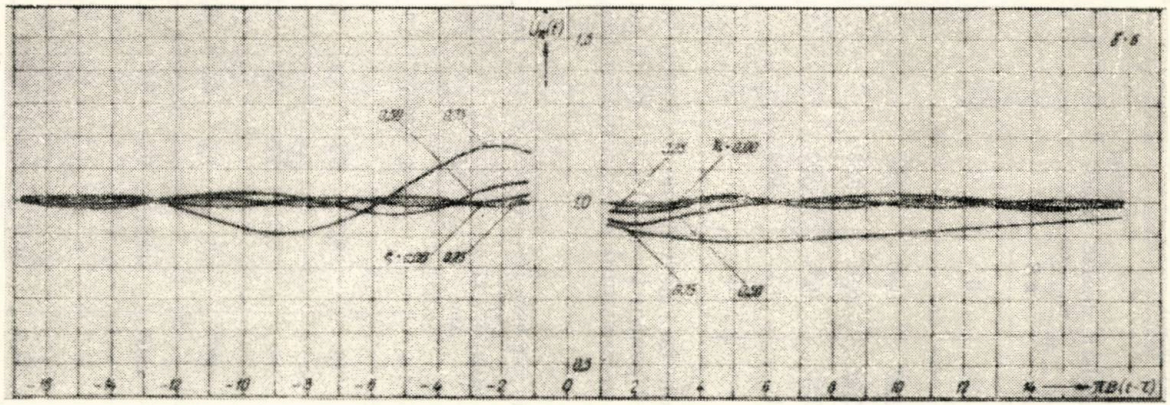


Fig. 15. $U_R(t)$ în funcție de $\pi B(t-\tau)$ pentru $\gamma = 6$ și $\xi = 0$; 0,25; 0,50; 0,75.

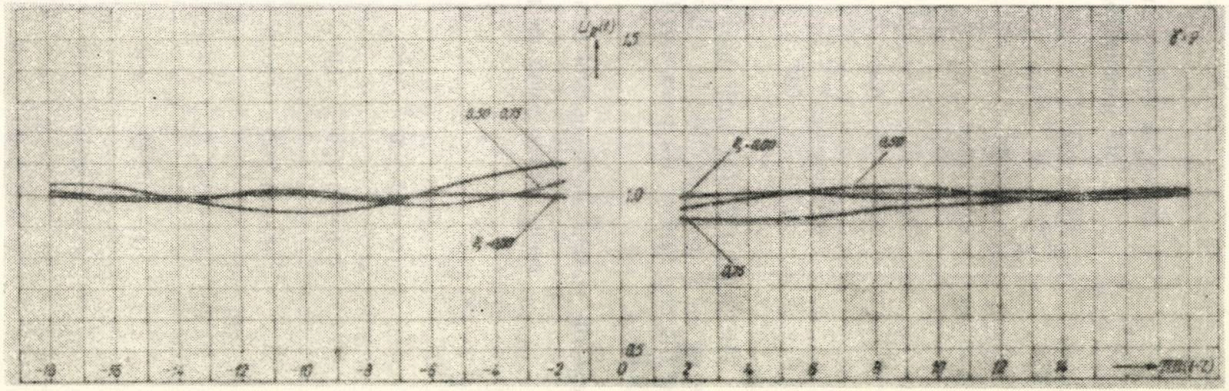


Fig. 16. $U_R(t)$ în funcție de $\gamma B(t-\Upsilon)$ pentru $\pi = 9$ și $\xi = 0$; 0,50; 0,75.

Tabelul 1

Timpul de creştere normat Btc pentru diverse valori ale parametrilor $\gamma = \frac{\pi B}{\Delta \omega}$ şi $\xi = \frac{\omega_0 - \omega_r}{\pi B}$

ξ \ γ	1,4	2	4	6	9
0	0,83	0,86	0,92	0,89	0,80
0,10	0,84	0,86	0,92	0,91	0,86
0,25	0,89	0,84	0,89	0,86	0,92
0,50	0,75	—	1	1,1	1,02
0,75	0,67	0,84	—	—	—

În tabelul 2 sînt date depăşirile maxime faţă de valorile de regim staţionar ω_2 şi ω_1, raportate la $2\,\Delta\omega$, respectiv pentru $t-\tau>0$ şi $t-\tau<0$, pentru diferite valori ale parametrilor γ şi ξ în domeniul de variaţie în timp, studiat.

Tabelul 2

Depăşirile maxime ale semnalului de ieşire (%) în regiunea $(t-\tau)>0$ şi $(t-\tau)<0$ pentru diverse valori ale parametrilor $\gamma = \frac{\pi B}{\Delta\omega}$ şi $\xi = \frac{\omega_0 - \omega_r}{\pi B}$

ξ \ γ		0,5	1	1,4	2	4	6	9
0	$(t-\tau)>0$	110	—	15	8,7	7,5	7,2	7,2
	$(t-\tau)<0$	110	—	15	8,7	7,5	7,2	7,2
0,10	$(t-\tau)>0$	107,5	47,7	—12	6	5,9	6,2	5,5
	$(t-\tau)<0$	108,7	57,2	20,5	11,2	9,5	8,7	8,2
0,25	$(t-\tau)>0$	101	25,7	—11,5	— 8	4,7	4	4
	$(t-\tau)<0$	102	81	54,5	16,5	10,7	8,5	7,7
0,50	$(t-\tau)>0$	70	17,7	—12	—	—8,2	—6,7	3,2
	$(t-\tau)<0$	81,5	105,5	47	—	9,5	6,5	5,7
0,75	$(t-\tau)>0$	137,5	21,2	10,2	—11,2	—	—	—
	$(t-\tau)<0$	77,5	109,5	64,5	55	—	—	—

Se observă că pentru $\gamma \leqslant 2$, depășirile sînt foarte importante (mai mari mari ca 10%), chiar pentru $\xi = 0$.

Nesimetria impulsului de la ieșire se accentuează cu atît mai mult cu cît $\frac{1}{\gamma} = \frac{2\Delta f}{B}$ și ξ sînt mai mari, în același timp se constată (vezi figurile $U_R(t)$) că gradul de modulație în amplitudine a oscilației de la ieșire crește.

Din această cauză, pentru valori mari ale mărimilor $\frac{1}{\gamma}$ și ξ, suprimarea modulației parazite de amplitudine cu ajutorul limitatorului devine foarte dificilă.

CONCLUZII

Din curbele trasate pe baza formulelor stabilite, pentru cazul cînd frecvența centrală a oscilației este decalată față de frecvența de centru a filtrului de bandă ideal rezultă:

Pentru un anumit $\frac{1}{\gamma}$ (deviația de frecvență raportată la lărgimea de bandă), timpul de creștere normat variază în limite mici cu ξ (ecartul frecvenței centrale a oscilației față de frecvența de centru raportat la lărgimea de bandă) și poate fi considerat aproximativ independent de ξ.

Nesimetria curbelor însă este cu atît mai pronunțată, la același $\frac{1}{\gamma}$, cu cît ξ este mai mare.

Pentru ξ constant timpul de creștere normat variază în limite mici cu $\frac{1}{\gamma}$, iar nesimetria curbelor este cu atît mai pronunțată cu cît $\frac{1}{\gamma}$ este mai mare.

Efectul cel mai important al dezacordului este asupra nesimetriei răspunsului la saltul de frecvență.

Rezultatele obținute sînt importante la stabilirea condițiilor care trebuie realizate în lanțul de radiofrecvență a radioreleelor cu MF pentru transmisiunea de semnale video, ținîndu-se seama de variațiile posibile ale oscilatorului local și de abaterile întîmplătoare ale capacităților de acord.

Mulțumim matematicienilor Stancu Mircea, Ciupitu Eugen și Ion Căruțașu, de la Institutul de Fizică Atomică, pentru concursul deosebit de valoros pe care ni l-au dat, în calcularea curbelor cuprinse în articol, la mașina de calcul CIFA 4.

Catedra de radiocomunicații
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Gonorovski (I. S.)*: Ciastotnaia moduliatia i eio primenenie. Moskva Sviazizdat 1948. gl. 9 i 10.

2. *Küpfmüller Karl*: Die Systemtheorie der elektrischen Nachrichtenübertragung. Stuttgart, S. Hirzel Verlag 1952, § 55.

3. *Salinger H*: Transients în Frequency Modulation. Proc. IRE, vol. 30, Number 8, August 1942 p. 378—383.

4. *Iaroslavski* (L.I.), *Iahinson* (B.I.): Protess ustanavlenia ciastotî na vîhode uzkopolosnovo idealinovo filtra pri ciastotno — fazovoi moduliatii. Radiotehnica t. 15, No. 7, 1960, p. 44—50.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 2

C. Z. : 621.391

MODÈLES NEUROCYBERNÉTIQUES DE LA COMMANDE MOTRICE *

ED. NICOLAU, C. BĂLĂCEANU

1. *Introduction*

L'objet de cet ouvrage est de décrire quelques modèles cybernétiques de la commande motrice. Il s'agit de présenter une série de schémas neurocybernétiques qui expliquent le mode de fonctionnement de la commande motrice telle qu'elle se rencontre chez les êtres vivants. Son point de départ est représenté par le modèle équivalent du neurone tel qu'il a été proposé par nous dans des publications antérieures (1), (2), (3).

Nous allons rappeler sommairement ce modèle. Le neurone est un système à plusieures entrées dont les unes engendrent une excitation et les autres une inhibition.

Le singnal total équivalent qui agit sur le neurone est :

$$s(t) = \sum_{i,j} (w_i x_j - v_j y_j)$$

où x_i représente le signal appliqué à la synapse excitatrice i, w_i — le facteur spécifique (le poids) de cette synapse, y_j — le signal appliqué à la synapse inhibitrice j, et v_j — le facteur spécifique (le poids) de cette synapse ; t représente le temps.

La réponse r du neurone est une réponse graduée conformément à la loi :

$$r(t') = \begin{cases} 0 & s < p \\ k(s-p) & p < s < P \\ L & P < s \end{cases}$$

$$t' = t + e$$

où e représente le temps de latence du système, p — le seuil d'excitation du neurone, P — la valeur du signal qui correspond à l'état de saturation du neurone, L étant la réponse maxima (de saturation) du neurone.

---

*) Communiquée à la session scientifique des cadres didactiques de l'Institut polytehnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest, 28—30 mai 1965.

Dans la fig. 1 a on voit le symbole qui représente le neurone, et dans la fig. 1 b la caractéristique de la reponse r du neurone pour le signal d'entrée s.

Les actes moteurs sont le résultat de l'action du système nerveux sur les muscles. Ce sont les fibres musculaires striées — les éléments effecteurs, moteurs — qui assurent l'activité motrice de l'organisme. Le déclanchement et la réalisation de cette activité motrice se fait par le système

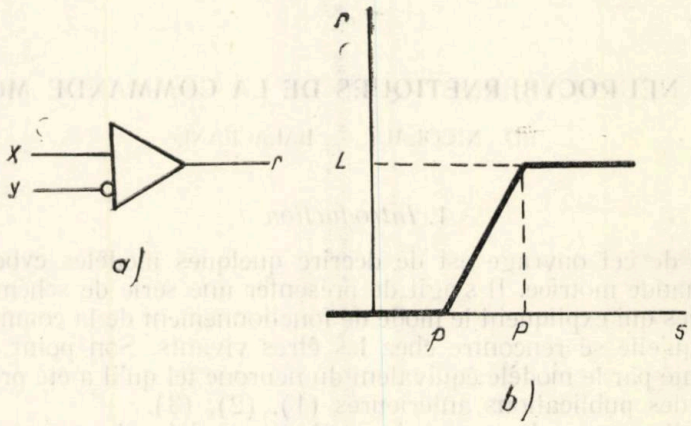


Fig. 1

nerveux sous l'influence des signaux qui lui arrivent des milieux externe et interne grâce aux récepteurs. Toute manifestation motrice simple (comme un reflexe myotatique) ou complexe (comme le comportement intelligent de l'homme) a comme base la combinaison et la transmission des messages à partir des récepteurs vers les effecteurs.

Dans le cadre de l'activité motrice il faut distinguer plusieurs paliers. Nous allons étudier dans cet ouvrage — au point de vue cybernétique — le cas le plus simple, celui de l'activité motrice réflexe.

2. *Le système des neurones intercalaires*

L'analyse cybernétique des unitées motrices démontre qui celles-ci ne sont pas capables d'engendrer une reponse graduée. On sait qu'une unité motrice est formée (d'après Sherrington) d'un neurone moteur et de l'ensemble des fibres musculaires élémentaires qu'il commande.

Un ensemble d'unités motrices forment un muscle. Celui-ci est capable d'une réponse graduée. Ceci s'explique par le fait que pendant la contraction (graduée) d'un muscle ce qui varie c'est *le nombre* des unités motrices qui se contractent individuellement (chacune selon la loi "du tout et du rien"). Ceci est possible grâce à un réseau de neurones superposé aux unités motrices. Il s'agit des neurones intercalaires. Toute information devant agir sur les neurones moteurs (les unités motrices) ne peut agir que par l'intermediaire du réseau des neurones intercalaires. Il n'y a que les af-

férences proprioceptives provenant des éléments fusospirilaires des muscles qui agissent directement sur les neurones moteurs.

La cybernétique de la motilité doit expliquer les principes de fonctionnement des neurones intercalaires dont l'existence au niveau de la moelle et du tronc cérébral est un fait morphologique bien établi et qui constitue un des problèmes de la neurophysiologie.

Il s'agit de la juxtaposition de plusieurs types de réseaux paucineuronaux indépendants.

3. *Le traducteur intensité/nombre*

La rôle principal des neurones intercalaires est d'assurer la réponse graduée de chaque muscle. Cette réponse graduée est realisée par le recrutement d'un nombre variable d'unités motrices excitées (contractées). Il est évidamment nécessaire qu'il existe un réseau neuronal qui puisse exciter un nombre variable d'unités motrices, nombre qui puisse croître d'une façon monotone en rapport avec l'intensité de l'excitation. Il s'agit donc d'un réseau interposé entre les fibres de commande motrice (f. pyramidal etc.) et les neurones moteurs, réseau qui peut traduire l'intensité variable des commandes motrices en un nombre variable de neurones moteurs (d'unités motrices) excités.

L'intensité de la commande motrice se manifeste par deux paramètres: la fréquence des impulsions le long des fibres (axones) et le nombre de fibres (axones) excitées.

Il s'agit de présenter un modèle neuronal capable de traduire l'intensité variable du signal d'entrée en un nombre variable de sorties où apparait le signal de réponse. Notre modèle est simplifié ; c'est pourquoi il ne présente qu'une seule entrée.

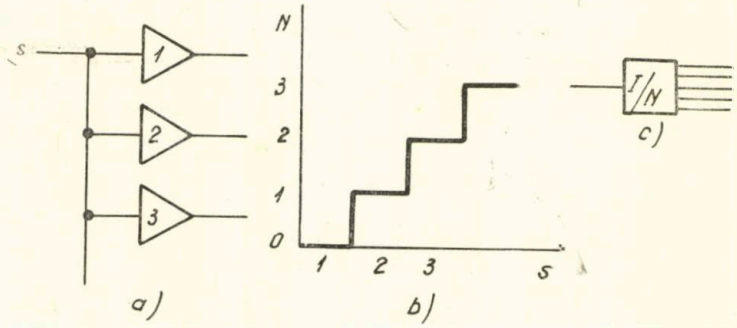


Fig. 2

Le principe d'un tel traducteur est représenté dans la fig. 2 a. Le signal d'entrée — d'intensité variable — est appliqué simultanément à un certain nombre de neurones ayant chacun un autre seuil d'excitation. Le nombre de neurones excités (recrutés) dépend donc de l'intensité du signal d'entrée.

En considérant p comme le seuil du neurone i, s comme l'intensité du signal d'entrée, et N comme le nombre de sorties excitées, la caractéristique

du système se présente comme celle de la fig. 2 b. En admettant que $p_i = i\,p_1$, on obtient la relation

$$N = [s/p_1]$$

ou $[x]$ est la partie entière de x.

Si à chaque sortie de ce réseau on relie un nombre d'unités motrices, on obtient une réponse graduée du muscle, réponse qui est une fonction de N, donc de l'intensité s du signal d'entrée.

4. *Le distributeur statistique*

La force de contraction d'un muscle dépend du nombre d'unités motrices qui se trouvent à un moment donné en état de contraction. L'éléctromyographie montre que si pour un état de contraction d'une certaine force du muscle le nombre d'unités motrices qui sont en contraction est constant, en échange il y a une variation continuelle et tout à fait aléatoire d'unités motrices individuelles qui sont contractées ou en repos. Il s'agit de l'intervention d'un mécanisme aléatoire qui choisit à chaque moment les fibres contractées mais

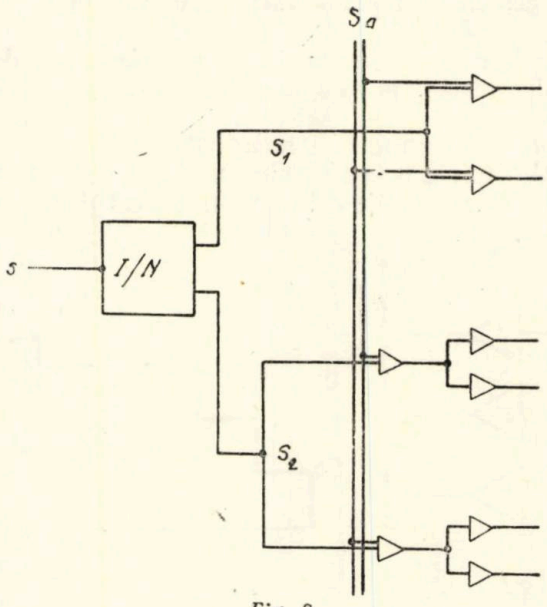


Fig. 3

non le nombre de celles-ci (ce nombre dépend de l'intensité de la commande motrice). Ce mécanisme est réalisé par un réseau neuronal interposé entre le traducteur intensité/nombre et les neurones moteurs, réseau constitué par des neurones intercalaires, et qui fonctionne comme un distributeur statistique. Il est évident que dans le cas de la contraction maximale du muscle ce jeu aléatoire n'a plus lieu, mais dans ce cas il s'agit d'une situation limite.

Un tel distributeur statistique est representé dans le fig. 3.

Chaque neurone de sortie du traducteur intensité/nombre émet le même signal de sortie d'intensité 1, qui agit sur un autre système de neurones intercalaires, neurones qui ont un seuil $p > 2$ et qui excitent un certain groupe de neurones moteurs. Plus le seuil du neurone de sortie du traducteur intensité/nombre est haut, plus le groupe de neurones moteurs sur lequel il agit est grand. Il y a pour chaque seuil (donc pour chaque sortie) un certain ordre de grandeur du groupe de neurones activée. Dans notre schéma nous avons admis que les ordres de grandeurs des groupes varient selon la série 1, 2, 4, 8. Grâce à ce mode de construction du réseau on voit qu'il y a une relation entre l'intensité du signal qui agit sur le traducteur intensité/nombre et l'ordre de grandeur du groupe de neurones moteurs qui sont excités.

Dans le cadre de chaque ordre de grandeur il y a plusieurs groupes de neurones moteurs (de l'ordre de grandeur correspondant) qui peuvent être excités. Tous reçoivent de la part du neurone de sortie du traducter une influence S_i — mai cette influence est plus petite que le seuil des neurones moteurs : $S_i < p_i$.

Pour qu'un groupe soit excité (donc choisi) il faut qu'il reçoive en plus de S_i une autre influence S_i de facon que $S_i + S_a > p_i$ (evidamment $S_a < p_i$). L'influnce S_a provient d'un générateur de signaux aléatoires. De cette façon la commande motrice, grâce à son intensité et par l'intermédiaire du traducteur intensité/nombre, détermine d'ordre de grandeur du groupe de neurones moteurs qui doivent étre excités et le générateur aléatoire déterminé à chaque instant, le groupe d'unités motrices qui doit être excités.

On peut considérer comme générateur aléatoire la formation réticularie du tronc cérébral — qui agit sur le système des neurones intércalaires grâce aux fibres réticulo-spinales.

La réalité biologique nous impose un schéma plus compliqué que celui presenté. En effet, le nombre des neurones du système réel est plus grand, ainsi que le nombre de niveux d'excitation. Le nombre des groupes de neurones dans le cadre de chaque ordre de grandeur est aussi plus grand, ce qui conduit à un nombre plus considérable de variantes possibles pour chaque niveau d'excitation. Il faut ajouter qu'autant pour les voies de commande, que pour celles du générateur aléatoire il n'y a pas seulement des synapses de type excitateur mais bien aussi des synapses de type inhibiteur.

Ce mode d'organisation des neurones intercalaires explique d'une manière satisfaisante le façon dont la commande nerveuse centrale est traduite par le jeux aléatoire des contractions des unités motrices. De même, il explique pourquoi les voies de commande nerveuse n'agissent pas directement sur les neurones moteurs, mais par l'intermediaire des neurones intercalaires. On trouve ainsi une explication aux faits decrits par Lloyd, selon lequel l'éxcitation le long des fibres pyramidales n'arrive aux neurones moteurs qu'après avoir traversé deux niveaux succesifs de neurones intercalaires. C'est parce que toutes les commandes doivent agir sur les unités motrices par l'intermédiaire du traducteur intensité/nombre et du distributeur statis-

tique, que toutes les voies motrices (pyramidale, extrapyramidale, réflexes polisynaptiques) aboutissent au système des neurones intercalaires.

Ce système des neurones intercalaires assure les niveaux d'activité des muscles en utilisant succesivement l'activité des differentes unités motrices, ce qui permet de maintenir même pendant l'activité motrice, certaines fibres musculaires en repos, fibres dont la distribution temporo-spatiale change continuellement et d'une façon aléatoire.

5. *Les neurones intercalaires inhibiteurs*

Chaque neurone moteur envoie vers la moelle, une ou plusieures collatérales de son axone. Ces collatérales agissent sur des neurones intercalaires de type inhibiteur (les cellules de Renshaw). Ces neurones agissent à leur tour sur les neurones moteurs voisins, ou parfois sur le neurone moteur même qui les excite.

Ces cellules de Renshaw jouent un double rôle au point de vue cybernétique. En premier lieu elles assurent une plus rapide commutation de l'excitation d'un neurone moteur à l'autre. En effet, on sait que l'interposition d'éléments inhibiteurs entre deux ou plusieures voies paralleles permet la réalisation d'une accentuation des contrastes entre le niveau d'excitation des ces voies (4).

En second lieu, l'action d'inhibition exercée par le neurone moteur sur lui même lui assure un régime de fonctionement du type *ON* (c'est à dire qu'il n'émet un signal que pour le début d'une excitation dont il subit l'influence). Ceci implique l'existence d'un retard dans le circuit ; il peut être réalisé grâce au fait que la cellule Ranshaw agit sur le neurone moteur au niveau d'un prolongement synaptique de ce dernier.

Ce circuit d'autoinhibition intervient probablement au cours de la période d'inactivation électrique détecté sur le nerf moteur au début du réflexe myotatique.

Il y a aussi d'autres élements inhibiteurs. Les uns sont interposés sur la voie réflexe bisynaptique (à effet inhibiteur) venant du corpuscule de Golgi. Les autres assurent — au niveau de la moelle épinière et du tronc cérébral — la réalisation des differentes modalités d'innervation réciproque entre muscles — ou groupes de muscles — telles qu'elles ont été décrites par Sherrington.

6. *Système de mémoire*

L'analyse expérimentale du réflexe de flexion (nocicéptif) met en évidence l'éxistence de post-effects. Ceux-ci s'expliquent aujourd'hui par la persistence de l'excitation au niveau des neurones intercalaires. Cette persistence est posssible grâce aux circuits neuronaux de mémoire. La fig. 4 reproduit le schéma d'un tel circuit de „réverbération". Evidamment qu'il s'agit d'un schema très simplifié. En réalité le nombre des neurones est plus grand, il a y parfois plusieures boucles superposées, plusieures voies d'entrée, d'éffacement, etc.

Le système des neurones intercalaires doit contenir aussi d'autres types de circuits de mémoire, comme ceux dont le schéma de principe est reproduit dans la fig. 5. Il s'agit, comme on le voit, de l'interposition entre l'entrée et le neurone de sortie de plusieures chaines de neurones de retardement de longueures différentes. Un tel circuit n'a pas besoin d'un signal d'éffacement v.

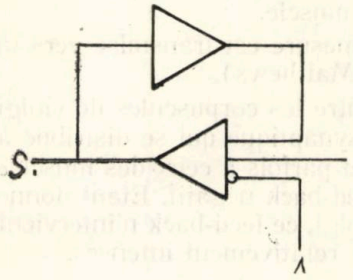


Fig. 4

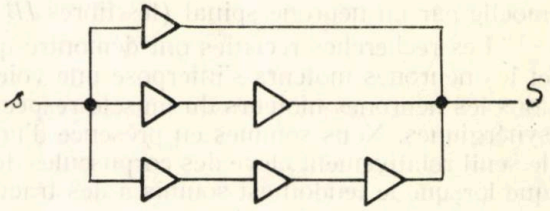


Fig. 5

Les deux types de circuits de mémoire ont été décrits par Lorente de Nô. Ils jouent un rôle dans la circulation de l'information au niveau du système moteur élémentaire de la moelle et du tronc cérébral.

7. *Le schéma logique du systeme de commande motrice*

La conception classique sur le système de commande motrice est celle d'un système ouvert. L'élément automatisé est représenté par le muscle. Cet élément subit l'action du système nerveux (notamment des neurones moteurs), qui représente le dispositif automatique. Le signal d'entrée x est représenté par la commande nerveuse qui est émise par les neurones intercalaires vers les neurones moteurs ; le signal d'éxécution y est représenté par l'influx nerveux qui se propage du neurone moteur vers les fibres musculaires qu'il commande, et la réponse z du systeme est constituée par la force mécanique developpée par les fibres musculaires (v. fig. 6 a).

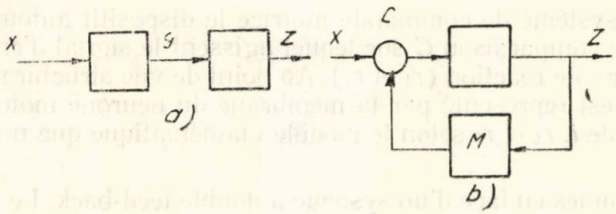


Fig. 6

Le développement de l'automatique et de la cybernétique a conduit vers l'idée que le système de commande motrice fonctionne comme un systeme de réglage fermé (avec un feed-back). Ceci implique l'existence d'un élément M qui puisse mesurer l'effet produit par le système (donc la contraction musculaire) (v. fig. 6 b).

8. *Le système des corpuscules de Golgi*

Les corpuscules de Golgi sont des mécanorécepteurs situés au niveau des tendons des muscles. Ils se trouvent sous l'influence de le tension mécanique à laquelle est soumis le tendon. Ces corpuscules — qui ont un seuil à 100—200 g — sont disposés „en série" avec le muscle.

L'information détectée par cet element de mesure est transmise vers la moelle par un neurone spinal (les fibres *IB* de Matthews).

Les recherches récentes ont démontré qu'entre les corpuscules de Golgi et les neurones moteurs s'interpose une voie bisynaptique qui se distribue à tous les neurones moteurs du muscle respectif et parfois à ceux des muscles synérgiques. Nous sommes en présence d'un feed-back négatif. Etant donné le seuil relativement élevé des corpuscules de Golgi, ce feed-back n'intervient que lorsque le tendon est soumis à des tractions relativement intenses.

9. *Le système des fuseaux neuro-musculaires*

Les fuseaux neuromusculaires, intercalés parmi les unités motrices représentent un second type d'éléments de mesure. Grâce à leur position, ces fuseaux sont soumis à une tension mécanique lorsque le muscle est étiré passivement. Au cour de la contraction active du muscle, les fuseaux neuromusculaires sont soumis à une tension mécanique très faible. Les fuseaux neuromusculaires répondent lorsque le muscle est soumis à une traction mécanique d'au moins 1—2 g. L'information est transmise vers la moelle par un neurone spinal. Il s'agit des fibres I *A* et II *A* de Matthews. Il s'agit d'une voie monosynaptique qui agit sur le nourone moteur comme un feed-back positif. Ce feed-back se trouve à la base du réflexe myotatique.

10. *Le schéma du système de commande motrice à feed-back*

Dans la fig. 7 nous présentons le schémas du système de commande motrice, tel qu'il nous est révelé par l'analyse cybernétique des données de la morphologie et de la physiologie du système nerveux.

Dans le système de commande motrice le dispositif automate comprend un élément de comparaison *C* sur lequel agissent le signal d'entrée (i), ainsi que les signaux de réaction (r_1 et r_2). Au point de vue structural, l'élément de comparaison est représenté par la membrane du neurone moteur qui calcule la résultante de i, r_1 et r_2 selon le modèle mathématique que nous avons proposé.

Nous sommes en face d'un système à double feed-back. Le feed-back provenant des corpuscules de Golgi *G* fonctionne en corrigeant le signal d'entrée (il a la tendance à réduire à zéro l'erreur du système).

Le feed-back positif (provenant des fuseaux neuromusculaires *FNM*) fonctionne comme un système d'amplification. Un tel système peut, dans certaines conditions, engender une oscillation entretenue. Le clonus est l'expression physiopathologique d'une telle oscillation. Dans ce sens il a été étudié au double point de vue physiologique et mathématique par Wiener

et Rosenblueth. Le clonus apparrait à la suite de l'interruption de certains éléments de la voie pyramidale. Il résulte que les fonctions de transfert des éléments du circuit dépendent des étages supérieurs du système nerveux. Comme une conséquence de la suppression de cette influence des étages supérieurs il se produit une amplification de l'effet positif de ce feed-back, d'où une exagération des réflexes myotatiques.

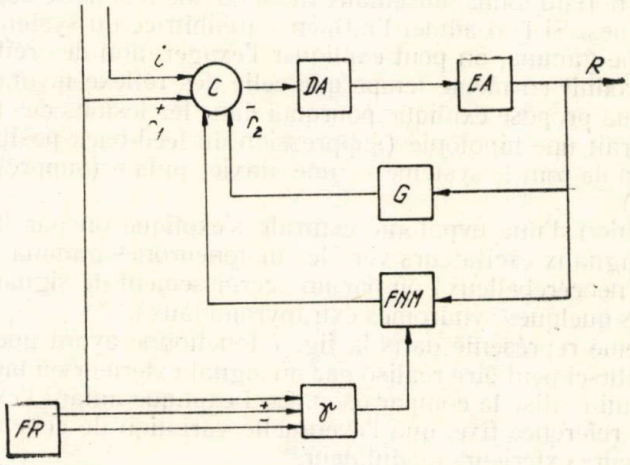


Fig. 7

11. *Le système efférent gamma*

La situation est plus compliquée car les fuseaux neuromusculaires ne sont pas des organes passifs. En effet, il n'y a que la partie moyenne du fuseau qui est passive. Les deux extremités sont formées par des fibres musculaires qui peuvent se contracter activement sous la commande d'un neurone moteur special. Les neurones moteurs qui commandent les fibres musculaires classiques sont connus sous le nom de motoneurones alpha, tandis que les neurones moteurs qui commandènt les éléments actifs des fuseau sont connus sous le nom de motoneurones gamma. Ceux-ci à leur tour sont sous l'influence d'étages nevraxiaux supérieurs. La fig. 7 représente le schéma d'ensemble du système cybernétique de commande motrice élémentaire.

Le système gamma établit le niveau de zéro des fuseaux neuromusculaires et indirectement le niveau de zéro des motonerones alpha. Ce niveau de zéro a son expression dans le tonus des muscles et la réactivité de tout le système. Le tonus de repos est la conséquence du bruit de fond du système (qui est d'autant plus efficient que l'excitabilité des motoneurones alpha est plus grande). Dans les conditions de relaxation de repos normal, le tonus du muscle n'est que la conséquence de l'état de contraction des fibriles des fuseaux neuromusculaires (tous les autres éléments contractiles du muscle étant relaxés).

Le schéma présenté explique pourquoi le tonus musculaire peut être modifié par l'injection de signaux excitatoirs dans le système gamma (comme cela arrive au cours de certaines affections extrapyramidales) ou lorsque l'on supprime certains signaux inhibiteurs venus de la formation reticulaire *FR* (comme cela arrive au cours de la rigidité de décérébration). On comprend de même pourquoi certaines lésions du faiceau pyramidal provoquent une accentuation du tonus musculaire ainsi qu'une réactivité accrue des réflexes myotatiques. Si l'on admet l'influence inhibitrice du système pyramidal sur le système gamma, on peut expliquer l'exagération des réflexes nociceptifs qui se produit en même temps que celle des réflexe myotatiques.

Le schéma proposé explique pourquoi dans les lésions des racines postèrieures apparait une hipotonie (suppression du feed-back positif) et une désorganisation de tout le système — une ataxie spinale (suppression du feed-back négatif).

L'apparition d'une hypotonie centrale s'explique on par la suppression de certains signaux excitateurs vers les motoneurones gamma (comme dans le syndrome néocerébelleux) où par un accroissement de signaux inhibiteurs (comme dans quelques syndromes extrapyramidaux).

Le système représenté dans la fig. 7 fonctionne ayant une grandeur de reférence. Celle-ci peut être réalisé par un signal extérieur ou bien par le seuil du neurone qui réalise la comparaison. Ceci explique autant l'existence d'une grandeur de reférence fixe, que l'éventuelle variation de celle-ci en fonction d'autres facteurs extérieurs modulateurs.

La chaire de radiocommunication
Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Edm. Nicolau, C. Bălăceanu :* Cibernetica, Editura științifică, București, 1961.
2. *Edm. Nicolau, C. Bălăceanu :* La Cybernétique du neurone, Eléctronique médicale, 1964, nr. 28, p. 43—48.
3. *C. Bălăceanu, Edm. Nicolau :* Schema logico-matematică a neuronului, Neurologia, psihiatria și neurochirurgia, 7 (1962) 6, p. 517—526.
4. *C. Bălăceanu, Edm. Nicolau :* Contribuții la cibernetica vederii, Oftalmologia, VIII (1964) 2, p. 179—190.
5. *Edm. Nicolau :* Modelarea activității logice, Materialismul dialectic și științele naturii, vol. X, Editura politică, București, 1965, p. 66.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 2

C. Z.: 621.37

CONSIDERATIONS CONCERNING THE BARKHAUSEN CRITERION FOR FEEDBACK OSCILLATORS *

REINHARD PIRINGER

1. *Introduction*

In a recently issued article [1] it was shown a unified treatment of oscillators, on the basis of Barkhausen criterion [2] application. The publishing of this article aroused certain comments.

This criterion is intended for the finding if in an electronic circuit with a positive feedback, occurs a self-excitation. Being given that since its apparition (1935) elapsed a large interval, this criterion was applied to all the feedback oscillators.

Such being the situation, in different works, for instance [3], this criterion is applied in five of six oscillators settings discussed în [1]. Nevertheless are to be stressed, as an useful result, the final relations for the oscillatory frequency and the self-excitation limit, the relations which can be found only in a part of existing works [3], [4].

On another hand, it could be expected, the unified treatment of feedback oscillators to be refered not only to the *LC* oscillators (was examined six settings of the most frequently used *LC* oscillators) but also to the *RC* oscillators, wich can be easily studied with the help of Barkhausen criterion.

In the same time, taking into account the incessently growing use of transistors in electronic oscillators, it can be expected that an unified treatment of feedback oscillotors will comprise also the oscillators with transistors, which notwithstanding their particularities can be analysed with the help of Barkhausen criterion [5], [6].

Another remark concerns the fact, cited in [1], that Barkhausen criterion application is done considering that the tube operation is linear, pointing out only that any oscillator must have a nonlinear running which aims to limit the oscillations amplitude (either by a grid current or by an plate current cutting as well as owing to the both of them) stressing yet that the analysis which takes into account this fact is often difficult. Still, in the

* Presented at the Scientific Session of the Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucarest, 28—30 May, 1965.

work [7] it is shown that substituting $j\omega$ by a complex variable $p = \alpha + j\omega$ and working with a linearized amplification $\bar{A}$ and with a linearized feedback voltage ratio $\bar{\beta}$, Barkhausen criterion — having the form of $\bar{A}\bar{\beta} = 1$ (the lines put above the letters meaning the medium linearized value), can be applied not only for the self-excitation limit and the corresponding oscillatory frequency, but also for the oscillations amplitude determining, as well as that of the oscillatory frequency in a nonlinear regim.

In the work [7] is exposed the general theory based upon an equivalent linearizing method [8], [9] applied also in the work [10] for the study of an oscillator with an external nonlinearity. This method can be generally applied to the nonlinear systems with a reduced percentage of harmonics i.e. as well to the oscillators whose running enters only for a small part in the nonlinear field of tube characteristics and the oscillators working in a more pronounced nonlinear regim, having still a selective circuit which reduces harmonics percentage. Such is the case of the oscillators studied in the work [1] all of which are provided by an selective circuit LC.

In the work [7] is cited a concrete application for a tuned plate oscillator and a magnetic feedback towards the grid, establishing, with the help of the generalized Barkhausen criterion, the amplitude and the frequency of oscillators. On the same basis, are presented also the considerations concerning the dynamic stability of oscillations amplitude.

As to the results obtained and given in the article [1] for five types of oscillators [tuned plate oscillator, tuned grid oscillator, oscillator with an intermediate tuned circuit (Meissner), oscillator with an inductive divider (Hartley) and the oscillator with a capacitive divider (Colpitts)], they agree with known ones, taking into account that the author adopted the hypotheses which corresponds to the real state of thing, hypotheses adopted by the other authors too.

2. *Tuned-grid-tuned-plate Oscillator*

However for a type of oscillators — the tuned-grid-tuned-plate one (Fig. 1), with feedback by the grid-to-plate interelectrode capacitance C_{ga}, in [1] it is found an angular frequency of

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \left(1 + \frac{2\,C_{ga}}{C}\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{1}$$

and the limit of the self-excitation

$$\mu \geqslant 1\,. \tag{2}$$

Being stated, that the amplification factor μ is greater than 1 for any tube, the author of the article draws a conclusion that this type of oscillator can be easily realized, even with a small value of the grid-to-plate interelectrode capacitance. This conclusion, wich does not agree with reality (being for instance known that the pentodes with a small C_{ga} capacitance cannot be used in this type of oscillators) was obtained by the author by

completely neglecting the loss resistances of tuned circuits ($R_a = 0$, $R_g = 0$) considering, thus, the quality factor of these circuits as equal to infinite.

For another types of oscillators, on the contrary, the author takes into consideration the loss resistances of the tuned circuit, obtaining the results which correspond to the reality. Finally, the neglecting of resistances means admitting the existance of two conservative circuits, without losses, con-

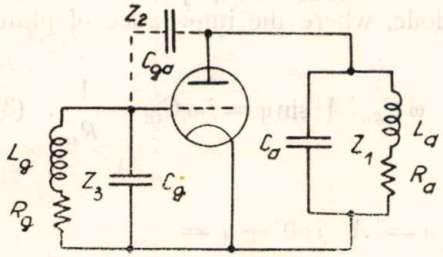


Fig. 1. Tuned-grid-tuned-plate oscillator (was omited the sources of direct voltage feed).

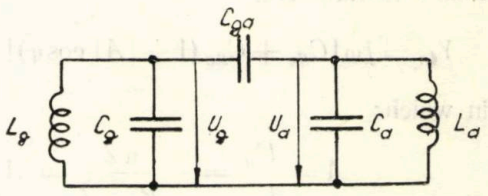


Fig. 2. Oscillator with identical conservative circuits.

nected between them by the capacitance C_{ga} (Fig. 2) and in a such ideal network will be produced continous oscillations, without the need of the tube amplification effect. The equality $\mu = 1$ for the oscillations self-excitation limit represents, in this case, only a ratio between the amplitudes of the voltages U_a and U_g at the terminals of the oscillating circuit capacitances, the both amplitudes being equal for the conservative circuits and identically assumed in (1), that results direct from the symmetry of the network with respect to C_a and C_g. It is also seen from Fig. 2, that the oscillations will be produced, no matter how small would be the capacitance C_{ga}. It is true that the $C_{ga} = 0$ means admitting the existance of two conservative independent circuits which will oscillate, conformably to their resonance frequency, the circuits being identical, the resonance frequency will be the same, and thus, the oscillations will be produced with an angular frequency of

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \qquad (1')$$

which is obtained also from (1) for $C_{ga} = 0$. From the physics point of view, the astonishing result obtained in (1) is thus easily explained by the idealized conditions used in the work.

The dynamic plate resistance of the tube, as it will be seen, does not exercise a damping effect upon tuned plate circuit (considered as conservative) and therefore does not appear in the relations (1) and (2).

Still, in practice, the oscillating circuits are always dissipative, so that in order to obtain the result which would agree with the experience, it is necessary to take into consideration the loss resistances of the circuits. Considering that in the consulted bibliography such treatment of this oscillator

could not be found and in order to releave some interesting aspects of oscillators run, in the following will be given a more detailed analysis of this type of oscillators.

3. *Equivalence between Treatment of the Oscillator on the Basis of Negative Resistance or on the Basis of Barkhausen Criterion*

The tuned-grid-tuned-plate oscillator is studied in [3] starting with the input admittance expression of a triode, where the impedance of plate load Z is inductive,

$$Y_{in} = j\omega[C_{gc} + C_{ga}(1 + |A|\cos\varphi)] - \omega C_{ga}|A|\sin\varphi = j\omega C_{in} + \frac{1}{R_{in}}, \quad (3)$$

in which:

$$A = \frac{U_a}{U_g} = -\frac{\mu Z}{R_i + Z} = |A|\ \underline{\alpha} = |A|\ \underline{|180° + \varphi} =$$

$$= -(|A|\cos\varphi + j|A|\sin\varphi), \quad (4)$$

$$\left.\begin{aligned} C_{in} &= C_{gc} + C_{ga}(1 + |A|\cos\varphi), \\ R_{in} &= -\frac{1}{\omega C_{ga}|A|\sin\varphi}. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

The impedance Z being put out of tune, inductively, the amplification A has a phase α comprised between 180° and 270° on the dial III; thus, the angle $\varphi = \alpha - 180°$ will be found on the dial I. From Fig. 1, it can be seen that for a close analysis, in the anode impedance Z must be taken into account the existance of the capacitance C_{ga} so that

$$Z = \frac{Z_1(Z_2 + Z_3)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)}. \quad (6)$$

In this expression where were adopted the notations from [1] shown also in Fig. 1,

$$\left.\begin{aligned} Z_1 &= \frac{R_a + j\omega L_a}{1 - \omega^2 L_a C_a + j\omega C_a R_a}, \\ Z_2 &= \frac{1}{j\omega C_{ga}}, \\ Z_3 &= \frac{R_g + j\omega L_g}{1 - \omega^2 L_g C_g + j\omega C_g R_g}. \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Considering the expression of the input admittance, the grid circuit of the oscillator becomes, for the alternating-current, that from Fig. 3 a, which is used then, noting $C'_g = C''_g + C_{in} = C_g + C_{ga}(1 + |A|\cos\varphi)$ and modifiying the resistance R_{in} from parallel to in series with the tuned circuit, is obtained

the equivalent diagram shown in Fig. 3 b. In the adopted notations, was comprised actually the interelectrode capacitance C_{ga} in the capacitance C_g in the same way as in the anode circuit the capacitance C_a comprises as well the interelectrode capacitance C_{ac} . Thus, is simplifyied the relations writing.

From (5) it can be noted that the input resistance R_{in} is negative, because Z is inductive. The negative input resistance appeared due to the

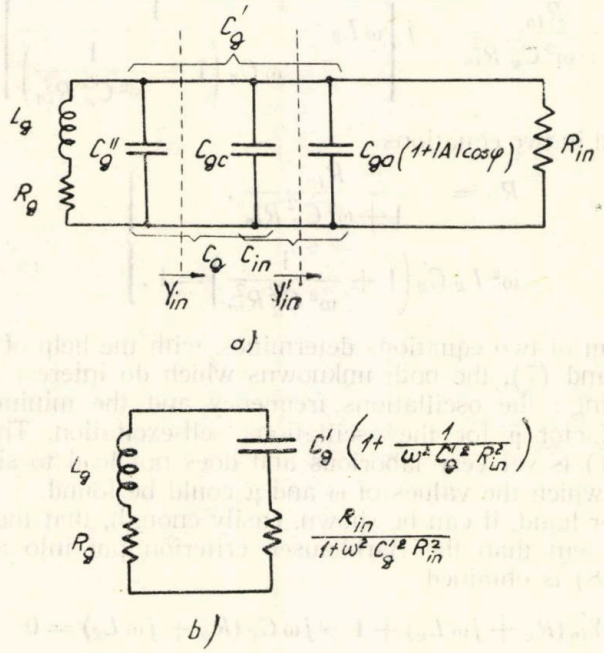


Fig. 3. The grid circuit of the oscillator:
a) parallel equivalent diagram;
b) series equivalent diagram.

positive feedback through the capacitance C_{ga}.

It is known that any oscillator can be considered as having a negative resistance (obtained either directly or through a sufficiently strong positive feedback) which compensates the loss resistance of the circuit in such a way that the tuned circuit becomes a conservative system, which would produce the oscillations at its resonance frequency. In another words, the oscillatory frequency and the self-excitation condition can be obtained, stipulating that the total series impedance of the circuit is equal to zero.

In the present case the relation is

$$R_g + j\omega L_g + \frac{1}{j\omega C_g + Y'_{in}} = 0, \tag{8}$$

in which was noted, following the comprising of C_{gc} in C_g,

$$Y'_{in} = Y_{in} - j\omega C_{gc} = j\omega C_{ga}(1 + |A|\cos\varphi + j|A|\sin\varphi) =$$

$$= j\omega C_{ga}(1 - A) = \frac{1 - A}{Z_2}. \tag{9}$$

Using Fig. 3 b, the relation (8) can be written as

$$R_g + \frac{R_{in}}{1 + \omega^2 C_g'^2 R_{in}^2} + j\left[\omega L_g - \frac{1}{\omega C'_g\left(1 + \frac{1}{\omega^2 C_g'^2 R_{in}^2}\right)}\right] = 0, \tag{10}$$

which is divided in two equations

$$\left.\begin{aligned} R_g &= -\frac{R_{in}}{1 + \omega^2 C_g'^2 R_{in}^2}, \\ \omega^2 L_g C'_g\left(1 + \frac{1}{\omega^2 C_g'^2 R_{in}^2}\right) &= 1. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

This system of two equations determines, with the help of the relations (4), (5), (6) and (7), the both unknowns which do interest us in the oscillator operating: the oscillations frequency and the minimum value of amplification factor μ for the oscillations self-excitation. The solving of the system (11) is yet very laborious and does not lead to simple expressions through which the values of ω and μ could be found.

On another hand, it can be shown, easily enough, that the relation (8) does not represent than the Barkhausen criterion put into another form. Indeed, from (8) is obtained

$$Y'_{in}(R_g + j\omega L_g) + 1 + j\omega C_g(R_a + j\omega L_g) = 0 \tag{12}$$

or

$$Z_3 + \frac{1}{Y'_{in}} = Z_3 + \frac{Z_2}{1 - A} = 0. \tag{13}$$

By the separing of A the relation (13) becomes

$$\frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} A = 1 \tag{14}$$

or taking into account that the feedback ratio is

$$\beta = \frac{U_g}{U_a} = \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3}, \tag{15}$$

it results that

$$\beta A = 1, \tag{16}$$

i. e. precisely the Barkhausen criterion. Thus, the same result will be obtained using either the relation (8) or the equations deduced using it —

(11) as well as the criterion (16). This equivalency in the oscillations self-excitation limit determination (with the help either of annulling of series impedance of the tuned circuit or on the basis of the positive feedback, sufficently strong), actually results, because the both oscillator treatment modes specify, from the physics point of view, that in the netwook do exist oscillations, without applying of an external voltage. This being the physical basis, the equivalency between these two modes of treatment is valid for any type of oscillators, adopting preferably the treatment mode which needs the simplier calculations.

For the tuned-grid-tuned-plate oscillator, it was seen that its treatment through a series impedance annulling, leads to an equations systems (11) whose solving needs laborious calculations. Thus, the application of Barkhausen criterion will be prefered, but the results obtained could be interpreted also from the point of view of a null series impedance of the tuned grid circuit.

4. *Qualitative Interpreting of Barkhausen Criterion*

Using in (16) the relations (4), (6) and (15), the Barkhausen criterion aquires the form applied also in [1],

$$\varrho\,(Z_1 + Z_2 + Z_3) + Z_1\,[Z_2 + (\mu + 1)\,Z_3] = 0. \tag{17}$$

Substituting the impedances by the expressions (7) and equalizing with zero the real and the imaginary part, a two equation system is obtained, the solving of which gives the values of the unknowns ω and μ. The solving of this system is yet difficult because the eliminating of an unknown gives a third degree equation either in ω^2 or in μ. Consequently, it cannot be given a literal expression for ω and μ as it can be done for another types of oscillators.

In the handbook [4] is given a graphic method for the solving of the equations resulting from the relation (17). But this method is laborious, needing the deriving, for each C_{ga}/C_a, Z_{30}/Z_{10} ratios combination (the ratios of the impedances at their resonance frequency) of two curves systems (one for $Q_a = \text{const}$ and another for $|A| = \text{const}$) whose intersection determines ω and μ.

In the following, in order to draw some conclusions in regard to the oscillator operation, it will be firstly dealt with certain qualitative considerations issued from above relations and then will be given the results of a range of numerical examples, stressing with their help some interesting aspects.

The complete analysis of the relations (18) shows that if $C_{ga} \neq 0$, either it is considered as conservative or dissipative circuits, as well Z_1 as Z_3 must be inductive, what means that the oscillatory frequency will be smaller than the resonance frequency of each tuned circuit,

$$\omega < \frac{1}{\sqrt{L_a C_a}}, \quad \omega < \frac{1}{\sqrt{L_g C_g}}. \tag{18}$$

The oscillator can be operated as well with two different tuned circuits as with two identical ones, but the oscillatory frequency would be smaller than the resonance one. In the light of this statement, the observation from [3] that the tuned plate circuit must be out of tune inductively, while the tuned grid one runs at resonance, must be interpreted in the sense that the tuned plate circuit is considered alone (eventually with Z_2+Z_3 in parallel in the form Z, for the dissipative circuits). In the same time the tuned grid circuit Z_3 is considered together with Y'_{in} with which it works in resonance, as it is seen from the relation (8). Being given that the susceptance of Y'_{in} is always capacitive, it means that the circuit Z alone runs also being inductively put out of tune. It can be found even a delimitation in both the senses of the reactive part of Z_3. Noting in this aim

$$\left.\begin{aligned} Z_1 &= R_1 + jX_1, \\ Z_3 &= R_3 + jX_3, \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

it is found by substitution in (17) that not only $X_1>0$, $X_3>0$, i. e. that conformably to the above result the Z_1 and Z_3 runs being put out of tune, inductivelly, but also that Z_3 satisfies the double inequality

$$\frac{|Z_2|}{\mu+1} \leqslant X_3 \leqslant |Z_2|. \tag{20}$$

5. *The Influence of the Plate Resistance upon Conservative Circuits*

If (as is done in [1]) the both circuits are considered in an idealized mode, as conservative, i. e. $R_a=0$, $R_g=0$ it results in (19) that $R_1=0$, $R_3=0$ and in (17) is found that $Z_1+Z_2+Z_3=0$ and therefore $|Z|=\infty$. This result allows to explain why the plate resistance of the tube does not damp out the anode load impedance. With this aim in Fig. 4 was illustrated

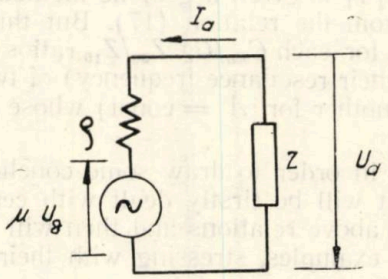


Fig. 4. The diagram of the tuned plate circuit.

the equivalent diagram of tuned plate circuit of the oscillator. It must be stressed that, contrary to the usual running of an electron tube, where the alternating voltage is applied only to the grid, giving rise to alternating components in anode circuit, in the present case both the voltages applied

to the tube, U_g and U_a, exist independently, being arised by the maintained oscillations, existing in the conservative network Z. *Because* $Z=\infty$, from the relation (4) it results that $A=-\mu$ and therefore $U_a=-\mu U_g$ so as

$$I_a=\frac{\mu U_g+U_a}{\varrho}=0. \tag{21}$$

The current I_a through the plate resistance ϱ of the tube being null, any dissipation of alternating-current power occurs in the tube and therefore the tube does not damp the tuned circuit. In such a way, becomes clear why in the relations (1) and (2) the plate resistance does not appear.

It is important to cite in connection with the relation (21) that in the present case I_a is null not because $|Z|=\infty$ and therefore the tuned plate circuit seems to be broken off, but because both the tuned circuits arise at their terminals voltages with such phases and amplitudes that the alternative component of the anode current controlled by both the voltages is equal to zero. Indeed, if in the network would be connected only the anode and $U_g=0$, the grid being short-circuited towards the cathode, for the alternative components (in the present case C_{ga} ought to be realized with the help of an outside connected capacitance) would be obtained $I_a=U_a/\varrho\neq 0$, dispite the $Z=\infty$. The current I_a arises in such a condition, due to the existance of the voltage U_a generated by the oscillations arised in the conservative circuit Z_1 and represents a power consumption in the resistance ϱ. The plate resistance damps then the oscillating circuit and the oscillations cannot be any more arised, the entire network being dissipative.

6. *Quantitative Determination of Oscillatory Frequency and Self-excitation Limit*

In order to point out the influence of the parameters of the tuned circuits and of the tube, in practice, using dissipative circuits, were taken into consideration the following, frequently met values of $L_a=L_g=0{,}1$ mH, $C_a=C_g=100$ pF. The tuned circuits inductances and capacitances were taken equal, because that the considering of different values for L_a and L_g is in any case new one, and complicates the calculations while in practice are usually applied the identical tuned-plate-tuned-grid circuits. In such a way results the common resonance angular frequency to both circuits,

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{L_a C_a}}=\frac{1}{\sqrt{L_g C_g}}=10^7 \text{ rad/s} \tag{22}$$

to which corresponds the frequency $f_0=\omega_0/2\pi=1{,}59$ Mc/s.

For the damping resistances R_a and R_g were taken into consideration the values 0 ,10, 100, 500 and 1000 Ω (only once was taken $R_g=1\ \Omega$).

The running was studied as well for $R_a=R_g$ as for $R_a\neq R_g$ the latter case being frequently met in practice, because even when the proper resistance of both tuned circuits are identic, R_a can differ from R_g, since R_a comprises also the damping introduced by the load, and R_g the damping introduced by the grid current (in the case it exists).

Table 1

Oscillatory Frequency and Self-excitation Limit for the Tuned-grid-tuned-plate Oscillator

C_{ga}	ϱ	R_a	R_g	Q_a	Q'_a	Q_g	$\frac{\omega}{\omega_0}$	μ	g_m
pF	kΩ	Ω	Ω	—	—	—	—	—	mA/V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	*)	0	0	∞	—	∞	1	1	—
0,001	*)	0	0	∞	—	∞	0,99999	1	—
0,001	∞	10	0	100	100	∞	0,99995	∞	0,10100
0,001	∞	0	10	∞	∞	100	0,99995	∞	0,10100
0,001	∞	10	10	100	100	100	0,99382	∞	25,0185
0,001	10	10	0	100	9,09	∞	0,99994	11,11	1,111
0,001	10	0	10	∞	10	100	0,98489	3598	359,8
0,001	10	10	10	100	9,09	100	0,98299	4193	419,3
0,01	*)	0	0	∞	—	∞	0,99990	1	—
0,01	∞	10	0	100	100	∞	0,99987	∞	0,01618
0,01	∞	0	10	∞	∞	100	0,99987	∞	0,01618
0,01	∞	10	10	100	100	100	0,99427	∞	2,502
0,01	10	10	0	100	9,09	∞	0,99986	1,78	0,178
0,01	10	0	10	∞	10	100	0,98488	359,8	35,98
0,01	10	10	10	100	9,09	100	0,98143	459	45,9
0,4	∞	10	0	100	100	∞	0,99596	∞	0,01021
0,4	∞	0	10	∞	∞	100	0,99596	∞	0,01021
0,5	∞	10	0	100	100	∞	0,99495	∞	0,01020
0,5	∞	0	10	∞	∞	100	0,99495	∞	0,01020
0,6	∞	10	0	100	100	∞	0,99394	∞	0,01021
0,6	∞	0	10	∞	∞	100	0,99394	∞	0,01021
1,5	10	10	0	100	9,09	∞	0,98529	1,1069	0,11069
1,6	10	10	0	100	9,09	∞	0,98429	1,1067	0,11067
1,7	10	10	0	100	9,09	∞	0,98339	1,1068	0,11068
10	*)	0	0	∞	—	∞	0,91827	1	—
10	∞	10	0	100	100	∞	0,91285	∞	0,01201
10	∞	0	10	∞	∞	100	0,91285	∞	0,01201
10	∞	10	10	100	100	100	0,91255	∞	0,02422
10	∞	100	0	10	10	∞	0,91182	∞	0,12301
10	∞	0	100	∞	∞	10	0,91182	∞	0,12301
10	∞	500	0	2	2	∞	0,80063	∞	2,57
10	∞	0	500	∞	∞	2	0,80063	∞	2,57

*) The plate resistance can possess any value, without influencing the oscillator operation, both circuits being supposed to be conservative ($R_a = 0$ and $R_g = 0$).

Table 1 (continued from page 138)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	∞	500	100	2	2	10	0,6519	∞	8,4
10	∞	100	500	10	10	2	0,6519	∞	8,4
10	**)	500	500	2	—	2	do not oscillate		—
10	∞	1000	0	1	1	∞	0,27477	∞	133,91
10	∞	0	1000	∞	∞	1	0,27477	∞	133,91
10	10	10	0	100	9,09	∞	0,91284	1,142	0,1142
10	10	0	10	∞	10	100	0,91104	1,1989	0,11989
10	10	10	1	100	9,09	1000	0,91189	1,161	0,1161
10	10	10	10	100	9,09	100	0,91100	1,3002	0,13002
10	10	100	0	10	4,98	∞	0,91004	2,3564	0,23564
10	10	0	100	∞	10	10	0,86322	3,6503	0,36503
10	10	100	10	10	4,98	100	0,90284	2,88	0,288
10	10	10	100	100	9,09	10	0,88465	4,02	0,402
10	10	100	100	10	4,98	10	0,87293	7,19	0,719
10	10	500	0	2	1,6	∞	0,7963	31,52	3,152
10	10	0	500	∞	10	2	0,7318	50,14	5,014
10	10	500	100	2	1,6	10	0,6489	113,4	11,34
10	10	100	500	10	4,98	2	0,6209	148,8	14,88
10	10	1000	0	1	0,83	∞	0,27475	1458,93	145,893
10	10	0	1000	∞	10	1	do not oscillate		—
18	10	0	10	∞	10	100	0,85565	1,1683	0,11683
19	10	0	10	∞	10	100	0,84995	1,1621	0,11621
20	*)	0	0	∞	—	∞	0,84516	1	—
20	∞	10	0	100	100	∞	0,84513	∞	0,01401
20	∞	0	10	∞	∞	100	0,84513	∞	0,01401
20	10	10	0	100	9,09	∞	0,84511	1,142	0,1142
20	10	0	10	∞	10	100	0,84365	1,1679	0,11679
50	*)	0	0	∞	—	∞	0,70711	1	—
50	∞	10	0	100	100	∞	0,70681	∞	0,02005
50	∞	0	10	∞	∞	100	0,70681	∞	0,02005
50	10	10	0	100	9,09	∞	0,70672	1,2005	0,12005
50	10	0	10	∞	10	100	0,70619	1,212	0,1212
100	*)	0	0	∞	—	∞	0,57735	1	—
100	∞	10	0	100	100	∞	0,57731	∞	0,03001
100	∞	0	10	∞	∞	100	0,57731	∞	0,03001
100	10	10	0	100	9,09	∞	0,57727	1,301	0,1301
100	10	0	10	∞	10	100	0,57687	1,306	0,1306

*) The plate resistance can possess any value, without influencing the oscillator operation, both circuits being supposed to be conservative ($R_a = 0$ and $R_g = 0$).

**) No matter which is the plate resistance value (even infinite) the oscillation are not arised, because the tuned circuits are too strongly damped.

As to the tube parameters, the calculations were carried out for the diferent values of the capacitance C_{ga} comprised between 0,001 and 100 pF and for plate resistance equal to infinite (approaching the case of pentodes) and with 10 kΩ (the common value for a triode). For the capacitance grid-to-plate, the values of 0,001 and 0,01 correspond almost to those of the pentodes and 10 pF to those of the triodes, another values being studied either for pointing out a special property of the oscillator or in order to show what happens when C_{ga} becomes great, comparable to C_a and C_g, realisable in practice by connecting a condenser between the grid and the plate.

The results of the solving of equation (17), in order to find the oscillatory frequency and the limit of self-excitation, are shown in Table 1. The oscillatory frequency is expressed as a ratio against the resonance frequency, obtained from (22) ; the limit of self-excitation is given as a minimum value of the amplification factor μ of the tube or that of the mutual conductance g_m. The use of the mutual conductance allows the comparing of the results obtained for the finite plate resistance with those for $\varrho=\infty$, when it results also $\mu=\infty$, the mutual conductance remaining finite. The case $\varrho=\infty$ has importance in practice since the plate resitance of pentodes is of order of megohms and therefore the damping thus arised is practically negligible. In Table 1 were presented the actual cases, with both circuits dissipatives as well as, for comparison, those of a idealized case with one or both circuits being conservative.

In the table are also given the calculated values of the quality factors for the tuned circuits excluzively damping, due to the plate resistance of the tube,

$$Q_a=\frac{\omega_0 L_a}{R_a}, \qquad Q_g=\frac{\omega_0 L_g}{R_g}. \tag{23}$$

For the tuned plate circuit was calculated also the equivalent quality factor Q'_a, taking into account the damping caused as well by R_a as by ϱ. The precise calculation for the Q'_a leads to the relation

$$\frac{1}{Q'_a}=\frac{1}{Q_a}\left[1+\frac{R_a}{\varrho}\right]+\frac{\omega_0 L_a}{\varrho}. \tag{24}$$

The quality factor values give us the image of the damping of each tuned circuit.

In the following, will be presented some conclusions deduced from the examining of the table results.

7. *Influence of Grid-to-plate Capacitance*

In all the cases, the increase of the capacitance C_{ga} — with all other conditions unmodified — produces the decreasing of the oscillatory frequency, which is observed as well in the cases of conservative circuits relation (1).

In regard to the influence upon the self-excitation limit, the calculations show that the oscillator possesses a special property which is not pointed

out at the first sight i.e. for each damping value (expressed by ϱ, R_a and R_g) it exists an optimum value for C_{ga} for which μ (or g_m) is minimum. In such a way, for $\rho = \infty$ and $R_a = 10\ \Omega$, $R_g = 0$ or $R_a = 0$, $R_g = 10\ \Omega$, an optimum value resulted of 0,4 pF, for $\rho = 10\ k\Omega$, $R_a = 10\ \Omega$, $R_g = 0$ was obtained 1,6 pF, and for $\rho = 10\ k\Omega$, $R_a = 0$, $R_g = 10\ \Omega$ the most advantageous value of C_{ga} is of 19 pF.

In order to point out these minimums, in Table 1 were calculated also two values approaching to C_{ga} positioned below and above the optimum value.

The increase of μ respectively g_m necessary for the oscillations self-excitation, when C_{ga} is smaller, is explained simply by the decreasing of the feedback factor at the increasing of $|Z_2|$ and therefore in order to assure a sufficient voltage on the grid, the amplification (hence μ or g_m) must be greater. In this meaning in Table 1 is observed that for a reduced damping $Q_a = Q_g = 100$ and neglecting the damping introduced by the plate resistance, (taking $\rho = \infty$), the necessary mutual conductance at $C_{ga} = 0{,}001$ pF is more than 25 mA/V. Since the common pentodes have the values of mutual conductance a great deal smaller, it results that the oscillator cannot operate with pentodes, owing their small grid-to-plate capacitance.

The increasing of μ or g_m in the case when C_{ga} increases over the optimum value does not results — from the physics point of view, as simply and was obtained only after resolving the equation (17). The increasing of μ or g_m is otherwise sufficiently slow; when C_{ga} increases from the optimum value up to 100 pF for $\varrho = \infty$, g_m increases in both cases from 0,01 up to 0,03 mA/V and for $\rho = 10\ k\Omega$, the mutual conductance (or μ) increases in the first case with 15% and in the second one with 10%.

8. *Influence of Plate Resistance upon Dissipative Circuits*

Unlike the oscillators with conservative circuits for which — as it was demonstrated in § 5, the value of the plate resistance is, when one or both tuned circuits are dissipative, the results from Table 1 show that the more pronounced damping of plate circuit arrised by the tube through a smaller plate resistance and causes always the decrease of the oscillating frequency, the increase of mutual conductance and the reducing of amplification factor necessary for self-excitation. This influence is greater among the both circuits that of the grid being more powerfully damped (R_g is greater).

9. *Influence of Circuits Resistances*

The calculated results show also that the increase of R_a or R_g and therefore, the more pronounced damping of the oscillating circuits is followed by a decrease of the oscillatory frequency and an increase of μ or g_m.

If $\rho = \infty$ the relation (17) becomes symmetrical in R_a and R_g, a certain resistance produces the same effect upon ω and g_m being introduced either in the plate or in the grid circuit. If ρ is finite, the same resistance modifies more ω and μ (or g_m) if it is introduced in the grid circuit than in the plate one.

10. *Comparison with another Types of Oscillators*

It is worth to proceed to a comparison in regard to the influence of damping upon the oscillatory frequency and of the limit of self-excitation by another types of oscillators studied in [1].

Using the relations deduced in [1], which have a simple form for another oscillators, it is found that two oscillators — especially that with grid tuned circuit and that with intermediate circuit behave in the same manner as the tuned-grid-tuned-plate oscillator. At a more pronounced damping (the smaller plate resistance of the tube or the greater series resistance of the tuned circuit) the oscillatory frequency decreases. For the oscillator with plate tuned circuit and that with a capacitive divider (Colpitts), on the contrary, the increase of the damping produces an increase of the generated oscillations frequency. By the oscillator with an inductive divider (Hartley), the analysis of the Barkhausen criterion shows that by a more pronounced damping the oscillatory frequency may increase or decrease, as a function of the circuits parameters and of the mode of damping.

In regard to the damping influence upon the limit of self-exitation, it is found that in the same way as by the tuned-grid-tuned-plate oscillators, by all another five types of oscillators the decrease of the plate resistance is followed by the increase of the mutual conductance and the reducing of the amplification factor nesessary for self-excitation.

On another hand, a greater resistance of the circuit losses necessitates, for the self-excitation of the oscillators, for all the six oscillators greater value as well of the mutual conductance as of the tube amplification factor.

11. *Conclusions*

It is considered that the results obtained and the statements cited in the present work are useful for the application of the established relations and of the conclusions drawn in [1] and also with the aim to point out certain sides of the Barkhausen criterion application which were not mentioned in that article.

The Department of Electron Tubes and Transistors
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

REFERENCES

1. *Talekar, V. L.:* Unified Treatment of Common Feedback Oscillators. Journal of Electronics and Control *12* (1962), nr. 5 (May), p. 433—440.

2. *Barkhausen, H.:* Elektronenröhren, 3. Band: Rückkopplung. Verlag S. Hirzel, Leipzig, 1935.

3. *Tănăsescu, T.:* Manual de tuburi şi circuite electronice, vol. I, III. Ed. Academiei R.P.R., Bucureşti, 1955, 1957.

4. *Landee, R. W., Davis, A. C., Albrecht, A. P.:* Electronic Designers' Handbook. McGraw-Hill, New York, 1957.

5. *Piringer, R.:* Oscilatoare armonice. Cap. 3 în volumul Circuite cu tranzistoare în industrie — proiectare, scheme, vol. I. Ed. tehnică, București, 1963.

6. *Герасимов, С. М., Мигулин, И. М., Яковлев, В. Н.:* Расчет полупроводниковых усилителей и генераторов. Государственное издательство технической дитературы УССР, Киев, 1961.

7. *Drăgănescu, M.:* Generalizarea formulei lui Barkhausen la oscilatoarele electronice. Automatica și electronica *1* (1957), nr. 3 (mai—iun), p. 112—115.

8. *Krylov, N. M., Bogoliubov, N. N.:* Introduction to Nonlinear Mechanics. Princeton University Press, London, 1947.

9. *Боголюбов, Н. Н., Митропольский, Ю. А.:* Асимптотические методы нелинейных колебаний. Государственное издательство технико-теоретической литературы, Москва, 1955.

10. *Drăgănescu, M., Stancu, G.:* Electronic Oscillator with External Nonlinearity. Buletinul Institutului politehnic București *20* (1958), fasc. 1 (ian-mar), p. 168—179.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 2

C. Z.: 621.38

SHORT CIRCUIT TESTER OF HIGH SENSITIVITY *

IOAN PONNER

The manufacturing of devices comprising electrical coils imposes their checking before mounting, in order to detect possible schort-circuits between their turns. It is especially the case of coils with a magnetic, laminated core whose mounting requires a great deal of work.

The speciality publications present numerous articles concerning the description of some actual appliances intended for the detection of short circuited turns in coils without magnetic core and without metallic housing. [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [11]. In the description of these apparatus it can be noted that a greater sensibility can be obtained only by the use of a more complex circuit diagram.

The realised apparatus is very sensitive, having a very simple diagram and the materials used are of common type [10].

Working Principle

The work of this appliance is based upon the principle of voltage variation at the terminals of an parallel resonant circuit, due to the damping of this circuit determined by the presence of some short circuited turns magneticaly connected to the inductance of the resonant circuit.

The impedance of the resonant circuit of the oscillator at the resonance frequency is

$$Z_0 = \frac{L}{CR} \tag{1}$$

where

L is the tuning inductance

C is the tuning capacity

R is the equivalent series resistante of the coil.

The resistance of the short circuited turns of the checked coil is reflected at the inductance terminals and causes the increase of equivalent series resistance which is the greater the lesser is the resistance of short circuited turns.

* Presented at the Scientific Session of the Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest, 28—30 May, 1965.

The presence of short circuited turns leads to the decreasing of resonant circuit impedance and thus to the decreasing of the amplitude of oscillations developped by the oscillator.

The block diagram of the apparatus is shown in fig. 1. The coils L_x to be checked are magnetically connected with oscillating circuit LC of the low frequency oscillator O. The alternating voltage present at the re-

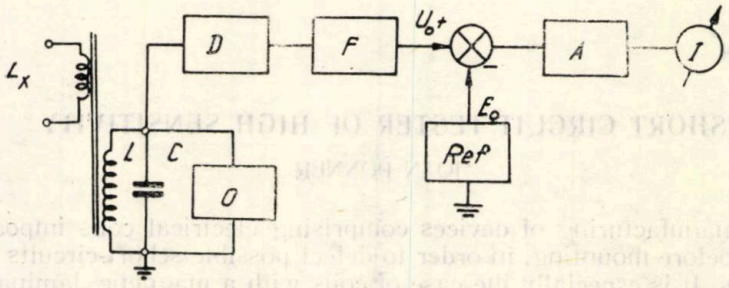


Fig. 1 Block diagram

sonant circuit terminals is applied to a peak detector and after to the low pas filter F. The voltage U_0 at the output of the filter and the reference voltage E_0 whose value is approaching to the steady value of the voltage U_0, are compared at the comparator stage and is applied at the input of the error amplifier A.

Due to the compensation of the steady value of the voltage U_0 by the reference voltage E_0 the deviaton α of the needle of the indicator I is proportional to the variation ΔU_0 of the voltage at ouput terminals of oscillating circuit due to the presence of the short circuited turns.

$$\alpha = K\Delta U_0 \tag{2}$$

The proportionality factor is

$$K = g_m S_i \tag{3}$$

where

g_m is mutual conductance of the differential amplifier (mA/V);
S_i is the indicator sensitivity (divisions/mA).

The value of voltage variations at the terminals of oscillating circuit depends on the short circuited turns parameters (resistance, inductance), on the coupling factor between the short circuited turns and the oscillating circuit inductance, on the amplitude and, the frequency of the oscillations.

For the short circuited turns of given parameters and of a given coupling factor between the short circuited turns and the oscillating circuit inductance the deviation α of the indicators may be considered as a measure of device sensitivity.

In order to detect the short circuited turns, in the coils with thin conductors, a high value of sensitivity is necessary.

The factors which limit the sensitivity are :

a) the requirement to have an amplifier as simple as possible ;

b) the dependance of the gain of the amplifier on the variation of supply voltage ;

c) the requirement in regard to the robustness of the indicator device imposed by the working conditions ;

d) the acceptable value of the anode supply voltage for the oscillator ;

e) the increasing influence of the stray capacity of the checked coil on the indication ,by increasing the frequency.

The Circuit Diagram and Construction of the Apparatus

In fig. 2 is presented the circuit diagram of the realized appliance.

The low frequency oscilator uses the section T_1 of the double triode 6SN7. The resonant circuit coil L_1 and the feedback coil L_2 are placed on a magnetic bar made of commonly insulated silicious sheet. The length of the bar is grater then the length of the common frame of both coils and the first can slide inside the second. During the measurement the magnetic bar is pulled out of appliance box. The coils to be checked are pushed in, above this bar, realizing thus a magnetic coupling between the checked coils and the oscillating circuit.

This simple way of connecting the checked coils to the resonant circuit of the oscillator allows a very large operativity of measurements, wich is

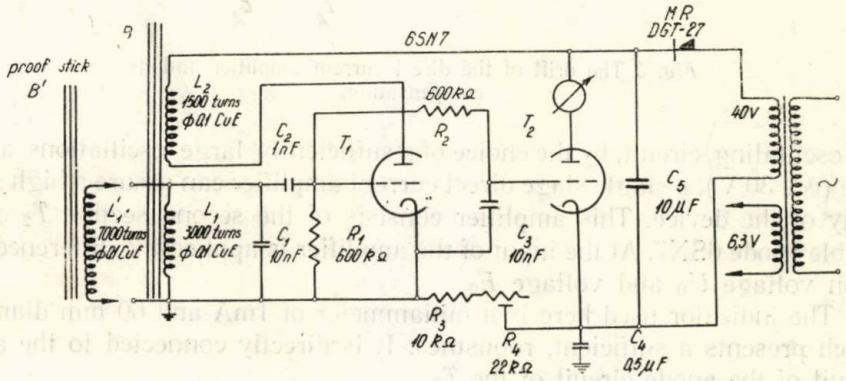


Fig. 2 Circuit diagram

a factor of primordial importance in the use of this apparatus, in a large series production.

It is worth noting that although in this magnetic circuit, of open type, the coupling factor of checked coil to the coil of oscillating circuit has only a small value, however, due to the special particularities of the diagram, the sensitivity of realized appliance is very high.

The grid-bias voltage for the oscillator tube is obtained with the R_1C_2 group with grid current. In the same time this group reallizes the detection

of the alternating voltage at the terminals of the resonant circuit, the direct component of the voltage which appears at the terminals of the resistance R_1 being nearly equal to the peak value of the alternating voltage at the terminals of oscillating circuit.

The detected voltage filtering is realized by the low pass filter R_2C_3.

Since the measurement principle allows to obtain directly the voltage variation caused by the presence of short circuited turns at the terminals of

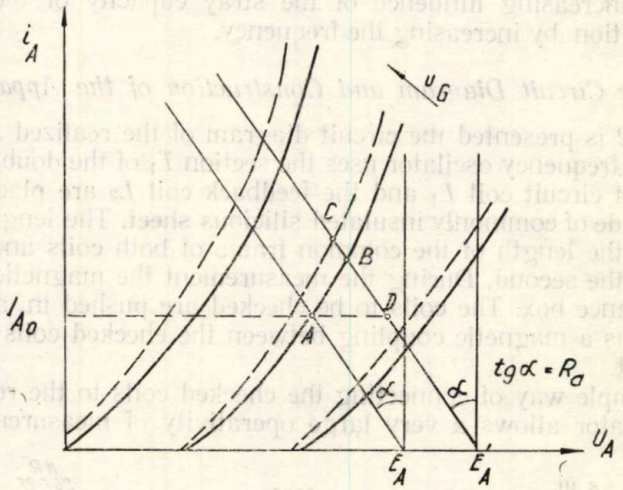


Fig. 3 The drift of the direct current amplifier and its compensation.

the oscillating circuit, by the choice of a sufficiently large oscillations amplitude (cca 30 V), a single stage direct current amplifier can assure a high sensitivity of the device. This amplifier consists of the second section T_2 of the double triode 6SN7. At the input of the amplifier is applied the difference between voltage U_0 and voltage E_0.

The indicator used here is a miliammeter of 1mA and 60 mm diameter, which presents a sufficient, robustnes. It is directly connected to the anode circuit of the anode circuit of the T_2.

Because the use of a direct current amplifier of the simplest possible construction, as well as beacuse of the dependence of oscillations amplitude from the supply voltage, the indicator needle deviation can be strongly influenced by the variation of the supply voltage and thus renders the measurement operation more difficult.

In order to avoid the use of a filament voltage and the anode voltage stabilisation — which would increase the complexity of the apparatus construction — the reference voltage is not taken from a constant voltage source, but is produced by the averrage component of the anode current of the oscillating tube, which passes through the resistances R_3 and R_4.

The capacitor C_4 — in parallel with the resistances R_3 and R_4 constitutes a path of small impedance for the alternating component of the anode current of the oscillator.

The direct current bias compensation is illustrated in fig. 3, corresponding to an ideal compensation. The characteristics of the tube for a given heating regime, are shown in full lines.

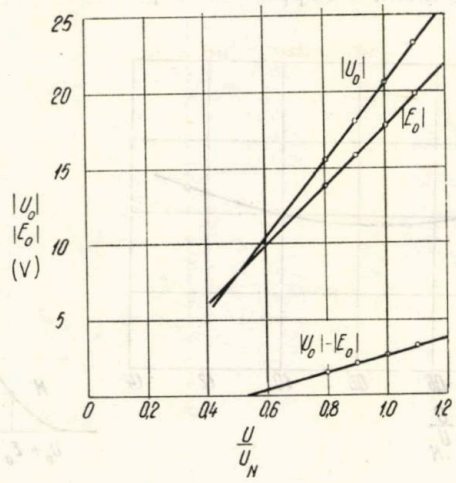


Fig. 4 Variation of the voltages U_0 and E_0, and of their difference as a function of the relative value of the line voltage.

The increase of the line voltage, with a given percentage, leads to an increase of the anode voltage E_A; the load line will be displaced parallelly to itself on the right, up to the point E'_A. The operating point passes from A to B.

The line voltage increase leads also to the filament voltage increase, determining thus the alteration of the tube characteristics (dotted curves), the operating point passes from B to C.

Because of these troublesome causes, if there is no change in the anodic current it is necessary to alter the grid bias so that the operating point reaches the point D which has the same ordinate as the point A.

The grid bias of the amplifier is given by the difference between the voltage U_0 and E_0 which vary with the line voltage.

By a correct dimensioning of the circuit elements, the variation of difference between the voltages U_0 and E_0 at the line voltage variation, compensates the drift of the amplifier in a very large range. Thus, the indication of the indicator is very little influenced by the line voltage variations. (Fig. 5).

The initial grid-bias of the tube must be chosen in such a way that the operating point of this tube must be placed in the linear range of the characteristics, where the slope of the tub is great (Fig. 6).

Corresponding to this grid-bias, there will be an initial current $I_A \cong 0{,}5$ mA, which gives a deviation of the needle at the middle of the scale. This deviation will be established before the measurement with the help of the potentiometer R_4.

In order to execute the measurements of the coils of different devices, without dismounting them, the apparatus is provided with a testing-head. The

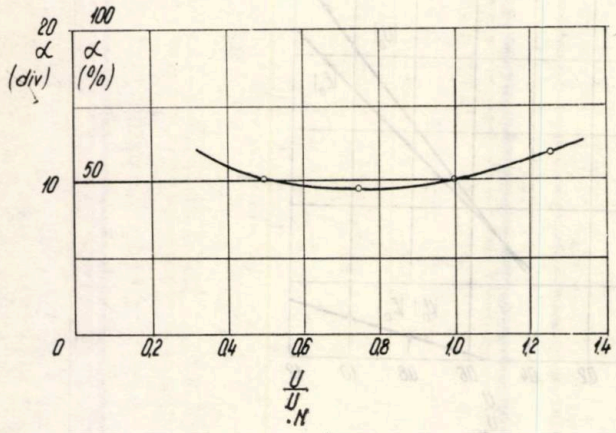


Fig. 5. — Variation of indication as a function of the relative value of line voltage

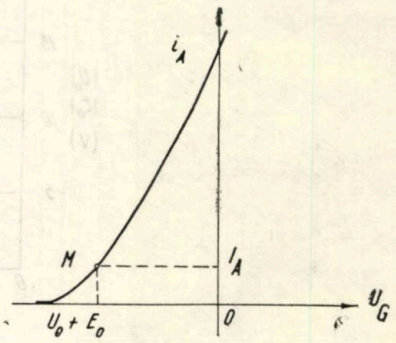


Fig. 6. — The optimal operating point T_2 tube.

coil L' inside this testing-head has an open magnetic circuit, consisting of a protruding ferrite bar B', which is protected by an insulating shell. The coupling between the coils L and L' is realised galvanically.

The requirements of the measuring parts of the device, regarding the supply sources, are rather reduced both as to the supply voltage stability and as to the ripples of rectified voltage, and thus the suplying device is as simple. The anode voltage of about 60 V is obtained from a single alternating rectifier with a germanium diode DGT-27.

The capacitor C_5 of 10 μ F connected to the output of the rectifier, provides a smoothing of the anode voltage great enough for a satisfactory running of the appliance.

In order to avoid the increase of the initial damping of the oscillating circuit due to the housing of the apparatus — lessening thus its sensibility — the for-panel, where the oscillating circuit coil is mounted, was made of an insulating material. For the same reason, between the side walls of the box of the apparatus, was provided o longitudinal clearance parallel to the coil axis, creating thus a break in the turn formed by these walls around the coil.

Use of the Apparatus

The stray capacity of the checked coil is reflected on the oscillating circuit coils and by adding it tot the tuning capacity, the oscillating circuit impedance will be reduced.

It results therefore, that the deviation of the pointer may appear not only with coils with short-circuited turns, but also with right coils presenting an important stray capacity.

This behaviour is generally common to all devices meant for checking short circuited turns, except the appliances [8], [9] at which due to a periodically varying coupling between the checked coil and the oscillating circuit inductance, worked out by a pneumatic device, this effect was eliminated. The construction of this device implies however some difficulties and considerably greater expense.

For checking line transformers, audio-frequency transformers coils, radio-frequency coils, loudspeaker coils, engine and electric appliance coils, for which the apparatus is intended, the effect of stray capacity in most cases is not too troublesome.

The deflection due to a single short-circuited turn is generally much larger than the same deviation due to the stray capacity of the checked coil. The coils whose own resonance frequency — without magnetic circuit — is greater than 10 kc/s, may be considered as the range for the use of this apparatus. (The line transformers coils and those of the output transformer of common use, have their own resonance frequency between 20 and 200 kHz.)

A deviation of the needle can appear at the cheching of coils manufactured of a thick wire. This deflection due to eddy currents, increases with the increase of the wire diameter, but it will be always smaller than the deflection correspondig to a single short-circuited turn of the same coil.

The presence of metalic an especially magnetic bodies causes a deflection of the pointer due to eddy currents, respectively due to the change of the reluctance of the magnetic circuit of the resonant circuit inductance. All these facts must be taken into account in the use of apparatus.

With this apparatus, it can be revealed an inadequate insulation resistance of the checked coils, if these resistances appear in the coils with a great number of turns. Thus in a coil with 7 000 turns, an insulation resistance smaller than 15 MΩ causes a perceptible deflection of the pointer. The outstanding minimum value of an insulation resistance decreases with the square of the number of turns.

Performance. Conclusions

The worked out apparatus can reveal even a single 30 mm diameter shortcircuited turn of a 0,05 mm diameter copper wire. The dimensions of the device are $180\times180\times120$ mm and its weight is only 2 kg. The power consumption is below 5 W. The working frequency of the oscillator is about 5,7 kHz.

The stray capacitance effect of the checked coils is not troublesome for the coils, of 0,2 mm diameter copper wire up to 7 000 turns.

Reducing the operating frequency, the effect of the stray capacitance may be reduced. For compensate the decrease of the sensitivity by the reduction of the frequency, the amplitude of the oscillations may te increased.

Applied Electronics Chair
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

REFERENCES

1. — *Markus I.* — *Zeluff V.:* Circuite electronice utilizate în industrie. Un indicator de spire în scurtcircuit în bobinele mici. pp. 100—101, București, Editura Tehnică 1956.
2. — *Markus I.* — *Zeluff V.:* Circuite electronice utilizate în industrie. Un indicator de spire în scurtcircuit în bobinele mici. pp. 102.
3. — *Ebert G.:* Windungsschluss — Prüfgerät, Funk Technik 1959, 11 iulie, pp. 386.
4. — *Aronovici E.:* Aparat electronic pentru determinarea numărului de spire și al scurt-circuitelor în bobinaje mici. Electrotehnica 1957, nr. 8 pp. 262—263.
5. — *Bogdănescu Gh., Bunea Victor, Groza Ion:* Aparat pentru determinarea scurt-circuitelor între spire la bobinele mașinilor și transformatoarelor electrice. Electro-tehnica 1959, nr. 7, pp. 265—266.
6. — * * *: Tester for Short Circuited turns Detection. Patent East Germany, nr. 6560/16—12—48 the 15.II.1965.
7. — * * *: Kurzschlussprüfgerät Tesla BM 295.
8. — *Bartels Erwin:* Verfahren zur Prüfung von Spullen auf Windungshluss. Patent West Germany 1041154 B 46886—23.II.57.
9. — * * *: Indicateur de court-circuit entre spires par variation mécanique du coplage. Électronique industrielle, 1959 ian.—febr. pp. 34—35.
10. — *Ponner Ioan:* Procedeu și aparat pentru determinarea spirelor în scurtcircuit și a izolațiilor necorespunzătoare în bobinele electrice. Dosar O.S.I. Nr. 48025.
11. — *Kazarnovskij D. M.:* Hiradástechnikai anyagok és alkatrészek vizsgálata. Müszaki könyvkiadó Budapest 1956. pp. 222—223.

INTREPRINDEREA POLIGRAFICĂ „GRAFICA NOUĂ" II, BUCUREȘTI — c. 6173

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1966 NOV 16

F 1130

R

REFERÁLVA

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXVIII NUMĂRUL 3 ANUL 1966
MAI — IUNIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor dinafara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRI ÉS DOKUMENTÁCIÓS HÁZ

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXVIII — NUMĂRUL 3

MAI — IUNIE
1966

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. Docent *I. Agîrbiceanu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. Dr. Docent *I. S. Antoniu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *G. Bărănescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof *M. Bercovici ;* Prof. Dr. Docent *E. Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *Gh. Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. Dr. Docent *E. Carafoli ;* Conf. Dr. *S. Călin ;* Acad. Prof. Dr. Docent *D. Dumitrescu ;* Prof. *S. Gâdea ;* Conf. Dr. *I. Grădișteanu ;* Prof. *C. Ionescu-Bujor ;* Prof. Dr. Docent *Gh. Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *N. Manolescu ;* Prof. *St. Mantea ;* Prof. Dr. *N. Marinescu;* Acad. Prof. Dr. Docent *C. Nenițescu;* Prof. *C. Penescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *M. Postelnicescu ;* Acad. Prof. Dr. Docent *R. Rădulet ;* Prof. *Al. Rău ;* Prof. *Al. Spătaru ;* Prof. *L. Stoicescu ;* Prof. Dr. Docent *R. Voinea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *I. Zăgănescu.*

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
Membru corespondent
al Academiei
Republicii Socialiste România

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS INTÉZET 1983

Sumar

MATEMATICA

M. N. Roşculeţ
On the Approximation Theorem of Weierstrass of Continuous Fonctions of Many Variables by Polinomials 17

F. Stănciulescu, A. Susea
Sur l'existence et l'unicité de la solution d'une équation hyperbolique de l'électrodynamique des milieux non-linéaires 21

FIZICA

St. Haltrich, I. Panaitescu
Time Variation of the Equilibrium Orbit Radius in a Betatron . . 29

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

N. I. Voina
Comportarea elastică viscos-plastică a cimenturilor în corelaţie cu compoziţia chimico-mineralogică 39

TEORIA MECANISMELOR

N. I. Manolescu, P. Antonescu, I. Erceanu
The Methodes of Formation of the Assur Groups Function of the Number of Loops (Circuits) (Z_g) and of the Rank of Links (J) 59

ORGANE DE MAŞINI

T. Mladinescu
Calculul coeficientului dinamic la roţile dinţate cilindrice cu dinţi drepţi 85

REZISTENŢA MATERIALELOR

V. Drobotă
Flambajul lateral al grinzilor continue pendulare sub sarcini transversale. Verificări experimentale 107

ELECTRONICA

Edm. Nicolau, I. Adamache, R. Piringer, N. Tihon, N. Ionescu
Experienţe efectuate cu modelul electronic pentru pompajul de adîncime 119

ELECTROTEHNICA

D. Niculescu, A. Crăciunescu
Sur l'utilisation des graphes dans l'étude des machines électriques 141

Резюме

Д.К. 517.5

М. Н. Рошкулец

Относительно теоремы Вейерштрасса о приближении постоянных функции со многими переменными благодаря многочленам.

Предположим, что $f(x_1 x_2 \ldots\ldots, x_p)$ является постоянной функцией на компакте

$$I: 1 - x_1 - x_2 - \ldots - x_p \geqslant 0, x_1 \geqslant 0, \ldots\ldots, x_p \geqslant 0.$$

Показано, что ряд многочленов сходится равномерно по I к $f(x_1, x_2 \ldots\ldots x_p)$.

Для $p = 1$ B_n являются многочленами С. Бернштейна.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

Д. К. 517 : 530 : 3 : 621.385.2 : 621.315.592

Ф. Станчулеску, А. Сусея

К вопросу о существовании и единичности решения гиперболического уравнения в электродинамике нелинейных сред,

Вопросы электродинамики нелинейных сред в некоторых случаях ведут к уравнениям гиперболического типа, нелинейного или квазилинейного. В работе разбираются эти вопросы и область электродинамики нелинейных сред, где присутствуют упомянутые уравнения. Затем изучается электромагнитное поле внутри полупроводникового цилиндра, которое характеризуется законом нелинейной проводимости. Указывается, что уравнение удовлетворенное интенсивностью электрического поля в случае цилиндра бесковечной длины, является уравнением частой производной второй степени, гиперболического поля, нелинейным.

Демонстрируется существование и единичность решения этого уровнения.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

Д. К. 621.384.6 : 539

Шт. Халтрих, И. Панаитеску

Теоретическое и эксперимеатальное изучение изменения во времени положения равновесной орбиты на бетатроне.

Изменения во времени положения равновесной орбиты является одним из главных факторов, которые могут определить максимальную энергию ускоренных электронов в бетатроне. Авторами разработан метод графо-аналитических вычислений, позволяющих определить сравнительно легко изменения радиуса равновесной орбиты, причем с достаточной точностью в случае, когда изменения положения равновесной орбиты происходят из-за насыщения магнитного полюса. Испытания, проведенные на бетатроне И. Ф. А., показали эффективность и точность вычислений по новому методу.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

Summary

M. N. Roşculeţ D. C. 517.5

About the Weistrass Theorem of the Aproximation of Continuous Functions of Many Variables Through Polynomials

Let $f(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ be a continuous function on the compact $I: 1 - x_1 - x_2 - \ldots - x_p \geqslant 0, x_1 \geqslant 0, \ldots, x_p \geqslant 0$. It is shown that the polynomials row:

$$B_n(x_1, x_2, \ldots, x_p) =$$

$$= \sum_{\substack{\alpha_0+\alpha_1+\ldots+\alpha_p=n \\ \alpha i \zeta N, \alpha_i \geqq 0}} f\left(\frac{\alpha_1}{n}, \frac{\alpha_2}{n}, \ldots, \frac{\alpha_p}{n}\right) \frac{n!}{\alpha_0!\alpha_1!\ldots\alpha_p!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_p^{\alpha_p} (1 - x_1 - x_2 - \ldots - x_p)^{\alpha_0},$$

is uniformely converging upon I towards $f(x_1, x_2, \ldots, x_p)$. For $p = 1$, B_n are the S. Bernstein polynomials.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

D.C. 517 : 538.3 : 621.385.2 : 621.315.592

F. Stănciulescu, A. Susea

On the Existence and Uniqueness of the Solution of a Hyperbolic Equation in Non-linear Media Electrodynamics.

Electrodynamics problems of non-linear media lead in some cases to equations of the hyperbolic type, non-linear or quasi-linear. In the paper, the importance of these problems is first presented and the field of the non-linear media where the above mentioned equations interfere. Then, the electromagnetic field is studied inside a semi-conductor cylinder, characterised by a law of non-linear conduction. The paper shows that the equation satisfied by the intensity of the electric field in the case of a cylinder of length is an equation of the 2-nd order with partial derivatives of a hyperbolic non-linear type. The existence and the uniqueness of the solution of this equation is proved.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

D.C. 621.384.6 : 539

St. Haltrich, I. Panaitescu

Time Variation of the Equilibrium Orbit Radius in a Betratron.

Variation in time of the equilibrium orbit position is one of the main factors that may limit the maximum energy of the electrons accelerated in a betatron.. The authors worked out a graphical and analytical calculation method, allowing a relatively simple and quite accurate determination of the variation of the equilibrium orbit radius, of the variation of the equilibrium orbit takes place because of the magnetic core saturation. Experimental tests carried out on the betatron at the Institute of Atomic Physics of the Academy of the Rumanian Socialist Republic gave results corresponding to the values calculated by the new method.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

Н. И. Воина Д. К. 539.3 : 691.54 : 691.32

Упруго-вязкопластическое поведение цементов в соотвествии с их химико-минералогическим составом.

В работе рассматривается влияние условий на образование стркрутуры в период схатывания цемента, а также его минералогическихк омпонентов на деформацию его структуры и текучести.

На основе экспериментальных данных обозначается сфсра применяемости теории Шейкина и Фроссинета упруго-вязко-пластической деформации.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

Д.К. 621—231 : 621.8.02

Н. И. Манолеску, П. Антонеску, И. Ерчеану

Методы составления ассурых групп в зависимости от числа „Z_g" контуров и элементов порядка

1. Составление ассурых групп в зависимости от числа закрытых деформирующихся контуров (Z_g) и порядок группи (c'_{5e}) стало возможным благодаря использованию основного уравнения:

$$Z_g + c'_{5e} = \frac{n_1}{2} + 1 = c'_{5e}\ \max = k\,j\ (k\ 1)\ (k = j\ \max.),$$

в котором n' является общим числом элементов группы (всегда четным).

Задавая k все значения, используемые в практике артикулирующих механизмов, были получены соответствующие группы;

2. Исходя из формулы:

$$3e - 2c_5 = 3$$
$$n' = e - 1$$
$$n_2 - n_4 - 2n_5 - \ldots\ldots - (j-3)\ nj = 3$$
$$j = \frac{e+1}{2} = \frac{n'}{2} + 1,$$

где j показывает степень элемента. Авторы составляют все группы, используемые в практике до $n' = 8$.

3. Связывая внешние изменения групп с самым большим порядком c'_{5e} max ($Z_g = 0$) элементов группы, соблюдая правила, рекомендуемые работой, авторы составляют все группы $c\,n'$ и c'_{5e}, уменьшая на основании установленной операции порядок c'_{5e} групп.

Все 3 метода позволяют проверить выводы и систематизацию кинематических цепей и артикулирующих плоских механизмов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

Т. Младинеску Д.К. 621.833

Расчет динамического коэффициента цилиндрических зубчатых колёс с прямыми зубьями.

Значения динамического коэффициента для расчета зубчатых колес, определяемые аналитическими отношениями или взятыми из таблиц, представляет большие расхождения у различных исследователей. В настоящей работе разрабатывается аналитический метод расчета динамического коэффициента для случая зубчатых динамических колес с прямыми зубьями, основанный на изучении вибрации этих колес, с учетом нормальной силы на зубьях, переменной во времени, и силы амортизации из-за наличия пленки смазочного материала между боковыми поверхностями.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

D.C. 539.3 : 691.54 : 691.32

N. I. Voina

Elastic, Viscous, Plastic Behaviour of Cements Function of Chemical-mineralogical Composition.

The influence of structure formation conditions during the setting period and of the cement mineralogical components on the construction deformations and slow flow is studied.

Based on the interpretation of the experimental results the sphere of validity of Seikin and Freyssinet's theories is delimited regarding the elastic-viscous-plastic deformations.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

D. C. 621—231 : 621.8.02

N. I. Manolescu, P. Antonescu, I. Erceanu

The Methods of Formation of the Assur Groups Function of the Number of Loops (Z_g) and of the Rank of Links (j)

1. A formation of assuric groups, function of (loops), circuits numbers (Z_g) and the group order (c'_{5e}) could be obtained by using the fundamental relation:

$$Z_g + c'_{5e} = \frac{n'}{2} + 1 = c'_{5e\,max} = k \qquad (k \geqslant 2) \quad (k = j_{max})$$

where n' is the total number of assuric group elements (always an even pair number).

By giving to k all the values in the field of practical use of jointed mechanisms, the corresponding assuric groups were obtained.

2. Starting from the expressions:

$$3e - 2c_5 = 3 \quad ; \quad n' = e - 1$$

$$n_2 - n_4 - 2n_5 - \ldots - (j-3)\,n_j = 3 \quad ; \quad j = \frac{e+1}{2} = \frac{n'}{2} + 1$$

where j represents the element rank, the authors make up all the assuric groups with practical use going up to $n' = 8$.

3. By connecting the external joints of the assuric group of the highest order $c'_{5e}\ max$ ($Z_g = 0$) to the group elements, observing the rules indicated in the work, the authors form all the groups with the given n' and c'_{5e}, decreasing by the shown operation the group order c'_{5e}.

All three methodes allow to check the solutions and then to sistematize the kinematic chains and the joint planar mechanisms.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

D.C. 621.833

T. Mladinescu

The Dynamic Coefficient Calculus of Cylindrical Gears with Straight Teeth.

The dynamic coefficient values for the gears computation determined through analytical relations or extracted from the tables, vary very much according to the different workers.

The present work develops an analytical method of computation of the dynamic coefficient in cylindrical gears with straight teeth, based upon these gears vibration study, taking into account the common stress on teeth, time varying, and of the damping force due to the lubricant film amidst the sides.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

Д.К. 620.174 : 624.072.2 : 624.075.2 : 539.4

В. Дробота

Боковой продольный изгиб сплоченных качающихся балок под действием поперечных нагрузок. Опытные проверки.

В этой статье описывается опытное оборудование, выполненное для проверки принятых расчетных гипотез и установленных отношений для расчета критической нагрузки продольного изгиба в неразрезных качающихся балках под действием поперечных нагрузок. Указывается также методика примененного измереиия, выполненные опытные определения и полученные при этом заключения.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

Д.К. 622.67 : 622.24.05 : 621 : 38 : 621.67

Е. Николау, И. Адамаке, Р. Пирингер, Н. Ионеску, Н. Тихон

Опыты на электронном моделирующем устройстве для глубоконасосной добычи.

Излагаются результаты, полученные при электронном моделировании вибрационных явлений в установках глубоконасосной добычи с помощью специализированной аналоговой вычислительной машины.

Рассмотрены режимы накачивания в случае лабораторной скважины и в случае производственной скважины в нефтяной вышке г. Кымпина как с набором свободных шестов, так и с набором шестов, имеющих выкачивающий насос.

Наблюдалось очень хорошее совпадение результатов, полученных при моделировании, с числовыми данными, измеренными на скважинах, с результатами аналитических вычислений и с данными, представленными заграничным моделирующим устройством подобного типа.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

Д.К. 621.316.3 : 621.313

Д. Никулеску, А. Крэчюнеску

О применении графов в исследовании электрических машин.

В этой работе применяется метод графов в исследовании электрических машин, употребляемых как элементы систем.

После представлений главных свойств графов, устанавливается граф амплитуды. Использовая метод графов, из сопутствующего графа амплитуды находится окончательный соответственный граф, который позволяет установить непосредственно передаточные функции. Чтобы уравнять метод графов с алгебрическим методом, в приложении дается и алгебрический метод установелний передаточных функции амплитуды.

Делается вывод, что метод графов позволяет получить передаточные функций с немногих операций по сравнению с алгебрическим способом, а также имеет наглядный характер.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

D.C. 620.174 : 624.072.2 : 624.075.2 : 539.4

V. Drobotă

The Side Buckling of Continuous Swinging Beams Under Cross-Loads. Experimental Tests.

The developped plant for the accepted calculus hypothesis checking, and the established relations for the critical load computation in the continuous swinging beams under cross-loads is presented in the paper. The utilised measuring method is shown too, as well as the effectuated experimental determinations, and the drawn conclusions.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

D.C. 622.67 : 622.24.05 : 621.38 : 621.67

E. Nicolau, I. Adamache, R. Piringer, N. Ionescu, N. Tihon

Experiments Carried out with the Electronic Design for Deep Well Pumping.

In this paper the results obtained by the electronic simulation of vibration phenomena in deep well pumping equipments by a specialized analogue computer are given.

Pumping regimes were studied at a laboratory well and at a well in operation at the Cîmpina field, both with free drills and with drills provided with exploitation pump.

Good concordance has been obtained between the simulation results and the data measured at the well, and the data analytically computed and those provided with a similar simulation equipment of other country.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

D.C. 621.316.3 : 621.313

D. Niculescu, A. Crăciunescu

The Use of Graphs in the Study of Electrical Machineries.

In this article one applies the method of graps for the study of electrical machineries used as components of the servomechenisms. After the presentation of the essential properties of the graphs, one establishes, as exemplification out of the associated graph which allow to write immediately the transfer function of the amplidyne. One concludes that the method of graphs is to be preferred to the algebraic method owing to the small number of operations necessary for writing the transfer function as well as for its concrete character.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

Résumé

C. D. 517.5

M. N. Roşculeţ

Sur le theorème de Weierstrass pour aproximer les fonctions continues de plusieures variables par des polynômes

Soit $f(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ une fonction continue sur le compact $I: 1 \geqslant x_1 \geqslant x_2 \geqslant \ldots \geqslant x_p \geqslant 0$, $x_1 \geqslant 0, \ldots, x_p \geqslant 0$. On montre que la suite de polynômes.

$$B_n(x_1, x_2, \ldots, x_p) =$$

$$= \sum_{\substack{\alpha_0+\alpha_1+\ldots+\alpha_p=n \\ \alpha_i \in N, \alpha_i \geqslant 0}} f\left(\frac{\alpha_1}{n}, \frac{\alpha_2}{n}, \ldots, \frac{\alpha_p}{n}\right) \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1! \ldots \alpha_p!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_p^{\alpha_p} (1 - x_1 - x_2 - \ldots - x_p)^{\alpha_0},$$

converge uniformément sur I vers $f(x_1, x_2, \ldots, x_p)$. Pour $p = 1$, B_n il y a les polynômes de S. Bernstein.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

C.D. 517 : 538.3 : 621.385.2 : 621.315.592

F. Stănciulescu, A. Susea:

Sur l'existence et l'unicité de la solution d'une equation hyperbolique de l'electrdoynamique des milieux, non-linéaires.

Les problèmes d'électrodynamique des milieux non-linéaires mènent dans certains cas, à des équations de type hyperbolique, non-linéaires ou quasi-linéaires. On présente tout d'abord dans le travail l'importance de ces problèmes et le domaine de l'électrodynamique des milieux non-linéaires où agissent les équations mentionnées. On étudie ensuite le champ électromagnétique à l'intérieur d'un cylindre semi-conducteur, caractérisé par une loi de conduction non-linéaire. On montre que l'équation satisfaite par l'intensité du champ électrique, dans le cas du cylindre, infiniment long, représente une équation aux dérivées partielles de deuxième ordre de type hyperbolique, non-linéaire. On démontre aussi l'existence et l'unicité de la solution de cette équation.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

C.D. 621.384.6 : 539

St. Haltrich, I. Panaitescu

Etude théorique et expérimentale de la variation en temps de la position de l'orbite d'equilibre dans un betatron.

La variation en temps de la position de l'orbite d'équilibre est un des principaux facteurs qui puissent limiter l'énergie maxima des électrons accélérés dans un bétatron. Les auteurs ont élaboré une métohde de calcul grapho-analytique qui permet de trouver la variation du rayon de l'orbite d'équilibre d'une façon assez simple et exacte dans le cas où la variation de la position de l'orbite d'équilibre est déterminée par la saturation du noyau magnétique. Les vérifications expérimentales effectuées au bétatron I.F.A. ont abouti à des résultats qui sont en concordance avec les valeurs calculées par la nouvelle méthode.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

Zusammenfassung

M. N. Roşculeţ D. K. 517.5

Über den Weierstrass — Näherungslehrsatz der stetigen Funktionen mit mehreren Veränderlichen, durch Polynome

Es sei $f(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ eine stetige Funktion auf dem Kompakt $I: 1 - x_1 - x_2 - \ldots - x_p \geqslant 0,\ x_1 \geqslant 0, \ldots, x_p \geqslant 0$. Es wird gezeigt, dass die Reihe von Polynomen.

$$B_n(x_1, x_2, \ldots, x_p) =$$

$$= \sum_{\substack{\alpha_0+\alpha_1+\ldots+\alpha_p=n \\ \alpha_i \in N,\ \alpha_i \geq 0}} f\left(\frac{\alpha_1}{n}, \frac{\alpha_2}{n}, \ldots, \frac{\alpha_p}{n}\right) \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1! \ldots \alpha_p!}\, x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_p^{\alpha_p} (1 - x_1 - x_2 - \ldots - x_p)^{\alpha_0},$$

gleichmässig auf I gegen $f(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ konvergiert. Für $p = 1$, sind B_n die Polynome S. Bernsteins.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

D.K. 517:538.3;621.385.2:621.315,592

F. Stănciulescu, A. Susea

Über die Existenz und die Einmaligkeit der Lösung einer hyperbolischen Gleichung in der Elektrodynamik nichtlinearer Medien.

Die Probleme der Elektrodynamik nichtlinearer Medien führen in einigen Fällen zu hyperbolischen, nichtlinearen oder quasilinearen Gleichungen. In vorliegendem Beitrag wird vorerst die Wichtigkeit dieser Probleme aufgezeigt, sowie auch der Bereich der nichtlinearen Medien der Elektrodynamik, in welchem die angeführten Gleichungen erscheinen. Darauf wird das elektromagnetische Feld im Inneren eines zylindrischen Halbleiters untersucht, welcher durch ein Gesetz der nischtlinearen Leitung bestimmt ist. Es wird gezeigt, dass die durch die Stärke des elektrischen Feldes befriedigte Gleichung, im Falle eines unendlich langen Zylinders, eine Gleichung mit teilweisen Derivaten zweiter Ordnung ist, von nichtlinearer, hyperbolischer Type. Es wird die Existenz und die Einmaligkeit der Lösung dieser Gleichung bewiesen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

D.K. 621.384.6 : 539

St. Haltrich, I. Panaitescu

Die zeitliche Änderung des Radiusses der Gleichgewichtsbahn beim Betatron.

Die zeitliche Änderung des Radiusses der Gleichgewichtsbahn ist einer der hauptsächlichen Faktoren, welche die Maximalenergie der in einem Betatron beschleunigten Elektronen begrenzen können. Die Autoren haben eine graphisch-analytische Berechnungsmethode ausgeabeitet, welche die Bestimmung der Änderung des Radiusses der Gleichgewichtsbahn verhältnismässig einfach und mit genügender Genauigkeit gestattet, wenn die Änderung der Lage der Gleichgewichtsbahn, infolge der Sättigung des magnetischen Kernes stattfindet. Die am Betatron des Instituts für Atomphysik durchgeführte experimentelle Prüfung führt zu Ergebnissen, die mit den mittels der neuen Methode berechneten Werten übereinstimmen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

C.D. 539.3 : 691.54 : 691.32

N. I. Voina

Comportement élastique-visqueux-plastique des ciments en corrélation avec la composition chimico-minéralogique.

On étudie l'influence des conditions de formation de la structure pendant la période de prise et des composants minéralogiques des ciments sur les déformations de construction et de coulée lente.

A partir de l'interprétation des résultats expérimentaux on procède à une délimitation des sphères de valabilité des théories de Seikin et de Freyssinet, concernant les déformations élastiques-visqueuses-plastiques.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

C. D. 621—231 : 621.8.02

N. I. Manolescu, P. Antonescu, I. Erceanu

Methodes de formation des groupes d'assur en fonction du nombre Z_g de contours et du rang j des elements.

1. Les auteurs ont pu réaliser la formation des *groupes d'Assur* en fonction du nombre des contours fermés déformables (Z_g) et de l'ordre du groupe (c'_{5e}) en utilisant la relation fondamentale :

$$Z_g + c'_{5e} = \frac{n'}{2} + 1 = c'_{5e\,max} = k \qquad (k \geqslant 2) \quad (k = j_{max})$$

où n' représante le nombre total des éléments du *groupe d'Assur* (toujours pair).

En prenant pour K toutes les valeurs du domaine de l'utilisation pratique des mécanismes articulés, on a obtenu les *groupes d'Assur* correspondants.

2. A partir des formules :

$$3e - 2c_5 = 3 \quad ; \quad n' = e - 1$$

$$n_2 - n_4 - n_5 - \ldots - (j-3)\,n_j = 3 \quad ; \quad j = \frac{e+1}{2} = \frac{n'}{2} + 1$$

où j este le rang de l'élément, les auteurs forment tous les *groupes d'Assur* à utilisation pratique allant jusqu'à $n' = 8$.

3. En reliant *les articulations extérieures* des *groupes d'Assur* du plus grand ordre $c'_{5e\,max}$ $(Z_g = 0)$ aux éléments du groupe, respectant les règles indiquées dans le travail, les auteurs forment tous les groups à n' et c'_5 donnés, tout en diminuant par l'opération indiqués l'ordre c'_{5e} du groupe.

Ces 3 méthodes permettent, toutes, de vérifier les solutions et ensuite de systématiser les chaînes cinématiques et les mécanismes plans articulés.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

T. Mladinescu C.D. 621.833

Calcul du coefficient dynamique des roues dentées cylindriques à dents droites.

Les valeurs du coefficient dynamique pour le calcul des roues dentées, déterminées par des relations analytiques ou extraites des tableaux, présentent une grande variété d'un chercheur à l'autre.

Dans ce travail-ci on a élaboré une méthode analytique de calcul du coefficient dynamique pour le cas des roues dentées cylindriques à dents droites, basée sur l'étude des vibrations de ces roues, en tenant compte de la force normale sur les dents, qui varie avec le temps et de la force d'amortissement due à la pellicule de lubrifiant entre les flancs

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

N. I. Voina D.K. 539.3 : 691.54 : 691.32

Das elastisch zäh-plastische Verhalten der Zemente, in Beziehung zur chemisch-mineralogischen Zusammensetzung.

Es wird der Einfluss der Bedingungen anlässlich der Bildung der Struktur während des Abbindens, sowie der mineralogischen Komponenten des Zementes auf die Dauerlastv erformungen und auf das Kriechen untersucht.

Auf Grund der Auslegung der Versuchsergebnisse wird der Gültigkeitsbereich der Theorien Seikins und Freyssinets mit Bezug auf elastisch zäh-plastische Verformungen begrenzt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

D. K. 621—231 : 621.8.02

N. I. Manolescu, P. Antonescu, I. Erceanu

Methoden für die Bildung assurischer Gruppen in Abhängigkeit von der Zahl „Z_g" der Konturen und vom Range j der Glieder

1. Die Bildung von assurischer Gruppen in Abhängigkeit von den geschlossenen, verformbaren Konturen (Z_g) und die Ordnung der Gruppe $\left(c'_{5e}\right)$ konnte von den Autoren mit Hilfe der Grundformel

$$Z_g + c'_{5e} = \frac{n'}{2} + 1 = c'_{5e\,max} = k \qquad (k \geqslant 2) \quad (k = j_{max})$$

verwirklicht werden, wobei n' die Gesamtanzahl der Glieder der assurischen Gruppe darstellt (stets geradzahlig).

Als k alle Werte des Bereiches der praktischen Verwendung der Gelenkgetriebe verliehen wurden, erhielt man die entsprechenden assurischen Gruppen.

2. Ausgehend von den Formeln.

$$3e - 2c_5 = 3 \quad ; \quad n' = e - 1$$

$$n_2 - n_4 - 2n_5 - \ldots - (j-3)\,n_j = 3 \quad ; \quad j = \frac{e+1}{2} = \frac{n'}{2} + 1$$

wo j den Rang des Gliedes darstellt, bilden die Autoren alle assurischen Gruppen mit praktischer Verwendung bis zu $n' = 8$.

3. Durch Verbindung der äusseren Gelenke der assurischen Gruppen der höchsten Ordnung $c'_{5e\,max}$ $(Z_g = 0)$ mit den Glieder der Gruppe, unter Beachtung der im Beitrag angegebenen Regeln bilden dien Autoren sämtliche Gruppen mit n' und c'_5 — mit gleichzeitiger Verringerung der Ordnung c'_{5e} der Gruppe, mit Hilfe des angeführten Vorganges.

Alle drei Methoden gestatten die Systematisierung der kinematischen Ketten und der ebenen Gelenkgetriebe.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

T. Mladinescu D.K. 621.833

Die Berechnung des dynamischen Koeffizienten an den Zahnrädern mit gerader Verzahnung.

Die Werte des dynamischen Koeffizienten für die Berechnung von Zahnrädern, welche durch analytische Beziehungen bestimmt oder aus Tafeln entnommen wurden, zeigt eine grosse Streuung von einem Forscher zum anderen.

In vorliegender Arbeit wird eine analytische Methode des dynamischen Koeffizienten ausgeabeitet, für den Fall von Stirnrädern mit gerader Verzahnung, welche auf dem Studium der Schwingungen dieser Räder beruht, wobei die normale, zeitlich wechselnde Kraft auf die Räder und die durch den Schmierfilm zwischen den Zahnflanken hervorgerufenen dämpfende Kraft in Rechnung gezogen wird.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

C.D. 620.174 : 624.072.2 : 624.075.2 : 539.4

V. Drobotă

Flambage lateral des poutres continues pendulaires sous des charges transversales. Verifications expérimentales.

Dans l'article on décrit l'installation expérimentale réalisée pour vérifier les hypothèses de calcul admises et les relations établies pour le calcul de la charge critique de flambage pour les poutres continues pendulaires sous des charges transversales. On indique, de même, la méthode utilisée pour le mesurage, les déterminations expérimentales effectuées et les conclusions qui en résultent.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

C.D. 622.67 : 622.24.05 : 621.38 : 621.67

E. Nicolau, I. Adamache, R. Piringer, N. Ionescu, N. Tihon

Expériences effectuées avec le modéle électronique concernant le pompage de profondeur

On présente les résultats obtenus à l'aide d'un calculateur analogique spécialisé, utilisé en vue de modéler les phénomènes vibratoires des installations de pompage de profondeur.

On a étudié différents régimes de pompage pour une sonde laboratoire et aussi pour une sonde productive au champ pétrolier de Cîmpina, tant avec des trains de tiges libres qu'avec des trains de tiges munies de pompes d'extraction.

On a obtenu une bonne concordance entre les résultats fournis par le modèle et les données des mesures pratiques, les résultats calculés, et ceux fournis par un modéle similaire réalisé à l'étranger.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

C.D. 621.316.3 : 621.313

D. Niculescu, A. Crăciunescu

Sur l'utilisation des graphes dans l'étude des machines électriques.

Dans cet article on applique la méthode des graphes à l'étude des machines électriques utilisées comme éléments des systèmes de réglage automatique. Après avoir présenté les principales propriétés des graphes, on déduit, en vue d'illustrer par des exemples, le graphe de l'amplitude.

En utilisant la méthode des graphes, on obtient, à partir du graphe associé à l'amplitude, le graphe résiduel corespondant qui permet d'établir tout de suite les fonctions de transfert.

Pour rendre possible la comparaison, on présente aussi la méthode algébrique d'obtention des fonctions de transfert de l'amplitude.

On conclut que la méthode des graphes est préférable à la méthode algébrique tant à cause du nombre plus réduit d'operations nécessaires pour l'obtention des fonctions de transfert qu'à son caractère intuitif.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

D.K. 620.174 : 624.072.2 : 624.075.2 : 539.4

V. Drobotă

Die seitliche Knickung der durchlaufenden Pendelträger unter Querlasten. Versuchsweise Prüfungen.

Im Beitrag wird die für die Überprüfung der zugelassenen Berechnungshypothesen und der für die Berechnung der kritischen Knickung bei den durchlaufenden Pendelträgern unter Querlasten festgestellten Beziehungen geschaffene Versuchsanlage beschrieben. Desgleichen wird die angewendete Massmethode angegeben, sowie die versuchsweise durchgeführten Bestimmungen und die gezogenen Schlussfolgerungen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

D.K. 622.67 : 622.24.05 : 621.38 : 621.67

E. Nicolau, I. Adamache, R. Piringer, N. Ionescu, N. Tihon

Versuche am elektronischen Modell für das Tiefpumpen.

In diesem Beitrag werden die durch elektronisches Modellieren an einem spezialisierten Analogrechner erzielten Ergebnisse bezüglich Schwingungserscheinungen in Tiefpumpenanlagen dargelegt.

Es wurden Pumpbetriebsarten an einer Laborsonde und an einer im Erdölfeld Cîmpina im Betrieb stehenden Sonde untersucht, sowohl mit freien Gestängegarnituren, als auch mit Gestängegarnituren, welche mit Förderpumpen versehen waren Es wurde eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse am Modell, mit den an den Sonden gemessenen und mit den analytisch berechneten, sowie mit denjenigen von einer im Ausland gebauten ähnlichen Modellanlage gelieferten Angaben erzielt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

D.K. 621.316.3 : 621.313

D. Niculescu, A. Crăciunescu

Über die Benützung der grafschen — Methode in dem Studium elektrischer Maschinen.

In diesem Artikel wendet man die Graf-methode zum Studium elektrischer Maschinen an, die als Elemente in den automatischen Regelsystemen Anwendung finden. Nach dem die Haupteigenschaften der Grafen vorgezeigt sind, ableitet man als Beispiel die Amplidyne-Graf. Durch die Benützung der Graf — methode erhält man aus dem Amplidyne angeschlossenen Graf, der entschprechenden Residuel — Graf, der die Infartige Festsetzung der transfer functionen gestattet. Als Vergleich ung zeigt man vor auch die algebrische Methode für die Erhaltung der transferfunktionen der Amplidyne. Man erhält die Schuss volgerung dass die Graf — methode der Algebrische — methode vorzuziehen ist wegen des belainen Operationen zahl für die Erhaltung transferfunktionen als seiner anschaulichen charakter.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 3/1966

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 3

MATEMATICĂ

C.Z.: 517.5

ON THE APPROXIMATION THEOREM OF WEIERSTRASS OF CONTINUOUS FUNCTIONS OF MANY VARIABLES BY POLINOMIALS *

MARCEL N. ROȘCULEȚ

In this paper we propose ourselves to demonstrate the following.

Theorem. Let $f(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ *a continuous function on the compact* I. $1 - x_1 - \ldots - x_p \geqslant 0$, $x_1 \geqslant 0, \ldots, x_p \geqslant 0$; *the sequence of polynomials*

$$B_n(x_1, x_2, \ldots, x_p) =$$

$$= \sum_{\substack{\alpha_0+\alpha_1+\ldots+\alpha_p=n \\ \alpha_i \in N,\ \alpha_i \geqslant 0}} f\left(\frac{\alpha_1}{n}, \frac{\alpha_2}{n}, \ldots, \frac{\alpha_p}{n}\right) \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1! \ldots \alpha_p!}\, x_1^{\alpha_1} \ldots x_p^{\alpha_p} (1 - x_1 - x_2 - \ldots - x_p)^{\alpha_0}$$

converges uniformly on I *towards* $f(x_1, x_2, \ldots, x_p)$.

Demonstration. For n integer we have successively

$$(x_0 + x_1 + \ldots + x_p)^n = \sum_{\alpha} \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1! \ldots \alpha_p!}\, x_0^{\alpha_0} x_1^{\alpha_1} \ldots x_p^{\alpha_p} \tag{1}$$

$$n x_k (x_0 + x_1 + \ldots + x_p)^{n-1} = \sum_{\alpha} \frac{n!\,\alpha_k}{\alpha_0!\,\alpha_1! \ldots \alpha_p!}\, x_0^{\alpha_0} x_1^{\alpha_1} \ldots x_p^{\alpha_p} \tag{2}$$

$$n x_k (x_0 + x_1 + \ldots + x_p)^{n-1} + n(n-1) x_k^2 (x_0 + x_1 + \ldots + x_p)^{n-2} = \tag{3}$$

$$= \sum_{\alpha} \frac{n!\,\alpha_k^2}{\alpha_0!\,\alpha_1! \ldots \alpha_p!}\, x_0^{\alpha_0} x_1^{\alpha_1} \ldots x_p^{\alpha_p}$$

If we put $x_0 = 1 - x_1 - x_2 - \ldots - x_p$, the relations (1), (2), (3) are transformed in

$$1 = \sum_{\alpha} \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1! \ldots \alpha_p!} (1 - x_1 - \ldots - x_p)^{\alpha_0} x_1^{\alpha_1} \ldots x_p^{\alpha_p}, \tag{1'}$$

*) Presented at the Scientific Session of the Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest, 28—30 May, 1965.

$$nx_k = \sum_{\alpha} \frac{n!\,\alpha_k}{\alpha_0!\,\alpha_1!\ldots\alpha_p!}(1-x_1-\ldots-x_p)^{\alpha_0}x_1^{\alpha_1}\ldots x_p^{\alpha_p}, \qquad (2')$$

$$nx_k + n(n-1)x_k^2 = \sum_{\alpha} \frac{n!\,\alpha_k^2}{\alpha_0!\,\alpha_1!\ldots\alpha_p!}(1-x_1-\ldots-x_p)^{\alpha_0}x_1^{\alpha_1}\ldots x_p^{\alpha_p}, \qquad (3')$$

for $k=1,2,\ldots,p$. If we multiply (1′) with $n^2x_k^2$, (2′) with $-2nx_k$ and we add everything to (3′) we obtain

$$nx_k(1-x_k) = \sum_{\alpha}(\alpha_k - nx_k)^2 \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1!\ldots\alpha_p!}(1-x_1-\ldots-x_p)^{\alpha_0}x_1^{\alpha_1}\ldots x_p^{\alpha_p} \qquad (4)$$

and summing in report with $k=1,2,\ldots,p$, in (4) we have

$$n\sum_{k=1}^{p} x_k(1-x_k) = \sum_{\alpha}\left[\sum_{1}^{p}(\alpha_k - nx_k)\right]\frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1!\ldots\alpha_p!}(1-x_1-\ldots-x_p)^{\alpha_0}x_1^{\alpha_1}\ldots x_p^{\alpha_p}$$

Let $(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ a fix but arbitrary point on the compact I; we denote

$$S'(x_1, x_2, \ldots, x_p) = \sum_{\alpha'} \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1!\ldots\alpha_p!}(1-x_1-\ldots-x_p)^{\alpha_0}x_1^{\alpha_1}\ldots x_p^{\alpha_p} \qquad (5)$$

the summing being extended to the numbers $\alpha_0 = n-\alpha_1-\ldots-\alpha_p, \alpha_1, \ldots, \alpha_p$ which satisfy the conditions

$$\left|\frac{\alpha_i}{n} - x_i\right| < \delta, \quad i=1,2,\ldots,p$$

δ being a positive arbitrary number. Let us denote

$$S''(x_1, x_2\ldots, x_p) = \sum_{\alpha''} \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1!\ldots\alpha_p!}(1-x_1-\ldots-x_p)^{\alpha_0}x_1^{\alpha_1}\ldots x_p^{\alpha_p} \qquad (6)$$

the terms' sum of (1′) which are not comprised in (5).

For the terms in $S''(x_1, x_2, \ldots x_p)$ we have

$$\left|\frac{\alpha_i}{n} - x_i\right| \geqslant \delta, \quad i=1,2,\ldots,p,$$

and according to these inequalities we deduce

$$S''(x_1, x_2, \ldots, x_p) = \sum_{\alpha''} \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1!\ldots\alpha_p!}(1-x_1-\ldots-x_p)^{\alpha_0}x_1^{\alpha_1}\ldots x_p^{\alpha_p} \leqslant$$

$$\leqslant \frac{1}{\delta^2 n^2}\sum_{\alpha}(\alpha_i - nx_i)^2 \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1!\ldots\alpha_p!}(1-x_1-\ldots-x_p)^{\alpha_0}x_1^{\alpha_1}\ldots x_p^{\alpha_p}$$

$$\leqslant \frac{1}{p\delta^2 n^2}\sum_{\alpha}\left[\sum_{i=1}^{p}(\alpha_i - nx_i)^2\right]\frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1!\ldots\alpha_p!}(1-x_1-\ldots-x_p)^{\alpha_0}x_1^{\alpha_1}\ldots x_p^{\alpha_p}$$

We have evident

$$S''(x_1, x_2, \ldots, x_p) \geqslant 0$$

$$S'(x_1, x_2, \ldots, x_p) + S''(x_1, x_2, \ldots, x_p) = 1$$

and from (4), because

$$0 \leqslant x_k(1 - x_k) \leqslant \frac{1}{p}\left(1 - \frac{1}{p}\right), \quad (x_1, x_2, \ldots, x_p) \in I, \quad p \geqslant 2$$

we have also

$$S''(x_1, x_2, \ldots, x_p) \leqslant \frac{1}{\delta^2 n} \frac{p-1}{p^2}. \tag{7}$$

Let us show now that the sequence $B_n(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ converges uniformly on I towards $f(x_1, x_2, \ldots, x_p)$. We have

$$|B_n(x_1, x_2, \ldots, x_p) - f(x_1, x_2, \ldots, x_p)| =$$

$$= \left| \sum_{\alpha} \left[f\left(\frac{\alpha_1}{n}, \frac{\alpha_2}{n}, \ldots, \frac{\alpha_p}{n}\right) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - f(x_1, x_2, \ldots, x_p) \right] \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1! \ldots \alpha_p!} (1 - x_1 - \ldots - x_p)^{\alpha_0} x_1^{\alpha_1} \ldots x_p^{\alpha_p} \right| \tag{8}$$

and from the uniform continuity of the function f on I rezults that for any $\varepsilon > 0$ exists $\delta > 0$ such as we have

$$|f(x_1^1, x_2^1, \ldots, x_p^1) - f(x_1^2, x_2^2, \ldots x_p^2)| < \varepsilon$$

for any

$$(x_1^1, x_2^1, \ldots, x_p^1) \in I, (x_1^2, x_2^2, \ldots, x_p^2) \in I, \text{ if}$$

$$|x_i^1 - x_i^2| < \delta, \quad i = 1, 2, \ldots, p.$$

We have, for $(x_1, x_2, \ldots, x_p) \in I$,

$$|B_n(x_1, x_2, \ldots, x_p) - f(x_1, x_2, \ldots, x_p)| \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{\alpha} \left| f\left(\frac{\alpha_1}{n}, \frac{\alpha_2}{n}, \ldots, \frac{\alpha_p}{n}\right) - \right.$$

$$\left. - f(x_1, x_2, \ldots, x_p) \right| \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1! \ldots \alpha_p!} (1 - x_1 - \ldots - x_p)^{\alpha_0} x_1^{\alpha_1} \ldots x_p^{\alpha_p}$$

$$\leqslant \sum_{\alpha'} \left| f\left(\frac{\alpha_1}{n}, \frac{\alpha_2}{n}, \ldots, \frac{\alpha_p}{n}\right) - \right.$$

$$-f(x_1, x_2, \ldots, x_p)\left| \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1!\ldots\alpha_p!}(1-x_1-\ldots-x_p)^{\alpha_0}x_1^{\alpha_1}\ldots x_p^{\alpha_p} + \right.$$

$$+\sum_{\alpha''}\left| f\left(\frac{\alpha_1}{n}, \frac{\alpha_2}{n}, \ldots, \frac{\alpha_p}{n}\right)- \right.$$

$$-f(x_1, x_2, \ldots, x_p)\left| \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1!\ldots\alpha_p!}(1-x_1-\ldots-x_p)^{\alpha_0}x_1^{\alpha_1}\ldots x_p^{\alpha_p}\right.$$

but

$$\sum_{\alpha'}\left| f\left(\frac{\alpha_1}{n}, \frac{\alpha_2}{n}, \ldots, \frac{\alpha_p}{n}\right)- \right.$$

$$-f(x_1, x_2, \ldots, x_p)\left| \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1!\ldots\alpha_p!}(1-x_1-\ldots-x_p)^{\alpha_0}x_1^{\alpha_1}\ldots x_p^{\alpha_p}\right. \leqslant$$

$$\leqslant \varepsilon\sum_{\alpha}\frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1!\ldots\alpha_p!}(1-x_1-\ldots-x_p)^{\alpha_0}x_1^{\alpha_1}\ldots x_p^{\alpha_p} = \varepsilon$$

according to the relation (1'). Because $f(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ is continuous on I it is bounded by a number M. We can write

$$\sum_{\alpha''}\left| f\left(\frac{\alpha_1}{n}, \frac{\alpha_2}{n}, \ldots, \frac{\alpha_p}{n}\right)- \right.$$

$$-f(x_1, x_2, \ldots, x_p)\left| \frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1!\ldots\alpha_p!}(1-x_1-\ldots-x_p)^{\alpha_0}x_1^{\alpha_1}\ldots x_p^{\alpha_p}\right. \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{\alpha} 2M\,\frac{n!}{\alpha_0!\,\alpha_1!\ldots\alpha_p!}(1-x_1-\ldots-x_p)^{\alpha_0}x_1^{\alpha_1}\ldots x_p^{\alpha_p} \leqslant \frac{2M}{n\delta^2}\cdot\frac{p-1}{p^2}$$

for $n > \dfrac{2M}{\delta^2}\cdot\dfrac{p-1}{p^2\varepsilon}$, we obtain

$$|B_n(x_1, x_2, \ldots, x_p) - f(x_1, x_2, \ldots, x_p)| < \varepsilon$$

if $(x_1, x_3, \ldots, x_p) \in I$. The convergence is uniform because δ, M, p are independent of point $(x_1, x_2, \ldots, x_p) \in I$. The theorem is demonstrated.

For $p=1$ the polynomials B_n are the polynomials of S. Bernstein.

Chair of Mathematics
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 3

C.Z. :517 : 538.3 : 621.385.2 : 621.315.592

SUR L'EXISTENCE ET L'UNICITÉ DE LA SOLUTION D'UNE ÉQUATION HYPERBOLIQUE DE L'ÉLECTRODYNAMIQUE DES MILIEUX NON-LINÉAIRES *

F. STANCIULESCU, A. SUSEA
Laboratoire de Calcul
Institut de Recherches Électrotechniques Bucarest

Le traitement linéaire des problèmes de physique mathématique conduit généralement à des résultats valables seulement en première approximation. Ce que l'on considère être linéaire représente seulement le résultat d'un certain grade d'idéalisation du processus. Rendre les équations linéaires, peut conduire à des résultats inacceptables au point de vue quantitatif et qualitatif.

La voie la plus directe d'introduire la notion de non-linéarité est de considérer non-linéaire tout processus qui peut être décrit par des équations non-linéaires. La recherche fait appel, en ce cas, à des méthodes de traitement des problèmes qui introduisent des opérateurs non-linéaires [1].

L'analyse du champ électromagnétique en milieux non-linéaires conduit à des équations de type hyperbolique (non-linéaires), insuffisamment étudiées. Dans le présent ouvrage, on examine une des équations hyperboliques qui interviennent dans l'électrodynamique des milieux non-linéaires. Il s'agit en particulier des milieux semi-conducteurs (comme par ex. diodes semi-conductrices, transistors, résistances non-linéaires).

1. *Comment se pose la question. Des considérations d'ordre physique*

Dans le recherche théorique d'un processus non-linéaire, l'une des premières questions à résoudre c'est de trouver le modèle mathématique. Un tel problème est apparu au cours de la recherche concernant la variation du champ électrique E et du champ magnétique H dans les milieux semi-conducteurs et à l'occasion de la résolution de certains problèmes non-linéaires qui surgissent dans la transmission par de tels milieux (spécialement la répartition de la densité du courant électrique de conduction dans le semiconducteur).

*) Communiquée à la session scientifique des cadres didactiques de l'Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" de Bucarest. 28—30 Mai 1964.

Ces milieux se caractérisent principalement par les relations non-linéaires qui expriment les lois reliant leurs grandeurs caractéristiques. Nous allons considérer une de ces grandeurs, à savoir *la densité du courant électrique de conduction* (J), comme variable, et nous allons exprimer les autres, en fonction de celle-ci. Par suite, la résistivité (variable) des éléments semiconducteurs va être caractérisée par la relation :

$$\varrho = \varrho(J). \tag{1}$$

La seule hypothèse simplificatrice, d'ordre physique, que nous faisons, c'est de négliger le phénomène d'hystérézis de nature électrique.

Comme nous l'avons montré dans un travail antérieur [3], la loi du courant électrique de conduction, pour des éléments non-linéaires de type semiconducteur, a — sous la forme intégrale — l'aspect suivant :

$$u = \varrho(J)\, l J \tag{2}$$

et sous la forme différentielle :

$$E = \varrho(J)\, J. \tag{3}$$

Pour des milieux semi-conducteurs du type en question, la relation (3) peut être expliquée de la manière suivante :

$$u = k J^{\alpha} \tag{4}$$

où $0<\alpha<1$. Dans la relation (4), qui représente une parabole de degré α, k et α dépendent du matérial et peuvent être déterminés par le calcul ou par des mesures directes.

La relation (4) conduit tout-de-suite à l'expression de E

$$E = k J^{\alpha} \tag{5}$$

d'où il en résulte :

$$J = k' E^{m} \tag{6}$$

où $m = \dfrac{1}{\alpha} > 1$, et $k' = \dfrac{1}{k} = \dfrac{l}{k}$.

2. *Déduction de l'équation hyperbolique non-linéaire*

Considérons un milieu non-linéaire, matérialisé par un cylindre dont l'axe de symétrie coincide avec l'axe Oz (rayon r, longueur l). On considère le développement en temps des processus physiques, qui y ont lieu à partir du moment $t = 0$.

Le domaine de variation des trois variables du problème (z, r, t) est le suivant :

$$D = \{(z, r, t) \mid -\infty < z < +\infty\ ;\ 0 \leqslant r \leqslant a\ ;\ t \geqslant 0\}. \tag{7}$$

Si l'on étudie le phénomène physique dans une section transversale du cylindre, au lieu de 3 variables, nous en aurons 2. Le cylindre étant infini, ce n'est plus nécessaire d'établir des conditions aux extrémités, mais uniquement des conditions à la frontière ($r = 0$ et $r = a$) et des conditions initiales ($\grave{a}\ t = 0$).

Les résultats seront valables en pratique, uniquement dans les cas où la longueur réelle (l) du cylindre est beaucoup plus grande que le rayon r de celui-ci.

Entre les grandeurs J et E définies ci-dessus — d'une part — et l'induction (B) et le champ magnétique (H) — d'autre part — il existe les relations :

$$\left.\begin{aligned} J &= F(E) \\ B &= G(H) \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Si le milieu est semi-conducteur, les relations (8) peuvent être particularisées de la manière suivante :

$$\left.\begin{aligned} J &= k' E^m \\ B &= \mu H \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Les relations (9) tiennent compte de la relation (6) et du fait que, en milieu semi-conducteur, l'induction B varie avec H d'une manière linéaire (μ étant constante).

Dans les conditions du problème et en tenant compte des relations (9), les équations du champ électromagnétique qui relient E et H, sont, en coordonnées cylindriques :

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rH) &= \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} + k' E^m \\ \frac{\partial E}{\partial r} &= -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

où $H = H_\theta$ et $E = E_z$, les autres composantes étant nulles.

Les équations (10) sont valables en régime non-stationnaire. En éliminant H, il en résulte l'équation hyperbolique non-linéaire suivante :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial E}{\partial r} - \beta E^{m-1}\frac{\partial E}{\partial t} = 0, \tag{11}$$

où $c^2 = \dfrac{1}{\varepsilon\mu}$ et $\beta = m\mu k'$.

Si l'on introduit l'opérateur non-linéaire :

$$\boxminus = \Box + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\beta}{m}\frac{\partial}{\partial t}(\,)^m, \tag{12}$$

où

$$\Box = \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial t}{\partial t^2} \tag{13}$$

l'équation (11) devient :

$$\boxminus E = 0. \tag{14}$$

Dans l'expression du d'Alembertien, nous avons tenu compte qu'on travaille dans le plan des variables (r, t).

3. *L'existence et l'unicité de la solution de l'équation hyperbolique non-linéaire.*

Soit une demi-bande S, définie par la relation :

$$S = \{(r, t) \mid 0 \leqslant r \leqslant a \; ; \; t \geqslant 0\} \tag{15}$$

1er *problème*

Déterminons la fonction $E(r, t)$ définie sur la demi-bande S et de la classe C^2 dans les deux variables, satisfaisant les conditions suivantes :

1° elle constitue une solution de l'équation : $\boxminus E = 0$.

2° $E(r, 0) = \varphi(r)$

3° $\left.\dfrac{\partial E}{\partial t}\right|_{t=0} = \psi(r)$

4° $E(0, t) < \infty$

5° $E(a, t) = \chi(t)$

Ainsi formulé, le problème est de type mixte.

Il est évident que les conditions de compatibilité

$$\left.\begin{aligned} &\varphi(a) = \chi(0) \\ &\varphi(0) < \infty \\ &\psi(a) = \chi'(0) \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

doivent être satisfaites.

Les fonctions $\varphi(r)$, $\psi(r)$ et $\chi(t)$ doivent avoir une classe convenable.

1er théorème (d'existence). „Si les fonctions $E(r, t)$, $\varphi(r)$, $\psi(r)$ et $\chi(t)$ *sont holomorphes, l'équation hyperbolique non-linéaire*

$$\boxminus E = 0$$

admet dans les conditions 2°—5°, une solution holomorphe".

On fait la démonstration, en utilisant une méthode de construction à l'aide des majorantes d'une fonction holomorphe [2] Si l'on utilise le changement de variables

$$r = x + a$$

l'équation (14) devient :

$$\boxminus E \equiv \square E - \beta E^{m-1} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{1}{x+a} \frac{\partial E}{\partial x} = 0, \tag{17}$$

avec les nouvelles conditions :

$$2' \quad E(x, 0) = \varphi(x)$$

$$3' \quad \left.\frac{\partial E}{\partial t}\right|_{t=0} = \psi(x)$$

$$4' \quad E(-a, t) < \infty$$

$$5' \quad E(0, t) = \chi(t)$$

et les conditions de compatibilité

$$\left.\begin{aligned} &\varphi(0) = \chi(0) \\ &\varphi(-a) < \infty \\ &\psi(0) = \chi'(0) \end{aligned}\right\} \tag{16'}$$

Avec la notation de Monge, l'équation (17) peut être écrite

$$P = (x + a)\left(\beta E^{m-1} Q - R + \frac{T}{c^2}\right) \tag{18}$$

ou, en général :

$$P = f(x, E, Q, R, T). \tag{19}$$

A l'aide du changement de variable

$$E(x, t) = \varphi(x) - \varphi(0) + t[\psi(x) - \psi(0)] + \chi(t) + u(x, t), \tag{20}$$

l'équation (19) prend la forme :

$$P = f^*(x, u, Q, R, T) \tag{21}$$

où, cette fois-ci, P, Q, R, T sont les dérivées de la fonction u.

On résout l'équation (21) en conditions homogènes :

$$2'' \quad u(x, 0) = 0$$

$$3'' \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0$$

$$4'' \quad u(-a, t) < \infty$$

$$5'' \quad u(0, t) = 0$$

Les conditions de compatibilité sont identiquement satisfaites.

La fonction f admet la majorante suivante :

$$P = \frac{M}{1 - \dfrac{x + t + Q + R + T + u}{\delta}} - M \tag{22}$$

où l'on a $M, \delta > 0$. Utilisons l'artifice de type Goursat, $x \to \frac{x}{\eta}$ avec $\eta < -1$:

$$P = \frac{M}{1 - \frac{x + \eta t + \eta (Q + R + T + u)}{\delta \eta}} - M \tag{23}$$

Par la substitution

$$x + \eta t = y$$

l'équation (23) devient :

$$u' = \frac{M}{1 - \frac{y + \eta [(1 + \eta^2) u'' + \eta u' + u]}{\delta \eta}} - M \tag{24}$$

avec des conditions de Cauchy nulles :

$$\begin{aligned} u(0) &= 0 \\ \left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0} &= 0 \end{aligned} \tag{25}$$

où l'on a $u = u(y)$.

Le théorème de Cauchy-Peano pour des équations différentielles ordinaires assurent l'existence d'une solution holomorphe u, pour des conditions de Cauchy nulles. On peut montrer que les conditions :

$$\begin{aligned} u''(0) &= 0 \\ u'''(0) &= -\frac{1}{\eta^2 (1 + \eta)} > 0 \\ &\vdots \\ u^{(n)}(0) &> 0 \end{aligned} \tag{26}$$

sont également satisfaites.

Or l'existence de la majorante implique l'existence de la solution de l'équation (21) et par suite de l'équation (11) dans les conditions du 1er problème.

2e théorème (d'unicité). „Dans les conditions 2°—5° la solution de l'équation hyperbolique non-linéaire

$$\boxminus E = 0$$

est unique".

Nous avons montré que, pour l'équation $\boxminus E = 0$, il existe une solution du 1er problème, et que cette solution est holomorphe autour du point $(a, 0)$ du plan (r, t). Soit cette solution :

$$E(r, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i+j=n} a_{ij} (r - a)^i t^j , \tag{27}$$

où

$$a_{ij} = \left.\frac{\partial^{i+j} E}{\partial r^i \partial t^j}\right|_{r=a,\ t=0.} \tag{28}$$

Or les coefficients a_{ij}, donnés par la relation (28), peuvent être déterminés d'une manière unique, par un calcul élémentaire, en fonction des conditions du problème 1. De cette manière l'unicité est démontrée.

4. *Remarques et conclusions*

Des recherches d'électrodynamique des milieux non-linéaires conduisent à des équations hyperboliques non-linéaires. $\boxminus E = 0$ représente elle aussi, une telle équation, décrivant le mode de variation du champ électrique non-stationnaire E dans les semi-conducteurs. Il va de soi que la solution de l'équation mentionnée permettra aussi de déterminer le mode de variation de la densité de courant électrique de conducteur J, à l'aide de la relation (6).

Nous avons démontré un théorème d'existence et un théorème d'unicité pour l'équation $\boxminus E = 0$. Il en résulte que la solution trouvée par n'importe quelle méthode, procédés analogiques et numériques inclus, représente la solution unique de l'équation. Ce fait est d'autant plus important que la solution analytique paraît être impossible à trouver, ce qui implique le recours aux méthodes de l'analyse numérique (calcul digital).

Le problème traité présente intérêt au point de vue pyhsique et technique, étant donné que dans le domaine des hautes fréquences auxquelles on travaille actuellement (de l'ordre de plus de 10.000 MH_z), le courant de déplacement est comparable à celui de conduction, vu aussi la conductibilité moindre des semi-conducteurs.

Pour des fréquences plus basses, on peut simplifier le problème, si l'on traite l'équation parabolique non-linéaire, résultant dans le cas où l'on néglige le terme $\varepsilon \dfrac{\partial E}{\partial t}$.

On doit aussi remarquer que la solution du problème d'intérêt pratique pour l fini, nécessiterait qu'on écrive l'équation pour $E\ (z, r, t)$, c'st-à-dire en trois variables, ce qui complique le problème.

Dans un travail ultérieur nous avons l'intention d'examiner la solution de l'équation $\boxminus E = 0$, par les méthodes de l'analyse numérique ; nous allons traiter aussi le problème dans le cas où le cylindre a une longueur finie.

BIBLIOGRAPHIE

1. *T. L. Saaty, J. Bram:* Nonlinear Mathematics. Mc. Graw Hill Book Company, New York, San Francisco, Toronto, London, 1964.

2. *N. Teodorescu:* Ecuațiile fizicii-matematice. Vol. IV, ESDP, București, 1961.

3. *F. Stănciulescu:* Beitrag zur Theorie und Berechnung elektrischer Stromkreise mit nichtlinearen Elementen. Arch. Elektrotechn. 47 Bd., 5. Heft, 1963, S. 291—301.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 3

FIZICĂ

C.Z.: 621.384.6 : 539

TIME VARIATION OF THE EQUILIBRIUM ORBIT RADIUS IN A BETATRON

ST. HALTRICH, I. PANAITESCU
Institute for Atomic Physics — Bucharest

1. Introduction

One of the fundamental conditions of the betatron operation is that the electron orbit radius be practically constant during the whole acceleration process, except for its beginning and end. From the relation:

$$r = \frac{p}{eB} \tag{1}$$

we see that the electron momentum p must increase linearly with the flux density of the guiding field B.

Taking into account that the increase of the electron momentum is caused by electromagnetic induction, the condition $r = ct$ leads to:

$$2\pi r^2 \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \tag{2}$$

where $B = B(r, t)$ is the magnetic flux density on the orbit, and $\Phi = \Phi(r, t)$ — the accelerating flux linked by the orbit.

Supposing the condition $r = ct$ fulfilled during the whole time interval (o, t), integration of eq. (2) leads to the 1:2 or Wideröe relation expressed as:

$$B(t) = \frac{1}{2}\,\bar{B}(t), \tag{2'}$$

where $\bar{B}$ stands for the average flux density in the circle of radius r.

In this way a stable orbit is defined, around which betatron oscillations are performed. The existence of this orbit, that is the fulfilment of the 1:2 relation written as (2'), is generally obtained designing the pole face shape so as to generate the required magnetic field distribution. During the time the

Presented at the Scientific Session of the Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest, 28—30 may 1965

magnetic circuit is linear and the whole pole face is an equipotential, this distribution is unaffected and the electron orbit radius remains constant.

At high fields, that is to the end of the acceleration process, the central magnetic core begins to show saturation. Due to saturation, the spatial distribution of the magnetic field is altered, and the electron orbit radius becomes no more constant. In this situation, the relation (2') becomes meaningless, because the integration with respect to time is no more possible. The new radius, varying in time, is no more related to a stable orbit in the proper sense of the word, but to an equilibrium orbit (or „optimal circle" as denoted by Hinteregger [1]) around which betatron oscillations are performed. The electron beam shifts along with its equilibrium orbit.

Qualitatively, one can see from (2) that due to saturation, $\partial\Phi/\partial t$ decreases more rapidly as does $\partial B/\partial t$ and so r decreases also. The shift of the beam towards smaller radii takes place up to the moment when the electrons strike the inner wall of the accelerating chamber, or a target placed near it, the accelerating process coming to an end.

Radius contraction due to saturation was, and is still used as a simple means to push the accelerated electrons to the target in some betatrons. In some other cases, this effect is undesirable, particularly when it appears earlier as necessary. It follows that the need is felt to compute the shift of the equilibrium orbit, with respect to time or to electron energy. The method developed by Hinteregger [1] is based on a graphical computation and involves the knowledge of the actual $B\ (r, t)$ distribution for all radii and moments, which is very difficult to realize in practice. The formulas developed by the group working in Tomsk, U.S.S.R., [2] are relatively simple but too approximate, because they start from simple analytic expressions for $B\ (r)$ and for the magnetizing curve of the material.

A similar problem rises also for betatron started synchrotrons, where a transition takes place between betatron and synchrotron acceleration phases, during which the betatron bars or core saturate. In this case also, the equilibrium orbit shift must be bounded, up to the moment when the beam begins to undergo synchrotron acceleration [3].

2. Time Variation of the Equilibrium Orbit Radius

In the following, a graphical and analytical method will be exposed, for computing the variation of the equilibrium orbit radius due to saturation. As a standard magnetic field distribution in the betatron, we choose the experimentally measured distribution at medium fields (see fig. 1).

The air gap is divided into four regions :

a) $o < r < r_m$, where the flux density is taken as being practically constant and having its maximal value in air B_{ac}.

b) $r_m < r < r_{cr}$, where the flux density decreases rapidly, but the lines of force continue to enter the central core.

The flux from both regions a) and b) build up the central flux Φ_c.

c) $r_{cr} < r < r_{ex}$, where the flux density decreases following the equation $B(r) = B(r_0) \cdot \left(\frac{r_0}{r}\right)^n$. In the middle of this region is located the stable orbit of radius r_0.

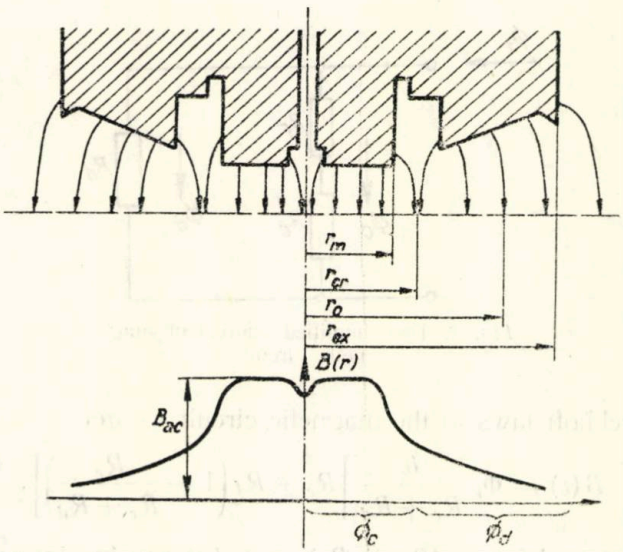


Fig. 1. The spatial distribution of the magnetic flux density

d) $r > r_{ex}$, the region of leakage flux, which will be neglected.

The flux from the region c) is the guiding flux Φ_d. The accelerating flux Φ from (2) is composed by the central flux and a definite fraction from the guiding flux.

$$\Phi(r) = \Phi_c + a(r) \cdot \Phi_d \,. \tag{3}$$

The total flux generated by the magnetizing coils is

$$\Phi_t = \Phi_c + \Phi_d \,, \tag{4}$$

and depends only on the supply voltage.

The effects of saturation are analysed by means of a simplified equivalent magnetic circuit (fig. 2). The air and iron reluctances common to both Φ_c and Φ_d paths are neglected, and so is the iron reluctance corresponding to Φ_d. Air reluctances are taken as linear, but the iron reluctance corresponding to the central flux, denoted by R_f, is nonlinear and causes the equilibrium orbit shift.

The flux density in air, at a given radius in the region c), may be considered as proportional at every moment with the instantaneous value of the guiding flux. This implies that the field distribution inside c) is unaffected by saturation. Only the ratio between the flux densities in the regions a) and b) to those in c) is altered. Then

$$B(r) = b(r) \cdot \Phi_d \,. \tag{5}$$

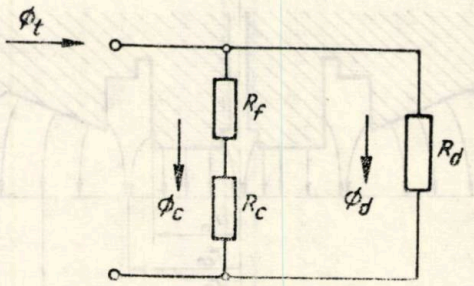


Fig. 2. The simplified equivalent magnetic circuit

Applying Kirchhoff laws to the magnetic circuit we get

$$B(r) = \Phi_t \frac{b}{R_c + R_d}\left[R_c + R_f\left(1 - \frac{R_c}{R_c + R_d}\right)\right], \tag{6}$$

where we accounted for $R_f/(R_c + R_d) \ll 1$. Introducing into eq. (2), which defines the instantaneous orbit radius, the eq. (3), (4), and (6), we obtain:

$$\frac{1}{R_c + R_d}\left[\alpha \frac{d\Phi_t}{dt} + \beta\left(R_f \frac{d\Phi_t}{dt} + \Phi_t \frac{dR_f}{dt}\right)\right] = 0\,, \tag{7}$$

where
$$\alpha(r) = (2\pi r^2 b - a) R_c - R_d\,,$$

and
$$\beta(r) = (2\pi r^2 b - a + 1)\frac{R_d}{R_d + R_c}\,. \tag{8}$$

The particular radius which satisfies (7) is the instantaneous orbit radius. In order to solve eq. (7) we must use, to be strict, the actual (experimental) distributions $\alpha(r)$ and $\beta(r)$. A simpler and sufficiently accurate method is the linearization of (7) around a given radius, for instance around r_0, the stable orbit radius existing at medium magnetic fields.

We denote

$$A(r) \equiv 2\pi r^2 \frac{\partial B}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{1}{R_c + R_d}\left[\alpha \frac{d\Phi_t}{dt} + \beta\left(R_f \frac{d\Phi_t}{dt} + \Phi_t \frac{dR_f}{dt}\right)\right]. \tag{7'}$$

The function $A(r, t)$ defined as above vanishes for the equilibrium orbit radius.

Let t_1 be the moment when saturation begins to influence the radius. For $0<t<t_1$, the equilibrium orbit is confounded with the stable orbit of radius r_0 and then $A(r_0, t)=0$. (9) For $t>t_1$, eq. (9) holds no more. At every moment t_i a new radius r_e exist, which satisfies

$$A(r_e, t_i) = 0. \tag{10}$$

We can suppose that $A(r)$ is reasonably linear in a limited region around r_0, and develop it in a Taylor series, retaining only the first two terms:

$$A(r, t) = A(r_0, t) + (r - r_0) \left| \frac{\partial A(r, t)}{\partial r} \right|_{r_0}. \tag{11}$$

Then

$$r - r_0 = \frac{A(r, t) - A(r_0, t)}{\left| \frac{\partial A(r, t)}{\partial r} \right|_{r_0}}. \tag{12}$$

Writing the same relation for $t>t_1$ and $r = r_e$, and taking into account that $A(r_e, t)=0$ according to (10), we obtain

$$\Delta r = r_e - r_0 = -\frac{A(r_0, t)}{\left| \frac{\partial A(r, t)}{\partial r} \right|_{r_0}}. \tag{13}$$

Using eq. (7') to express $A(r_0, t)$ and $|\partial A(r,t)/\partial r|_{r_0}$, and taking into account the sinusoidal variation of the total flux Φ_t, we eventually obtain:

$$\Delta r = -\frac{\beta(r_0) \cdot (R_f \omega \operatorname{cotg} \omega t + dR_f/dt)}{2\pi r_0 b(r_0) \cdot (1-n) \left[\omega \operatorname{cotg} \omega t \left(R_c + R_f \frac{R_d}{R_d + R_c} \right) + \frac{R_d}{R_d + R_c} \cdot \frac{dh_f}{dt} \right]}. \tag{14}$$

With a good approximation, this can be written as:

$$\Delta r = -\frac{\beta(r_0) \cdot (R_f \omega \operatorname{cotg} \omega t + dR_f/dt)}{2\pi r_0 b(r_0) \cdot (1-n) \omega R_c \operatorname{cotg} \omega t}. \tag{14'}$$

Relations (14) and (14') allow one to compute the temporal variation of the equilibrium orbit radius. They include R_c and R_d which are constants, and the coefficients $b(r_0)$, $\beta(r_0)$ and n which may be computed from the experimental field distribution measured once for medium fields. Another parameter, R_f, the saturable central core reluctance, must be computed as a function of time.

In order to do this, we choose an iterative method. First, we suppose $R_f=0$, and from the field distribution we compute the flux density in the central air gap, B_{ac}, which under this circumstance has a sinusoidal variation, like the central flux. Then, taking into account the gathering of the flux lines

in the central core and the actual stacking factors, the flux density in iron is calculated. The magnetic field H_f in iron follows directly from the magnetizing curve, and from it the saturable reluctance R'_f. The first order approximation for R_f , R'_f , is used to compute by the same way the second order approximation, R''_f . The series is very rapidly convergent, but must be re-

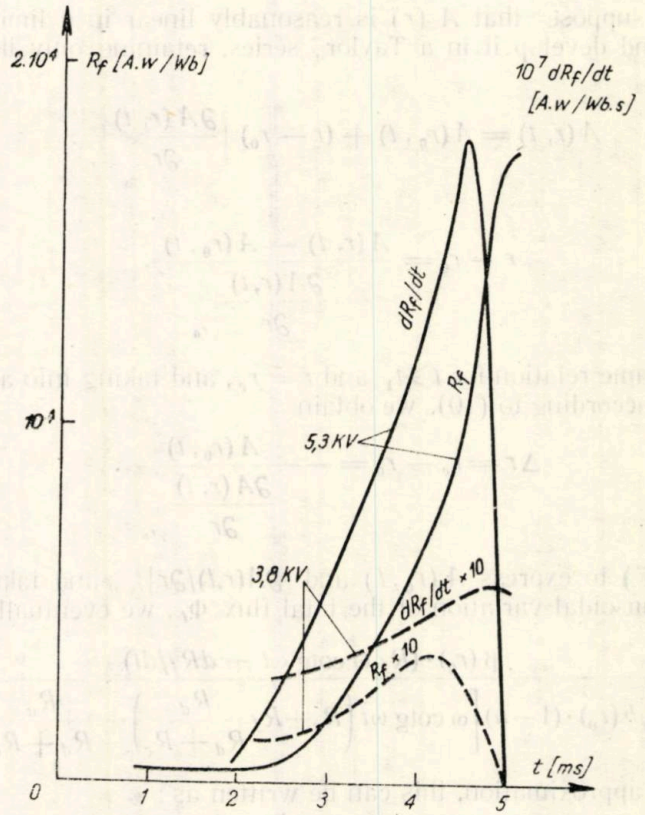


Fig. 3. The variation of the saturable reactance and of its derivative, for two supply voltages (3,8 and 5,3 kV)

peated for every moment $t > t_1$, so as to obtain the curve $R_f(t)$. Then we compute graphically the time derivative dR_f/dt.

We have now all the data for computing the orbit shift $\triangle r(t)$, for a given magnet supply voltage.

The variations of the saturable reluctance and of its derivative are presented in fig. 3. The resultant orbit radius variation is presented in fig. 4, the constants being similar with an earlier version of the Institute for Atomic Physics 25-MeV betatron, before improvement.

In this situation, the computation by iteration was no longer necessary, the first order approximation being sufficiently accurate. These results hold only for a small region around r_0, due to the linear approximation of eq. (7). This is however not an essential limitation, because the stable orbit to target distance is only 4 cm.

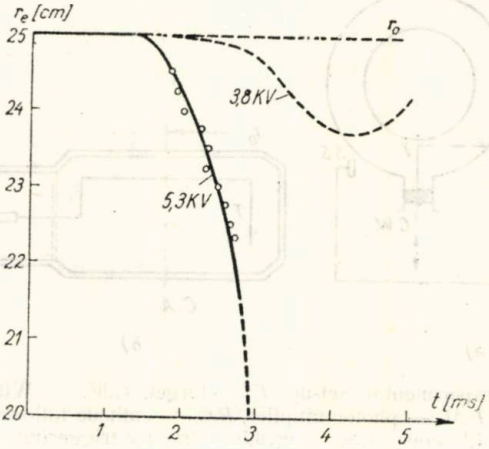


Fig. 4. The variation of the equilibrium orbit radius, for two supply voltages (3,8 and 5,3 kV)

3. Experimental Results and Discussion

The measurement of the position of an electron beam inside the accelerating chamber can be performed easily detecting the bremsstrahlung pulse generated by the electrons striking a target. While measuring the stable orbit radius, that is for $t<t_1$, the problem is a little more difficult to solve, because any object at r_0 completely hinders the betatron acceleration. Nevertheless, r_0 may be measured by shifting the target radially and determining the position for which the betatron acceleration is completely prevented (the radiation vanishes) [4], [5], [6].

When the equilibrium orbit is shifting, the measurement is simpler : a metalic rod which takes the place of the target is set successively at different radii, and the moment of the bremsstrahlung pulse is determined with a scintillation counter. This moment marks the equality between the instantaneous equilibrium orbit radius r_e and the position of the metalic rod. A plot r_e (t) may then be drawn. For values of t near t_1 the results are difficult to interpret, because the rod intercepts the beam for a position close to r_0 during a longer time interval, and therefore the moment of interception is ill defined.

For the earlier version of the IFA betatron, as mentioned, the orbit shift is rather clear beyond $t \geqslant 2$ ms, so we could easily verify our computations. The measurements were carried out with the set-up shown in fig. 5 a.

The metalic rod (molybdenum 0,5 mm dia) was shifted radially through a Wilson seal (see fig. 5 b). The radiation pulses were detected by a scintillation counter with a NaI(T1) crystal and displayed on a scope fitted with time markers. The results are plotted in fig. 4, and a good agreement with the computed values is found.

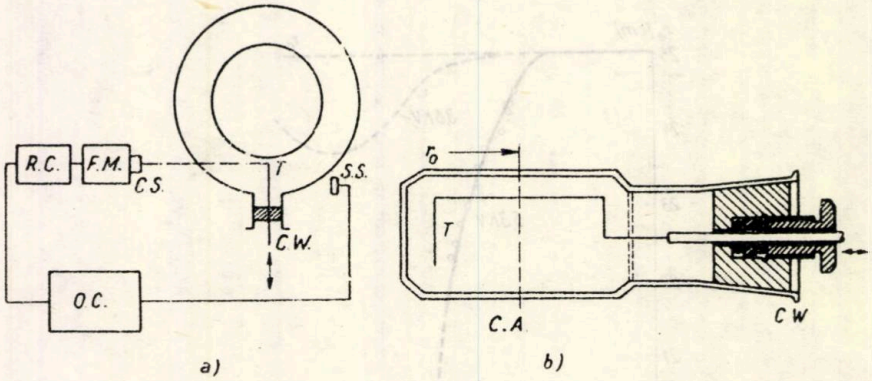


Fig. 5. 5 a. The experimental set-up. *T* — target, *C.W.* — Wilson seal, *C.S.* — scintillating crystal, *F.M.* — photomultiplier, *R.C.* — cathode follower, *O.C.* — cathode-ray oscilloscope, *S.S.*, — peaking strip for triggering at $t=0$.
5 b. *T* — target, *C.W.* — Wilson seal, *C.A.* — accelerating chamber

For lower supply voltages, when saturation is less effective, we observed a to and fro variation of the orbit radius. This effect is caused by a similar variation in dR_f/dt and has not been reported previously. We could explain it with the method described above. For lower voltages (3,8 ... 4 KV), two radiation pulses appeared, simmetrically situated before and after the magnetic field maximum (t=5 ms). This is understandable looking to fig. 4 : after t = 4 ms, the radius r_e has a minimum, when the beam only partially falls on the metalic rod situated near the inner wall of the accelerating chamber, and then r_e rises again. Neglecting hysterezis, this variation is symmetric after $t=5$ ms ($\omega t=\pi/4$), and the radius reduces again, thus generating the second radiation pulse.

4. Conclusions

The method proposed for computing the equilibrium orbit radius allows the tracing of the path of the beam during the end of the accelerating period, when saturation is effective.

The method is relatively easy to hand and is based on a combination between graphical computations — for R_f and dR_f/dt — and analytical ones. The actual magnetizing curve and magnetic field distribution at medium fields are used.

Notwithsanding all the approximations made, the results were verified experimentally with an acceptable accuracy. A special effect of radiation pulse splitting was explained : the two pulses, occuring before and after the maximal field, are generated by the beam wandering to and fro.

The method developed can be applied to the design of betatron magnets, of regulating systems for the electron energy and to the computation of the transition phase in betatron started synerhrotrons.

The authors with to acknowledge their thanks to Dr. C. C. Iliescu for his support and indications and to Dipl. Phys. Gerhard Nitsch (Jena, G.D.R.) for his participation to the experiments.

BIBLIOGRAPHIE

1. *H. Hinteregger:* Eine allgemeine Theorie des Betatrons, Sitzber. Akad. Wiss. Wien, II, 156, nr. 5—6, 1948, p. 299—334.

2. *L. M. Ananiev, A. A. Vorobiov, V. I. Gorbunov:* Inducționnîi uskoritel elektronov-betatron, Gosatomizdat, Moscva, 1961.

3. *F. K. Goward,* et al: The Design of Electron Synchrotrons, The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 97 p. I, nr. 108, nov. 1950, p. 320—333.

4. *C. Iliescu, S. Haltrich, I. Leibovici:* Măsurarea parametrilor magnetici ai betatronului IFA al Acad. R.P.R., I. Determinarea poziției orbitei de echilibru, Electrotehnica, 10, nr. 1, 1962, p. 3—10.

5. *F. Ciorăscu ș.a.:* Unele probleme ale punerii în funcțiune și reglajului betatronului IFA, Studii și Cercetări de Fizică, 13, nr. 1, 1962, p. 105—121.

6. *S. Haltrich, C. Iliescu, I. Leibovici:* Die Bestimmung des Sollkreisradius beim Betatron des Instituts für Atomphysik, Bukarest. 1. Internationales Kolloquium über Betatronfragen, Jena, 1961.

7. *G. Geske:* Direkte Messung des zeitlichen Verlaufs der Elektronenbahn in Betatron. 3. Internationales Kolloquim über Betatronfragen, Jena 1964.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 3

TEHNOLOGIE-CHIMICĂ

C.Z. : 539.3 : 691.54 : 691.32

COMPORTAREA ELASTICĂ VISCOS-PLASTICĂ A CIMENTURILOR ÎN CORELAȚIE CU COMPOZIȚIA CHIMICO - MINERALOGICĂ *

N. I. VOINA
Institutul politehnic Timișoara

1. Prezentarea problemei

Deformațiile elastice-vîscos-plastice sînt considerate ca un atribut al betonului datorită proprietăților de deformare ale pietrei de ciment.

Deformațiile pietrei de ciment interesează atît ca fenomen în sine pentru elucidarea cauzelor și naturii lor, cît mai ales pentru stabilirea influenței multiplilor factori de care depind. Cunoașterea parametrilor care determină într-un sens sau altul valoarea deformațiilor elastice-vîscos-plastice este necesară pentru anticiparea modului de comportare la solicitări de scurtă și lungă durată a pietrei de ciment, respectiv a betoanelor. Pe baza studierii naturii fizice și chimice a fenomenului și a cercetării parametrilor care influențează deformațiile se pot preconiza noi sisteme de punere în operă a pastei de ciment care să permită reducerea lor. [1] [2]

În prezenta lucrare se studiază corelațiile dintre natura chimico-mineralogică a cimenturilor și comportarea lor elastică-vîscos-plastică cu luarea în considerație a modificărilor cristalin gelice în timp.

2. Aparatura folosită

Pentru studiul deformațiilor elastice-vîscos-plastice s-a folosit aparatura redată în fig. 1.

Pentru încărcarea aparatelor cu arcuri elicoidale, respectiv a probelor s-a folosit dispozitivul din fig. 2.

O deficiență a aparatelor cu arcuri elicoidale la studiul deformațiilor de durată este dificultatea de a păstra constantă sarcina de încărcare pe întreaga perioadă de experimentare. Inconstanța efortului în timp, condiționată de relaxarea arcului sub efectul deformațiilor se poate determina cu ajutorul diagramei de deformare a resortului în funcție de sarcina de încărcare (f-F).

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București 28—30 mai 1965

În fig. 3 s-a trasat această diagramă prin măsurarea la o presă hidraulică a deformațiilor (f) în funcție de sarcina de încărcare (F). Precizia corelației F-f a fost verificată și pe cale teoretică cu ajutorul relației:

$$f = \frac{8\,n\,F\,D^3}{G \cdot d^4} \tag{1}$$

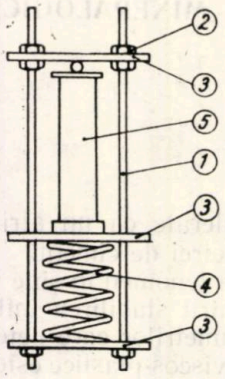


Fig. 1. Aparat cu arcuri elicoidale pentru studiul deformațiilor sub sarcini

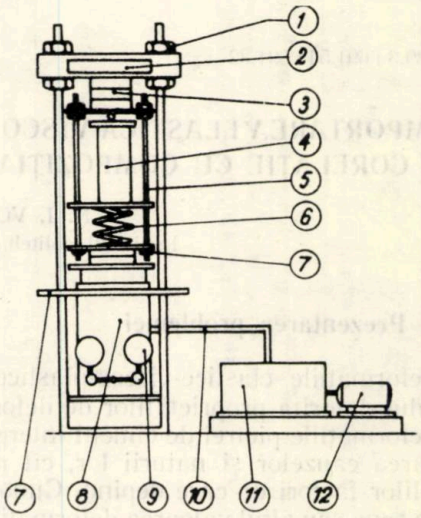


Fig. 2. Dispozitiv pentru încărcarea aparatelor cu arcuri elicoidale respectiv a probelor la sarcini de durată.

în care:

f — deformația arcului — în mm
D — diametrul exterior al arcului, în mm
d — diametrul interior al spirei, în mm
G — modulul de elasticitate, în kgf/mm²
F — forța axială de compresiune, în kgf

Cunoscînd valorile D, d, n, G și F s-a dedus deformația (f) corespunzătoare forței (F) Pe baza diagramei din fig. 3 se poate calcula în orice moment pierderea de sarcină în aparatul cu arcuri elicoidale respectiv în epruvetă, în funcție de valoarea deformațiilor. Pentru exemplificare se consideră cazul cel mai defavorabil caracterizat prin valoarea maximă a deformațiilor pietrei de ciment și anume $\varepsilon_{llm} = 4 \cdot 10^{-3}$ mm. Deformația pe întreaga lungime a epruvetei (30 cm) va fi:

$$\varepsilon_l = \varepsilon_{llm} \times l = 4 \cdot 10^{-3} \times 300 = 1{,}2 \text{ mm}$$

iar diminuarea forței:

$$\Delta F = \varepsilon_l \frac{F}{f} = 1{,}2 \frac{6500}{110} = 71 \text{ kgf}$$

Pierderea de 71 kgf din sarcina totală de 6500 kgf reprezintă o inconstanță de încărcare maximă de 1,08% ceea ce indică o inconstanță de încărcare satisfăcătoare.

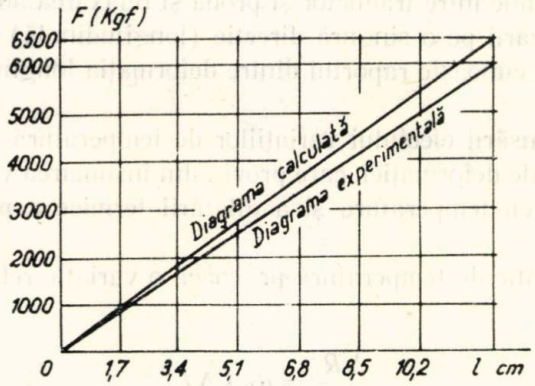


Fig. 3. Diagrama forță-deformație pentru arcurile elicoidale

3. Dispozitive pentru măsurarea deformațiilor

Pentru măsurarea deformațiilor elastice vîsco-plastic s-au folosit deformetre cu ceasuri comparatoare de precizia 1/1000 mm și traductori electrici rezistivi montați ca în fig. 4.

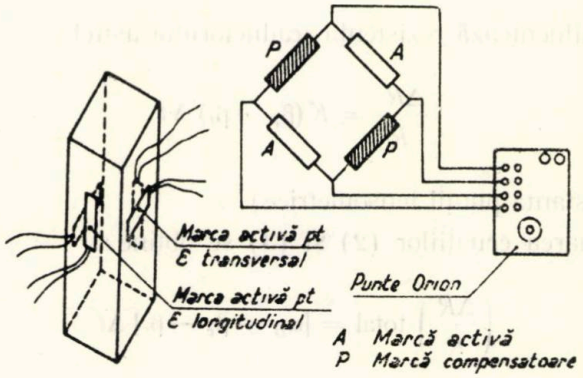


Fig. 4. Montarea traductorilor electrici rezistivi pe epruvete

Pentru acest montaj al traductorilor valorile σ , ε se calculează cu relația :

$$\sigma = \pm \frac{1}{2} E\varepsilon.$$

Precizia măsurătorilor tensiometrice este afectată de erori care pot proveni din înregistrarea deformațiilor pe o singură direcție și din lipsa compensării variațiilor de temperatură fără a se mai lua în considerare defectele de adeziune între traductor și probă și relaxarea adezivilor în timp. În cazul înregistrării pe o singură direcție (longitudinală) eroarea poate fi eliminată dacă se cunoaște raportul dintre deformația longitudinală și transversală ($\varepsilon l/\varepsilon t$).

Lipsa compensării efectului variațiilor de temperatură poate determina erori importante ale deformației, care provin din însumarea variației rezistenței traductorului cu temperatura și a dilatării termice a probei și traductorului.

Astfel o variație de temperatură provoacă o variație relativă a rezistenței electrice:

$$\frac{\Delta R}{R} = \alpha_R \cdot \Delta t \tag{2}$$

α_R = coef. de temperatură al rezistenței.

Traductorul fiind lipit rigid pe epruvetă variația de temperatură Δt are ca efect o dilatare liniară a epruvetei (β_e) și a traductorului (β_t), fiind supus unei deformații suplimentare (ε_d):

$$\varepsilon_d = (\beta_e - \beta_t)\,\Delta t.$$

Aceasta influențează rezistența traductorului astfel:

$$\frac{\Delta R'}{R} = K(\beta_e - \beta_t)\,\Delta t \tag{3}$$

(K — constanta punții tensometrice)

Din însumarea ecuațiilor (2) și (3) se obține:

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right) \text{total} = [\alpha_B + \beta_e - \beta_t]\,\Delta t \tag{4}$$

ceea ce echivalează cu o deformație:

$$\varepsilon_{temp} = \left[\frac{\alpha R}{K} + \beta_e - \beta_t\right]\Delta t. \tag{5}$$

Pentru piatra de ciment $\beta_e = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ și $E = 1{,}3 \cdot 10^5$ kgf/cm² iar pentru traductor $K = 2$, $\beta_t = 1{,}5 \times 10^{-5}$ și $\alpha_R = 5 \cdot 10^{-5}$.

La o variație de 10°C rezultă :

$$\sigma_{temp} = E\,\varepsilon_{temp} = 1{,}3 \cdot 10^5 \left[\frac{5 \cdot 10^{-5}}{2} + 1{,}2 \cdot 10^{-5} - 1{,}5 \cdot 10^{-5}\right] 10 =$$

$$\sigma_t = 28{,}6 \text{ kgf/cm}^2$$

ceea ce echivalează cu o deformație de $\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{28{,}6}{1{,}3 \cdot 10^5} = 2{,}2 \times 10^{-4}$

sau $\varepsilon = 0{,}22$ mm/m.

În concluzie, pentru a evita aceste erori se impune folosirea compresatorilor de temperatură care chiar dacă nu le elimină complet le reduce considerabil.

4. Deformațiile elastice vîscos-plastice în funcție de natura mineralogică a cimenturilor.

Deformațiile de durată au un caracter vîscos plastic fiind determinate de acțiunea în timp a sarcinilor. Se admite că aceste deformații sînt formate dintr-o componentă vîscoasă ce prezintă o deformație continuă independentă de valoarea efortului ($0 < \sigma_b < R_{pr}$) fiind caracterizată prin proporționalitate între efort și reopantă și o componentă plastică care se deformează numai de la o anumită valoare a tensiunilor și după care reopanta este mai mult sau mai puțin proporțională cu tensiunea.

4.1. *Materiale folosite.*

Pentru a pune în evidență exclusiv influența naturii mineralogice a cimenturilor, studiul a fost efectuat pe paste pure.

S-au folosit 5 tipuri de cimenturi ale căror caracteristici fizico-chimice sînt reprezentate în tabela 1.

Tabela 1

Tip ciment	Notația	R_c kgf/cm² la 28 zile	Apa de consist. normală %	Supraf. specifică cm²/g	Componenți mineralogici %			
					C_3S	C_2S	C_3A	C_4AF
Alitic	*A*	485	29	3200	67,8	5,9	9,1	11,5
Brownmillerit (feroportland) alitic	*FPA*	451	27	2850	57,7	18,4	0,5	11,2
Portland normal	*P*	423	26,5	2850	38,6	29,0	11,7	13,0
Brownmillerit belitic (feroportland)	*FPB*	281	25	2800	21,2	53,4	1,0	16,6
Belitic	*B*	316	26	2700	21,4	53,0	11,9	7,6

Compoziția mineralogică s-a calculat pe baza compoziției oxidice după formulele lui Bogue [3]. Nomenclatura cimenturilor s-a făcut conform clasificării după constituienții mineralogici (fig. 5).

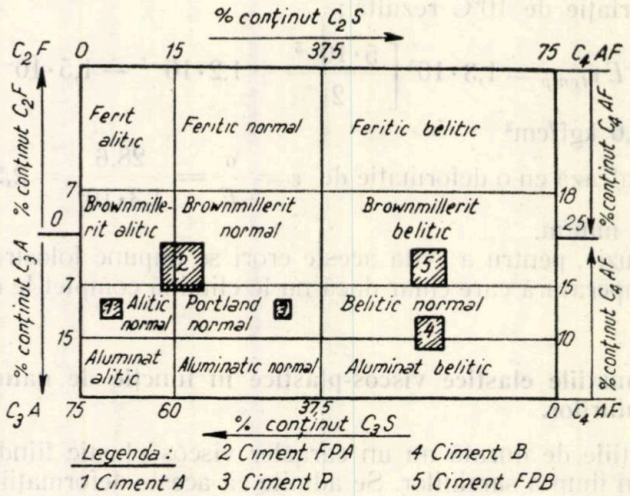


Fig. 5. Diagrama de clasificare a cimenturilor după constituienți mineralogici

4.2. *Considerații privind structura cristalin gelică a cimenturilor.*

Procesele chimice de hidratare a cimentului folosind notațiile prescurtate ($CaO = C$, $SiO_2 = S$, $Al_2O_3 = A$, $F_2O_3 = F$ și $H_2O = H$) se produc după următoarele reacții pricipale:

$$C_3S + H_{(n+1)} \rightarrow C_2SH_n + CH$$

$$C_2S + H_n \rightarrow C_2SH_n$$

$$C_3A + H_6 \rightarrow C_3AH_6$$

$$C_4AF + H_x \rightarrow C_3AH_6 + CH + FH_{(x-7)}$$

$$2{,}5 \leqslant n \leqslant 4 \text{ și } x = 10.$$

Dintre compușii rezultați la hidratare CH și C_3AH_6 au structură cristalină iar C_2SH_n și $FH_{(x-7)}$ au structură gelică.

Formațiunea cristalină notată cu m_c formează scheletul de rezistență al pietrei de ciment, iar în spațiile libere ale acestui schelet se găsesc formațiunile gelice (m_g). Scheletul cristalin din punct de vedere reologic are o comportarea elastică iar componentele gelice o comportare vîscos plastică.

In lumina cercetărilor recente bazate pe microscopie electronică s-au dedus următoarele:

Cristalele de $Ca(OH_2)$ care iau naștere la hidratarea C_3S se leagă unele de altele într-o rețea tridimensională care conferă o mare rezistență structurii;

— C_2S se hidratează sub formă de tubermorit ce umple golurile libere în rețeaua tridimensională de $Ca(OH)_2$

— C_3AH_6 există sub formă de poliedri neregulați și hexagonali și mai rar sub formă de soluții solide C_3AH_6 și C_3FH_6. Rezistențele scăzute ale C^2S hidratat se datoresc formei stratificate a produsului de hidratare. S-a constatat de asemenea că forțele de legătură a soluției solide la rețeaua tridimensională sînt relativ slabe din cauza tensiunii de suprafață reduse de unde și rezistența mecanică scăzută a componenților C_3AH_6 și C_3FH_6.

Pentru aprecierea capacității de deformare a cimenturilor în funcție de natura lor, un interes deosebit îl prezintă stabilirea raportului cantitativ dintre formațiunile cristaline (%mc) și gelice (%mg) A. E. Seikin [5] exprimă acest raport prin relația :

$$K = \frac{\%\, m_c}{\%\, m_g} = \frac{\frac{C_2S}{228} + \frac{C_3A}{270} - 2\frac{C_4AF}{486}}{\frac{C_3S}{228} + \frac{C_2S}{172} + 4\frac{C_4AF}{486}} \tag{6}$$

Calcularea coeficientului K cu ajutorul expresiei (6) prezintă neajunsul că nu reflectă modificarea conținutului de geluri și cristale în timp care determină o variație continuă a lui K.

Pentru remedierea acestei deficiențe N. I. Voina [2] a propus o metodologie nouă de calcul a raportului K care pleacă de la procentele de hidratare ale cimentului la diferite vîrste inclusiv hidratarea completă (tab. 2) și de la cantitățile de geluri și cristale ce rezultă la hidratarea completă (tab. 3) stabilind formele de calcul (7, 8)

$$\%\, m_g = \frac{C \cdot H_t \cdot G}{100 \times 100} \tag{7}$$

$$\%\, m_c = \frac{C \cdot H_t \cdot C_r}{100 \times 100} \tag{8}$$

unde

C = conținutul procentual al componentului mineralogic în ciment
H_t = procente de hidratare la vîrsta considerată
G = cantitatea procentuală de geluri la hidratarea completă
C_r = cantitatea procentuală de cristale la hidratarea completă.

Tabela 2

Constituienți mineralogici	% de hidratare la zile				Hidratare completă
	7	28	90	180	
C_3S	45,9	68,6	93,2	93,9	100
C_2S	10,7	11,3	29,1	29,7	100
C_3A	81,6	84,3	91,4	93,4	100
C_4AF	70,9	73,5	89,0	91,2	100

Tabela 3

Constituienți mineralogici	Compuși obținuți la hidratare			
	concrețiuni cristaline	%	geluri	%
C_3S	$Ca(OH)_2$	23	$2\,CaO \cdot SiO_2 \cdot 4\,H_2O$	77
C_2S	—	—	$2\,CaO \cdot SiO_2 \cdot 4\,H_2O$	100
C_3A	$3\,CaO \cdot Al_2O_3 \cdot 6\,H_2O$	100	—	—
C_4AF	$3\,CaO \cdot Al_2O_3 \cdot 6\,H_2O$	44	$CaO \cdot Fe_2O_3 \cdot nH_2O$	56

În fig. 6 se prezintă evoluția în timp a valorilor K, m_c și m_g pentru cimenturile studiate.

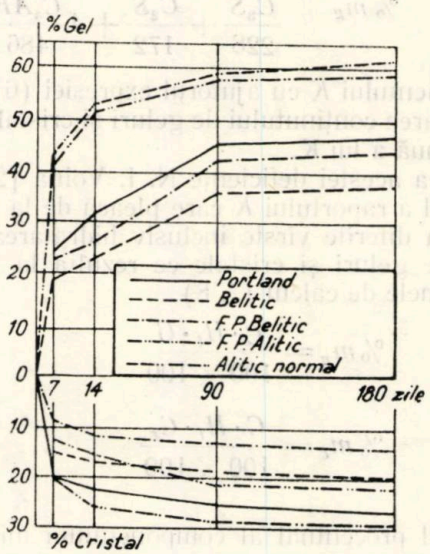


Fig. 6. Evoluția în timp a cantităților de geluri și cristale rezultate la hidratarea cimenturilor

Din diagramă rezultă că formațiunile cristaline și gelice cresc intens în intervalul pînă la 28 de zile pentru cimenturile cu conținut ridicat de C_3S și C_4AF iar pentru cimenturile caracterizate prin $C_2S > C_3A > C_4AF$ se constată o creștere mai importantă după 28 de zile. Această evoluție diferențiată a componentelor gelice și cristaline determină și o comportare reologică diferită între cimenturi sub acțiunea sarcinilor de durată.

4.3. Deformațiile elastice-plastice

Corelarea deformațiilor elastice-plastice cu natura chimico-mineralogică a cimenturilor este redată în figurile 7, 8, 9 unde s-au trasat diagramele $\sigma - \varepsilon$ pentru probe de $10 \times 10 \times 30$ cm încărcate la 7,28 și 180 de zile.

În figurile 7, 8, 9, 10, 11 și 12, σ este efortul de încărcare al probelor în kgf/cm², reprezentînd o anumită cîtime din rezistența de rupere la compresiune R_c în kgf/cm², așa că raportul σ/R_c este subunitar și adimensional.

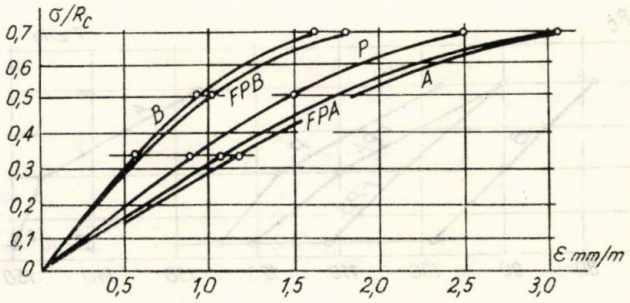


Fig. 7. Diagrama efort-deformații pentru probele încărcate la 7 zile

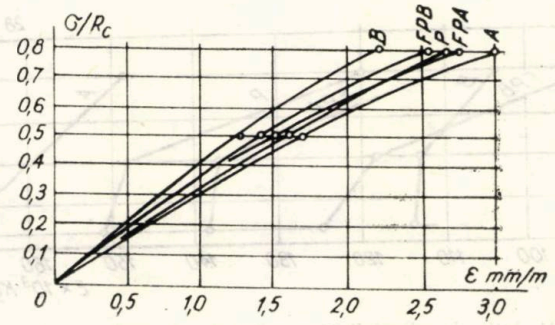


Fig. 8. Diagrama efort-deformații pentru probele încărcate la 90 de zile

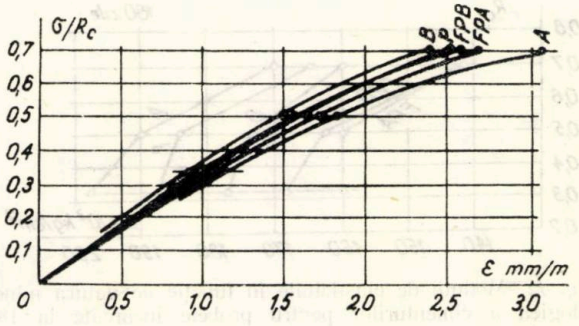


Fig. 9. Diagrama efort-deformații pentru probele încărcate la 180 de zile

Din compararea influenței componenților mineralogici individuali asupra deformațiilor elastice se constată că numai la încărcări la vîrste tinere se face resimțită dependența deformațiilor de natura cimenturilor determi-

nînd o dispersie a curbelor $\sigma - \varepsilon$; la probele încărcate la vîrste înaintate (180 de zile) curbele se concentrează într-un interval mai restrîns avînd tendințe de suprapunere. Constatarea rămîne valabilă și în cazul comparării

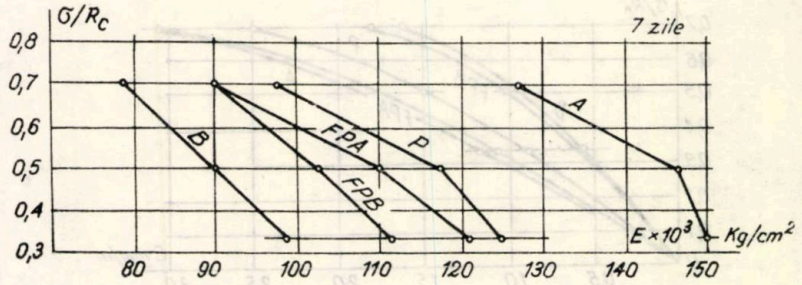


Fig. 10. Modulii de elasticitate în funcție de natura mineralogică a cimenturilor pentru probele încărcate la 7 zile

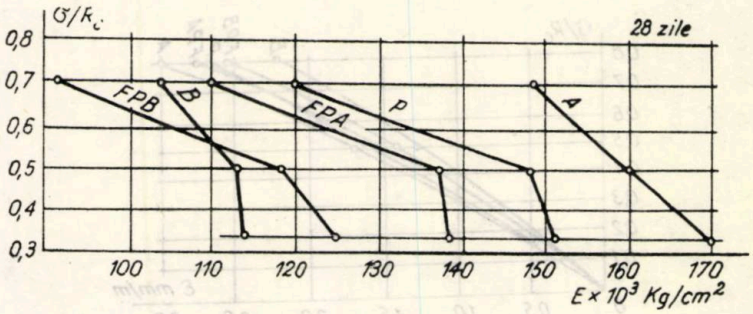


Fig. 11. Modulii de elasticitate în funcție de natura mineralogică a cimenturilor pentru probele încărcate la 28 de zile

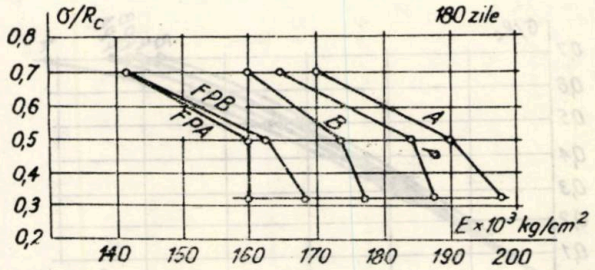


Fig. 12. Modulii de elasticitate în funcție de natura mineralogică a cimenturilor pentru probele încărcate la 180 de zile

modulilor de elasticitate determinați la vîrsta de 7, 28 și 180 de zile (fig. 10, 11, 12).

Rezultă că pentru probele încărcate la vîrste mari influența compoziției mineralogice a cimenturilor se diminuează pe parcurs indicînd existența unui

punct pe scara timpului după care cimenturile se comportă identic indiferent de compoziția mineralogică. Această constatare este importantă întrucît aduce argumente experimentale suplimentare pentru delimitarea domeniului de valabilitate a teoriilor care explică deformațiile exclusiv în funcție de natura mineralogică și de structura cristalin gelică a pietrei de ciment.

Cimenturile alitice și feroportland alitice caracterizate prin $C_3S > C_2S$ și $C_4AF > C_3A$ posedă la vîrste tinere deformații elastice mai mari decît cimenturile portland normale și portland belitice. Deformațiile mai mari în cazul primelor se explică prin raportul K superior la vîrstele menționate. Aceasta înseamnă că în structura cimenturilor A și FPA cantitatea de geluri este mai mare decît la cimenturile P și B datorită gradului de hidratare mai avansat la momentele considerate.

Între cimenturile A și FPA se constată că cele din urmă au moduli de elasticitate mai scăzuți datorită faptului că la acestea componenta cristalină C_3AH_6 este parțial substituită cu componenta gelică C_3FH_6, care prezintă deformații mai mari. Cimenturile B și FPB se caracterizează printr-o deformabilitate mai mare decît restul cimenturilor la trepte echivalente de încărcare. Deformabilitatea mai ridicată a acestor cimenturi este determinată de micșorarea cantității de rețele tridimensionale de $Ca(OH)_2$ din structură. Totodată se remarcă faptul că cimenturile bogate în C_3S prezintă o stare liniară de elasticitate mai avansată din cauza rețelelor tridimensionale de $Ca(OH)_2$.

4.4. Deformațiile la sarcini de durată.

Pentru determinarea deformațiilor de durată au fost încărcate prisme de dimensiunea 7,07×7,07×30 cm la vîrsta de 7,90 și 180 de zile la un efort constant $\sigma/R_c = 0{,}33$.

Pe baza măsurătorilor efectuate s-au calculat la diferite vîrste, deformațiile totale (ε_t), și măsura curgerii lente (ε_{sp}). Rezultatele sînt trecute în figurile 13, 14.

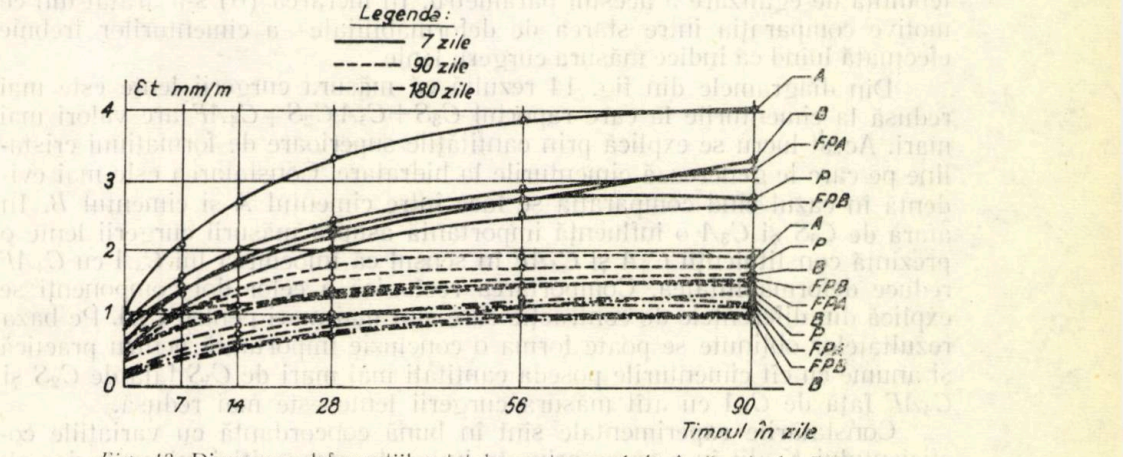


Fig. 13. Diagrama deformațiilor totale pentru probele încărcate la 7,90 și 180 de zile

Din observarea alurii curbelor măsurii curgerii lente (fig. 14) se constată că la cimenturile alitice deformațiile se dezvoltă mai repede în prima perioadă după care urmează o creștere mai lentă. Cimenturile belitice se comportă diferit avînd valori mai scăzute pînă la 28 de zile ca apoi în perioada 28—90 de zile măsura curgerii lente să se dezvolte mai accentuat. Este

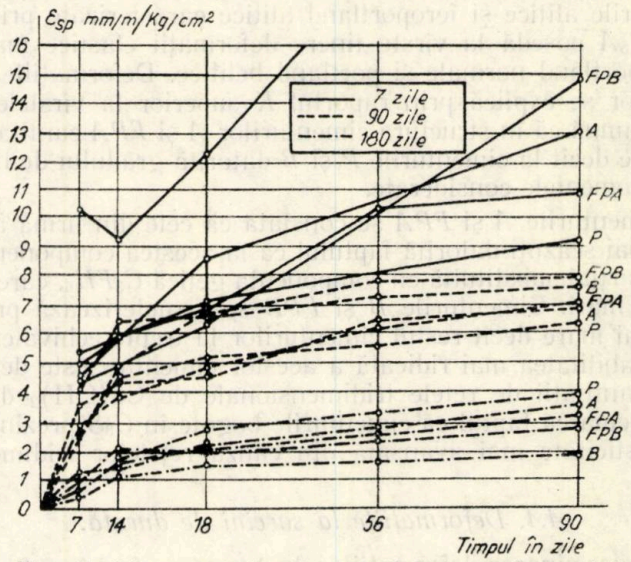


Fig. 14. Diagrama măsurii curgerii lente pentru probele încărcate la 7,90 și 180 de zile

important de subliniat că în ultimul interval de timp (90—180 zile), viteza de creștere a măsurii curgerii lente scade, după care perioadă toate tipurile de ciment, indiferent de compoziția mineralogică, se caracterizează printr-o tendință de egalizare a acestui parametru. În lucrarea (6) s-a arătat din ce motive comparația între starea de deformabilitate a cimenturilor trebuie efectuată luînd ca indice măsura curgerii lente.

Din diagramele din fig. 14 rezultă că măsura curgerii lente este mai redusă la cimenturile la care raportul C_3S+C_3A/C_2S+C_4AF are valori mai mari. Acest lucru se explică prin cantitățile superioare de formațiuni cristaline pe care le generează cimenturile la hidratare. Constatarea este mai evidentă în cazul cînd comparația se face între cimentul *A* și cimentul *B*. În afară de C_3S și C_3A o influență importantă asupra măsurii curgerii lente o prezintă constituienții C_3A și C_4AF în sensul că înlocuirea lui C_3A cu C_4AF reduce deformabilitatea. Comportarea reologică a celor doi componenți se explică din diferențele de contracție care sînt mai mari pentru C_3A. Pe baza rezultatelor obținute se poate forma o concluzie importantă pentru practică și anume cu cît cimenturile posedă cantități mai mari de C_3S față de C_2S și C_4AF față de C_3A cu atît măsura curgerii lente este mai redusă.

Constatările experimentale sînt în bună concordanță cu variațiile coeficientului *K* atît în ceea ce privește influența compoziției mineralogice cît și evoluția lor în timp.

Tendința de egalizare a deformațiilor în timp prezintă importanță pentru delimitarea valabilității teoriilor care explică deformațiile, luînd în considerare natura cristalin gelică a pietrei de ciment.

Se constată că măsura curgerii lente nu mai păstrează diferențele înregistrate la probele încărcate la 7 zile; astfel în timp ce la aceste probe diferența între măsura curgerii lente la cimenturile A și B după 90 de zile a fost de 11×10^{-3} mm/m/kg/cm², la probele încărcate la 90 de zile după același interval de timp diferența este numai de $1 \times 10-3$ mm/m/kg/cm².

Făcînd o comparație între celelalte categorii de cimenturi se observă că valorile măsurii curgerii lente au scăzut apreciabil. Experimental a rezultat că la epruvetele încărcate la 180 de zile valorile deformațiilor sînt apropiate, de unde se deduce că natura mineralogică a cimenturilor se pune în evidență mai puțin pregnant.

Din analiza rezultatelor se constată că influența compoziției mineralogice a cimenturilor se face resimțită în mai mare măsură numai la probele încărcate la vîrstă tînără.

În timp, pe măsură ce structura cristalin gelică se consolidează prin îmbătrînirea gelurilor, influența componenților mineralogici se diminuează treptat ajungînd la un moment dat să nu mai poată fi diferențiată ca parametru independent. Pe baza acestor rezultate se poate afirma că deformațiile sînt influențate de natura mineralogică numai la vîrste tinere pentru acestea rămînînd valabilă teoria lui Seikin care explică proprietățile reologice ale cimenturilor pe baza proceselor fizico-chimice care însoțesc priza și întărirea.

4.5. Deformațiile de durată în funcție de pierderea în greutate.

În continuare se prezintă cîteva aspecte critice legate de influența umidității probelor asupra deformațiilor pentru a evidenția unilateralitatea teoriei lui Freyssinet. După această teorie piatra de ciment păstrată într-o atmosferă cu umiditatea u, este considerată ca un pseudosolid în structura căreia coexistă fazele solidă, lichidă și gazoasă reprezentate prin substanță solidă, pori umpluți cu apă și vapori de apă, pori udați avînd meniscuri, și pori umpluți în întregime cu apă. Pentru porii cu dimensiuni transversale mici apa formează meniscuri, iar asupra pereților porilor se exercită o presiune capilară normală (π) provocată de tensiunea superficială a meniscului care în funcție de constanta capilară a sistemului apă-aer (A) și de razele principale de curbură ale secțiunii meniscului (R_1 și R_2) se poate exprima prin formula lui Laplace:

$$\pi = A\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \tag{9}$$

În cazul unui por interstițial lamelar de grosime D suma curburilor este $\frac{2}{D}$ iar expresia (9) devine

$$\pi = \frac{2A}{D}$$

Din corelarea legii lui Laplace cu a lui Thomson care leagă presiunea capilară de umiditatea mediului exterior (u) rezultă

$$\pi = \frac{2A}{D} = 11.300\ 1n\ \frac{1}{u} \qquad (10)$$

Din relația (10) se vede o dependență inversă între π și u, în sensul că la valori mici ale lui u, π este mare și provoacă o apăsare puternică pe pereții capilarului ceea ce determină deformații mai mari. [7]

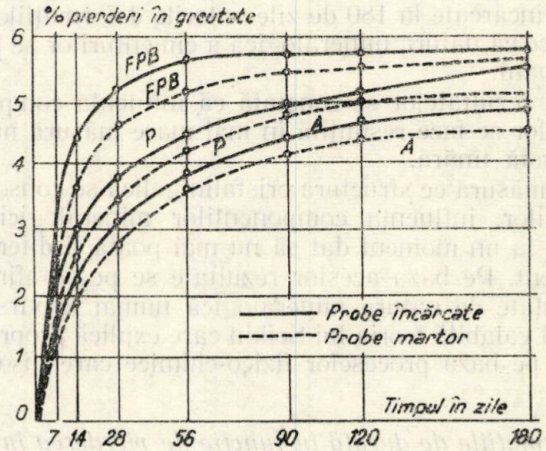


Fig. 15. Pierderea de greutate în timp pentru probele încărcate și martor

În fig. 15 se reprezintă grafic pierderea de greutate (P) în timp (t) pentru probele încărcate și martor.

Din această diagramă rezultă că indiferent de natura cimenturilor pierderile în greutate sînt mai mari pentru probele încărcate. Explicația se datorește faptului că sub influența forțelor de compresiune porii transversali își măresc razele de curbură și în această stare apa se evaporă mai intens, diametrul meniscurilor tinzînd să se micșoreze pînă la dimensiunea necesară pentru stabilirea echilibrului higrometric cu mediul ambiant. Din această cauză migrarea apei în porii capilari se desfășoară mai intens contribuind la mărirea deformațiilor. Aceste constatări sînt argumente experimentale în favoarea teoriilor care explică deformațiile pe baza proceselor fizice a migrării apei în capilarele pietrei de ciment.

Dacă s-ar admite fără obiecțiuni această teorie ar trebui ca la pierderi echivalente de apă în exterior probele să prezinte valori egale ale deformațiilor indiferent de compoziția lor. Pentru a verifica acest lucru s-au determinat la aceleași vîrste pierderea de greutate, variația contracției și curgerii lente, luînd ca bază de comparație timpul. În fig. 16 se prezintă rezultatele măsurătorilor pentru unele probe.

Rezultatele obținute fără excepție demonstrează că la pierderi echivalente de apă epruvetele în funcție de compoziția mineralogică posedă contracții și curgeri lente diferite. Aceste constatări sînt importante întrucît dacă s-ar admite exclusiv teoria lui Freyssinet [8] care explică deformațiile pe baza pierderii apei din structură ar trebui ca deformațiile să posede valori egale

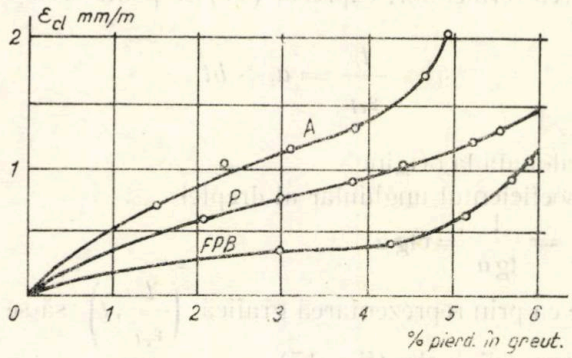


Fig. 16. Diagrama de corelare între curgerea lentă și pierderea greutății în timp

la pierderi echivalente de apă, indiferent de natura și compoziția probei. Cum acest lucru n-a fost constatat rezultă că pentru explicarea fenomenului de deformație a pietrei de ciment respectiv a betonului în afară de modificările umidității trebuie luat în considerare absorbția interioară prin contracția intrinsecă, compoziția mineralogică a cimenturilor, structura cristalin gelică etc.

O teorie completă și unitară asupra deformațiilor, ținînd seama de aspectele critice legate de teoriile actuale, se poate elabora luîndu-se în considerare atît modificările cristalin gelice ale pietrei de ciment cît și fenomenele fizice determinate de migrarea apei în exterior.

5. Calculul analitic al deformațiilor sub sarcină.

Măsurătorile efectuate pînă la vîrsta de 180 de zile au reliefat tendința de amortizare în timp a deformațiilor pe baza cărora se pot exprima prin calcul analitic valorile intermediare și finale ale curgerii lente. Aceste valori sînt importante pentru proiectarea construcțiilor și pentru aprecierea capacității de deformare a cimenturilor în funcție de componenții mineralogici.

Pentru calcularea deformațiilor finale s-a recurs la metode analitice luînd în considerare formulele lui Ross și Lorman [9].

Ross asimilează partea finală a curbelor curgerii lente (ε_{cl}) timp (t) cu o hiperbolă de forma :

$$\varepsilon_{cl} = \frac{t}{a + bt} \tag{11}$$

(a și b sînt parametrii experimentali).

Expresia (11) își păstrează sensul pentru orice valoare a lui t, astfel la $t = 0$, $\varepsilon_{cl} = 0$; $t = \infty$; $\varepsilon_{cl\,max} = \dfrac{1}{\dfrac{a}{t} + b} \to \dfrac{1}{b}$.

Prin gruparea termenilor, expresia (11) se poate scrie sub forma ecuației unei drepte

$$\frac{t}{\varepsilon_{cl}} = a + bt \tag{12}$$

unde :

a — este ordonata la origine

b — este coeficientul unghiular al dreptei

$$\varepsilon_{cl\,max} = \frac{1}{b} = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \operatorname{ctg}\alpha .$$

Aceasta permite ca prin reprezentarea grafică $\left(\dfrac{t}{\varepsilon_{cl}}, t\right)$ să se calculeze valorile finale ale curgerii lente (fig. 17).

După Lorman deformația de curgere lentă finală se calculează cu expresia :

$$\varepsilon_{cl} = \frac{C\,\sigma t}{n + t} \tag{13}$$

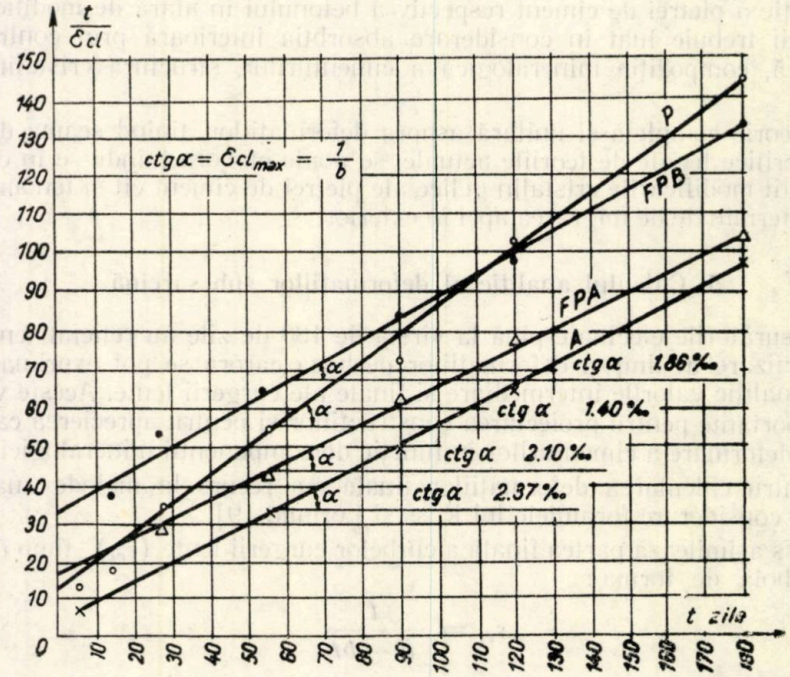


Fig. 17. Determinarea curgerii lente finale după formula lui Ross

în care σ — efortul de încărcare în kgf/cm², C și n — parametrii ce depind de istoria betonului studiat.

Pentru

$$t = 0, \quad \varepsilon_{cl} = 0; \quad t = \infty; \quad \varepsilon_{cl\,max} = C\sigma$$

în acest caz, C reprezintă măsura curgerii lente. La $t = n$, $\varepsilon_{cl} = \frac{C\sigma}{2}$; n reprezintă timpul la care deformația de curgere lentă atinge 1/2 din valoarea finală.

Prin transformarea formulei (13) în ecuația unei drepte se pot determina grafic parametrii C și n, astfel:

$$\frac{\sigma t}{\varepsilon_{cl}} = \frac{n + t}{C}, \quad \text{notînd pe} \quad \frac{\sigma t}{\varepsilon_{cl}} = v \quad \text{se obține}$$

$$v = \frac{n + t}{C} \quad \text{sau} \quad t = Cv - n \tag{14}$$

În sistemul de coordonate $t - v$, n reprezintă ordonata la origine și C coeficientul unghiular. În fig. 18 sînt determinate grafic valorile C și n pentru cimenturile A, FPA, P și B.

Cunoscînd valorile măsurii curgerii lente C se poate determina curgerea lentă finală corespunzătoare efortului de încărcare ($\varepsilon_{cl\,max} = C\sigma$).

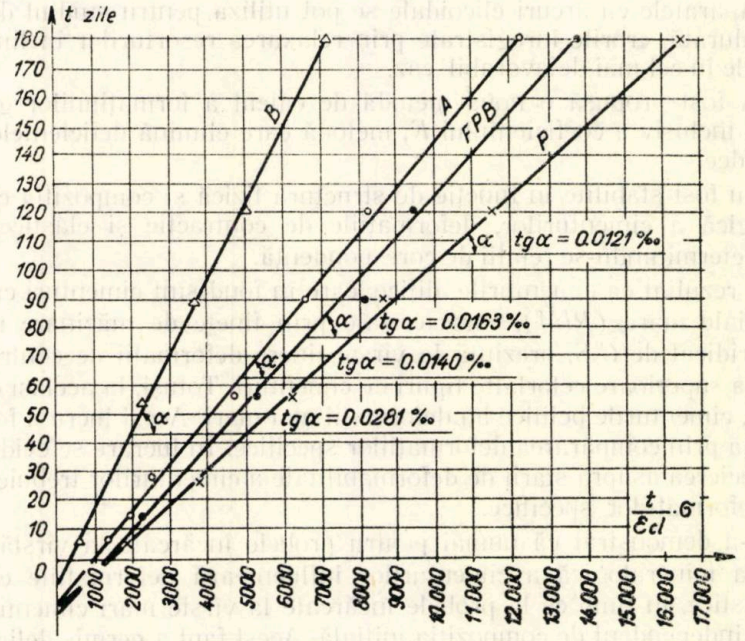


Fig. 18. Determinarea curgerii lente finale după formula lui Lorman

În tabela 4 sînt date valorile maxime ale curgerii lente calculate după Ross și Lorman pentru cimenturile încărcate la 7 zile. Calculul s-a efectuat pe baza mediei ultimelor trei măsurători făcute pentru ε_{cl} la 90, 120 și 180 de zile.

Tabela 4

Ciment	După Lorman			După Ross
	tg α ‰	σ_{inc} kgf/cm²	$\varepsilon_{cl\ max} = \text{tg}\,\alpha \cdot \sigma$ %	ctg α = $\varepsilon_{cl\ max}$
A	0,0140	154	2,16	2,37
FPA	0,0163	129	2,08	2,10
P	0,0121	114	1,37	1,40
B	0,0281	62	1,86	1,86

Se constată o bună concordanță între rezultatele obținute conform ecuației lui Ross și a lui Lorman, diferențele mai mari rezultînd numai la cimentul *A*.

6. Concluzii

În lumina rezultatelor obținute se formulează următoarele concluzii:

— Aparatele cu arcuri elicoidale se pot utiliza pentru studiul deformațiilor de durată, erorile înregistrate prin relaxarea resorturilor în timp fiind acceptabile în cel mai defavorabil caz.

— A fost propusă o nouă metodă de calcul a formațiunilor gelice și cristaline inclusiv a coeficientului *K*, metodă care elimină deficiențele vechilor procedee.

— Au fost stabilite în funcție de structura fizică și compoziția chimico-mineralogică a cimenturilor, deformațiile de contracție și elastice-vîscos-plastice determinîndu-se relații de corespondență.

— A rezultat că cimenturile alitice, care în fond sînt cimenturi cu rezistențe inițiale mari, *(RIM)*, caracterizate prin finețe de măcinare mare și conținut ridicat de C_3S, prezintă la vîrste tinere deformații de contracție și subsarcină superioare celorlalte tipuri de cimenturi. Totuși, la același efort de încărcare, cimenturile belitice au deformații mai mari. Acest lucru a fost scos în evidență prin compararea deformațiilor specifice. În lucrare se evidențiază de ce aprecierea asupra stării de deformabilitate a cimenturilor trebuie făcută asupra deformațiilor specifice.

— S-a demonstrat că numai pentru probele încărcate la vîrstă tînără compoziția mineralogică a cimenturilor influențează deformațiile elastice-vîscos-plastice, în timp ce la probele încărcate la vîrste mari cimenturile se comportă independent de compoziția inițială. Acest fapt a permis delimitarea sferei de valabilitate a teoriei lui Seikin.

— A rezultat că la pierderi echivalente de apă probele posedă contracții și curgeri lente diferite în funcție de natura mineralogică ; această constatare contravine teoriei lui Freyssinet, a cărei valabilitate o limitează.

— S-au calculat deformațiile finale pentru cimenturile studiate rezultînd o bună concordanță pentru formulele verificate.

BIBLIOGRAFIE

1. *C. N. Avram, N. I. Voina, M. Păunescu:* Necotorîe voprosî provtornogo vibrovaniia betona. Beton i jelezobeton nr. 1/1964, Moskva.

2. *N. I. Voina:* Contribuții la studiul deformațiilor elastice-vîscos plastice la cimenturi și betoane, Autoreferat teză de dizertație, Lito I.M.F. Timișoara, 1964.

3. *S. Solacolu:* Chimia fizică a silicaților tehnici, Editura tehnică, București, 1917.

4. *A. Steopoe:* Despre schimbările de volum la ciment și beton. Bul. I.B.C.D., vol. II, 1937.

5. *A. E. Seikin:* Kvoprosu procinosti uprugosti i plasticinosti betona, Trudî M.I.I.T. Jeldorizdat, Moskva, 1946.

6. *N. I. Voina:* Procedeu pentru reducerea deformațiilor de contracție și elastico-vîscos plastice la betoane. Bul. Șt. și Tehn. I.P.T., fasc. 2, 1963.

7. *C. N. Avram:* Curs de beton armat, Partea I-a, Litografia Inv. Timișoara, 1957.

8. *R. L'Hermite:* Que savons-nous de la deformation plastique et du fluage du beton, Ann. Inst. Tech. Bat. et T.P. sep. 1957, nr. 117.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 3

TEORIA MECANISMELOR

C.Z.: 621.231 : 621.8.02

THE METHODS OF FORMATION OF THE ASSUR GROUPS FUNCTION OF THE NUMBER OF LOOPS (CIRCUITS)(Z_g) AND OF THE RANK OF LINKS (J). *

N. I. MANOLESCU, P. ANTONESCU, I. ERCEANU

§ 1. Introduction.

Number synthesis [1]) of the mechanisms forms the departing base of the synthesis as it causes the forming criterions of the kinematics chains, after which by fixing one of its links, the mechanism one is looking for results.

This way lets us form chains by two methods [1], [2]. The first: — the formation of kinematics chains as distinctive varieties corresponding with a number e of links and a degree of freedom L given [3], [4], [5], [6], using for this aim the rules of joining the links together with the help of the kinematic joints so as to eliminate the cases of partial rigidity of the ensemble. The second: — the forming of kinematics chains corresponding with an e and L given, by joining to the initial links, assurical groups till one completes the number e of links, keeping the rules of joining of the groups, to avoid partial rigidity [1], [2].

Our opinion is that the second method has the advantage of eliminating the possibility of missing a distinctive structural variety.

But it imposes the necessity of beforhand knowledge of all the assurical groups corresponding to a given number n' of links.

In the papers [7] and [8] was shown the modality of forming the assurical groups both those of different families f [7] and especially those of the family $f = 3$ [8].

The foundamental works concerning the study of the assurical groups gives their rules of forming as well as of joining for forming mechanisms without forming beforehand the respective chain [9], [10], [11] and [12].

The use of the method of forming the mechanisms based one the assurical groups needs in cosequence a clear as possible systematisation of these,

---

* Presented at Scientific Session of the Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest, 28—30 May 1965.

[1]) Number synthesis is called in german „Zahlsynthese", in rumanian „Sinteză structurală", in russian „Structurnîi sintez".

to have the possibility to eliminate the varieties which would repeat themselves during the forming operation.

In what follows are presents a systematisation and classification of the assurical groups function of the number Z_g of deformable circuits (loops) and of j - the rank of the links with proposals of new denominations for them.

The classification of the assurical groups and of the linkages mechanisms in classes and orders of this work is the one proposed by I. I. Artobolevski and actually adopted in our technical litterature.

2. The setting up of the relation between the number Z_g of deformable circuits (loops) of the assurical grops, the order c'_{5e} and the number n' of its links.

§ 2.1. *Setting up of formulas* (3), (4), *and* (5).

The classification and thus the identification of the assurical groups is materialised by the help of a relation between Z_g, c'_{5e} and n'.

In paper [8] it is shown that between the total number c'_{5e} of the joints of the assurical group, n' and $Z_{g\,max}$ these are the following relations :

$$Z_{g\,max} = \frac{n'}{2} - 1 = \frac{c'_5}{3} - 1. \tag{1}$$

Analysing the configuration of the assurical groups of the table 2 and 3 a from [8] on remarks that the number Z_g of the deformable circuits of each group is an inverse ratio with the order c'_{5e}.

The above quality results from the very modality of forming the assurical groups and the relation which it reflects is obvious :

$$Z_g + c'_{5e} = n' - Z_{g\,max} \tag{2}$$

If in (2) one replaces $Z_{g\,max}$ from the first equality of the formula (1) one gets :

$$Z_g + c'_{5e} = \frac{n'}{2} + 1 = c'_{5e\,max} = k \tag{3}$$

$$\text{for } k \geqslant 2$$

The forming of assuric groups corresponding to the different values of the k, using the formula (3) has the advantage of determining all the distinctive structural varieties.

From the formula (3) one sees right away that $c'_{5e\,max}$ is determined by the number n' of links which is obtained immediately function of the parametre k :

$$n' = 2k - 2. \tag{4}$$

Giving to $k \geqslant 2$ different even and positive values from (4) results the number n' of links of the assurical group and from (1) the value of $Z_{g\,max}$.

If in (4) one introduces the value of n' from (1) function of c'_5 the following relation results :

$$c'_5 = 3k - 3. \tag{5}$$

§ 2.2. *The forming of assurical groups based on the formula* (3)

For different values given to $k \geqslant 2$ the corresponding assurical groups will form.

Thus :

§ 2.2.1. *For* $k=2$ results $n' = 2$; $c'_{5e} = 2$ and the formula (3) becomes:

$$Z_g + c'_{5e} = 2. \tag{6}$$

As the minim order $c'_{5e} = 2$ it results that from the formula (6) the only obtainable assurical group is the *dyad*/$_2$[2]) with following characteristics :

$$n' = 2 \; ; \quad c'_5 = 3 \; ; \quad c'_{5e} = 2.$$

This group is introduced in *table* 1 (*line* 1 *column* 5)

§ 2.2.2. *For* $k = 3$ results $n' = 4$, $c'_5 = 6$ and formula (3) becomes :

$$Z_g + c'_{5e} = 3 \tag{7}$$

— for $c'_{5e} = c'_{5e\,max} = 3$ results $Z_g = 0$ and the assurical group *tryad*/$_3$ of the *table* 1 (*line* 2, *column* 6).

— for $c'_{5e} = c'_{5e\,max} = 2$ results $Z_g = 1$ and the assurical group *tetrad*/$_2$ of the *table* 1 (*line* 2, *column* 8).

§ 2.2.3. *For* $k = 4$ results $n' = 6$, $c'_5 = 9$ and the formula (3) becomes :

$$Z_g + c'_{5e} = 4. \tag{8}$$

If in (8) one does successively :

— $c'_{5e} = c'_{5e\,max} = 4$ results $Z_g = 0$ and one obtains the assurical group called :

the develloped *tryad* or the *double tryad*/$_4$ given in *table* 1 (*line* 3, *column* 6).

— $c'_{5e} = 3$ results $Z_g = 1$ and one obtains :

3 varieties of *tetrads*/3 ... *table* 1 (*lines* 3, 4, 5, *column* 8) ;

1 variety of *pentad*/3 ... *table* 1 (*line* 3, *column* 9) ;

1 variety of *hexad*/3 ... *table* 1 (*line* 3, *column* 10) ;

— $c'_{5e} = c'_{5e\,min} = 2$ results $Z_g = Z_{g\,max} = 2$ and one obtains :

2 varieties *double tetrads*/2 *table* 1 (*line* 3, 4, *col.* 12)

2 varieties *tetrad* + *pentad*/2 *table* 1 (*line* 3, 4, *col.* 13).

---

[2]) For uniformity after the demonstration of the assurical group one shall write as a fraction at the denominator the order c'_{5e} of the group.

§ 2.2.4. *For* $k = 5$ results $n' = 8$; $c'_5 = 12$ and the formula (3) becomes :

$$Z_g = c'_{5e} = 5. \tag{9}$$

Doing in (9) successively $c'_{5e} = 5 \ldots 2$ results the assurical groups from *tables* 2, 3 and 4, thus :

— $c'_{5e} = c'_{5e\,max} = 5$ results $Z_g = 0$ and one obtains a *triple triad*/5 ... *table* 2 (*col.* 1)

— $c'_{5e} = 4$ results $Z_g = 1$ and one obtains 20 assurical groups from *table* 2 (*col.* 2 ... 6) namely :

— 8 *tetrads*/4
— 5 *pentads*/4
— 5 *hexads*/4
— 1 *heptad*/4
— 1 *octad*/4

— $c'_{5e} = 3$ results $Z_g = 2$ and one obtains 79 assurical groups given in *table* 3 namely :

— 16 *double tetrads*/3
— 32 *tetrads* + *pentads*/3
— 14 *tetrads* + *hexads*/3
— 2 *tetrads* + *heptad*/3
— 12 *double pentads*/3
— 3 *pentads* + *hexads*/3

— $c'_{5e} = c'_{5e\,min} = 2$ results $Z_g = 3$ and one obtains 72 assurical groups given in *table* 4 namely :

— 5 *triple tetrads*/2
— 17 *double tetrals* + *pentad*/2
— 14 *double tetrads* + *hexad*/2
— 1 *double tetrad* + *heptad*/2
— 19 *tetrads* + *double pentad*/2
— 13 *tetrads* + *pentad* + *hexad*/2
— 3 *triple pentads*/2

All the 172 varieties of assurical groups corresponding to $k = 5$; $n' = 8$; $c'_5 = 12$ are centralised in *table* 5 function of Z_g, c'_{5e} and Φ_{z_g}.

§ 2.3. *Remarks.* The above method which has permitted the determination of the categories of the assurical groups function of k, n' c'_{5e} and Z_g, does not permit the founding of the class Φ_{z_g} of the group but only after her forming by respecting the rules of formation given in the classical treaties [10], [11] or in speciality papers [9], [12].

These rules do not exclude the possibility of including in the classification all the independant and structural ireductable varieties. For $k = 2, 3, 4$, the number of varieties is small and therefore possible to be put all in the table 1.

One remarks that at their forming one has not taken into account the rank j of the links.

Table 5

The number of assurical groups with 8 links function of the number of circuits (loops) (Z_g) and their class (Φ_{Zg})

Number	The name of the group	Φ_{Z_g} group class	Number of circuits (loops)			
			$Z_g = 0$	$Z_g = 1$	$Z_g = 2$	$Z_g = 3$
			$c'_{5e} = 5$	$c'_{5e} = 4$	$c'_{5e} = 3$	$c'_{5e} = 2$
1	2	3	4	5	6	7
1	triple triad	III	1			
2	tetrad	IV		8		
3	pentad	V		5		
4	hexad	VI		5		
5	heptad	VII		1		
6	octad	VIII		1		
7	double tetrad	III			16	
8	tetrad + pentad	V			32	
9	tetrad + hexad	VI			14	
10	tetrad + heptad	VII			2	
11	double pentad	V			12	
12	pentad + hexad	VI			3	
13	triple tetrad	IV				5
14	double tetrad + pentad	V				17
15	double tetrad + hexad	VI				14
16	double tetrad + heptad	VII				1
17	tetrad + double pentad	V				19
18	tetrad + pentad + hexad	VI				13
19	triple pentad	V				3
	TOTAL 172		1	20	79	72

Case when $k = 5$ the forming of the 172 varieties (tab. 2, 3, 4, 5) needs special attention to avoid the possibility of missing some independant variety.

These difficulties are as great as those which appear when forming the chains with 8 and 10 links.

For this purpose bellow (§ 3) one proposes a method for the determination of the 172 varieties of the assurical group with $k = 5$, $n' = 8$, $c'_5 = 12$.

§ 3. The forming of the assurical groups with $k = 5$, $n' = 8$ function of the rank j of the links.

§ 3. 1. *The setting up of the formulas that stay at the base of the forming of the assurical groups.*

For the kinematic chains and the simple hinged joints one knows the following relations :

$$e = n_2 + n_3 + \ldots + n_j = \sum_{k=2}^{j} n_k \tag{10}$$

$$2c_5 = 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 + \ldots + jn_j = \sum_{k=2}^{j} kn_k . \tag{11}$$

The formula of the mobility of a planar linkage mechanism :

$$3(e-1) - 2c_5 = M_3 \tag{12}$$

it can also be writen :

$$3e - 2c_5 = M_3 + 3. \tag{12'}$$

The maxim rank of the links that form a planar mechanism whit e_{min} links and degree of mobility M_3 is given by the relation [1] ;

$$j_{max} = \frac{1}{2}(e_{min} + 1 - M_3). \tag{13}$$

In case when the assurical groups ($M_3 = 0$) the formula (12′) becomes :

$$3e_{min} - 2c_5 = 3 \tag{14}$$

$$\text{in which } e_{min} = n' + 1. \tag{15}$$

If one introduces in (14) this expression of e_{min} one obtains the known structural formula of the planar linkage assurical groups.

$$3n' - 2c_5' = 0 \quad (c_5 = c_5'). \tag{14'}$$

Replacing in (14) the values of $e = e_{min}$ and $2c_5$ from (10) respective (11) one obtains the relation corresponding to the „beam" Baranov

$$n_2 - n_4 - 2n_5 - 3n_6 - \ldots - (j-3)n_j = 3. \tag{16}$$

Likewise for $M_3 = 0$ the formula (13) becomes

$$j_{max} = \frac{1}{2}(e_{min} + 1) = \frac{n'}{2} + 1. \tag{17}$$

In (17) e_{min} represents the minim number of links of a planar linkage beam [11] in the structure of which one finds links with j joints.

The rank j of the links of the beam varies between $j = 2$ and j_{max} given by the formula (17).

One sees also form (17) that n' can take only pair number and positive values and therefore as a consequence e_{min} can be only an odd number.

$$e_{min} = 3,\ 5,\ 7,\ 9\ \ldots\ .$$

With the help of the relations (17), (10), (11), and (15) one can determine all the varieties assurical groups function of j, n'_j and c'_5, corresponding to the different values of k.

§ 3 2. *The solving of the equation system (17), (10), (11), and (16) and the determining of the varieties of the assurical groups.*

As in what follows one refers only to assurical groups the equations will be writen in their specifical notation.

In this case the formulas (10) and (11) refer to the kinematic chain with a degree of freedom $L_3 = 3$ therefore to a *„Baranov beam"* which becomes an assurical group only after one „extracts" form it a kinematic link (without any joint).

The rank j of the „extracted" link from the „beam" will determine the order c'_{5e} *of the assurical group which has resulted.*

In consequence the joints n_j will get the sign „prime" n'_j only after the extraction from the beam of the link of rank j which will be called symbolically „the frame fixed of the Baranov beam" or the „fixed link of the Baranov beam" or samply „the frame".

§ 3.2.1. *For* $e_{min} = 3$ form (15) results $n' = 2$; from (14′) $c'_5 = 3$ and from (17) $j_{max} = 2$.

The equations (10) and (11) become in this case:

$$\begin{aligned} n_2 &= e_{min} = 3 \\ 2n_2 &= 2c_5 = 6. \end{aligned} \tag{18}$$

The equation system (18) leads to the same results

$$n' = e_{min} - 1 = 2 = n'_2\ ;\quad c'_5 = 3.$$

Therefore in all cases the „frame" has the rank $j = 2$. In consequence the assurical group (dyad) resulted form the „extraction of the frame" will have the order:

$$c'_{5e} = 2 \text{ and the class } \Phi_{z_g} = 2 \quad \text{with} \quad Z_g = 0.$$

The *dyad/2* is given again *in table* 6 *(line* 1, *col.* 4)

To this corresponds only one kinematic chain with

$$L_3 = 4 \quad \text{and} \quad e = n' + 2 = 4.$$

§ 3.2.2. *For* $e_{min} = 5$ From the same equation there results:

$$n'_4 = 4\ ;\quad c'_5 = 6 \text{ and } j_{max} = 3.$$

The equation system (10), (11) and (16) becomes :

$$\begin{aligned} n_2 + n_3 &= 5 \\ 2n_2 + 3n_3 &= 12 \\ n_2 &= 3 \end{aligned} \tag{19}$$

From this „beam" one can extract (without previously forming it) :

— either a „frame" of rank $j = 3$ in which case the structure of the resulted assurical group is :

$$n'_2 = 3 \; ; \quad n'_3 = n_3 - 1 = 1 \; ; \quad c'_{5e} = j_{max} = 3 \; ;$$
$$\Phi_{Z_g} = 3 \; ; \quad Z_g = 0$$

therefore the group is the *triad*/3, given again in table 6 (line 2, col. 5)

— or a „frame" with $j = 2$ in which case the group's structure is :

$$n'_2 = n_2 - 1 = 2 \; ; \quad n'_3 = n_3 = 2 \; ; \quad c'_{5e} = 2 \; ;$$
$$\Phi_{Z_g} = 4 \; ; \quad Z_g = 1 .$$

As it results a circuit (loop) of class $\Phi_{Z_g} = 4$ it will be called the *tetrad*/2 given again in *tab.* 6 *(line* 3, *col.* 6)

Conclusion : in the *category* $n' = 4$ one can form only *two assurical groups,* fact which coincides with the conclusion of the forming of the planar linkages kinematic chains with $L_3 = 4$ and $e = n' + 2 = 6$, for which there were found only two distinctive structural varieties (types Watt and Stephenson).

§ 3.2.3. *For* $e_{min} = 7$ from the same equations it results :

$$n' = 6 \; ; \quad c'_5 = 9 , \; j_{max} = 4 \text{ and } k = 4.$$

The system (10), (11) and (16) becomes :

$$\begin{aligned} n_2 + n_3 + n_4 &= 7 \\ 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 &= 18 \\ n_2 - n_4 &= 3 \end{aligned} \tag{20}$$

If on introrduces in the first two ones the value of n_4 from the third results the system :

$$\begin{aligned} 2n_2 + n_3 &= 10 \\ n_2 - n_4 &= 3 \end{aligned} \tag{20'}$$

Remarking *that* n_3 *can onty be a pair number* (form the first equation) and $n_2 \geqslant 3$ (form the second equation) then results the solution system centralized in the table from below :

Table 3.2.3

Solution system	n_2	n_3	n_4	Remarks
a	3	4	0	
b	4	2	1	
c	5	0	2	Result structural reductable groups

— 2.3. a) *From the solution system* $n_2 = 3$, $n_3 = 4$; $n_4 = 0$

— if one admits the „frame" with the rank $j = 3$ in this case the groups structure is :

$$n'_2 = n_2 = 3 \ , \ n'_3 = n_3 - 1 = 3 \ ; \ c'_{5e} = j_{max} = 3 \ ;$$

and from the formula (8) $Z_g = 1$ one can obtain :

— 2 *tetrad*/3 varieties tab. 6 (line 3, 4, col. 7)

— 1 *pentad*/3 varity tab. 6 (line 5, col. 7)

— 1 *hexad* variety tab. 6 (line 6, col. 7)

— if one admits „the frame" with rank $j = 2$ then

$$n'_2 = n_2 - 1 = 2 \ ; \ n'_3 = 4 \ ; \ c'_{5e} = j = 2 \text{ and } Z_g = 2.$$

The following varieties result :

— 2 *double tetrad*/2 varieties tab. 6 (line 7, 8, col. 8)

— 1 *tetrad* + *pentad*/2 variety tab. 6 (line 9, col. 8)

— 2.3 b) *from the solution system* $n_2 = 4$; $n_3 = 2$; $n_4 = 1$, if the „frame" is of rank $j_{max} = 4$ then the group's structure is :

$$n'_2 = 4 \ ; \ n'_3 = 2 \ ; \ n'_4 = n_4 - 1 = 0 \ ; \ c'_{5e} = j_{max} = 4 \text{ and } Z_g = 0.$$

then one obtains :

1 *double triad* 4 variety tab. 6 (line 2, col. 9) ; *if the frame is of rank* $j = 3$ then the group's structure is :

$$n'_2 = 4 \ ; \ n'_3 = n_3 - 1 = 1 \ ; \ n'_4 = 1 \ ; \ c'_{5e} = j = 3$$

and $Z_g = 1$ then one obtains

— 1 tetrad variety tab. 6 (line 3, col. 10).

— *if „the frame" has* $j = 2$ then the group's structure is :

$$n'_2 = n_2 - 1 = 3 \ ; \ n'_3 = 2 \ ; \ n'_4 = 1 \ ; \ c'_{5e} = j = 2 \text{ and } Z_g = 2.$$

and one obtains :

— 1 *tetrad* + *pentad* variety tab. 6 (line 9, col. 11).

2.3 c) *From the solution system* $n_2 = 5$; $n_3 = 0$; $n_4 = 2$ result only groups which *are structural reductable* to assurical groups of the order c'_{5e} inferior :

— those with the frame $j = 4$ are given again in tab. 7, col. 8 ;
— those with the frame $j = 2$ are given again in tab. 7, col. 9.

§ 3.2.4. *For* $e_{mtn} = 9$ results from the same equations :

$$n' = 8 \; ; \; c'_5 = 12 \; ; \; j_{max} = 5 \text{ and } k = 5$$

the system (10), (11) and (16) becomes :

$$\begin{aligned} n_2 + n_3 + n_4 + n_5 &= 9 \\ 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 + 5n_5 &= 24 \\ n_2 - n_4 - 2n_5 &= 3 \end{aligned} \tag{21}$$

From this system results the system :

$$\begin{aligned} 3n_2 + 2n_3 + n_4 &= 21 \\ n_2 - n_4 - 2n_5 &= 3. \end{aligned} \tag{21'}$$

From the last equation of the system (21) one establishes that if $n_4 = n_5 = 0$ then $n_3 = 3$.

Therefore generally at a „Baranov beam" :

$$n_2 \geqslant 3. \tag{22}$$

Reporting to the assurical group the formula (22) one can write :

$$n'_2 \geqslant 2 \tag{23}$$

which means that :

An assurical group must have in its structure at least two simple links (of rank $j = 2$*).*

Solving the system (21') one obtains the following solution systems in even and positive numbers centralised in the table from bellow :

Table 3.2.4.

The system	n_2	n_3	n_4	n_5	Remarks
a	3	6	0	0	
b	4	4	1	0	
c	5	2	2	0	
d	6	0	3	0	
e	5	3	0	1	
f	7	0	0	2	The reductable groups see table 7 col. 10 ... 14
g	6	1	1	1	

— 2.4. a) *from the solution system a) if „the frame" has* $j = 3$ *then:*

$$n'_2 = 3 \; ; \quad n'_3 = 5 \; ; \quad c'_{5e} = 3 \; ; \quad Z_g = 2$$

and one obtains: 31 *varieties* (*tab.* 8, *col.* 8)
of which: 3 [V + IV] $(3a_{1 \ldots 3})$
(See table 3) 11 [IV + V] $(3b_{1 \ldots 6} \; ; \; 3b_{13,14} \; ; \; 3b_{30 \ldots 32})$
7 [IV + VI] $(3c_{1,2} \; ; \; 3c_6 \; ; \; 3c_{11 \ldots 14})$
1 [IV + VII] $(3d_1)$
7 [V + V] $(3e_{1,2} \; ; \; 3e_7 \; ; \; 3e_{9 \ldots 12})$
2 [V + VI] $(3f_1 \; ; \; 3f_3)$

if the „frame" has $j = 2$ *then:*

$$n'_2 = 2 \; ; \quad n'_3 = 6 \; ; \quad c'_{5e} = 2 \; ; \quad Z_g = 3$$

and one obtains: 14 *varieties* (*tab.* 8, *col.* 7)
of which: 2 [IV + IV + IV] $(4a_{1,2})$;
(see table 4) 3 [IV + IV + V] $(4b_{5,6} \; ; \; 4b_9)$
3 [IV + IV + VI] $(4c_{1,2} \; ; \; 4c_{11})$
4 [IV + V + V] $(4d_3 \; ; \; 4d_6 \; ; \; 4d_{9,10})$
1 [IV + V + VI] $(4e_2)$
1 [V + V + V] $(4f_2)$

— 2.4. b.) *from the solution system b)*
if the „frame" has $j = j_{max} = 4$; $Z_g = 1$

$$n'_2 = 4 \; ; \quad n'_3 = 4 \; ; \quad c'_{5e\,max} = 4 \; ; \quad Z_g = 1$$

and one obtains 13 *varieties* (*tab.* 8, *col.* 9)
of which: 4 [IV] $(2a_{1,2} \; ; \; 2a_4 \; ; \; 2a_6)$
(see table 2) 3 [V] $(2b_{1 \ldots 3})$
4 [VI] $(2c_{1,2} \; ; \; 2c_{4,5})$
1 [VII] $(2d_1)$
1 [VIII] $(2e_1)$

if the „frame" has $j = 3$ *then:*

$$n'_2 = 4 \; ; \quad n'_4 = 1 \; ; \quad c'_{5e} = 3 \; ; \quad Z_g = 2$$

and one obtains: 41 *varieties* (*tab.* 8, *col.* 12)

Table 8

Number of a assurical groups varieties with 8 links funktion of rank of links j, the number Z_g of circuits (loops) and class Φ_{Z_g} and order c'_{5e} of these

Total variants for Z_g	Total variants by class	Number of loops	The order of the group	Number of Links of different ranks / The class of the loops Φ_{Z_g}	n'_2	2	3	4	5	3	4	5	4	5	6	5	5	4
					n'_3	6	5	4	3	4	3	2	2	1	—	—	2	3
					n'_4	—	—	—	—	1	1	1	2	2	2	3	—	—
					n'_5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
	5			IV + IV + IV		2				3								
	17			IV + IV + V		3				12			2					
	14	3	2	IV + IV + VI		3				7			2			1		1
	1			IV + IV + VII						1								
	19			IV + V + V		4				8			6					1
72	13			IV + V + VI		1				8			3					1
	3			V + V + V		1				1			1					
	16			IV + IV			3				12						1	
	32			IV + V			11				16			4			1	
	14	2	3	IV + VI			7				6			1				
	2			IV + VII			1				1							
79	12			V + V			7				5							
	3			V + VI			2				1							
	8			IV				4				3			1			
	5			V				3				2						
	5	1	4	VI				4				1						
20	1			VII				1										
	1			VIII				1										
1	1	0	5	III					1									
172	172	Total general 172				14	31	13	1	40	41	6	14	5	1	1	2	3

of which : 12 [IV + IV] $(3a_{4\ldots15})$
(see *table* 3) 16 [IV + V] $(3b_{7,8}; 3b_{10\ldots12}; 3b_{15\ldots20}; 3b_{22}; 3b_{24,25}; 3b_{28,29})$
6 [IV + VI] $(3c_{3\ldots5}; 3c_{8\ldots10})$
1 [IV + VII] $(3d_2)$
5 [V + V] $(3e_{3\ldots6}; 3e_8)$
1 [V + VI] $(3f_2)$

if „the frame" has $j = 2$ *then :*

$$n'_2 = 3 ; \quad n'_3 = 4 ; \quad n'_4 = 1 ; \quad c'_{5e} = 2 ; \quad Z_g = 3$$

and one obtains : 40 *varieties* (*tab.* 8 *col.* 11)
of which : 3 [IV + IV + IV] $(4a_{3\ldots5})$
(see *table* 4) 12 [IV + IV + V] $(4b_{1\ldots4}; 4b_{7\ldots8}; 4b_{10\ldots13}; 4b_{15,16})$
7 [IV + IV + VI] $(4c_{3\ldots7}; 4c_{9,10})$
1 [IV + IV + VII] $(4g_1)$
8 [IV + V + VI] $(4e_1; 4e_4; 4e_{6,7}; 4e_{10\ldots13})$
8 [IV + V + V] $(4d_4; 4d_{7,8}; 4d_{11\ldots15})$
1 [V + V + V] $(4f_1)$

— 2.4. c) *from the solution system c)*
— *if „the frame" has* $j = j_{max} = 4$ *then :*

$$n'_2 = 5 ; \quad n'_3 = 2 ; \quad n'_4 = 1 ; \quad c'_{5e\,max} = 4 ; \quad Z_g = 1$$

and one obtains : 6 *varieties* (*tab.* 8 *col.* 13)
of which : 3 [IV] $(2a_3; 2a_5; 2a_8)$
(see *table* 2) 2 [V] $(2b_{4,5})$
1 [VI] $(2c_3)$

if „the frame" has $j = 3$ *then :*

$$n'_2 = 5 ; \quad n'_3 = 1 ; \quad n'_4 = 2 ; \quad c'_{5e} = 3 ; \quad Z_g = 2$$

and one obtains : 5 *varieties* (*tab.* 8, *col.* 15)
of which : 4 [IV + V] $(3b_9; 3b_{21}; 3b_{23}; 3b_{27})$
(see *table* 3) 1 [IV + VI] $(3c_7)$

— *if „the frame" has* $j = 2$ *then :*

$$n'_2 = 4 ; \quad n'_3 = 2 ; \quad c'_{5e} = 2 ; \quad Z_g = 3$$

and one obtains : 14 *varieties* (*tab.* 8, *col.* 1)

of which : 2 [IV + IV + V] ($4b_{14}$; $4b_{17}$)

(See *table 4*) 2 [IV + IV + VI] ($4c_8$; $4c_{14}$)

6 [IV + V + V] ($4d_{1,2}$; $4d_5$; $4d_{17\ldots19}$)

3 [IV + V + VI] ($4e_3$; $4e_5$; $4e_9$)

1 [V + V + V] ($4f_3$)

— 2.4. d) *from the solution system d*) :

if „the frame" has $j = j_{max} = 4$ *then :*

$$n'_2 = 6 \; ; \quad n'_3 = 0 \; ; \quad n'_4 = 2 \; ; \quad c'_{5e\,max} = 4 \; ; \quad Z_g = 1$$

and one obtains : 1 *variety* (*tab.* 8, *col.* 16) *tetrad*/4 [IV] ($2a_7$) (*table* 2)

— *if „the frame" has* $j = 2$ *them :*

$$n'_2 = 5 \; ; \quad n'_3 = 0 \; ; \quad n'_4 = 3 \; ; \quad c'_{5e} = 2 \; ; \quad Z_g = 3$$

and one obtains : 1 *variety* (*tab* 8, *col. 17*) :

[IV + IV + VI] ($4c_{12}$) (*table* 4)

— 2.4. e) *from the solution system e*)

— *if „the frame" bas* $j = j_{max} = 5$ *then :*

$$n'_2 = 5 \; ; \quad n'_3 = 3 \; ; \quad n'_4 = 0 \; ; \quad c'_{5e\,max} = 5 \; ; \quad Z_g = 0$$

and one obtains : 1 *variety* (*tab.* 8, *col.* 10) *triple triad*/5 [III] (1_1) (*table* 2)

— *if „the frame" has* $j = 3$ *then :*

$$n'_2 = 5 \; ; \quad n'_3 = 2 \; ; \quad n'_4 = 0 \; ; \quad n'_5 = 1 \; ; \quad c'_{5e} = 3 \; ; \quad Z_g = 2$$

and one obtains : 2 *varieties* (*tab.* 8, *col.* 18)

of which : 1 [IV + IV] ($3a_{16}$)

(see *table* 3) 1 [IV + V] ($3b_{26}$)

— *if „the frame" has* $j = j_{min} = 2$ *then :*

$$n'_2 = 4 \; ; \quad n'_3 = 3 \; : \quad n'_4 = 0 \; ; \quad c'_5 = 2 \; ; \quad Z_g = 3$$

and one obtains : 3 *varieties* (*tab.* 8, *col.* 19)

of which : 1 [IV + IV + VI] ($4c_{13}$)

(see *table* 4) 1 [IV + V + V] ($4d_{16}$)

1 [IV + V + VI] ($4e_8$)

— 2.4. f) *from the solution system f*)

If „the frame" has $j = j_{max} = 5$ *then :*

$$n'_2 = 7 \; ; \quad n'_3 = n'_4 = 0 \; ; \quad n'_5 = 1 \; ; \quad c'_{5e} = 5 \; ; \quad Z_g = 0$$

and one obtains : 2 *reductable varieties* from the structural viewpoint (*table 7*, *col.* 10) the first to four dyads, and the second to two dyads and a triad.

— *if „the frame" has* $j = 2$ *then* :

$$n'_2 = 6 \; ; \quad n'_3 = n'_4 = 0 \; ; \quad n'_5 = 2 \; ; \quad c'_{5e} = 2 \; ; \quad Z_g = 3$$

and one obtains a *reductable variety* to two dyads and tetrad/2 (*table* 7, col. 11)

— 2.4. g. *from the solution system g)*

— *if „the frame" has* $j = j_{max} = 5$ *then :*

$$n'_2 = 6 \; ; \quad n'_3 = n'_4 = 1 \; ; \quad c'_{5\,emax} = 5 \; ; \quad Z_g = 0$$

and one obtains : 2 *structural reductable varieties :*

— the first to four *dyads ;*

— the second to two *dyads* and a *triad* (*table* 7, *col.* 12, *line* 1 *and* 2)

— *if „the frame" has* $j = 4$ *then :*

$$n'_2 = 6 \; ; \quad n'_3 = 1 \; ; \quad n'_4 = 0 \; ; \quad n'_5 = 1 \; ; \quad c'_{5e} = 4 \; ; \quad Z_g = 1$$

and one obtains : 5 *structural reductable varieties* to assurical groups of inferior classes and orders (*table* 7, *col.* 13, *linie* 1 ... 5)

— *if „the frame" has* $j = 3$ *then :*

$$n'_2 = 6 \; ; \quad n'_3 = 0 \; ; \quad n'_4 = n'_5 = 1 \; ; \quad c'_{5e} = 3 \; ; \quad Z_g = 2$$

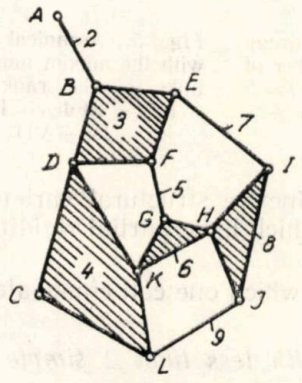


Fig. 1. „Group„ with all three contours (loops) rigidised

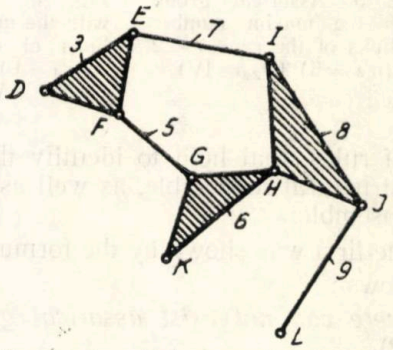


Fig. 2. Assurical group V/3 joined to link 4 of the group from fig. 1, by all three external joints *D, K, L.*

and one obtains : 1 *reductable variety* to two *dyads* and a *tetrad/2.* (*table* 7, *col.* 14)

— *if „the frame" has* $j = 2$ *then :*

$$n'_2 = 5 \; ; \quad n'_3 = n'_4 = n'_5 = 1 \; ; \quad c'_{5e} = 2 \; ; \quad Z_g = 3$$

and one obtains assurical groups reductable to a *dyad* by *partial* rigidity F.

Thus the group in fig. 1 has a total rigidity of the three (circuits) loops, as to the two loops, belonging to the class $\Phi_{Z_g} = \text{IV}$ one has joined, two links (8 and 3) which belong to different loops by the link (7).

This rigidity appears also due to the fact that the assurical group *pentad*/5 (fig. 2) (3, 5, 6, 9, 8, 7) has been joined by all three external joints (*D*. *K* and *L*) to link No. 4

In this manner the group is really a *dyad* (2 + 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

All the 172 assurical groups with $n' = 8$ determined above have been framed in *table* 8 function of n'_j ; Z_g ; Φ_{Z_g} ; c'_{5e}.

§ 3.2.5. *Remarks concerning the structure of the assurical groups with* $n' = 8$, $c'_5 = 12$

The solution systems, which permitted the determination of the structure of the planar linkaged assurical groups with $n' = 8$ and $c'_5 = 12$ shows a

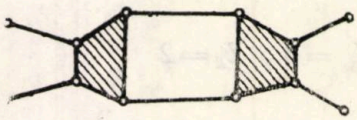


Fig. 3. Assurical group with the maxim number of links of the rank $j = 2$ ($n'_2 = 6$) (Φ_{Zg} = IV)

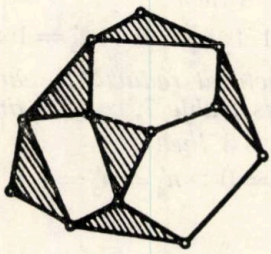


Fig. 4. Assurical group with the maxim number of links of the rank $j = 3$ ($n'_3 = 6$) (Φ_{Zg} = IV + V + V)

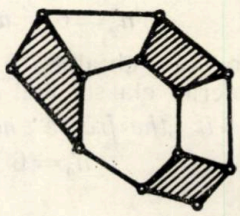


Fig. 5. Assunical group with the maxim number of links of the rank $j = 4$ ($n'_4 = 3$) Φ_{Zg} = IV + IV + VI)

serie of rules, that help to identify the indistinctive structural varieties of those structural reductable, as well as those which have partial rigidities in their ensemble.

The first was shown by the formula (23), which one can enunciate also as follows :

There can not exist assurical groups with less than 2 simple links ($n'_2 \geqslant 2$).

There can not exist assurical groups with $n' = 8$ and $c'_5 = 12$ *of the order* $c'_{5e} = 5$ *but with* $n'_2 = 5$ *and* $n'_3 = 3$ *(solution system 24e), any other combination goes to structuraly reductable groups.*

The maxim number of simple links ($j = 2$) *of an assurical group with* $n' = 8$ $c'_5 = 12$ *can not overpass* $n'_2 = 6$.

In this case the order of the group is $c'_{5e} = 4$ *and* $n'_3 = n'_5 = 0$ *(solution system and 24d fig. 3 only one variety).*

This maxim number of links of rank $j = 3$, *that an assurical group with* $n' = 8$; $c'_5 = 12$ *can contain is* $n'_3 = 6$.

In this case the order of the group can only be $c'_{5e} = 2$ *(solution system 24e. fig. 4 ; 14 varieties)*

The maxim number of links of the rank $j = 4$, *that an assurical group with* $n' = 8$; $c'_5 = 12$ *can contain is* $n'_4 = 3$

In this case the order can only be $c'_{5e} = 2$ (*solution system* 24*d fig.* 5; 1 *variety*)

The maxim number of links of the rank $j = j_{max} = 5$ *that an assurical group with* $n' = 8$; $c'_5 = 12$ *can contain is* $n'_5 = 1$.

In this case the order is $c'_{5e} = 3$ (*fig.* 6*a*) *or* $c'_{5e} = 2$ (*fig.* 6*b*) (*solution system No.* 24*e*).

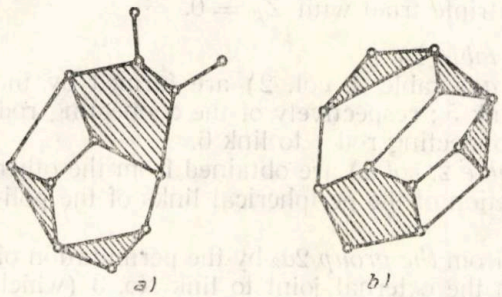


Fig. 6. Assurical group with the maxim number of links of the rank $j = 5$ ($n'_5 = 1$) a) ($\Phi_{Zg} = IV + V$; b) $\Phi_{Zg} = IV + V + V$;

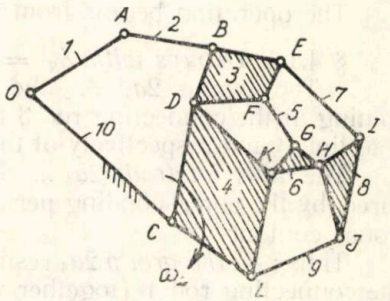


Fig. 7. If one extracts the *dyad* (1, 2) from the mechanism formed in the group from fig. 1, the assurical group from fig. 2 is shown joined with the three external joints (*D*, *K*, *L*) to the input link 4.

There can not exist an assurical group with $n' = 8$; $c'_5 = 12$ *and* $Z_g = Z_{g_{max}} - 3$ *with external joints at the simple links* $j = 2$.

This fact appears from fig. 1 where the explication was shown of the impossibility of its existance as an assurieal group with $n' = 8$; $c'_5 = 12$.

The fact is also shown if one forms the kinematic chain with $e = 10$; $c_5 = 13$; $L_3 = 4$ (fig. 7) by joining it with the joints *A* and *C* to the simple links 1 and 10.

If now par example one fixes the link 10 and one makes 4 input links, then after the extraction of the dyad 1, 2, one remarks that to link 4 appears joined the assurical group (of class V/3 from fig. 2) with all its external joints (*D*, *K*, *L*).

All these rules as was shown above derive from the solution system will be utilised for the third method of forming the assurical groups (*practice*) permitting at the same time the identification of the indistinct structural varieties as well as those reductable or with partial rigidities.

§ 4. The forming of the assurical groups by the method of joining the (free) external joints to the group's links.

In the paper [8] were shown the principles which stay at the foundation of the method of forming assurical groups using the joining of the external joints to the group's links.

This operation begins from the group with the order $c'_{5e\ max}$, after which (by diminuating the order with a unity) the permutation of the simple links with external joints is done along the poligonal circuit (contour) of the resulting group.

In what follows the above method will be applied for forming the assurical group with $n' = 8$ and $c'_5 = 12$.

§ 4.1. *The forming of assurical groups with* $n' = 8$; $c'_5 = 12$ *and* $Z_g = 0$.

The operation begins from the triple triad with $Z_g = 0$.

§ 4.1.1. *Groups with* $Z_g = 1$ (*table* 2)

The groups $2a_1 \ldots_3$ the *tetrads* table 2, col. 2) are formed by the joining at the connecting rod 3 to link 5; respectively of the connecting rod 5 to link 3 and respectively of the connecting rod 1 to link 6.

The other 5 *tetrads* $2a_4$ .... 8 (*table* 2, *col* 2) are obtained from the other three, by the corresponding permutation of the peripherical links of the poligonal contour.

Thus: — *the group* $2a_4$ results from *the group* $2a_2$ by the permutation of the connecting rod 1 (together with the external joint to link No. 3 (which thus keeps its previous rank $j = 3$);

— *the group* $2a_5$ by joining the same connecting rod 1 (but together with both its joint) to link No. 4 (which thus becomes of rank $j = 4$);

— *the group* $2a_6$ from the group $2a_3$ by the permutation of the connecting rod 8 (with both its joints) to link.

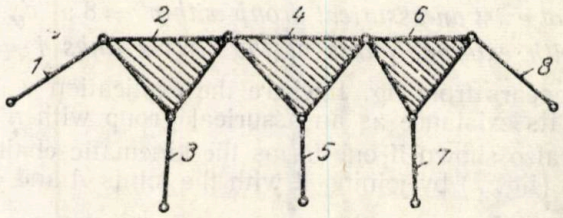


Fig. 8. The assurical group — triple triad ($Z = 0$) out of which result by the jouining method all the other 172 varieties of assurical groups $n' = 8$, $c'_5 = 4, 3, 2$

— *the group* $2a_7$ from the same group $2a_3$ by the permutation of the connecting rod 3 (with both joints) to link 1 (which becomes thus of rank $j = 3$).

The following rules from the following theorems were respected in those operations:

Theorem Nr. 1.

During the operation of forming the assurical groups with the same number of links (but at order c'_{5e} smaller and smaller and the number Z_g of

loops bigger and bigger : $Z_g + c'_{5e} = k$) *one must avoid the joinig one to another of two links that are parted only by a single link, as in this case partial rigidities appear.*

Thus if one joins to link 3 of the triple *triad* from fig. 8 the external joint of the connecting rod 1, the result is the group from fig. 9 with the circuit 1, 2, 3 rigid. In consequence the result is a *double triad* of class III/4 with $n' = 6$.

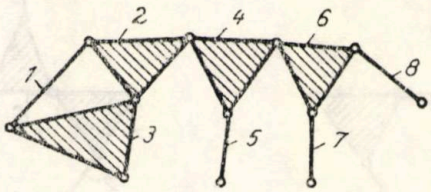


Fig. 9. Group partially rigidised, resulted by the joining of its external joint of the connecting rod 1 to link 3 (circuit 1, 2, 3, is rigid)

Theorem No. 2.

During the operation of joining links to form assurical groups with the same number n' of links (but of inferior order c'_5) *one must avoid joining a connecting rod (together with its external joint) to a simple link* as in this case appear groups which are structural reductable to others of inferior classes.

As an example if one joins to the external joint of the connecting rod 8 from the simple *triad* of fig. 8, to connecting rod 1 (with the external joints remaining free) one obtains the group from fig. 10, which is reduced to 4 *dyads* (1, 8 ; 7, 6 ; 5, 4 ; 3, 1).

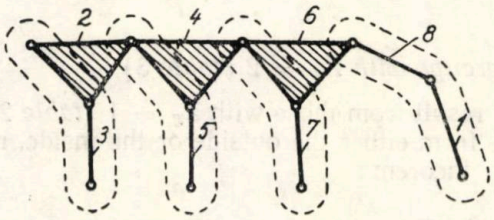


Fig. 10. Assurical group structurally reductable to 4 *dyads*, by joining the connecting rod 1 to the external joint of the connecting rod 8.

Continuing one obtains *the groups with* $Z_g = 1$ *of class* $\Phi_{Z_g} = 5$ by the same operation and respecting the rules of the two theorems.

Thus the *group* $2b_1$ (*pentad*/4) resulted by joining the external joint of the connecting rod 8 to link 1.

The groups $2b_2$ .... 5 resulted from $2b_1$ by combining permutations of the connecting rods.

The groups with $Z_g = 1$ *of class* $\Phi_{Z_g} = 6$ are built out of *hexad/3* (*table* 1, *col.* 10, given again in fig. 11 a) to which one joins two connecting rods with three joints to two of the links of the first group (to simple link 6 : the

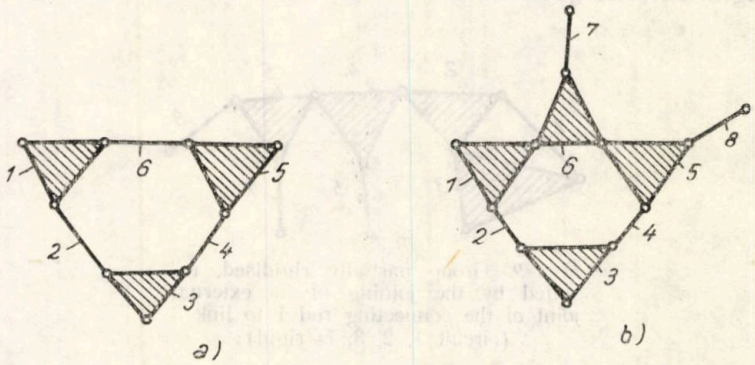


Fig. 11. The assurical group $2b_1$ from b) resulted from a) by joining the connecting rod 7 with two joints to the links 6 and 5 and respectively of the connecting rod 8 with only one joint

connecting rod 7 with two joints, of which one becomes an internal and to link 5 of rank $j = 3$: the connecting rod 8 with an external joint). The result is group $2c_1$ from fig. 11 b framed in table 2.

The other 4 groups of $\Phi_{Z_g} = VI/4 : 2c_2$ .... 5 result out of the combinning permutations of the two connecting rods.

— The *heptad* ($2d_1$) and the *octad* ($2e_1$) from *table* 1 *col.* 5 *and* 6 are the only varieties of the class $\Phi_{Z_g} = VII$ respectively VIII formed on the base of classical rules.

§ 4.1.2. *The groups with* $Z_g = 2$ (*table* 3)

These groups result from those with $Z_g = 1$ (*table* 2) by joining one of the external joints from either the outside or the inside, respecting the rules from the following theorem :

Theorem Nr. 3

During the operation of forming the assurical groups with $Z_g = 2$ *out of those with* $Z_g = 1$ *and the same number of links n' by the joining method, one must avoid the apparition of circuits (loops) with* $\Phi_{Z_g} = III$ *or the forming of two circuits (loops) with* $\Phi_{Z_g} = IV$ *separated by a simple link (of rank* $j = 2$).

The latter case can not appear if one avoids the joining of an external joint of a connecting rod to a link through the inside of a circuit of the class $\Phi_{Z_g} = IV$.

Thus if one joins the external joint *A* of the connecting rod 3 to link 6 (from the group $2b_6$ *table* 2 given again in fig. 12 a) through the inside of the circuit (loop) of $\Phi_{Z_g} = IV$, the result is the *triad* from fig. 12b, as the ensemble of links (1, 2, 3, 4, 6) is rigid.

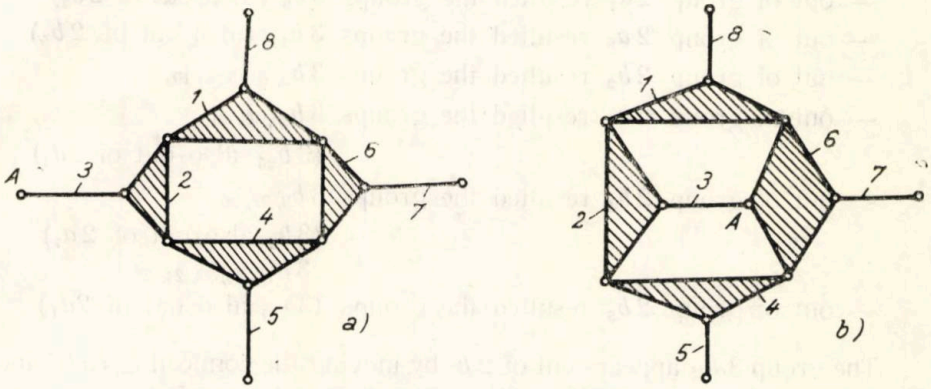


Fig. 12. By joining the joint *A* of the connecting rod 3 (fig. 12 a) to link 6 through the inside of the circuit (1, 2, 4, 6) of clasa $\Phi_{Zg} = IV$ results a *triad* (fig. 12 b) as the whole ensemble of links (1, 2, 3, 4, 6) is rigid

Respecting the rules of the theorems 1, 2 and 3 one has obtained : *the groups of class* IV/3 (3a) *with* $Z_g = 2$ *both with* $\Phi_{Z_g} = IV$.

Thus :

— out of group $2a_1$ .... groups $3a_{1,\ 6,\ 8}$ (table 3)
— out of group $2a_2$ .... group $3a_5$ (table 3)
— out of group $2a_3$ .... groups $3a_{11,\ 12}$ (table 3)
— out of group $2a_4$ .... groups $3a_{2,\ 4}$ (table 3)
— out of group $2a_5$ (or $2a_8$) .... groups $3a_{7,\ 13\ 14}$ (table 3)
— out of group $2a_6$ .... groups $3a_3$ (table 3)
— out of group $2a_7$ .... group $3a_9$ (table 3)
— out of group $2a_8$ (or $2c_2$) .... groups $3a_{10}$ (table 3)

The groups $3a_{15,\ 16}$ were obtained out of $3a_{14}$ by the permutation of the free connecting rod.

The groups of class V/3 (3*b*) *with* $Z_g = 2$ *of class* $\Phi_{Z_g} = IV$, *respectively* V were obtained by joining one to another the connecting rods of the *pentads*, forming circuits of the class $\Phi_{Z_g} = IV$; of the *hexad* (2c) in such a manner as to form circuits with $\Phi_{Z_g} = V$ or of the *heptads* (2*d*) to form circuits with $\Phi_{Z_g} = IV$ or V.

Thus :

— out of group $2b_1$ resulted the groups $3b_{1\ldots 4,\ 7,\ 8,\ 10,\ 12,\ 13,\ 14,\ 32}$.
— out of group $2a_1$ resulted the groups $3b_{2,\ >29}$
— out of group $2a_2$ resulted the groups $3b_{4,\ 12,\ 13,\ 14,\ 17}$
— out of group $2a_3$ resulted the groups $3b_{8,\ 10}$

(resulted also out at $2b_1$)

— out of group $2a_4$ resulted the groups $3b_{3,\ 22}$
— out of group $2a_5$ resulted the groups $3b_{15,\ 25}$ ($3b_{15}$ also out of $2b_2$)
— out of group $2a_7$ resulted the groups $3b_9$ (also out of $2b_4$)
— out of group $2a_8$ resulted the groups $3b_{11}$ (also out of $2b_5$)
— out of group $2b_2$ resulted the groups $3b_{5,\ 6,\ 15\ldots 19}$
— out of group $2b_3$ resulted the groups $3b_{25,\ 30,\ 31}$ ($3b_{25}$ also out of $2d_1$)
— out of group $2b_4$ resulted the groups $3b_{9,\ 22,\ 26}$ ($3b_9$ also out of $2a_7$) $3b_{11,\ 20,\ 23,\ 24,\ 27}$
— out of group $2b_5$ resulted the groups ($3b_{27}$ also out of $2d_1$)

The group $3\ b_{28}$ appears out of $2\ b_5$ by moving the connecting rod joined to the link of rank $j=3$, to the other two external joints of the connecting rods.

Thus the connecing rod becomes the rank $j=3$.

The groups of class VIa/3 (3c *with* $Z_g=2$ *of class* $\Phi_{Z_g}=$ IV *respectively* VI were obtained out of those of class $\Phi_{Z_g}=$ VI/4 (2c) with $Z_g=1$, by joining the external joints to the other links, in such a manner to form two circuits, of which one with $\Phi_{Z_g}=$ VI and the other with $\Phi_{Z_g}=$ VI.

Thus :
— out of the group $2c_1$ resulted the groups $3c_{9,\ 10,\ 34}$
— out of the group $2c_2$ resulted the groups $3c_{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 11;\ 12}$ ($3c_2$ also out of $2a_4$)
— out of the group $2c_3$ resulted the groups $3c_7$ (also out of $2a_4$)
— out of the group $2c_4$ resulted the groups $3c_{5,\ 6,\ 13}$ ($3c_6$ also out of $2a_4$)
— out of the group $2c_5$ resulted the groups $3c_8$

— *The groups of class* VII/3 (3d) *with* $Z_g=2$ *of class* $\Phi_{Z_g}=$ IV *respectively* VII were obtained out of the group $\Phi_{Z_g}=$ VI/4 (2d) with $Z_g=1$ by joining the external (free) joints to the links which from a circuit with $\Phi_{Z_g}=$ IV.

Thus out of 2d resulted the groups $3d_{1,\ 2}$.

— *The groups of class* V/3 (3e) *with* $Z_g=2$ *both with* $\Phi_{Z_g}=$ V were obtained out of those with $\Phi_{Z_g}=$ VI/4 with $Z_g=1$ (2c) by joining the add links with a connecting rod or out of the assurical group with $\Phi_{Z_g}=$ VIII/4 by joining the opposite links :

Thus :

— out of group $2c_1$ resulted the groups $3e_{2,11}$ (also out of $2b_2$ respectively $2b_3$)
— out of group $2c_2$ resulted the groups $3e_{1,5}$ (also out of $2b_2$ respectively $2b_3$)
— out of group $2c_3$ resulted the groups $3e_4$
— out of group $2c_4$ resulted the groups $3e_{3,8}$ ($3e_3$ also out of $2b_4$)
— out of group $2e_1$ resulted the groups $3e_6$
— out of group $2b_1$ resulted the groups $3e_{9,10}$

The group $3e_7$ was obtained out of $3e_6$ by the permutation of the free (external) joints.

— *The groups of class* VI/3 ($3f$) *with* $Z_g = 2$ *of class* Φ_{Z_g} = V *respectively* VI were obtained out of the group of class Φ_{Z_g} = VII/4 with $Z_g = 1$ by joining the opposite links with the free connecting rod.

Thus :

— out of the group $2d$ resulted the assurical groups $3f_{1,2,3}$ ($3f_1$ resulted also out of $2e_5$ by joining reciprocaliiy the free connecting rods).

§ 4.1.3. *The assurical groups with* $n' = 8$; $c'_5 = 12$; *and* $Z_g = 3$.

These groups are obtained out of those with $Z_g = 2$ by the same operations and respectively by applying the rules of the theorems 1, 2 and 3.

The 72 assurical groups are given again in table 4 as follows :

— 5 assurical groups with $Z_g = 3$ each with Φ_{Z_g} = IV (IV + IV+IV) ($4a$) ;
— 17 assurical groups with $Z_g = 3$ of which two with Φ_{Z_g} = IV and one with Φ_{Z_g} = V (IV + IV +IV) ($4b$);
— 19 assurical groups with $Z_g = 3$ of which one with Φ_{Z_g} = IV and two with Φ_{Z_g} = V (IV + V + V) ($4d$) ;
— 3 assurical groups with $Z_g = 3$ each with Φ_{Z_g} = V (V + V + V) ($4f$) ;
— 14 assurical groups with $Z_g = 3$ of which two with Φ_{Z_g} = IV and one with Φ_{Z_g} = VI (IV + IV + VI) ($4c$) ;
— 13 assurical groups with $Z_g = 3$ of wich one with Φ_{Z_g} = IV, V, VI (IV + V + VI) ($4e$) ;
— 1 assurical group with $Z_g = 3$ of which two with Φ_{Z_g} = IV and one with Φ_{Z_g} = VII (IV + IV + VII) ($4g$).

Their practical importance is small, as all the mechanisms which result by joining them to the frame (fixed link) and the input link are found again among the mechanisms formed out of the assurical groups with $Z_g = 3$.

§ 5. Conclusions.

Above one has presented the methods of forming the planar linkage assurical groups. The number Z_g of closed deformable contours (loops) (deformable circuits), determining $Z_{g\,max}$ function of n' of the groups; the rank j of the component links, precising the rank j_{max} which a link can have from the structure of a group with n' given links and at last by joining the external (free) joints to the differnt links of the group, till one reaches the number $Z_{g\,max}$ of contours (loops) and $c'_{5e\,min} = 2$.

Our opinion is that the study of the assurical groups with $n' = 2$; $n' = 4$ and $n' = 6$ has a special importance.

With their help one can form first of all the chains and the planar linkages mechanisms with $e = 4$; $e = 6$ and $e = 8$ links with $M_3 = 1$ [1] or those with $e = 5$; $e = 7$ and $e = 9$ links and $M_3 = 2$ [2] using precise criterious of forming.

It is also the assurical group that permits also to precise the most efficient method of kinematical research [8].

Newer papers [13], [14], [15], [16] have studied the analytical kinematics of the assurical groups, so that in the actual stage, the study of the kinematics mechanisms based on the assurical groups doesn't present any difficulty any more.

The importance of the structural synthesis of the mechanisms appears thus obvious.

The forming of the 172 planar assurical groups with $n' = 8$ and $c' = 12$ puts at the disposal of the research follows the means to form also in this manner the characteristical planar linkages mechanisms with $e = 10$ links (mechanisms which does not result by the amplification or the lengthening of a mechanism with assurical group).

The method of their forming will be presented in an ensuenig work.

Chair of Theory of Mechanisms
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucarest

BIBLIOGRAPHY

1. *Manolescu I. N.:* O metodă unitară de alcătuire a lanțurilor cinematice și a mecanismelor plane articulate de diferite grade de libertate și mobilitate. Stud. și Cerc. de Mec. Aplic. nr. 6, Tom 17, 1964, pag. 1465—1512 (Revue Roum. des Sci. Techn. série de Mec. Appliquée No. 4, Tome 9, 1964, pages 1263...1313).

2. *Manolescu I. N.:* Sistematizarea și clasificarea mecanismelor plane articulate cu două grade de mobilitate „total" (M_3=2) și „parțial" (M =2). Stud. și Cerc. de Mec. Aplic. nr. 5 Tom. 18, 1965, pag. 933...976 (Revue Roum. des Sci. Techn. série de Mec. Appliquée, No. 5, Tom. 10) (1965).

3. *Hain Kurt, Zielstorff A. W.:* Systematik der zwangläufigen, achtgliedrigen Getriebe. Maschinenmarkt 8700 Würzburg Nr. 37. 8 mai 1964 S. 14...20.

4. *Hain Kurt:* Die zwangläufigen achtgliedrigen Getriebe mit Einfach — und Mehrfachgelenken. Maschinenmarkt Würzburg 70 Jg (1964) Nr. 64 S. 12...18.

5. *Crossley F.R.E.:* A Contribution to Grübler's Theory in the Number Synthesis of Plane Mechanisms. Journal of Engineering for Industry February 1964. Transactions of the ASME Series B p. 1...8.

6. *Crossley F.R.E.:* "The Permutations of Eight Members or less from the graph-Theoretic Viewpoint" Developements in Theoretical and Applied Mechanics Vol. 2. Pergamon Press, Oxford 1965 pp. 477...486.

7. *Manolescu I. N.:* Asupra mecanismelor formate din lanțuri cinematice de diferite familii. Stud. și Cerc. de Mec. Aplic. Nr. 3. Anul XII/1961, pag. 589...615 (Revue de Méc. Appliquée Tom VII, No. 2/1962, p. 335...361 în limba rusă).

8. *Manolescu I. N, Erceanu I., Antonescu P.:* Domeniul de aplicabilitate a metodelor de cercetare cinematică a mecanismelor plane articulate. Stud. și Cerc. de Mec. Aplic. Nr. 6. Anul XIII/1962, pag. 1983...1539 (Revue de Mec. App. Tome VIII Nr. 5/1963, p. 817...858; Rev. Roum. de Sci. Teh. Série de Méc. App. Tome 9, Nr. 2/1964 pag. 341...363 din limba germană).

9. *Dobrovolski V. V., Artobolevski I. I.:* Struktura i klassificația mehanizmov, An. S.S.R. 1939.

10. *Artobolevski I. I.:* Teoria mecanismelor și a mașinilor. Editura Tehnică 1955, pag. 100... 119 (trad. din limba rusă).

11. *Kojevnikov S. N.:* Teoria mehanizmov i mașîn Mașghiz-Kiev 1954, pag. 35...44.

12. *Tainov A. I.:* Osnovî teorii strukturî mehanizmov Minsk — 1958.

13. *Bogdan C. Radu, Pelecudi Cr.:* Contribuții la cinematica diadei Cebîșev. Stud. și Cerc. de Mec. Aplic. Tom X Nr. 4 (Revue de méc. appl. Acad. R.S.R. Tom V, nr. 2/1960.

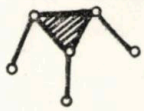
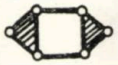
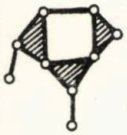
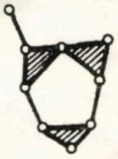
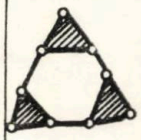
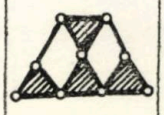
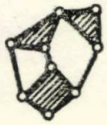
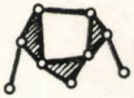
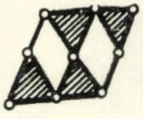
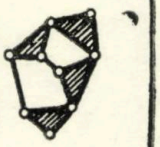
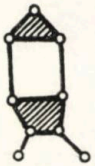
14. *Bogdan C. R.:* Utilizarea analizei armonice în studiul grupelor assurice plane de aspectele II și III. Stud. și Cerc. de Mec. Aplic. XIV, nr. 2/1963.

15. *Bogdan C.R.:* Considerații analitice asupra grupelor cinematice cu două elemente. Stud. și Cerc. de Mec. Aplic. XV nr. 1/1964.

16. *Pelecudi Cr., Hunker V. T.:* Studiul analitic al grupelor assurice. Stud. și Cerc. de Mec. Aplic. XVI nr. 3/1964.

Table 1

The assurical groups for $k = 2,3,4$ ($n' = 2,4,6$) function of the number z_g of deformable circuit loops of class ϕ_{z_g} and order c'_{5e}

Number of line	k	n'	$z_g = 0$			$z_g = 1$				$z_g = 2$		
			c'_{5e}	Class ϕ_{z_g}		c'_{5e}	Class ϕ_{z_g}			c'_{5e}	Class ϕ_{z_g}	
				II	III		IV	V	VI		IV^2	V, IV
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	2	2	2									
2	3	4	3			2						
3	4	6	4			3				2		
4												
5												
Name of group				dyad /2	triad /3 double triad /4		tetrad /2 tetrad '3	pentad /3	hexad /3		double tetrad /2	pentad /2

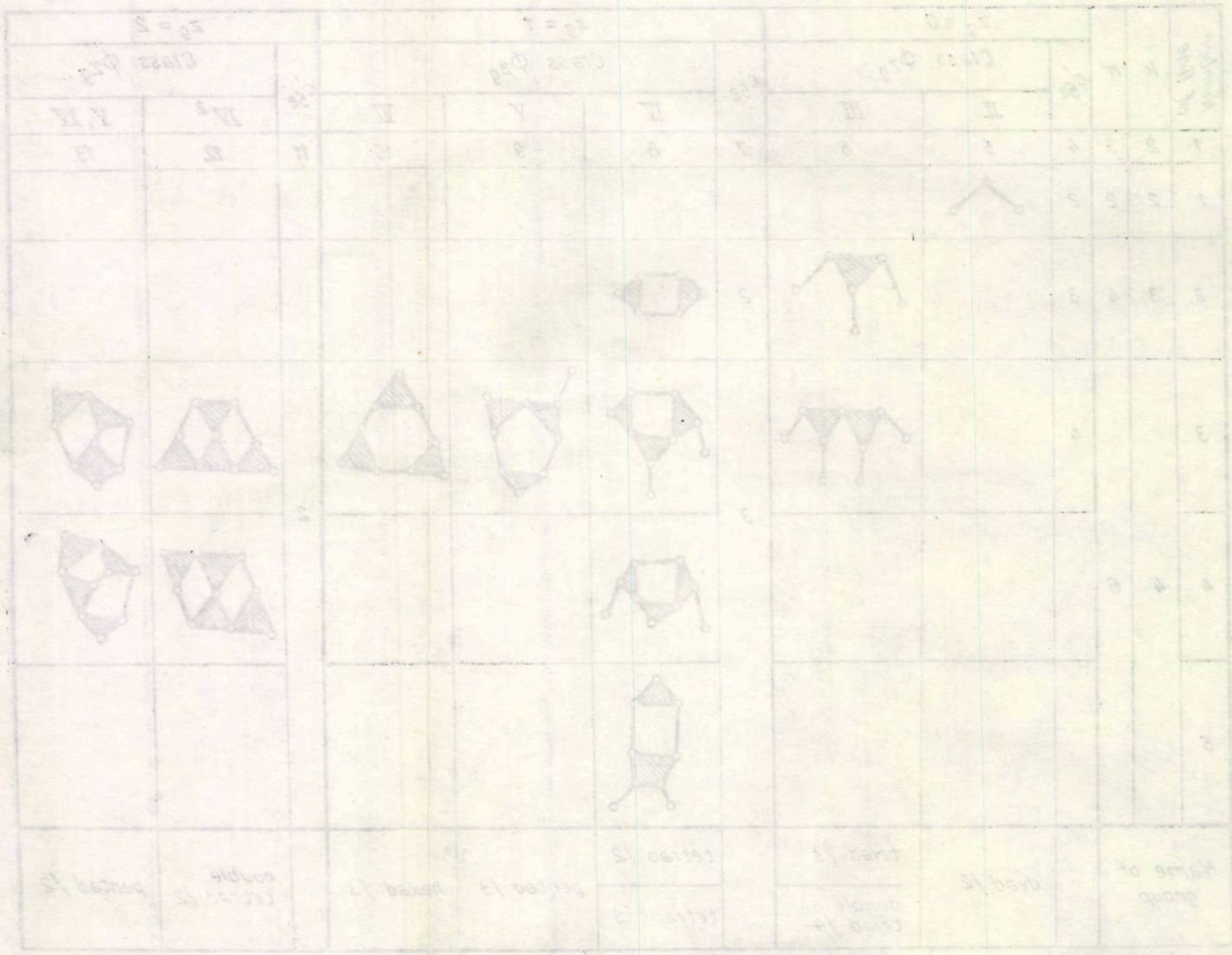
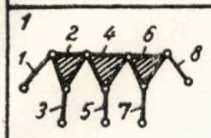
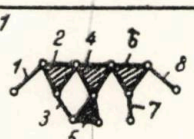
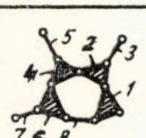
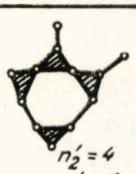
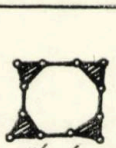
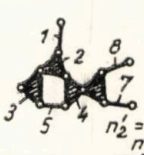
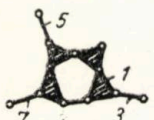
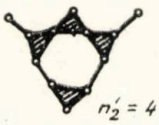
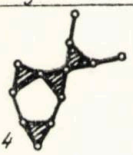
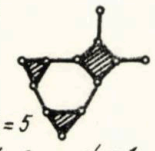
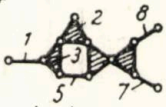
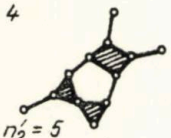
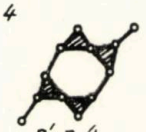
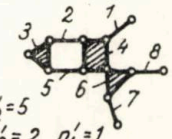
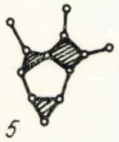
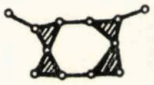
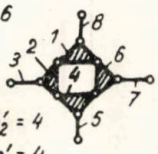
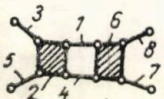
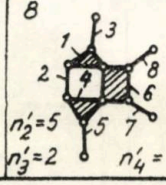


Table 2

The assurical groups with $n' = 8$, $c_5' = 12$ with $z_g = 0$ and $z_g = 1$.

(1) $z_g = 0$	(2) $z_g = 1$				
Triad (III) ⊗	(a) Tetrad (IV)	(b) Pentad (V)	(c) Hexad (VI)	(d) Heptad (VII)	(e) Octad (VIII)
1  $n_2' = 5$ $n_3' = 3$	1  $n_2' = 4$ $n_3' = 4$	1  $n_2' = 4$ $n_3' = 4$	1  $n_2' = 4$ $n_3' = 4$	1 $n_2' = 4$ $n_3' = 4$	 $n_2' = 4$ $n_3' = 4$
	2  $n_2' = 4$ $n_3' = 4$	2  $n_2' = 4$ $n_3' = 4$	2  $n_2' = 4$ $n_3' = 4$		
	3 $n_2' = 5$ $n_3' = 2$ $n_4' = 1$	3  $n_2' = 4$ $n_3' = 4$	3  $n_2' = 5$ $n_3' = 2$ $n_4' = 1$		
	4  $n_2' = 4$ $n_3' = 4$	4  $n_2' = 5$ $n_3' = 2$ $n_4' = 1$	4  $n_2' = 4$ $n_3' = 4$		
	5  $n_2' = 5$ $n_3' = 2$ $n_4' = 1$	5  $n_2' = 5$ $n_3' = 2$ $n_4' = 1$	5  $n_2' = 4$ $n_3' = 4$		
	6  $n_2' = 4$ $n_3' = 4$				
	7  $n_2' = 6$ $n_4' = 2$				
	8  $n_2' = 5$ $n_3' = 2$ $n_4' = 1$				

Between brackets is the class Φ_{z_g} of the assurical groups

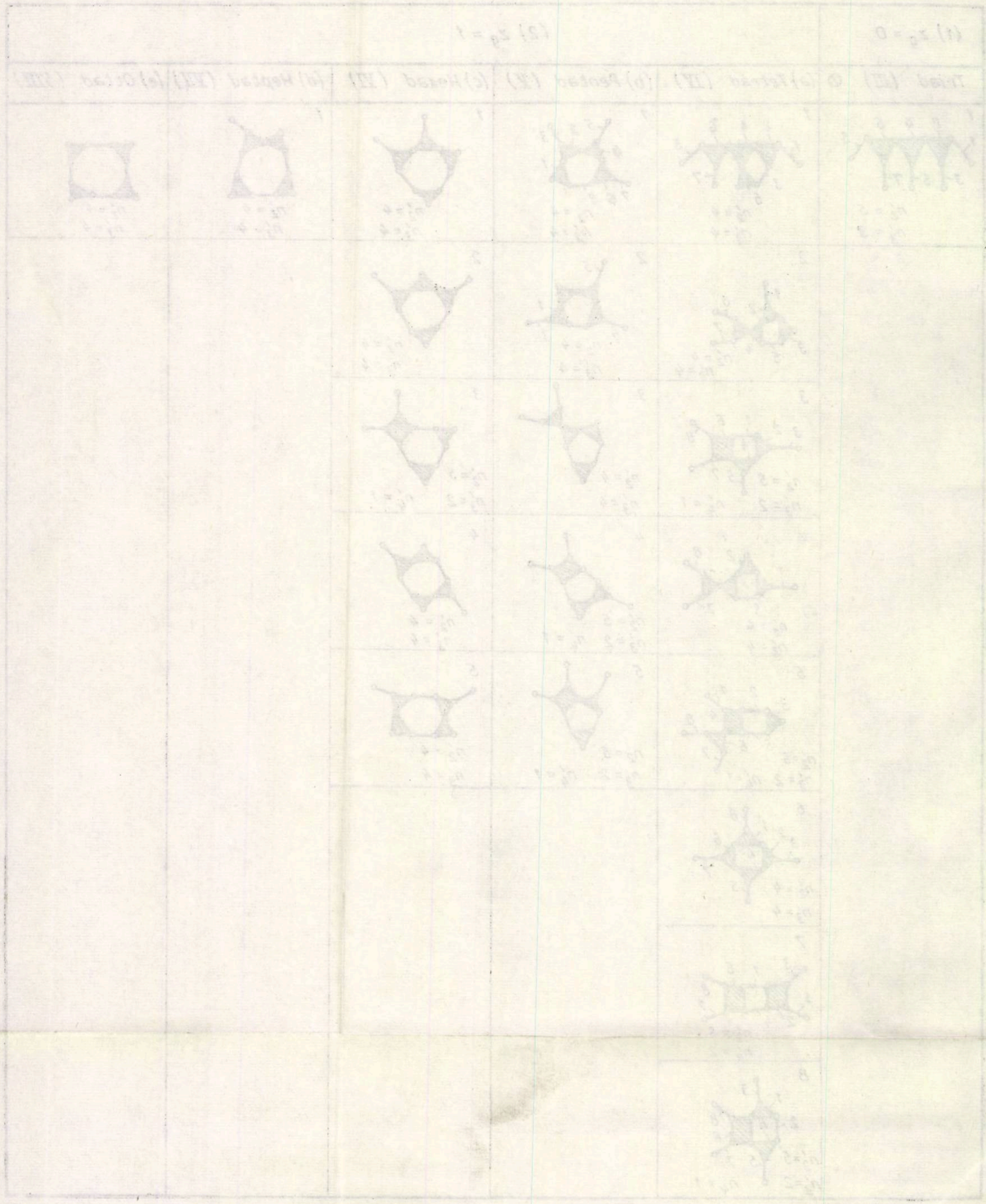


Table 3

The assurical groups with $n' = 8$; $c_5' = 12$ with $z_g = 2$.

(3) Double tetrad	(3) Pentad						(3) Hexad			(3) Heptad
(a) $(IV+IV) = (\phi z_g)$	(b) $(IV+V) = (\phi z_g)$				(e) $(V+V) = (\phi z_g)$		(c) $(IV+VI) = (\phi z_g)$		(f) $(V+VI) = (\phi z_g)$	(d) $(IV+VII) = (\phi z_g)$
1 $n_2'=3\ n_3'=5$	9 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$	1 $n_2'=3\ n_3'=5$	9 $n_2'=5\ n_3'=1\ n_4'=2$	17 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$	25 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$	1 $n_2'=3\ n_3'=5$	9 $n_2'=3\ n_3'=5$	1 $n_2'=3\ n_3'=5$	9 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$	1 $n_2'=3\ n_3'=5$	1 $n_2'=3\ n_3'=5$
2 $n_2'=3\ n_3'=5$	10 — " —	2 — " —	10 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$	18 — " —	26 $n_2'=5\ n_3'=2\ n_5'=1$	2 — " —	10 — " —	2 — " —	2 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$	2 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$	
3 $n_2'=3\ n_3'=5$	11 — " —	3 — " —	11 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$	19 — " —	27 $n_2'=5\ n_3'=1\ n_4'=2$	3 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$	11 — " —	3 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$	11 $n_2'=3\ n_3'=5$	3 $n_2'=3\ n_3'=5$	
4 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$	12 — " —	4 — " —	12 — " —	20 — " —	28 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$	4 — " —	12 — " —	4 — " —	12 — " —		
5 — " —	13 — " —	5 — " —	13 $n_2'=3\ n_3'=5$	21 — " —	29 — " —	5 — " —		5 — " —	13 — " —		
6 — " —	14 — " —	6 — " —	14 — " —	22 — " —	30 $n_2'=3\ n_3'=5$	6 — " —		6 $n_2'=3\ n_3'=5$	14 — " —		
7 — " —	15 — " —	7 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$	15 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$	23 $n_2'=5\ n_3'=1\ n_4'=2$	31 — " —	7 $n_2'=3\ n_3'=5$		7 $n_2'=5\ n_3'=1\ n_4'=2$			
8 — " —	16 $n_2'=5\ n_3'=2\ n_5'=1$	8 — " —	16 — " —	24 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$	32 — " —	8 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$		8 $n_2'=4\ n_3'=3\ n_4'=1$			

Table 4

The assurical groups with $n' = 8$; $c'_5 = 12$ with $z_g = 3$

(4) Tetrad	(4) Pentad					(4) Hexad				(4) Heptad
(a) (IV+IV+IV)	(b) (IV+IV+V)		(d) (IV+V+V)			(f) (V+V+V)	(c) (IV+IV+VI)		(e) (IV+V+VI)		(g) (IV+IV+VI)
1	1	10	1	10	19	1	1	10	1	10	1
2	2	11	2	11		2	2	11	2	11	
3	3	12	3	12		3	3	12	3	12	
4	4	13	4	13			4	13	4	13	
5	5	14	5	14			5	14	5		
	6	15	6	15			6		6		
	7	16	7	16			7		7		
	8	17	8	17			8		8		
	9		9	18			9		9		

Table 6

The assurical groups with $n' = 2, 4$ and 6 links function of the rank j of the links the number Z_g of the loops and class $\emptyset z_g$ of the groups.

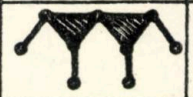
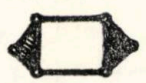
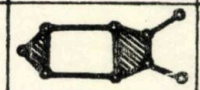
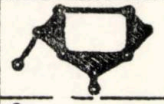
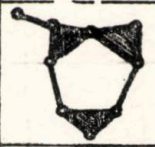
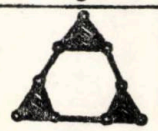
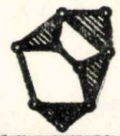
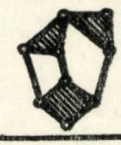
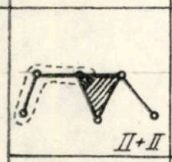
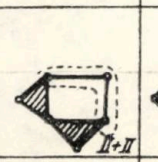
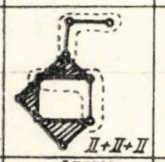
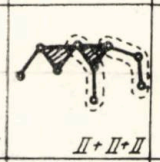
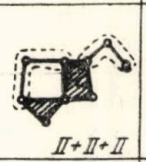
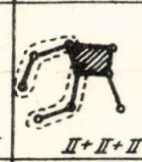
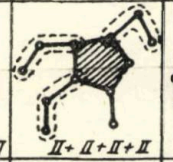
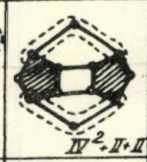
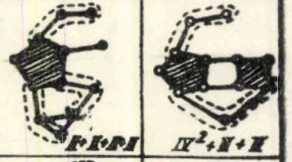
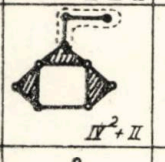
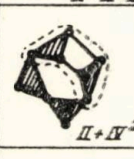
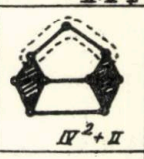
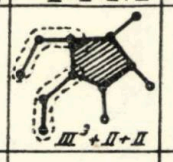
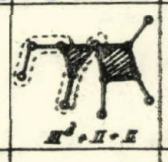
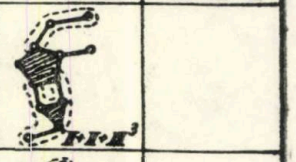
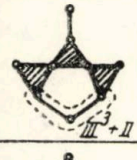
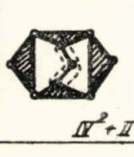
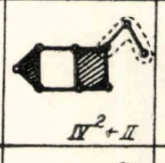
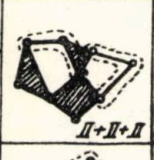
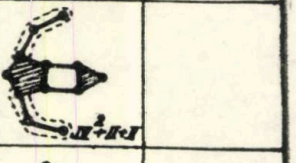
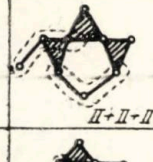
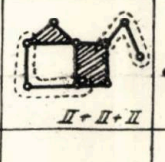
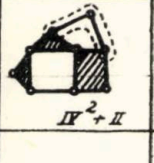
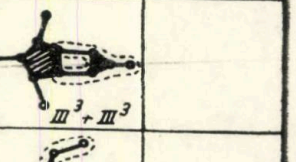
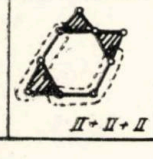
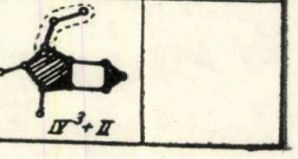
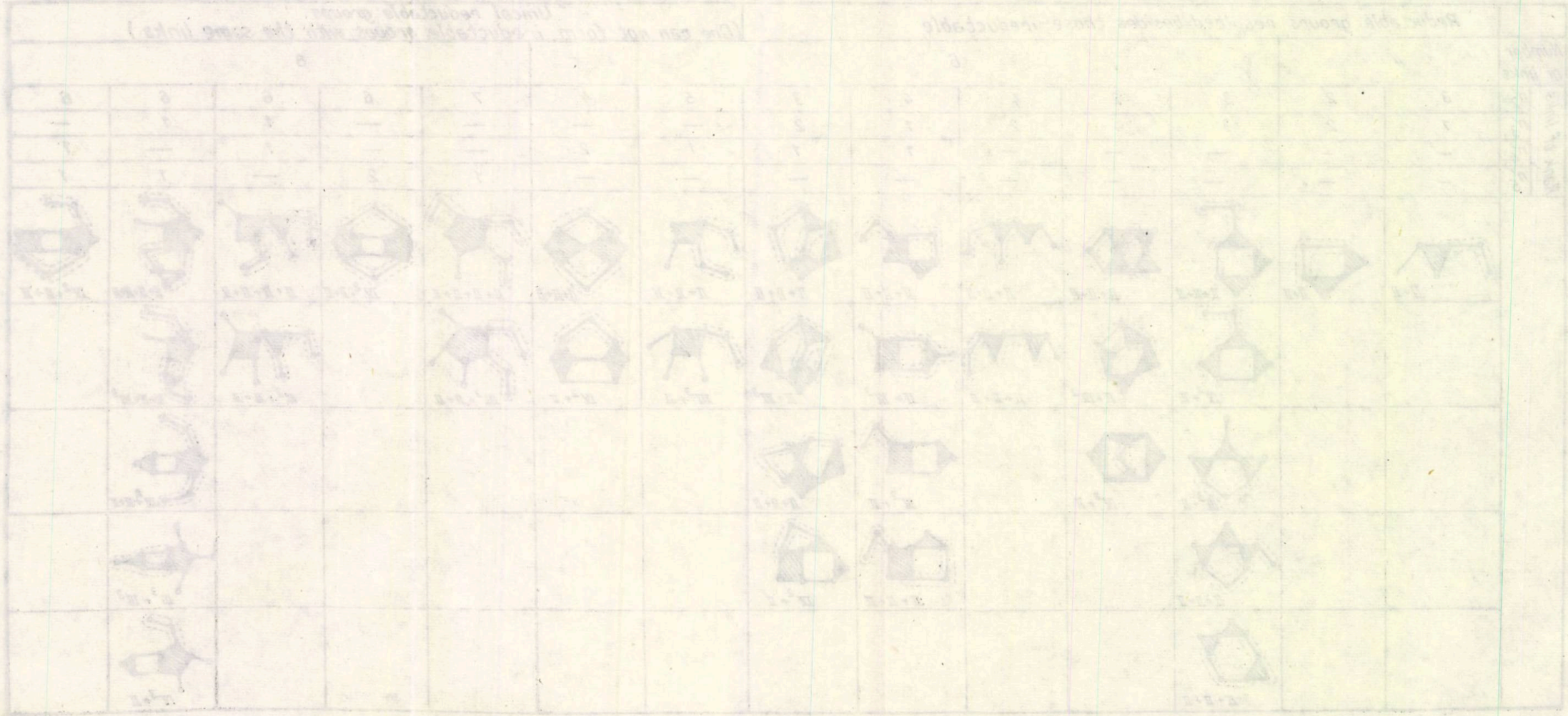
	Number of links n'		2	4		6				
	Maxim. rank (j_{max})		2	3					4	
	Number of loops	Rank of links n'_2	2	3	2	3	2	4	4	3
		n'_3	—	1	2	3	4	2	1	2
		n'_4	—	—	—	—	—	—	1	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0	class $\emptyset z_g$ II								
2		III								
3	1	IV								
4										
5		V								
6		VI								
7	2	IV								
8										
9		V								

Table 7

Groups reductable to others of an inferior class and order function of the rank j of the links.

r	Reductable groups resulted besides those ireductable							Unical reductable groups (One can not form ireductable groups with the same links)						
Number of links	4		6							8				
Rank of links n'_2	3	2	3	2	4	4	3	5	4	7	6	6	6	6
n'_3	1	2	3	4	2	1	2	—	—	—	—	1	1	—
n'_4	—	—	—	—	—	1	1	1	2	—	—	1	—	1
n'_5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	2	—	1	1
														
														
														
														
														



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 3

ORGANE DE MAȘINI

C.Z. 621.833

CALCULUL COEFICIENTULUI DINAMIC LA ROȚILE DINȚATE CILINDRICE CU DINȚI DREPȚI

TEODOR MLADINESCU

Coeficientul dinamic definit ca raportul : $\frac{P_{st}+P_{din}}{P_{st}}$ dintre forța totală pe dinte ($P_{st}+P_{din}$) și forța statică de transmis, P_{st}, calculat prin formule, sau luat din tabele, prezintă o mare dispersie de la un cercetător la altul, cu atît mai mult cu cît are adesea la bază experiențe efectuate în condiții diferite.

1.1. Figurile de mai jos oglindesc această dispersie.

În fig. 1 se prezintă din lucrarea [4] curbele de variație a coeficientului dinamic în funcție de turație pentru un angrenaj din oțel cu $z_1 = z_2 = 30$;

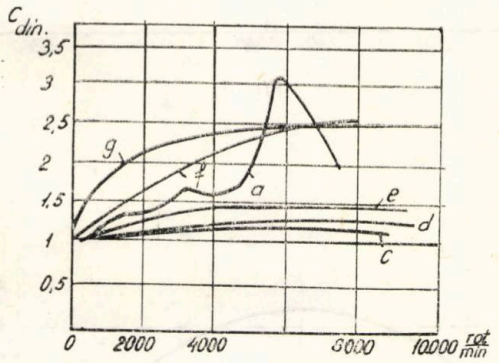


Fig. 1

$\alpha = 20°$, $m = 10$ mm, eroarea de pas $\Delta_0 = 0{,}0005$ cm. Curbele *g*, *f* sînt obținute cu formulele lui E. Buckingham [6, 7] ; curbele *d*, *e*, după G. Niemann [14] ; curbele *c*, după A. W. Tuplin [19] iar curba *a* după G. Bollinger și M. Bosch [4]

Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 28—30 mai 1965.

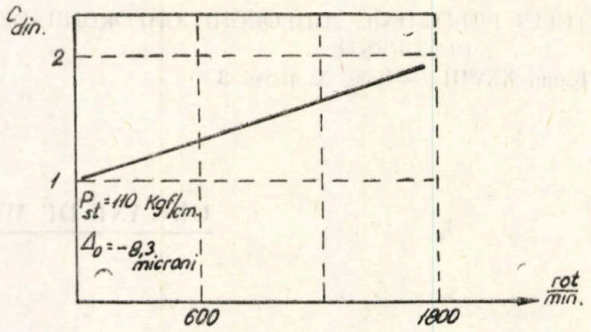


Fig. 2

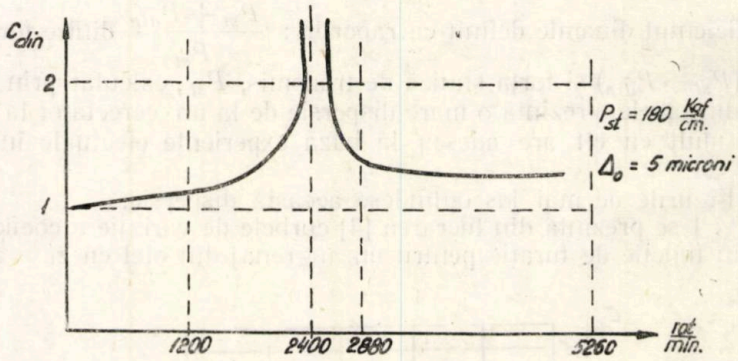


Fig. 3

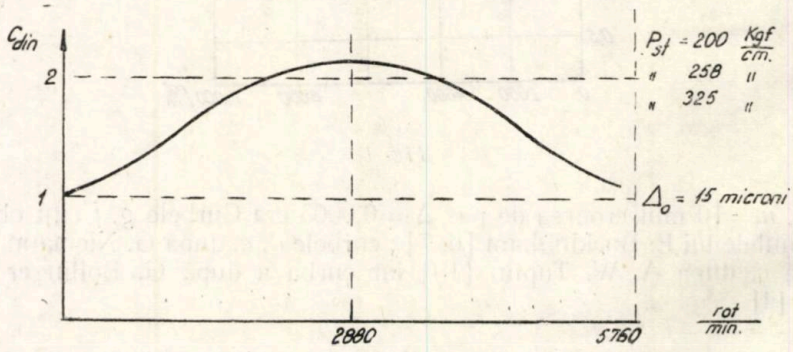


Fig. 4

În figurile 2, 3, 4, curbele obținute de A. I. Petruşevici [16, 17] pentru variația sarcinii dinamice în funcție de viteze periferice la angrenaje din oțel cu $z_1 = z_2 = 32$; $\alpha = 20°$; $m = 5$ mm, au fost transformate în curbe de variație a coeficientului dinamic, în funcție de viteze de rotație.

Firma Bristol-Siddeley-Engines a găsit experimental [5] curbe de forma din Fig. 5, pe baza cărora s-a întocmit tabela 1.

Tabela 1

Valorile coeficientului dinamic.

Eroarea de pas mm	Mărimea flancării mm	C_{din}	
		$P_{st} = 230$kgf/cm	$P_{st} = 890$kgf/cm
—	0,0508	2,5	1,25
—	0,0508	2,3	1,15
—	—	2,5	1,4
+ 0,0304	—	3,2	1,35
— 0,0304	—	1,9	1,4

Japonezii Utagava Masahiro și Herado Tatsuo [20] au găsit experimental pentru angrenaje de oțel cu $z_1 = 38$; $z_2 = 78$; $m = 5$ mm, $\alpha = 20°$, curba din fig. 6.

În fig. 7 se redă curba de variație a coeficientului dinamic obținută prin transformarea curbei de variație a sarcinii dinamice construită de I. Zemann în urma studiului său teoretic [23].

După G. Niemann [15] variația coeficientului dinamic se prezintă ca în fig. 8.

Aceeași dispersie rezultă și din aplicarea formulelor de calcul a coeficientului dinamic. În afara formulelor care stau la baza construirii curbelor din figurile de mai sus, se redau pentru comparație două formule empirice.

— Una dintre primele formule propuse, menționată în majoritatea manualelor de specialitate :

$$C_{din} = 1 + \frac{v}{k} \tag{1}$$

în care, v este viteza periferică în $\frac{m}{s}$

k, un factor cu valori 3 .... 14, în funcție de natura materialului și precizia de execuție.

— Una dintre cele mai recente formule, dată în lucrarea (22)

$$C_{din} = \frac{5{,}518 + \sqrt{v}}{5{,}518}, \text{ cînd } v \leqslant 25 \text{ m/s} \tag{2}$$

$$C_{din} = \sqrt{\frac{5{,}518 + \sqrt{v}}{5{,}518}}, \text{ pentru } v > 25 \text{ m/s}.$$

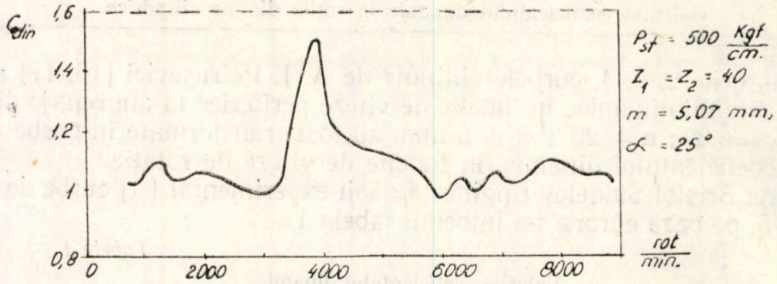


Fig. 5

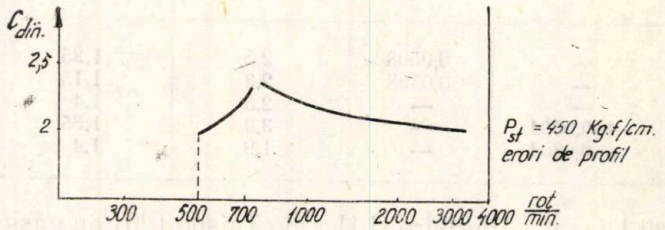


Fig. 6

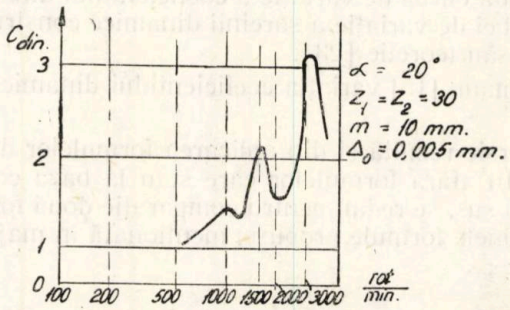


Fig. 7

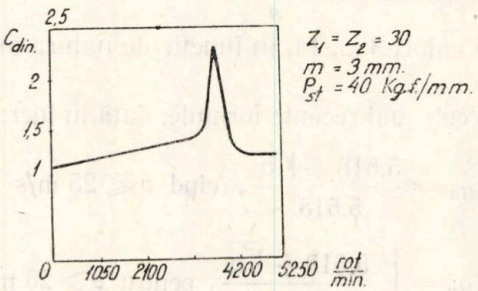
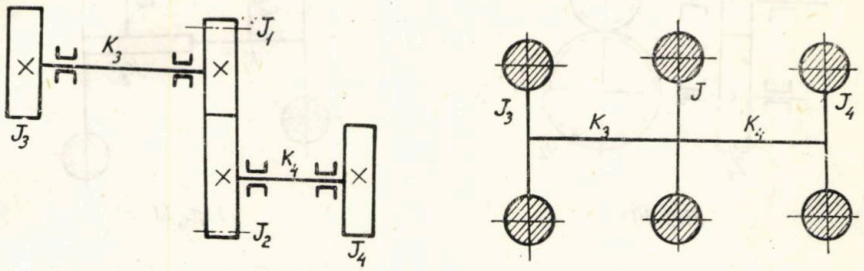


Fig. 8

2. În lucrarea de față, se prezintă o metodă analitică de calcul a coeficientului dinamic în cazul roților dințate cilindrice cu dinți drepți fundamentată pe studiul vibrațiilor acestor roți, cu luarea în considerare a forței normale pe dinți, variabilă în timp și a forței de amortizare datorată prezenței peliculei de lubrefiant dintre flancuri.

2.1. Sistemul oscilant, în mod obișnuit este compus din două roți dințate avînd momentele de inerție J_1 și J_2, (fig. 9 a), montate pe arbori cu rigiditatea



a) b)

Fig. 9

la torsiune K_3 și K_4. Pe aceiași arbori sînt montate direct sau prin cuplaje masele conexe cu momentele de inerție J_3 și J_4.

Sistemul dinamic echivalent, reprezentat în fig. 9 b, se obține prin egalarea energiilor cinetice ale angrenajului real cu a echivalentului său de moment redus J. Astfel :

$$\frac{J\omega_1^2}{2} = \frac{J_1\omega_1^2}{2} + \frac{J_2\omega_2^2}{2} \tag{3}$$

de unde :

$$J = J_1 + i_{2,1}\, J_2 \tag{3 bis}$$

în care, $i_{2,1}$, este raportul de angrenare.

Experimental [17] s-a dovedit, că rigiditatea danturii este cu mult mai mare decît rigiditatea arborilor : la rigiditatea unei perechi de dinți angrenați egală cu 17,8 $\frac{\text{kgf}}{\text{cm}\,\mu\,\text{m}}$, s-a găsit rigiditatea arborilor de 0,5 .. 2 kgf/cm μm. (Prin rigiditatea arborilor se înțelege aici forța care aplicată pe un cm din lățimea roții răsucește arborele cu un micron măsurat pe coarda arcului de rotire a cercului de bază al roții dințate).

De aceea rigiditatea dinților angrenați nu se ia în considerare în schema sistemului dinamic. Pentru exemplificare, se înlocuiesc în expresia rigidității sistemului K :

$$\frac{1}{K'} = \frac{1}{K_3} + \frac{1}{K_4} + \frac{1}{K} \tag{4}$$

valorile : $K_3 = K_4 = 1$ Kgf/cm μ m ; $K = 17{,}8$ Kgf/cm μ m.

Se obține :

$K' = 0{,}50$ Kgf/cm μm, cînd se neglijează K

$K' = 0{,}487$ Kgf/cm μm, cînd K se ia în considerație, adică o diferență de 0,013 Kgf/cm μm, respectiv 2,6%, în sensul micșorării rigidității sistemului.

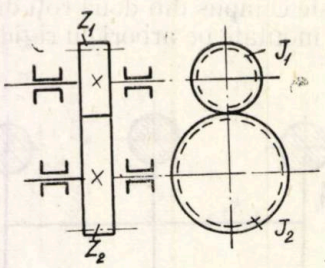


Fig. 10

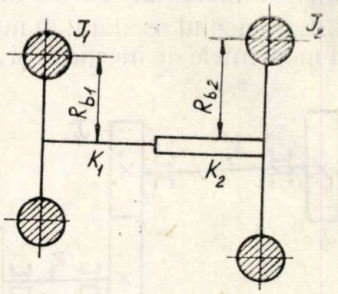


Fig. 11

Pe de altă parte, rigiditatea mică a arborilor face ca efectul vibrațiilor maselor conexe asupra angrenării și forțelor dinamice care apar în ea, să fie neglijabil. Fenomenul a fost justificat teoretic cît și experimental [1, 8, 11, 14, 17, 20].

Această simplificare, permite să se considere procesul vibratoriu care are loc în angrenare ca fenomen independent și să se studieze ca atare, fapt de asemenea confirmat experimental [8].

Astfel, angrenajul format din două roți dințate aflate în angrenare printr-o pereche de dinți cu rigiditățile unghiulare K_1 și K_2 (fig. 10), poate fi reprezentat pentru calculul la vibrații de răsucire prin două mase cu momentele de inerție J_1 și J_2, legate elastic între ele prin dinții de rigidități K_1, K_2. (Fig. 11).

Pulsațiile vibrațiilor proprii a unui astfel de sistem se calculează cu formula cunoscută :

$$p = \omega_p = \sqrt{\frac{K}{J}} \tag{5}$$

în care :

$$K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} \; ; \; J = \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2}.$$

Deoarece la dinții roților dințate sînt cunoscute experimental rigiditățile lineare c, se trece de la mărimile K și J ale sistemului de vibrații de torsiune, la mărimile m_1, m_2 și c_1, c_2 care corespund unui sistem cu vibrații de translație (lineare) (Fig. 12).

Masele m_1 și m_2, reprezintă masele celor două roți pe lățimea de 1 cm a danturii acestora, concentrate pe cercurile de bază ; c_1 respectiv c_2, rigiditățile lineare (reprezentate prin arcuri), corespunzătoare unui cm din lungimea dinților.

Notînd cu l_1, respectiv l_2 distanțele pînă la nodul vibrației, se poate scrie :

$$l_1 = \frac{m_2 l_2}{m_1} \text{ și } l_2 = \frac{m_1 l_1}{m_2} \tag{6}$$

apoi, cum : $l_1 + l_2 = l$

rezultă :

$$l_1 = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2} \text{ și } l_2 = \frac{m_1 l}{m_1 + m_2}. \tag{6 bis}$$

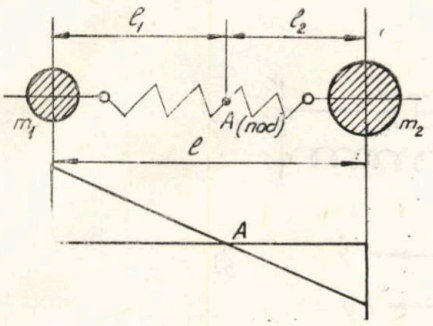


Fig. 12

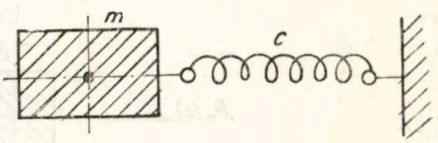


Fig. 13

În continuare, se înlocuiește sistemul format din două mase și două arcuri, printr-un sistem cu o singură masă m și un singur arc de rigiditate c (Fig. 13), adică cu un grad de libertate.

În acest sistem dinamic echivalent, expresiile masei unice și a rigidității unice sînt :

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \text{ și } c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}. \tag{7}$$

Pulsația vibrațiilor proprii va fi :

$$p = \omega_p = \sqrt{\frac{c_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{c}{m}}. \tag{8}$$

Asupra masei m, se aplică forța normală pe dinți $P_n\ (t)$ corespunzătoare unui centimetru din lungimea de contact a dinților, în direcția liniei de angrenare.

Fiind o forță variabilă în timp, cu perioada egală cu aceea a angrenării, forța $P_n\,(t)$ este pentru sistem forța perturbătoare.

În același timp, acționează asupra sistemului forța de amortizare datorită prezenței peliculei de lubrefiant dintre flancurile dinților în contact (Fig. 14).

2.2. Ecuația mișcării vibratorii.

Variația în timp a forței $P_n\,(t)$ este de forma reprezentată în Fig. 15 [3, 4, 13, 14, 21].

Se observă că primul contact al dinților perechii considerate care are loc în punctul S_1, este însoțit de un șoc care generează vibrațiile proprii ale roților dințate. În acest moment, asupra acestei perechi de dinți, acționează numai o fracțiune $K < 1$ din forța periferică de transmis P_n.

Din acest moment, sarcina pe perechea de dinți considerată, crește încet linear după ecuația :

$$P_n(t) = KP_n + \frac{P_n(t_1) - KP_n}{t_1} t = KP_n + \frac{(1-2K)P_n}{t_1} t \qquad (9)$$

în care prin t_1, s-a notat timpul $T_{S_1E_1}$.

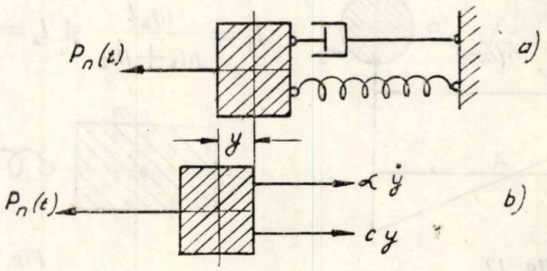


Fig. 14

În punctul E_1 are loc o creștere bruscă a sarcinii care se menține constantă pînă în punctul E_2, cînd o nouă pereche de dinți intră în angrenare. ($P_n(t) = P_n = \text{const.}$, pentru $t_1 < t < T_z$).

Se constată astfel, că vibrațiile proprii amorsate în punctul S_1 sînt întreținute în continuare de forța perturbatoare $P_n(t)$ variabilă în timp.

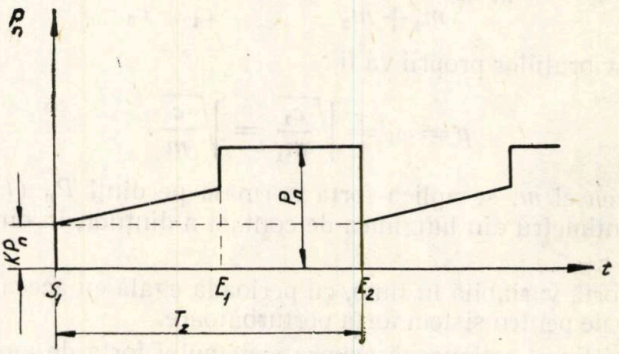


Fig. 15

Experimental (14) s-a găsit în adevăr că procesul deformațiilor dinților, se fixează pe oscilograme ca vibrații forțate amortizate, excitate de șocul dinților la intrarea lor în angrenare, cu frecvența acesteia.

Admit și ipoteza considerată în lucrările [1, 4, 5, 14, 17, 23] ca procesul vibratoriu al perechii de dinți precedente aflată în angrenare, nu influențează vibrația perechii considerate.

Ținînd seama și de forța de amortizare proporțională cu viteza, deoarece forța rezistentă a peliculei de lubrefiant este de această natură, iar factorul

de amortizare este determinat experimental în această ipoteză, ecuația mișcării vibratorii a masei m (fig. 14) este de forma :

$$m\frac{d^2y}{dt^2}+\alpha\frac{dy}{dt}+cy=P_n(t) \tag{10}$$

sau :

$$\frac{d^2y}{dt^2}+2n\frac{dy}{dt}+p^2y=\frac{P_n(t)}{m} \tag{10 bis}$$

în care, s-a notat :

$$\frac{\alpha}{m}=2n \text{ și } \frac{c}{m}=p^2.$$

La aceeași ecuație se ajunge aplicînd ecuațiile lui Lagrange de ordinul 2 sistemului vibrator format din roțile dințate cu momentele de inerție J_1 și J_2, legate elastic prin perechea de dinți considerată.

Dinții de rigidități lineare c_1 și c_2, fiind legați în serie, dau pentru perechea de dinți angrenați, rigiditatea c :

$$c=\frac{c_1c_2}{c_1+c_2}.$$

Se constată apoi [1] că de la poziția care corespunde începerii angrenării perechii de dinți nedeformați în S_1, roțile rotindu-se cu unghiurile mici φ_1 și φ_2, deformația corespunzătoare a dinților pe linia de angrenare este :

$$y=R_{b_1}\varphi_1-R_{b_2}\varphi_2 \tag{11}$$

R_{b_1} și R_{b_2} fiind razele cercurilor de bază ale roților dințate.

Ecuația lui Lagrange de ordinul 2, în cazul mișcării vibratorii forțate a sistemului format de roțile dințate, este :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial\dot{q}_j}\right)-\frac{\partial E_c}{\partial q_j}=Q_{jP}+Q_{jR}+Q_{jF}\ ;\ (j=1,2). \tag{12}$$

Coordonatele generalizate în acest caz sînt unghiurile φ_1 și φ_2, iar „forțele" generalizate Q_{jP}, cu dimensiuni de momente, au semnificațiile :

Q_{jP}, sînt forțele generalizate elastice (de restabilire).

Q_{jR} — „forțele" generalizate, corespunzătoare rezistenței vîscoase a peliculei de lubrefiant.

Q_{jF} — „forțele generalizate, corespunzătoare forței perturbatoare (variabile în timp).

Cu aceste semnificații, ecuațiile Lagrange, devin :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial\dot{\varphi}_j}\right)-\frac{\partial E_c}{\partial\varphi_j}=\frac{-\partial E_p}{\partial\varphi_j}-\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\varphi}_j}+M_{tj}\ ;\ j=1,2 \tag{13}$$

în care, Φ este funcția disipativă a lui Reulleaux.

Energia cinetică a sistemului oscilant este:

$$E_c = \frac{1}{2}(J_1\dot{\varphi}_1^2 + J_2\dot{\varphi}_2^2) = \frac{1}{2}(m_1 R_{b_1}^2\dot{\varphi}_1^2 - m_2 R_{b_2}\dot{\varphi}_2^2). \tag{14}$$

Energia potențială:

$$E_p = \frac{1}{2} c\,(R_{b_1}\varphi_1 - R_{b_2}\varphi_2)^2. \tag{15}$$

Funcția Φ:

$$\Phi = \frac{1}{2}\alpha\,(R_{b_1}\dot{\varphi}_1 - R_{b_2}\dot{\varphi}_2)^2. \tag{16}$$

Momentele de răsucire:

$$M_{t_1} = P_n(t)\,R_{b_1} \quad \text{și} \quad M_{t_2} = P_n(t)\,R_{b_2}. \tag{17}$$

Înlocuind aceste expresii în (13), se obține:

$$m_1 R_{b_1}^2\frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + c\,(R_{b_1}\varphi_1 - R_{b_2}\varphi_2)R_{b_1} + \alpha\left(R_{b_1}\frac{d\varphi_1}{dt} - R_{b_2}\frac{d\varphi_2}{dt}\right)R_{b_1} = P_n(t)\,R_{b_1}$$

$$m_2 R_{b_2}^2\frac{d^2\varphi_2}{dt^2} - c\,(R_{b_1}\varphi_1 - R_{b_2}\varphi_2)R_{b_2} - \alpha\left(R_{b_1}\frac{d\varphi_1}{dt} - R_{b_2}\frac{d\varphi_2}{dt}\right)R_{b_2} = -P_n(t)\,R_{b_2} \tag{18}$$

Împărțind prima ecuație cu $m_1 R_{b_1}$, pe a doua cu $m_2 R_{b_2}$ și scăzînd apoi a doua ecuație din prima, rezultă:

$$R_{b_1}\frac{d^2\varphi_1}{dt^2} - R_{b_2}\frac{d^2\varphi_2}{dt^2} + c\,(R_{b_1}\varphi_1 - R_{b_2}\varphi_2)\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) + \alpha\left(R_{b_1}\frac{d\varphi_1}{dt} - R_{b_2}\frac{d\varphi_2}{dt}\right)\cdot$$

$$\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) = P_n(t)\left[\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right]. \tag{19}$$

Observînd în conformitate cu relația (11) că:

$$R_{b_1}\frac{d^2\varphi_1}{dt^2} - R_{b_2}\frac{d^2\varphi_2}{dt^2} = \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$R_{b_1}\frac{d\varphi_1}{dt} - R_{b_2}\frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{dy}{dt} \tag{20}$$

și introducînd notațiile cunoscute:

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\,; \quad 2n = \frac{\alpha}{m} \quad \text{și} \quad \frac{c}{m} = p^2,$$

se obține ecuația mișcării vibratorii a masei m, de aceeași formă cu (10 bis)

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2n\frac{dy}{dt} + p^2 y = \frac{P_n(t)}{m}. \tag{21}$$

Rigiditatea c a perechii de dinți angrenați, s-a considerat constantă în timpul mișcării vibratorii, deoarece variația rigidității fiecărui dinte pe înălțimea sa, este compensată prin faptul că în timpul parcurgerii segmentului de angrenare $S_1 E_2$ (Fig. 15), punctele de contact ale dinților ocupă poziții diferite pe înălțimea lor. Astfel, la începutul angrenării (în S_1) punctul de contact se află la unul din dinți pe vîrf la celălalt la bază, schimbîndu-se apoi treptat, pînă în punctul E_2, cînd situația este inversă.

2.3. Forța $P_n(t)$ fiind o funcție periodică nearmonică, cu perioada T_z egală cu aceea a angrenării :

$$T_z = \frac{60}{nz} = \frac{2\pi}{\omega}$$

în care, n este turația unei roți în rot/min, iar z, numărul ei de dinți, se poate exprima sub forma unei serii Fourier :

$$P_n(t) = a_0 + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + a_3 \cos 3\omega t + \ldots + b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2\omega t + b_3 \sin 3\omega t + \ldots \tag{22}$$

deoarece satisface condițiile lui Dirichlet :

1. Intervalul S_1—E_2, este împărțit în două intervale parțiale, pe fiecare din ele funcția $P_n(t)$ fiind monotonă

2. Funcția $P_n(t)$ are discontinuități regulate (la $t = 0$ și $t = T_{S_1 E_2}$).

2.3.1. Calculul coeficienților seriei Fourier este posibil pentru orice valori ale gradului de acoperire ε. În cazul particular, $\varepsilon = 1{,}5$, calculul se simplifică ajungîndu-se mai repede la rezultate cantitative, care reprezintă în același timp valorile cele mai periculoase din punct de vedere al sarcinilor dinamice suplimentare pe dinți.

Această caracteristică a gradului de acoperire $\varepsilon = 1{,}5$ rezultă din calculul la vibrații, dar poate fi dedusă urmărind și continuînd raționamentul lui W. Lidner (12). Acesta ajunge la concluzia, că fenomenul de rezonanță la vibrația roților dințate are loc cînd durata angrenării bipare $T_{S_1 E_1}$ este egală cu perioada vibrației proprii T_p a sistemului, sau cînd durata angrenării unipare $T_{E_1 E_2}$ este egală cu 0,5 T_p, stabilind relațiile :

$$\varepsilon = \frac{z_1 n_1}{60} T_p + 1, \text{ pentru ca rezonanța să aibă loc cînd}$$

$$T_p = T_{S_1 E_1} \tag{23}$$

și

$$\varepsilon = 2 - \frac{z_1 n_1}{2 \cdot 60} T_p, \text{ cînd } T_p = T_{E_1 E_2}. \tag{24}$$

Dacă la cele de mai sus, se adaugă observația că egalitățile $T_{S_1 E_1} = T_p$ sau $T_{E_1 E_2} = 0{,}5\, T_p$, nu sînt periculoase decît dacă se repetă periodic cu frecvența angrenării (ceea ce și are loc în realitate), adică :

$$T_{S_1 E_1} + T_{E_1 E_2} = T_z = \frac{60}{z_1 n_1} \tag{25}$$

se poate continua raționamentul astfel :

a) Pentru $T_p = T_{S_1E_1}$, are loc sigur rezonanța în punctul E_1, iar pentru $T_p = T_{E_1E_2}$, rezonanța nu are loc sigur în E_2.

Deci se poate scrie:

$$T_{S_1E_1} + T_{E_1E_2} = T_p + T_p = T_z$$

de unde: $T_p = \frac{T_z}{2}$ care introdus în relația (23), duce la:

$$\varepsilon = \frac{z_1 n_1}{60} T_p + 1 = \frac{z_1 n_1}{60} \frac{T_z}{z} + 1 = 1{,}5. \qquad (23 \text{ bis})$$

b) Pe de altă parte, rezonanța are loc sigur în E_2, cînd $0{,}5\ T_p = T_{E_1E_2}$, iar evitarea ei este sigură în E_1 cînd $0{,}5\ T_p = T_{S_1E_1}$.

Atunci:

$$T_{S_1E_1} + T_{E_1E_2} = 0{,}5\,T_p + 0{,}5\,T_p = T_z$$

de unde:

$$T_p = T_z$$

relație, care introdusă în (24), dă:

$$\varepsilon = 2 - \frac{z_1 n_1}{2 \cdot 60} T_p = 2 - \frac{z_1 n_1}{2 \cdot 60} T_z = 1{,}5. \qquad (24 \text{ bis})$$

La oricare altă situație (alt grad de acoperire) condițiile $T_p = T_{S_1E_1}$ și $0{,}5\ T_p = T_{E_1E_2}$ pentru rezonanță sînt îndeplinite, dar condițiile ca rezonanța

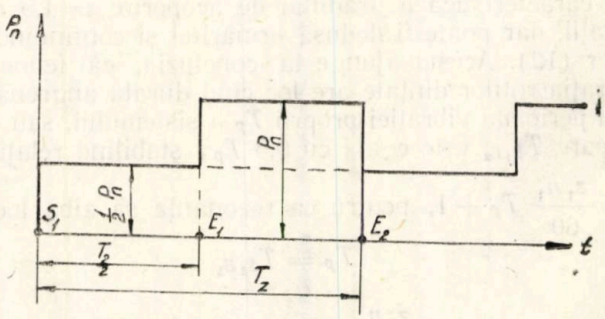


Fig. 16

să nu se producă în mod cert, nu sînt satisfăcute fapt care conduce după cum va rezulta din calcul, la valori mai mici în aceste cazuri, ale forței dinamice.

2.32. Pentru valoarea gradului de acoperire $\varepsilon = 1{,}5$ se cercetează în primul rînd variația în timp a sarcinii pe perechea de dinți considerată, de forma din fig. 16, care corespunde în realitate unor dinți cu rigiditate mare.

In acest caz, coeficienții termenilor seriei Fourier în care s-a dezvoltat forța perturbatoare $P_n(t)$ sînt:

$$a_0 = \frac{1}{T_z}\int_0^{\frac{T_z}{2}} \frac{P_n}{2}\,dt + \frac{1}{T_z}\int_{\frac{T_z}{2}}^{T_z} P_n\,dt = \frac{P_n + \frac{P_n}{2}}{2} = \frac{3}{4}P_n \tag{25}$$

$$a_1 = \frac{2}{T_z}\int_0^{\frac{T_z}{2}} \frac{P_n}{2}\cos\omega t\,dt + \frac{2}{T_z}\int_{\frac{T_z}{2}}^{T_z} P_n\cos\omega t\,dt = 0 \tag{26}$$

$$a_2 = a_3 = a_4 = \ldots\ldots = 0$$

$$b_1 = \frac{2}{T_z}\int_0^{\frac{T_z}{2}} \frac{P_n}{2}\sin\omega t\,dt + \frac{2}{T_z}\int_{\frac{T_z}{2}}^{T_z} P_n\sin\omega t\,dt = -\frac{P_n}{\pi} \tag{27}$$

$$b_2 = b_4 = b_6 = \ldots\ldots = 0$$

$$b_3 = -\frac{P_n}{3\pi};\quad b_5 = -\frac{P_n}{5\pi};\quad b_n = -\frac{P_n}{n\pi}. \tag{28}$$

Dacă se limitează seria la $b_n = b_{17}$ se obține pentru funcția $P_n(t)$ o formă (diagrama și tabelul anexă) suficient de apropiată de aceea din fig. 16. Expresia analitică a forței perturbatoare $P_n(t)$ este:

$$P_n(t) = \frac{3}{4}P_n - \frac{P_n}{\pi}\left(\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \ldots \frac{1}{17}\sin 17\omega t\right) \tag{29}$$

și mai departe, ecuația mișcării vibratorii:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2n\frac{dy}{dt} + p^2y = \frac{3}{4m}P_n - \frac{P_n}{\pi m}\left(\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \ldots\right) \tag{30}$$

Soluția acestei ecuații este de forma:

$$y = y^* + y^{**}$$

în care, y^* este soluția ecuației omogene (fără partea dreaptă) iar y^{**}, o soluție particulară a întregii ecuații.

Soluția y^*, pentru cazul sistemului vibrator considerat, cu $n<p$, are expresia :

$$y^* = e^{-nt}(C_1 \cos pt + C_2 \sin pt) \tag{31}$$

cu constantele C_1 și C_2 care se pot determina din condiții inițiale.

Soluția particulară y^{**}, poate fi scrisă sub forma :

$$y^{**} = A_0 + \sum_{j=1}^{\infty} (A_j \cos \omega t + B_j \sin j\omega t) \tag{32}$$

în care, coeficienții A_0 , A_j , B_j , sînt constante care urmează a fi determinate.

În acest scop, ecuația diferențială (29) și soluția ei se exprimă sub altă formă :

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2n\frac{dy}{dt} + p^2 y = h_0 + \sum_{j=1}^{\infty} h_j \sin(j\omega t + \varphi_j) \tag{33}$$

$$y = A_0 + A\, e^{-nt} \sin(pt + \beta) + \sum_{j=1}^{\infty} A_{jB} \sin(j\omega t + \theta_j) \tag{34}$$

în care :

$$h_0 = \frac{a_0}{m} \; ; \; h_j = \frac{1}{m}\sqrt{a_j^2 + b_j^2} \; ; \; \operatorname{tg}\varphi_j = \frac{a_j}{b_j} \tag{35}$$

$$A = \sqrt{C_1^2 + C^2} \; ; \; \operatorname{tg}\beta = \frac{C_1}{C_2} \; ; \; A_{jB} = \sqrt{A_j^2 + B_j^2} \; ; \; \operatorname{tg}\theta_j = \frac{A_j}{B_j}.$$

Deoarece amplitudinea vibrațiilor proprii se amortizează relativ ușor, se studiază mai departe în cazul concret, numai vibrațiile forțate.

Constantele A_0, A_j, B_j etc., se determină din relațiile de condiție, obținute prin înlocuirea soluției particulare în ecuația diferențială a mișcării. Astfel :

$$A_0 p^2 = \frac{3}{4m} P_n \; ; \text{ de unde : } A_0 = \frac{3P_n}{4mp^2} = \frac{a_0}{c} \tag{36}$$

$$A_2 = A_4 = A_6 = \ldots\ldots 0 \tag{37}$$

$$(p^2 - \omega^2) A_1 + 2n\omega B_1 = 0$$

$$(p^2 - \omega^2) B_1 - 2n\omega A_1 = -\frac{P_n}{\pi m} \; ;$$

de unde :

$$A_1 = \frac{2n\omega}{m[(p^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2]} \cdot \frac{P_n}{\pi}$$

$$B_1 = \frac{-(p^2 - \omega^2)}{m[(p^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2]} \cdot \frac{P_n}{\pi}. \tag{38}$$

În mod analog se determină A_3 B_3 ; A_5, B_5 etc.

$$A_3 = \frac{2n \cdot 3\omega}{m[(p^2 - 9\omega^2)^2 + 4n^2 9\omega^2]} \cdot \frac{P_n}{3\pi}$$

$$B_3 = \frac{-(p^2 - 9\omega^2)}{m[(p^2 - 9\omega^2)^2 + 4n^2 9\omega^2]} \cdot \frac{P_n}{3\pi} \tag{39}$$

$$A_5 = \frac{2n \cdot 5\omega}{m[(p^2 - 25\omega^2)^2 + 4n^2 \cdot 25\omega^2]} \cdot \frac{P_n}{5\pi}$$

$$B_5 = \frac{-(p^2 - 25\omega^2)}{m[(p^2 - 25\omega^2)^2 + 4n^2 \cdot 25\omega^2]} \cdot \frac{P_n}{5\pi} \tag{40}$$

. . . . . .

Amplitudinile A_{jB}, vor fi :

$$A_{1B} = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} = \sqrt{\frac{4n^2\omega^2 P_n^2}{\pi^2 m^2 [(p^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2]^2}} + \tag{41}$$

$$+ \sqrt{\frac{(p^2 - \omega^2)^2 P_n^2}{\pi^2 m^2 [(p^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2]^2}} = \frac{P_n}{\pi m p^2} \sqrt{\frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2 + 4\left(\frac{n}{p}\right)^2 \left(\frac{\omega}{p}\right)^2}}$$

$$A_{2B} = A_{4B} = A_{6B} = \ldots\ldots = 0 \tag{42}$$

$$A_{3B} = \frac{P_n}{3\pi m p^2} \sqrt{\frac{1}{\left[1 - \left(\frac{3\omega}{p}\right)^2\right]^2 + 4\left(\frac{n}{p}\right)^2 \left(\frac{3\omega}{p}\right)^2}} \tag{43}$$

$$A_{5B} = \frac{P_n}{5\pi m p^2} \sqrt{\frac{1}{\left[1 - \left(\frac{5\omega}{p}\right)^2\right]^2 + 4\left(\frac{n}{p}\right)^2 \left(\frac{5\omega}{p}\right)^2}} \tag{44}$$

. . . . . .

$$\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{A_1}{B_1} ; \quad \operatorname{tg}\theta_3 = \frac{A_3}{B_3} ; \quad \operatorname{tg}\theta_5 = \frac{A_5}{B_5} \ldots \tag{45}$$

Cu aceste determinări, soluția y^{**}, capătă forma finală :

$$y^{**} = \frac{3P_n}{4mp^2} + \frac{P_n}{\pi mp^2}\sqrt{\frac{1}{\left[1-\left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2+4\left(\frac{n}{p}\right)^2\left(\frac{\omega}{p}\right)^2}}\cdot\sin\left(\omega t+\operatorname{arc\,tg}\frac{A_1}{B_1}\right)+$$

$$+\frac{P_n}{3\pi mp^2}\sqrt{\frac{1}{\left[1-\left(\frac{3\omega}{p}\right)^2\right]^2+4\left(\frac{n}{p}\right)^2\left(\frac{3\omega}{p}\right)^2}}\cdot\sin\left(3\omega t+\operatorname{arc\,tg}\frac{A_3}{B_3}\right)+$$

$$+\frac{P_n}{5\pi mp^2}\sqrt{\frac{1}{\left[1-\left(\frac{5\omega}{p}\right)^2\right]^2+4\left(\frac{n}{p}\right)^2\left(\frac{5\omega}{p}\right)^2}}\cdot\sin\left(5\omega t+\operatorname{arc\,tg}\frac{A_5}{B_5}\right). \quad (46)$$

Datorită factorului de amortizare n, amplitudinea maximă a vibrațiilor de rezonanță este finită și nu are loc pentru $\omega = p$; $3\omega = p$ etc, ci pentru valori $\frac{j\omega}{p} < 1$. pentru determinarea valorii $\frac{j\omega}{p}$ de rezonanță se pune condiția ca numitorii de sub radicalii expresiilor A_{JB} să fie minimi, respectiv derivata acestor numitori în raport cu ω, să fie egală cu zero. Se găsește astfel :

$$\frac{\omega}{p} = \sqrt{1-2\frac{n^2}{p^2}} = \sqrt{1-2\gamma^2} \quad (47)$$

în care, cu γ s-a notat coeficientul de amortizare.

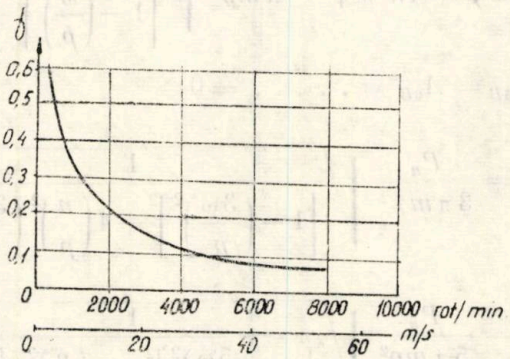


Fig. 17

Valorile coeficientului de amortizare γ, valabile pentru roțile dințate cilindrice cu dinți drepți, menționate fără justificare în lucrările (5, 9, 23) erau $\gamma = 0{,}05—0{,}1$.

În una din recentele publicații (4) s-au stabilit teoretic și s-au verificat experimental valori în funcție de turație și viteza periferică (fig. 17).

Se constată că valoarea maximă $\gamma=0{,}6$ a coeficientului γ este inferioară aceleia care rezultă din condiția ca rădăcinile ecuației obținute prin egalarea cu zero a derivatei numitorilor în raport cu ω (amintită mai sus) să fie reale, respectiv :

$$\gamma=\frac{n}{p}<\frac{\sqrt{2}}{2}. \tag{48}$$

Pentru fiecare valoare a coeficientului γ, se pot trasa prin puncte curbele cunoscute de variație a coeficientului de amplificare dinamică β_1 în funcție de raportul $\frac{\omega}{p}$, pentru cazul forței perturbatoare armonice cu amortizare vîscoasă, folosind formula

$$\beta_1=\frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{j^2\omega^2}{p^2}\right)^2+4\frac{n^2}{p^2}\frac{j^2\omega^2}{p^2}}}. \tag{49}$$

Valoarea maximă a lui β_1 avînd loc pentru

$$j\frac{\omega}{p}=\sqrt{1-2\gamma^2}$$

$$\beta_{1\,max}=\frac{p}{2n\sqrt{1-\frac{n^2}{p^2}}}.$$

Amplitudinea forței dinamice suplimentare se poate calcula acum cu formula :

$$P_{din}=A_{f_0}\beta_1 c$$

în care :

A_{f_0}, este deplasarea față de poziția de echilibru static (amplitudinea pentru $\omega=0$), a cărei expresie și valoare se obține din relațiile (41, 43, 44...), făcînd $\omega=0$.

Astfel,

$$A_{1_0}=\frac{P_n}{\pi m}\sqrt{\frac{1}{p^4}}=\frac{P_n}{\pi mp^2}=\frac{P_n}{c} \tag{52}$$

iar

$$P_{1\,din\,max}=A_{1_0}\beta_{1\,max}\,c=\frac{P_n}{2\pi\gamma\sqrt{1-\gamma^2}}. \tag{53}$$

După cum rezultă din relația (46), valoarea maximă a forței dinamice corespunzătoare primei armonice este cu mult mai mare decît suma valorilor corespunzătoare la $\omega=p$ a celorlaltearmonice, astfel că practic se

poate admite la început aceasta valoare pentru toate armonicele considerate. Influența armonicelor se constată însă la curba de variație a forței dinamice în funcție de $\frac{\omega}{p}$.

Pentru valorile coeficientului de amortizare γ : $\gamma=0{,}5$ corespunzătoare la turația $n=500$ rot/min. și $\gamma=0{,}09$ corespunzînd la turația $n=5500$ rot/min. se obține :

$$P_{din\ max} = 0{,}37\ P_n \text{ respectiv : } 1{,}78\ P_n .$$

În intervalul de turație menționat, forța dinamică suplimentară maximă se va găsi evident cuprinsă între limitele de mai sus.

— Coeficientul dinamic corespunzător pentru același interval de turații va fi :

$$C_{din\ max} = 1{,}37 \ldots 2{,}78. \qquad (54)$$

Valori apropiate de acelea stabilite experimental în diferite țări și de diverși cercetători, așa cum se constată din tabela Nr. 2.

Tabela 2

Valori pentru coeficientul dinamic

Nr. crt.	Autorul și lucrarea	$C_{din\ max}$	Turația corespunzătoare	Grad acop. ε	Eroare de pas microni
1	G. Nemann și a [14]	1,1 ... 2,8	500 — 2000 rot/min	1,65	—80
2	G. Niemann [15]	2,30	3600 rot/min	1,65	+40
3	Utagava Masahiro [20]	2,32	700 rot/min	1,76	erori profil
4	Firma Bristol-Co. [5]	1,1 ... 3,2 două sarcini	4000 rot/min	1,48	± 30,4
5	G. Bollinger-Bosch [4]	3 ... 3,25	5250 — 5500 rot/min	1,60	+5
6	A. I. Petrusevici [16]	1,75 ... 2,2	2880 rot/min	1,66	+15

De observat este că în calculul făcut s-au considerat roți cu gradul de acoperire $\varepsilon = 1{,}5$.

Pentru valor ale gradului de acoperire $\varepsilon \neq 1{,}5$, coeficientul dinamic maxim scade așa cum se constată din calculul de mai jos, efectuat în două situații concrete : cînd $\varepsilon < 1{,}5$ respectiv $\varepsilon > 1{,}5$,

a) Cazul $\varepsilon=1{,}2$

$$a_0 = \frac{1}{T_z}\int_0^{0{,}2\,T_z} \frac{P_n}{2}\,dt + \frac{1}{T_z}\int_{0{,}2\,T_z}^{T_z} P_n\,dt = 0{,}9\,P_n \tag{55}$$

$$a_1 = \frac{2}{T_z}\int_0^{0{,}2\,T_z} \frac{P_n}{2}\cos\omega t\,dt + \frac{2}{T_z}\int_{0{,}2\,T_z}^{T_z} P_n\cos\omega\,dt = \frac{-0{,}951}{2\pi}\,P_n \tag{56}$$

$$b_1 = \frac{2}{T_z}\int_0^{0{,}2\,T_z} \frac{P_n}{2}\sin\omega t\,dt + \frac{2}{T_z}\int_{0{,}2\,T_z}^{T_z} P_n\sin\omega t\,dt = -\frac{0{,}691}{2\pi}\,P_n \tag{57}$$

$$h_1 = \frac{1}{m}\sqrt{a_1^2 + b_1^2} = \frac{1{,}18}{2\pi m}\,P_n = 0{,}59\,\frac{P_n}{\pi m} \tag{58}$$

$$A_{10} = \frac{h_1}{p^2} = \frac{0{,}59\,P_n}{\pi m p^2} = \frac{0{,}59\,P_n}{\pi c} \tag{59}$$

$$P_{din\ max} = A_{10}\,\beta_{1\ max}\,c = \frac{0{,}59\,P_n}{2\pi\gamma\sqrt{1-\gamma^2}} \tag{60}$$

b) Cazul $\varepsilon = 1{,}8$

$$a_0 = \frac{1}{T_z}\int_0^{0{,}8\,T_z} \frac{P_n}{2}\,dt + \frac{1}{T_z}\int_{0{,}8\,T_z}^{T_z} P_n\,dt = 0{,}6\,P_n \tag{61}$$

$$a_1 = \frac{2}{T_z}\int_0^{0{,}8\,T_z} \frac{P_n}{2}\cos\omega t\,dt + \frac{2}{T_z}\int_{0{,}8\,T_z}^{T_z} P_n\cos\omega t\,dt = \frac{0{,}951}{2\pi}\,P_n \tag{62}$$

$$b_1 = \frac{2}{T_z}\int_0^{0{,}8\,T_z} \frac{P_n}{2}\sin\omega t\,dt + \frac{2}{T_z}\int_{0{,}8\,T_z}^{T_z} P_n\sin\omega t\,dt = -\frac{0{,}691}{2}\,P_n \tag{63}$$

$$h_1 = 0{,}59\,\frac{P_n}{\pi m}\ ;\quad A_{10} = \frac{0{,}59\,P_n}{\pi c} \tag{64}$$

$$P_{din\ max} = \frac{0{,}59\,P_n}{2\pi\gamma\sqrt{1-\gamma^2}} \tag{65}$$

Rezultă astfel că valoarea forței dinamică suplimentară maxime reprezintă la gradele de acoperire $\varepsilon=1{,}2$ și $\varepsilon=1{,}8$, numai 59% din valoarea aceleiași forțe la gradul de acoperire $\varepsilon=1{,}5$.

Făcînd calcule pentru $\varepsilon=1{,}3$ și 1,7, se găsește un procent de 82%.

În mod corespunzător se micșorează și valorile coeficientului dinamic maxim.

De asemenea, în cazul variației lineare a forței pe dinți de-alungul segmentului $\overline{S_1 E_1}$ (fig. 15), se găsește prin calcul că forța dinamică suplimentară maximă crește cu aproximativ 3% față de menținerea constantă a forței pe segmentul $S_1 E_1$ (fig. 16).

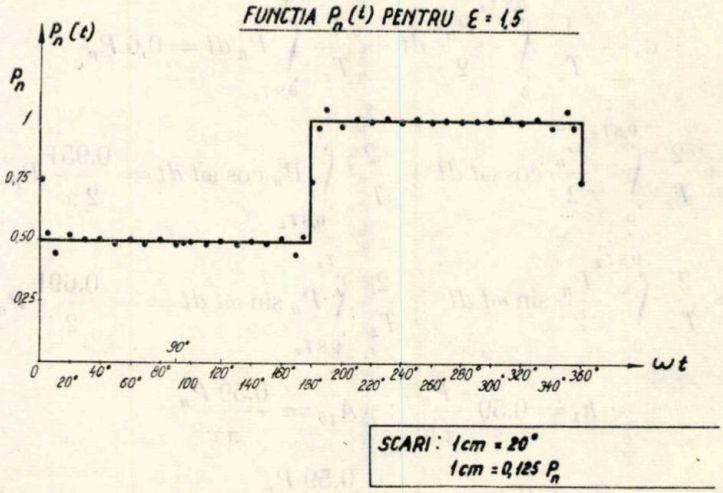
În concluzie

— Valorile coeficientului dinamic calculat cu luarea în considerație a vibrației roților dințate se încadrează în valorile găsite experimental de diferiți cercetători în condiții apropiate de acelea considerate în calcul, ceea ce confirmă ipoteza și metoda de calcul.

— Valorile maxime ale coeficientului dinamic se obțin pentru gradul de acoperire $\varepsilon=1{,}5$.

— Pentru scopuri practice, studiul se continuă cu trasarea curbelor de variație a coeficientului dinamic în funcție de $\frac{\omega}{p}$, incluzîndu-se astfel toate armonicele cît și cazul variației lineare a forței P_n pe segmentul $S_1 E_1$.

Anexa



Catedra de organe de mașini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *B. M. Abramov:* Vlianie prisoedinennih mass na dinamiceskie nagruzki v tilindriceskih priamozubih kolecah Trudi instituta masinovedenia Tom. XIX Vip 74—1959.
2. *B. M. Abramov:* Issledovania kolebanii zubceatih koles, vizivoenih soudarenimi zubev. Izvestia A. N. CCCP OTN Nr. 2/1960.
3. *D. B. Andjoskii:* Rascet zubceatih peredaci. Moskva 1955.
4. *Bollinger I. G., Bosch M.:* Ursachen und Auswirkungen dynamischer Zahnkräfte in Stirnradgetriebe. Ind. — Anz. 1964 Nr. 19.
5. *Firma Bristol, Siddeley Engines:* Dynamic load on gear teeth. Mach-Design Enging Nr. 3, 1963.
6. *E. Buckingham:* Dynamic Loads in Gear Teeth. 1931. New-York.
7. *E. Buckingham:* Analytical Mechanics of Gear. 1949. New-York.
8. *M. D. Ghenkin și a:* Dinamiceskie nagruzki v peredaceah s kosozubîmi kolesami. Izd. A. N. CCCP 1961.
9. *H. Gloubitz-K. Gösele:* Entstehung und Frequenzzusammensetzung der Gerausche von Kraftwagengetrieben. — 1942 — Berlin.
10. *H. Glaubitz:* Die dynamischen Kräfte an Getriebezähnen. Konstruktion Nr. 5/1957.
11. *N. A. Kovalev:* O dinamiceskoi nagruzke zubceatova zateplenia. Izvestia A. N. CCCP O.T.N. Nr. 2/1960.
12. *W. Lidner:* Zahnräder. Bd. 1. Berlin 1954.
13. *Gh. Manea și a.:* Organe de Mașini. vol. II. Ed. Tehnică 1958.
14. *G. Niemann-H. Rettig:* Dynamische Zahnkräfte — VDI — Z Nr. 3 și 4/1957.
15. *G. Niemann:* Macshinenelemente. Bd. 2 — Springer Verlag Berlin 1961.
16. *A. I. Petrusevici:* Dinamiceskie nagruski na zubiah priamozubîh kolles. Ed. Academiei URSS 1942.
17. *A. I. Petrusevici și a.* Dinamiceskie nagruski v zubceatih perdaceah s priamozubbîmi kolesami. Ed. Acad. URSS 1956.
18. *S. D. Ponomarev:* Calculul modern de rezistență în construcția de mașini. Vol. 3. Ed. Tehnică 1956, 1964.
19. *A. W. Tuplin:* Dynamic Loads of Gear Teeth. — Machin — Design. Nr. 10/1953.
20. *Utagava Masahiro, Herrada Tatsuo:* Dynamic Loads on spur gear teeth at high speed Bull. ISME Nr. 16/1961.
21. *Imre Vörös:* Fogaskerekek geometriai és szilárdságtani méretezese. Budapest — Tankönyvkiadó, 1963.
22. *J. I. Wellauer:* Surface durability of helical and herringbone gears. — Mach — Design 1964 Nr. 11.
23. *I. Zeman:* Dynamische Zusatzkräfte. VDI—Z Nr. 6/1957.
24. *L. Hamburger, Gh. Buzdugan:* Teoria vibrațiilor. Ed. Tehnică 1958.
25. *Gh. Buzdugan:* Măsurarea vibrațiilor. Ed. Thenică 1964.
26. *V. Vîlcovici, Șt. Bălan, R. Voinea:* Mecanica teoretică. Ed. Tehnică 1963.

VALORILE FUNCTIEI $P_n(t)$

$\varepsilon = 1,5$

Anexa 1

ωt	a_0	$b_1 \sin \omega t$	$b_3 \sin 3\omega t$	$b_5 \sin 5\omega t$	$b_7 \sin 7\omega t$	$b_9 \sin 9\omega t$	$b_{11} \sin 11\omega t$	$b_{13} \sin 13\omega t$	$b_{15} \sin 15\omega t$	$b_{17} \sin 17\omega t$	$\sum b_i \sin i\omega t$	$P_n(t)$
5°		0,02771688	0,02743492	0,026920894	0,02609789	0,02503169	0,023673435	0,022204595	0,020506694	0,018772837	-0,2184 P_n	0,53 P_n
10°		0,05522070	0,0530000	0,04879648	0,042755895	0,0354000	0,0271570410	0,01876798	0,01061500	0,00326462	-0,29459 P_n	0,4554 P_n
20°	0,75	0,108762360	0,09179918	0,062732397	0,029246945	0,0000	-0,018576633	-0,024127845	-0,018385816	-0,006539976	-0,22497 P_n	0,5254 P_n
30°		0,15900000	0,1060000	0,03185000	-0,0227500	-0,0354000	-0,01445000	0,01225000	0,0212300	0,00935000	-0,2429 P_n	0,5071 P_n
40°	0,75	0,20440722	0,09179918	-0,021786674	-0,044808855	0,0000	0,028461009	0,00837949	-0,018385816	-0,01208445	-0,2359 P_n	0,5141 P_n
50°		0,24360072	0,053000	-0,05985825	-0,007901075	0,0354000	-0,005018485	-0,023022405	0,0106150	0,014401552	-0,2585 P_n	0,4915 P_n
60°		0,275397554	0	-0,055166111	0,039404365	0	-0,025028267	-0,021217735	0	-0,016281364	-0,2401 P_n	0,509 P_n
70°		0,298821420	-0,053000	-0,011061505	0,03485482	-0,0354000	0,022138556	-0,004254425	-0,0106150	0,0176661	-0,2591 P_n	0,4909 P_n
80°	0,75	0,313169580	-0,0917992	0,04094572	-0,01556191	0	0,009884378	-0,015748355	0,018385816	-0,01851443	-0,2408 P_n	0,5091 P_n
90°		0,318	-0,106	0,0637	-0,0455	0,0354	-0,0289	0,0245	-0,02123	0,0188	-0,258 P_n	0,492 P_n
95		0,31678842	-0,10238858	0,05773194	-0,037271325	0,025031694	-0,016576462	0,010354190	-0,005494748	-0,001638608	-0,24981 P_n	0,5002 P_n
100		0,313169580	-0,0917918	0,039945723	-0,01556191	0	0,009884378	-0,015748355	0,018395918	-0,018514428	-0,24976 P_n	0,5003 P_n
110°		0,298821420	-0,053000	-0,011061505	0,03485482	-0,0354000	0,022138556	-0,00425442	-0,010615	0,0176661	-0,25361 P_n	0,4964 P_n
120°		0,275397554	0	-0,055166111	0,039404 36	0	-0,025028267	0,0212117735	0	-0,016281364	-0,24044 P_n	0,5095 P_n
130°		0,243600722	0,053000	-0,059858253	-0,007901075	0,0354000	-0,023022405	-0,023022405	0,010615	0,014401552	-0,261217 P_n	0,4888 P_n
140°		0,20440072	0,09179918	-0,021786674	-0,044808835	0	0,0837949	0,00837949	-0,018385816	-0,01208445	-0,246014 P_n	0,504 P_n
150°		0,1590000	0,106000	0,03185000	-0,0227500	-0,0354000	-0,01445000	0,01225000	0,0212300	0,00935000	-0,2621 P_n	0,4879 P_n
160°		0,108762360	0,09179918	0,06273970	0,02924694	0	-0,018576633	-0,024127845	-0,01838582	-0,006539976	-0,2249 P_n	0,5254 P_n
170°		0,05522070	0,053000	0,048796148	0,04275589	0,0354000	0,027157040	0,01876798	0,010615	0,00326462	-0,294501 P_n	0,455 P_n
180°		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,75 P_n
185°		-0,02771688	-0,2743492	-0,02692089	-0,02509789	-0,02503169	-0,023673435	-0,022204595	-0,020506694	-0,01872837	+0,2184 P_n	0,9684 P_n
190°		-0,05522070	-0,053000	-0,048796148	-0,04275589	-0,0354000	-0,02715704	-0,01876798 0	-0,01061500	-0,00326462	+0,2945 P_n	1,044 P_n
200°		-0,108762360	-0,09179918	-0,06273970	-0,2924694	0	0,018576633	0,024127845	0,01838582	0,006539976	+0,2249 P_n	0,975 P_n
210°		-0,1590000	-0,106000	-0,0318500	0,0227500	0,035400	0,01445000	-0,012250000	-0,0212300	-0,00935000	+0,261 P_n	1,011 P_n
220°	0,75	-0,20440072	-0,09179918	0,021786674	0,044808855	0	-0,028461009	-0,00837949	0,018385816	0,012084445	+0,246014 P_n	0,996 P_n
230°		-0,243600722	-0,053000	0,059858253	0,007901075	-0,035400	0,005018485	-0,023022405	-0,0106150 0	-0,014401552	+0,2612 P_n	1,016 P_n
240°		-0,275397554	0	0,055166111	-0,0394040 36	0	0,025028267	-0,0212117735	0	0,016281364	+0,2404 P_n	0,9904 P_n
250°		-0,298821420	0,053000	0,011061505	-0,03485482	0,035400	-0,022138556	-0,00425442	0,01061500	-0,0176661	+0,2536 P_n	1,0036 P_n
260°		-0,313169580	0,09179918	-0,039945723	0,01556191	0	-0,009884378	0,015748355	-0,018385818	0,018514428	+0,24976 P_n	0,9997 P_n
270°		-0,318	0,106	-0,0637	0,0455	-0,0354	0,028900	-0,0245	0,0212300	-0,0188	+0,258	1,005 P_n
280°		-0,313169580	0,09179918	-0,03994572	0,01556191	0	-0,009884378	0,015748355	-0,018385818	0,018514428	+0,24971 P_n	0,9976 P_n
290°		-0,298821420	0,053000	0,011061505	-0,03485482	0,0354000	-0,022138556	0,004254420	0,01061500	-0,0176661	+0,25361 P_n	1,0036 P_n
300°		-0,275397554	0	0,055166111	-0,03940436	0	0,025028267	-0,0212117735	0	0,016281364	+0,24044 P_n	0,9904 P_n
310°		-0,243600722	-0,053000	0,059858253	0,007901075	-0,035400	0,005018435	0,023022405	-0,01061500	-0,014401552	+0,2612 P_n	1,016 P_n
320°		-0,2044007 22	-0,09179918	+0,021786674	0,044808855	0	-0,028461009	-0,00837949	0,018385816	0,012084450	+0,246014 P_n	0,996 P_n
330°		-0,159000	-0,106000	-0,0318500	0,0227500	0,035400	0,0144500	-0,0122500	-0,0212300	-0,0093500	+0,261 P_n	1,011 P_n
340°		-0,108762360	-0,09179918	-0,06273970	-0,02924694	0	0,018576633	0,02412784	0,01838582	0,006539976	+0,2249 P_n	0,975 P_n
350°		-0,05522070	-0,053000	-0,048796748	-0,04275589	-0,035400	-0,02715704	-0,01876798	-0,010615	-0,00326462	+0,2945 P_n	1,044 P_n
360°		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,75

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 3

REZISTENȚA MATERIALELOR

CZ.: 620.174 : 624.072.2 : 624.075.2 : 539.4

FLAMBAJUL LATERAL AL GRINZILOR CONTINUE PENDULARE SUB SARCINI TRANSVERSALE. VERIFICĂRI EXPERIMENTALE *

VICTOR DROBOTĂ

Într-o serie de lucrări publicate [1, 2, 3, 4, 5, 6] s-au stabilit formulele de calcul ale sarcinii critice de flambaj, pentru un mare număr de cazuri de grinzi continue pendulare încărcate cu sarcini concentrate, cu sarcini uniform repartizate, sub acțiunea simultană a sarcinilor concentrate și uniform repartizate și sub sarcini mobile. Aceste formule au fost verificate pentru cazurile de bază pe cale teoretică, aplicînd pentru deducerea lor două metode diferite de calcul, cît și pe cale experimentală pentru determinări efectuate în laborator.

Verificările teoretice au fost prezentate în lucrările amintite.

În cuprinsul articolului de față sînt prezentate instalația experimentală folosită pentru verificarea relațiilor deduse, metodica de măsurare folosită, determinările experimentale efectuate și concluziile acestora.

A. Descrierea instalației experimentale.

Una din problemele deosebite pe care le ridica verificarea experimentală a relațiilor stabilite, a fost aceia a realizării instalației experimentale. Aceasta se datora faptului, că în literatura tehnică de specialitate, nu se întîlnesc instalații de verificare pentru flambajul lateral al grinzilor în general și faptului că grinzile ce trebuiau verificate, erau diferite prin modul lor de rezemare și încărcare de tipurile de grinzi întîlnite pînă în prezent.

Trebuie precizat faptul, că în literatură este studiat din punct de vedere teoretic flambajul lateral al grinzilor pe cel mult două reazeme, ale căror secțiuni din dreptul reazemelor nu se rotesc în raport cu axa longitudinală a grinzii, pentru cîteva cazuri particulare de încărcare.

Particularitatea grinzilor pendulare al căror flambaj lateral urma să fie verificat și experimental, constă în faptul, că acestea sînt rezemate pe un număr mare de reazeme, care sînt astfel realizate, încît permit secțiunilor frontale și celor din dreptul reazemelor intermediare să se rotească în

* Manuscris predat la redacție la 6 oct. 1965.

orice direcție. Reazemele sînt situate la același nivel pe o dreaptă paralelă cu axa longitudinală a grinzii. Acest mod de rezemare a constituit dificultatea de bază legată de realizarea instalației experimentale.

Instalația experimentală trebuia de asemenea să realizeze și celelalte ipoteze de calcul admise care stau la baza deducerii relațiilor ce urmau să fie verificate.

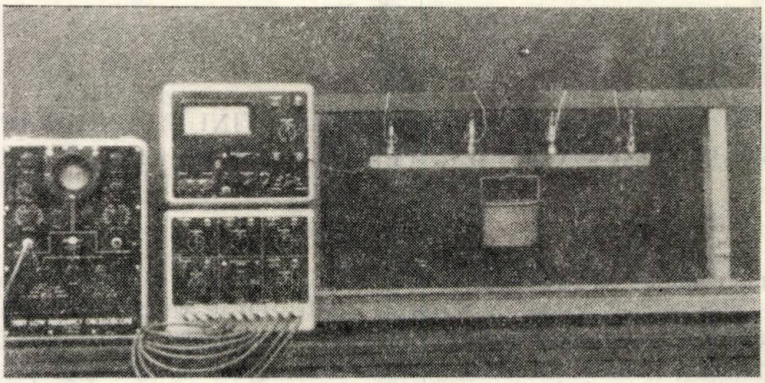


Fig. 1

Aceste ipoteze au fost următoarele :

— grinda se consideră de rigiditate transversală mică ;

— susținerea grinzii se face pe reazeme așezate la distanțe egale între ele, care permit rotirea în jurul punctelor de fixare ;

— toate punctele de fixare ale grinzii și cele de aplicare ale sarcinilor sînt situate în planul de rigiditate maximă care este și plan de simetrie al grinzii, inițial vertical ;

— greutatea proprie a grinzii se consideră neglijabilă ;

— se neglijează de asemenea răsucirea grinzii care este foarte mică în comparație cu încovoierea laterală a acesteia.

Ținînd seama de aceste cerințe impuse, s-a realizat o instalație experimentală (fig. 1) care se compunea din următoarele părți principale :

— instalația de încercare propriu-zisă ;

— grinzile de experimentare ;

— aparatura de măsurare.

Instalația de încercare propriu-zisă (fig. 2) era alcătuită dintr-un suport de rigiditate 1, realizat dintr-un profil I așezat orizontal, cu capetele rezemate pe doi suporți 2. Profilul era așezat astfel încît inima acestuia să fie orizontală.

Pe mijlocul inimii profilului au fost așezate mecanismele de reazem 3 ale grinzilor de experiență. O deosebită atenție s-a dat alegerii și realizării acestor mecanisme, care trebuiau să realizeze posibilitatea rotirii secțiunilor din dreptul reazemelor grinzii în jurul a trei axe de direcție fixă echivalente cu o rotire în jurul unei axe oarecare trecînd prin punctul de reazem.

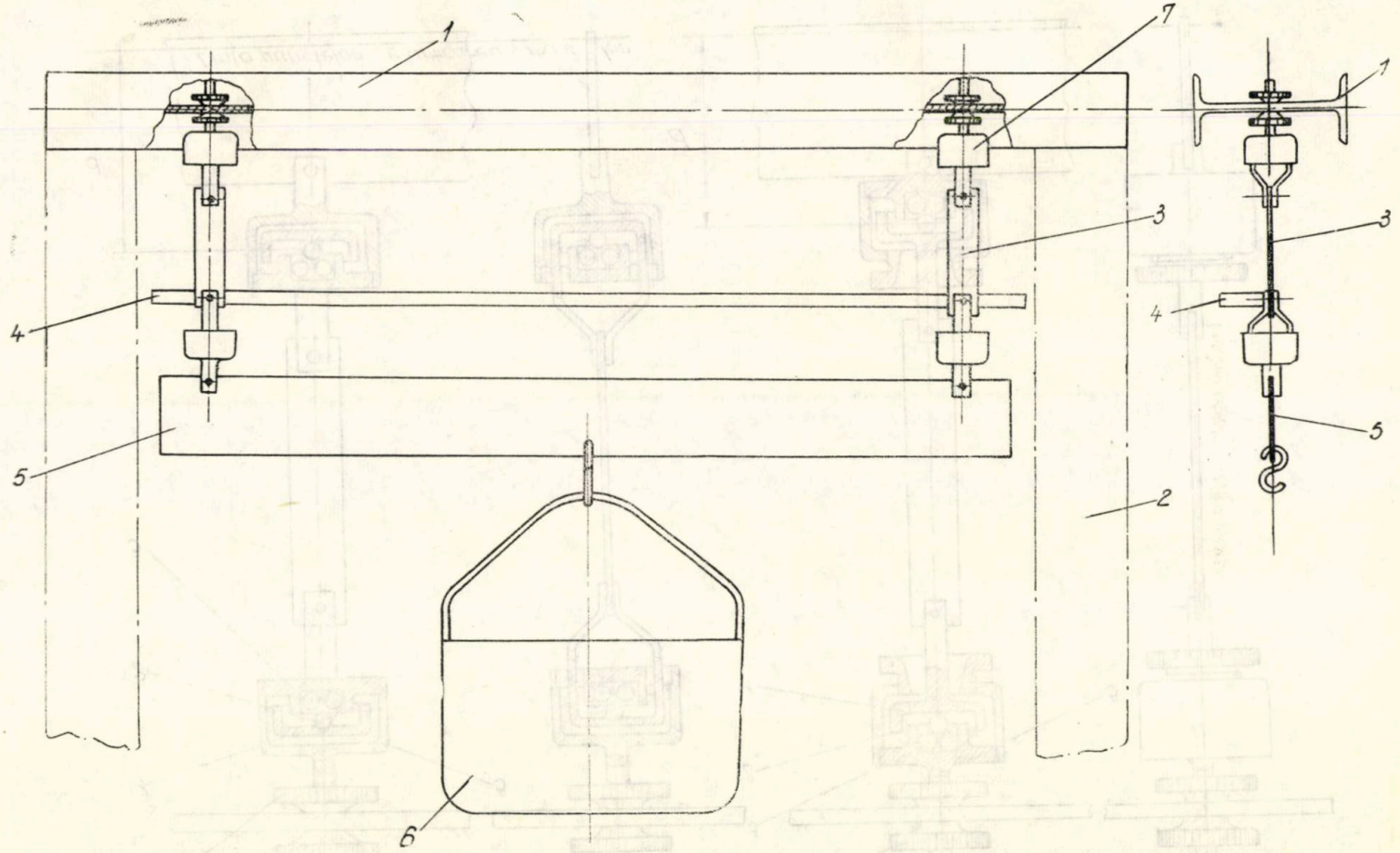


Fig. 2

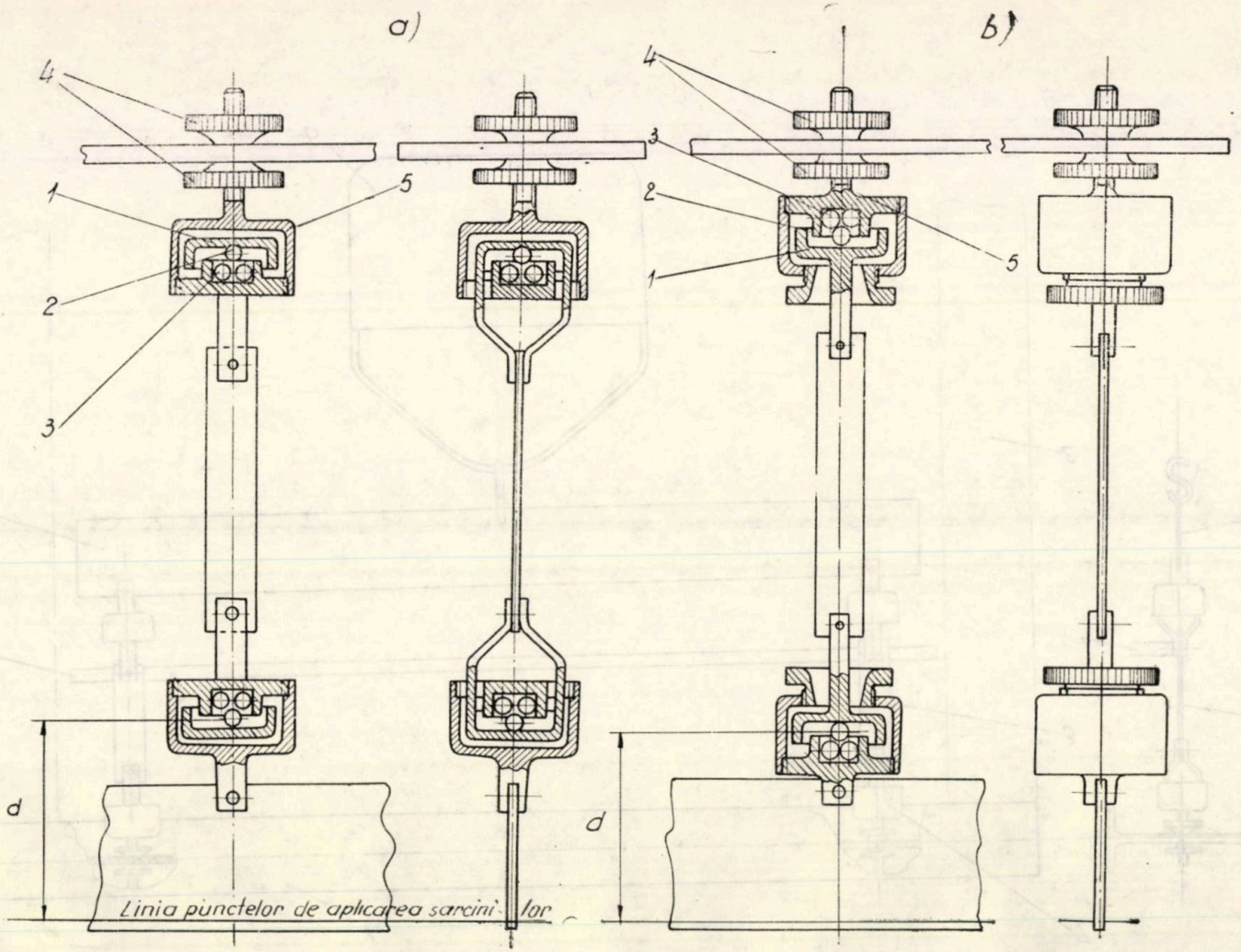


Fig. 3

Din punct de vedere cinematic fiecare reazem realiza pentru secțiunea de prindere un solid cu punct fix, la care se adăuga o translație în lungul axei grinzii. Din cele șase posibilități de deplasare ale secțiunii de prindere erau împiedicate două și anume deplasările de translație laterale și pe verticală. În ceea ce privea deplasarea în lungul axei verticale, legătura era unilaterală, în sensul că în punctele de prindere reacțiunea putea fi îndreptată astfel încît, mecanismul de reazem să fie întins sau comprimat. Pe acest considerent s-au prevăzut pentru acest mecanism variante constructive diferite (fig. 3 a și b).

Un mecanism de reazem complet a fost realizat din două elemente identice 7 (fig. 2) legate între ele prin intermediul unei plăcuțe de plexiglas 3 (fig. 2).

Fiecare element component al unui mecanism de reazem trebuia să lucreze asemenea unei articulații sferice cu frecări cît mai mici. Principiul de realizare al elementelor componente, atît pentru mecanismele de reazem de compresiune (fig. 3 a) cît și pentru cele de întindere (fig. 3 b), a fost rezemarea unei plăci 1 pe o bilă 2, la rîndul ei sprijinită pe trei bile 3. În acest mod rezemarea grinzii avea loc pe un număr restrîns de puncte asigurîndu-se astfel frecări minime.

Variantele constructive alese pentru mecanismele de reazem erau echivalente din punct de vedere cinematic cu dubla articulație sferică și prezentau avantajul că numărul punctelor de contact dintre elementele lor componente era foarte mic. Suprafețele în contact ale acestor mecanisme erau foarte dure și fin prelucrate, astfel încît se asigura o transmitere coaxială a reacțiunilor. Experiențele efectuate au arătat că influența frecărilor, care ar fi putut modifica direcția reacțiunilor transmise, este practic nulă.

Mecanismele de reazem fixate de suportul de rigiditate al instalației au fost prevăzute cu posibilitatea reglării poziției lor pe verticală, cu ajutorul unor rozete de fixare 4 ce se mișcă pe o tijă filetată, care face corp comun cu carcasa 5 a elementului de reazem.

La stabilirea diverselor dimensiuni ale elementelor componente ale mecanismului de reazem, s-a ținut seama, ca punctele în jurul cărora are loc rotirea barei, să fie la montarea lor în instalație pe aceiași dreaptă (vezi fig. 3 cota d). În fig. 4 este prezentată fotografia mecanismelor care au făcut parte din instalația de experimentare.

Grinzile de experimentare 5 (fig. 2) s-au realizat din oțel de secțiuni $0{,}5\times30$ mm, $0{,}75\times25$ mm și de diverse lungimi variind între 200 și 1000 mm.

S-au ales astfel de grinzi deoarece cele laminate de dimensiuni mai mari și de lungimi mari, au curburi inițiale din laminare și greutăți proprii ce nu pot fi neglijate.

Aplicarea sarcinii s-a făcut continuu cu ajutorul unei instalații hidraulice bazată pe principiul vaselor comunicante. Această instalație era alcătuită din două vase avînd capacitatea de 1750 cm^3 fiecare.

Unul din aceste vase 6 (fig. 2) era fixat pe grinda de încercat, celălalt încărcat cu apă avea posibilitatea să se deplaseze continuu pe verticală în sus sau în jos. Între aceste vase comunicația se făcea prin sifonare cu

ajutorul unui furtun de cauciuc cu secțiunea de scurgere avînd un diametru de 5 mm. Prin acest sistem încărcarea grinzii s-a putut face continuu și cu vitezele dorite.

Aparatura de măsură a constat dintr-o punte tensometrică de tip TPW, cutia de comutare a acesteia și un oscilograf catodic de tip ORION cu un spot.

Determinarea sarcinii cu care au fost încărcate grinzile s-a făcut, cu un cîntar obișnuit, prin cîntărire.

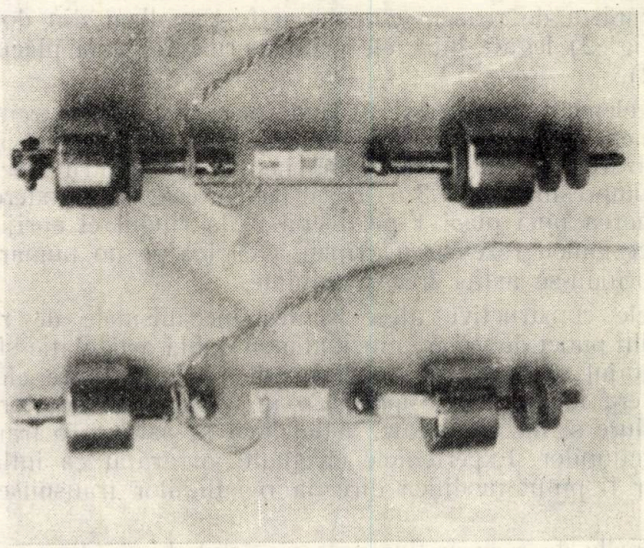


Fig. 4

B. Metodica de măsurare adoptată

Aprecierea momentului producerii flambajului pentru o anumită încărcare și rezemare a grinzii s-a făcut pe cale tansometrică (7).

În acest scop au fost lipite pe ambele fețe ale grinzii pe care s-au făcut încercările, în sens longitudinal la înălțimea axei acesteia, două mărci așezate față în față. Mărcile au fost legate în paralel la puntea de măsurare în scopul eliminării deformațiilor provenite din întinderea grinzii. Lipirea lor s-a făcut pe intervalul dintre reazemele între care s-a aplicat sarcina, pe porțiunea cuprinsă între sarcină și reazem (fig. 5).

Experiențele au arătat că la pierderea stabilității laterale, pentru o anumită valoare a sarcinii (sarcina critică), grinda trece din starea de echilibru stabil caracterizată prin forma plană a grinzii în plan vertical, într-o altă stare de echilibru caracterizată prin poziție rotită sub un unghi mic și încovoiată lateral (fig. 6).

Determinarea sarcinii critice s-a făcut aplicînd pentru diverse valori ale sarcinii care producea încovoierea în planul de rigiditate maximă, o forță laterală de valoare mică, care încovoia grinda în planul de rigiditate minimă al acesteia.

Pentru valori ale sarcinii mai mici decît cea critică, după îndepărtarea forței laterale grinda își relua forma plană din starea de echilibru.

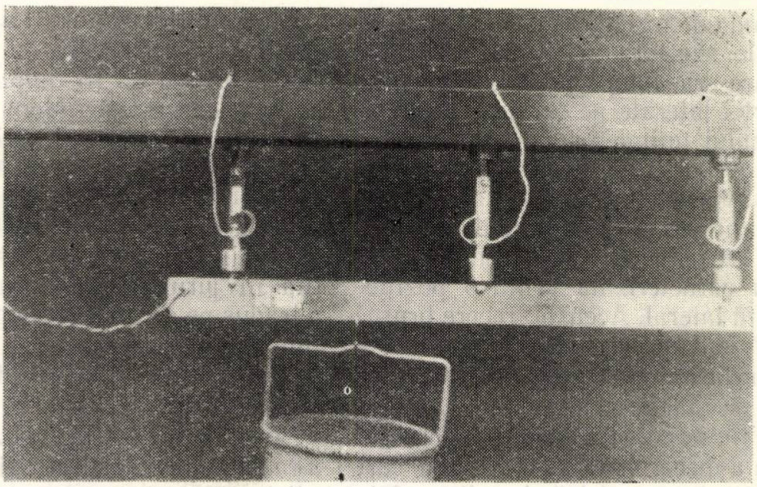


Fig. 5

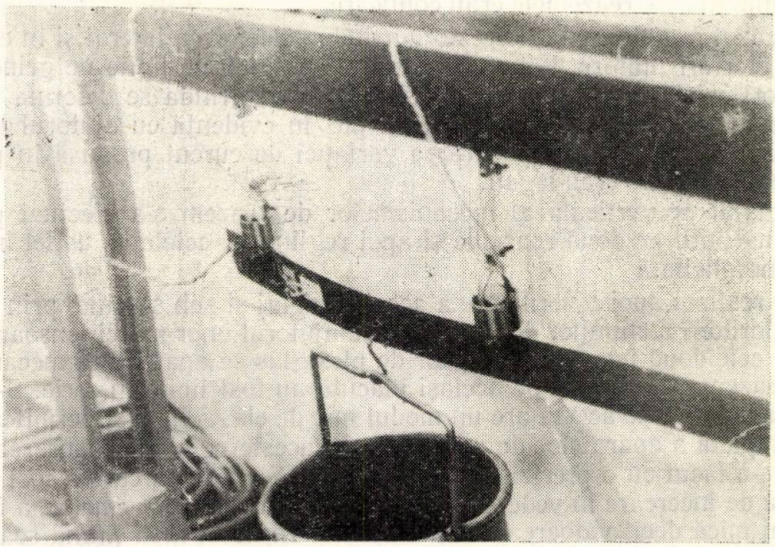


Fig. 6

În vecinătatea sarcinii critice cea mai mică forță laterală determina o deformație de încovoiere laterală și o rotire a grinzii. După îndepărtarea forței laterale grinda nu mai revenea în starea plană inițială. Valoarea sarcinii la care se producea acest fenomen am considerat-o sarcină critică de flambaj. (8, 9).

Determinarea acesteia s-a făcut cu ajutorul instalației descrisă mai înainte, în modul următor.

Grinda de încercat s-a încărcat continuu cu sarcini exterioare. La diverse valori ale acestora s-a aplicat concomitent și o forță laterală de valoare mică, care era îndepărtată la scurt timp după aplicarea ei. În timpul acționării forței laterale pe ecranul oscilografului s-au constatat evident variații ale efortului unitar prin deviația spotului luminos față de linia orizontală pe care acesta o descria datorită tensiunii bazei de timp. Această deviație se datora variației curentului în punte din cauza încovoierii laterale a grinzii.

La atingerea sarcinii critice, o forță laterală oricît de mică determina trecerea bruscă a grinzii din starea inițială de echilibru, într-o nouă stare de echilibru caracterizată printr-o poziție rotită în jurul axei reazemelor și încovoiată lateral. Această trecere bruscă s-a tradus pe ecranul oscilografului printr-un salt de amplitudine mare al spotului luminos.

Una dintre operațiile dificile legate de experiențele ce s-au făcut pentru grinzile pe mai mult de două reazeme, a fost asigurarea susținerii grinzii neîncărcate pe toate reazemele. Aceasta cerea o reglare corectă a poziției pe verticală a mecanismului de reazem, care s-a realizat pe cale electronică folosind puntea tensometrică și oscilograful catodic.

Pentru aceasta s-a pornit de la concluzia, că în stare neîncărcată eforturile de încovoiere în grinda de încercat sînt nule. Această situație corespundea cazului în care reazemele erau colineare.

În cazul necolinearității acestora grinda se deforma lateral și în ea iau naștere eforturi unitare. Folosind mărcile tensometrice lipite pe grindă, ori de cîte ori exista o necolinearitate a reazemelor, grinda se deforma lateral luînd naștere eforturi unitare care s-au pus în evidență cu ajutorul traductorilor de pe grindă, prin măsurarea variației de curent produsă în puntea tensometrică la care erau legați.

Reglajul pe verticală al mecanismelor de reazem s-a efectuat punînd grinda mai întîi pe două reazeme și apoi reglînd pe celelalte, astfel încît să rămînă nesolicitată

S-a realizat apoi o verificare a acestui reglaj și sub sarcină, prin măsurarea valorilor reacțiunilor din reazeme, cu ajutorul unor mărci tensoametrice lipite pe cele două fețe ale plăcuțelor de plexiglas ce aparțineau mecanismelor de reazem. Mărcile de pe aceiași plăcuță au fost lipite în serie. S-a ales plexiglasul deoarece acesta are un modul mic de elasticitate și permitea folosirea completă a aparatelor de măsurare. În aceste condiții măsurarea reacțiunilor s-a făcut cu o precizie destul de mare. Sarcina cu care a fost solicitată bara de încercare în vederea reglării pe verticală a reazemelor, a fost cu mult mai mică decît valoarea sarcinii critice. În acest mod ținînd seama de posibilitățile aparatelor de măsură folosite, s-a putut realiza o colinearitate cu abatere de ordinul a 10^{-4} mm.

De remancat că în cazurile de rezemare pe trei și patru reazeme, reazemele vecine intervalului pe care se aplica sarcina erau solicitate la compresiune și în consecință alcătuite din mecanisme de reazem de compresiune. Toate celelalte reazeme au fost alcătuite din mecanisme de reazem de întindere.

C. Determinări experimentale.

1. Verificarea sarcinii critice de flambaj pentru o serie de cazuri studiate

Verificarea relațiilor de calcul stabilite în cuprinsul lucrării s-a făcut pe o serie de scheme de încărcare și rezemare, pentru grinzi continue pendulare încărcate cu o sarcină concentrată aplicată pe mijlocul unuia din intervalele de la capetele grinzii (tabela 1, cazurile 1, 2, 3).

Pentru realizarea modului de rezemare cerut de condițiile în care au fost stabilite relațiile de calcul de verificat, a fost suprimată posibilitatea deplasării laterale a reazemelor astfel încît punctele de legătură cu grinda aveau posibilitatea să se rotească în orice direcție și să se deplaseze pe orizontală în lungul axei longitudinale a grinzii.

Deplasarea laterală a grinzii a fost împiedicată prin alinierea elementelor de rezemare de care se prindea bara de experiență între două piese de metal rigide 4 (fig. 2).

Sarcina critică de flambaj pentru cazurile de încărcare studiate este dată de o relație de forma

$$P_f = k \frac{E I_y k}{l^3}. \tag{1}$$

Pentru aceiași schemă de încărcare și rezemare valoarea factorului k este aceiași și este diferită pentru scheme diferite.

Încercările făcute au avut drept scop verificarea factorului adimensional k din relația (1) pentru fiecare schemă realizată pe instalația experimentală. Aceasta s-a făcut măsurînd valoarea sarcinii critice de flambaj pentru diverse valori ale lui $\frac{E I_y h}{l^3}$. Rezultatele experiențelor efectuate pentru diversele scheme de încercare sînt centralizate în tabela 1 cazurile 1, 2, 3.

Din determinările efectuate s-a stabilit că valoarea factorului adimensional k determinată experimental, este în medie cu 3,73% mai mare decît cea găsită pe cale teoretică. Precizia măsurătorilor se înscrie în limitele întîlnite în literatură în cadrul încercărilor de stabilitate.

2. *Determinarea sarcinii critice de flambaj pentru grinzile continue pendulare susținute pe tije articulate.*

O altă categorie de determinări a avut ca scop verificarea valorii sarcinii critice pentru grinzile continue pendulare susținute pe tije articulate, încărcate pe mijlocul unuia din intervalele grinzii cu o sarcină concentrată (fig. 1 și 7). Ținînd seama de modul de deformare al grinzii explicat în detaliu

mai înainte, formula care dă sarcina critică pentru aceste cazuri este tot formula (1), valoarea coeficientului k fiind egală cu 48.

În vederea verificării acestei formule s-au efectuat o serie de determinări pentru mai multe cazuri de rezemare și încărcare. Aceste cazuri sînt cuprinse în tabela 1 cazurile 4, 5 și 6.

Stabilirea sarcinii critice s-a făcut pe aceiași instalație experimentală, folosind aceiași metodică de măsurare ca la experiențele descrise mai înainte.

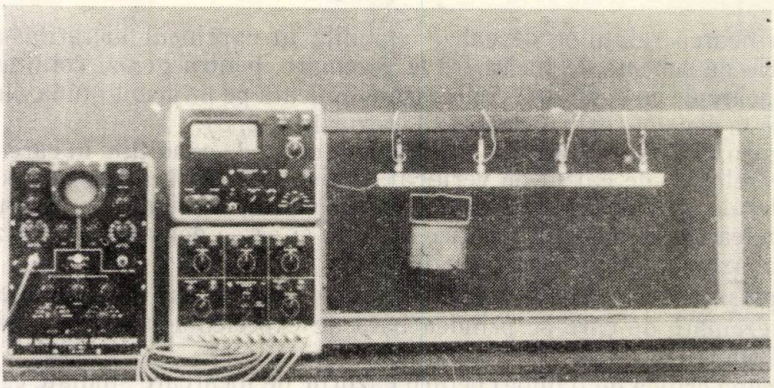


Fig. 7

Pentru adaptarea instalației la noile condiții de rezemare a grinzii s-a suprimat piesa de metal care păstra alinierea elementelor de rezemare legate de grindă în poziția deformată a acesteia.

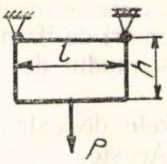
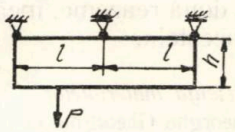
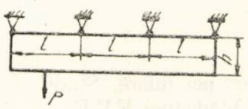
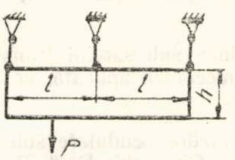
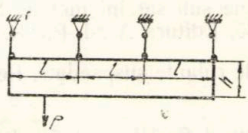
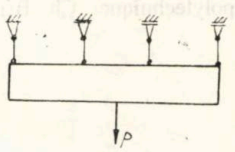
Rezultatele determinărilor experimentale au arătat că valoarea coeficientului k pentru încărcările studiate variază între limite destul de strînse în jurul valorii medii de 50,25 și este independentă de numărul de reazeme și poziția intervalului pe mijlocul căruia se aplică sarcina concentrată.

Dacă se ține seama de faptul că determinările efectuate pentru cazurile 1, 2, 3 din tabela 1 au arătat că valorile coeficientului k determinat experimental este cu 3,73% mai mare ca cel teoretic și admițînd această diferență ca eroare de experimentare, se obține pentru valoarea lui k o valoare foarte aproape de cea teoretică considerată.

Din urmărirea coeficienților k' determinați experimental (tabela 1) se observă că valorile acestora sînt mai mari în medie pentru cazurile 4, 5 (sarcina pe unul din intervalele de la capete) decît pentru cazul 6 (sarcina pe un interval de mijloc). Aceasta se explică prin faptul că la deducerea relațiilor teoretice greutățile barei și mecanismelor de reazem s-au considerat neglijabile. La efectuarea determinărilor experimentale valorile acestora au influențat majorînd într-o oarecare măsură valoarea sarcinii critice. În cazurile 4 și 5 atingerea sarcinii critice este influențată de greutatea mecanismelor de reazem 3 și 4.

Tabela 1

Determinarea experimentală a sarcinii critice de flambaj

Nr. crt.	Cazul studiat	h cm	l cm	I_y cm⁴	$\frac{El_y h}{l^3}$ kg	P_f măs. kg	K' măsurat	K teoretic	$\frac{K'}{K}$	$\frac{K'}{K}$ mediu
1		4,2	20	$31,25\times10^{-6}$	0,0345	1,72	49,9	48	1,04	
		4,2	25	$31,25\times10^{-6}$	0,0175	0,87	49,7	48	1,037	
		3,7	20	$87,4\times10^{-6}$	0,085	4,30	50,6	48	1,052	
		3,7	25	$87,4\times10^{-6}$	0,0435	2,150	49,5	48	1,03	
2		4,2	20	$31,25\times10^{-6}$	0,0345	2,40	69,6	66,75	1,042	1,0373
		4,2	25	$31,25\times10^{-6}$	0,0175	1,21	69,2	66,75	1,038	
		3,7	20	$87,4\times10^{-6}$	0,085	5,78	68	66,75	1,02	
		3,7	25	$87,4\times10^{-6}$	0,0435	3,03	69,7	66,75	1,042	
3		4,2	20	$31,25\times10^{-6}$	0,0345	2,48	72	68,57	1,048	
		4,2	25	$31,25\times10^{-6}$	0,0175	1,23	70,4	68,57	1,025	
		3,7	20	$87,4\times10^{-6}$	0,085	6,06	71,4	68,57	1,04	
		3,7	25	$87,4\times10^{-6}$	0,0435	3,09	71	68,57	1,034	
4		4,2	20	$31,25\times10^{-6}$	0,0345	1,74	50,5	48	1,05	1,0485
		4,2	25	$31,25\times10^{-6}$	0,0175	0,89	50,8	48	1,06	
		3,7	20	$87,4\times10^{-6}$	0,085	4,35	51,2	48	1,065	
		3,7	25	$87,4\times10^{-6}$	0,0435	2,22	51,2	48	1,065	
5		4,2	20	$31,25\times10^{-6}$	0,0345	1,75	50,8	48	1,06	
		4,2	25	$31,25\times10^{-6}$	0,0175	0,88	50,4	48	1,05	
		3,7	20	$87,4\times10^{-6}$	0,085	4,26	50,3	48	1,045	
		3,7	25	$87,4\times10^{-6}$	0,0435	2,2	50,6	48	1,055	
6		4,2	20	$31,25\times10^{-6}$	0,0345	1,7	49,2	48	1,025	
		4,2	25	$31,25\times10^{-6}$	0,0175	0,865	49,5	48	1,031	
		3,7	20	$87,4\times10^{-6}$	0,085	4,25	50,4	48	1,04	
		3,7	25	$87,4\times10^{-6}$	0,0435	2,16	49,6	48	1,035	

D. Concluzii

1. Determinările experimentale efectuate au arătat că relațiile de calcul stabilite sînt verificate practic. În medie valorile sarcinilor critice care au produs flambajul lateral pentru cazurile studiate (tabela 1) sînt cu 4,29% mai mari decît valorile stabilite pe cale teoretică. Aceste cifre se înscriu între limitele citate în literatură pentru diverse cazuri de încercări de flambaj (9).

Rezultatele arată că ipotezele de calcul utilizate și modul de deducere al relațiilor sînt acoperitoare.

2. Experiențele au confirmat de asemenea ipotezele de calcul făcute pentru grinzile continue pendulare pe tije articulate. Acestea au arătat că valorile sarcinilor critice pentru aceste grinzi, în cazul încărcării cu o sarcină concentrată aplicată pe mijlocul intervalului dintre două reazeme consecutive este echivalent cu cazul grinzii pendulare pe două reazeme, încărcată cu o sarcină concentrată **P** pe mijlocul deschiderii acesteia.

Catedra de rezistența materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Petre, A. ,Drobotă, V.:* Flambajul lateral al grinzilor continue pendulare, Studii și cercetări de mecanică aplicată, nr. 4, tom 16, 1964, Editura Academiei R.P.R.

2. *Drobotă, V.:* Flambajul lateral al grinzilor pendulare continue sub sarcini transversale uniform distribuite, Buletinul Institutului politehnic, București, tomul XXVI, fasc. 6, anul 1964.

3. *Drobotă, V.:* Flambajul lateral al grinzilor pendulare continue sub sarcini transversale concentrate și uniform distribuite, Studii și cercetări de mecanică aplicată, nr. 3, tom 18, anul 1965, Editura Acad. R.P.R.

4. *Drobotă, V.:* Flambajul lateral simetric și antisimetric al grinzilor pendulare sub sarcini transversale, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, fascicola 5, 1965.

5. *Drobotă, V.:* Flambajul lateral al grinzilor pendulare continue sub sarcini mobile, Studii și cercetări de mecanică aplicată, nr. 4, tom 18, anul 1965, Editura Acad. R.P.R.

6. *Drobotă, V.:* Calculul de stabilitate al căii de rulare la grinzile rulante suspendate, Revista construcția de mașini, nr. 11, 1965, București.

7. *Hoff, N. S.,* Buckling stability, Journal of the Royal Aeronautical Society, vol. 58, 1954.

8. *Buzdugan, Gh.:* Rezistența materialelor, vol. II, București, Ed. tehnică, 1958.

9. *Timoshenko, S.:* Théorie de la stabilité elastique, Librairie polytechniques Ch. Béranger, Paris, 1947.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 3

ELECTRONICĂ

C.Z.: 622.67 : 622.24.05 : 621.38 : 621.67

EXPERIENȚE EFECTUATE CU MODELUL ELECTRONIC PENTRU POMPAJUL DE ADÎNCIME *

EDM. NICOLAU, I. ADAMACHE, R. PIRINGER, N. TIHON, N. IONESCU

1. Pentru studierea pompajului de adîncime, la ICFE Cîmpina s-a construit un calculator analogic specializat, pe baza colaborării dintre Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" din București și Institutul de Cercetări Foraj-Extracție din Cîmpina [1], [2].

În ultimul timp, cu acest model s-au studiat regimuri de pompaj, comparîndu-se rezulatele obținute la o sondă laborator, prevăzută cu o garnitură de prăjini libere, cu experiențele efectuate pe model. Experiențe asemănătoare s-au efectuat referitoare la sonde echipate cu pompe.

Modelarea fenomenelor din instalațiile de pompaj s-a făcut aplicîndu-se teoria cinematică aproximativă, viteza în punctul de suspensie fiind considerată că este formată din fundamentală și armonica a doua, defazajul dintre aceste două componente fiind nul la trecerea prin zero. Viteza are deci expresia

$$v = A \sin \omega t + B \sin 2 \omega t, \qquad (1)$$

în care:

A este amplitudinea componentei fundamentale a vitezei;

B — amplitudinea armonicii a doua a vitezei;

t — timpul;

$\omega = 2 \pi f$, unde f este frecvența mișcării punctului de suspensie.

Subzistă relația $f = \frac{n}{60}$, în care n este numărul de curse pe minut.

În experiențele din prima categorie, s-a ales modelarea unor regimuri de funcționare cu garnitură de prăjini libere (fără pompă de extracție), deoarece acest caz corespunde unei situații în care metodele teoretice, bazate

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București 28—30 mai 1965.

pe ecuațiile cu derivate parțiale, permit să se stabilească cu precizie valorile diferitelor mărimi fizice — cel puțin în cazul în care instalația este uniformă.

Cercetările analitice întreprinse de I. Adamache permit să se calculeze și regimul în care garniturile sînt tronsonate [3].

2. Caracteristicile principale ale instalațiilor de pompaj cu garnituri libere de prăjini, care au fost modelate pe calculatorul analogic specializat, sînt prezentate în tabela 1.

Tabela 1

Caracteristicile principale ale instalațiilor de pompaj cu garnituri libere de prăjini, modelate în cadrul experimentelor *A* 1—12 și *A* 2—12

Nr. exp.	Sonda	Date asupra regimului de pompaj		Date asupra garniturii de prăjini			$P_{maxim} - P_{minim}$	$V_{maxim} - V_{minim}$
		Lungimea cursei s (m)	Nr. de cicluri/min n	Lungimea l (m)	Diametrul d (țoli)	Diametrul d (mm)	(kgf)	(cm·s^{-1})
A 1—12	Sonda lab.	1,01	27,7	1195	$\frac{3}{4}$	19	4800	310,5
A 2—12	Sonda lab.	1,01	33	1195	$\frac{3}{4}$	19	5500	378

In figurile 1, 2, 3 (pentru experimentul A 1—12) și 4, 5, 6 (pentru experimentul A 2—12) sînt redate comparativ următoarele diagrame:

— dinamograma obținută la prăjina lustruită, de A. N. Adonin [4], [7] (fig. 1 și 4);

— diagrama obținută la modelul VNII Moscova, cu care se demonstrează obținerea unor rezultate cu caracter cantitativ pe model [4], [7] (fig. 2 și 5);

— diagrama obținută la modelul ICFE Cîmpina (fig. 3 și 6).

Valoarea rezultată din dinamogramă pentru amplitudinea forței se calculează cu relația

$$P_{ampl} = P_{max} - P_{min}, \qquad (2)$$

care permite determinarea acesteia în funcție de sarcina maximă și minimă într-un ciclu de pompaj.

Măsurătorile făcute cu dinamometrul la sonda laborator și cele pe modelul VNII Moscova, au condus respectiv la obținerea unei valori de 4 800 kgf și 5 500 kgf la sonda laborator și de 4 500 kgf și 4 580 kgf la modelul VNII Moscova.

Prin măsurătorile de tensiune făcute pe modelul ICFE Cîmpina la intrarea liniei electrice și prin trecerea la mărimea corespunzătoare din sistemul mecanic, cu ajutorul factorului de scară, s-a obținut pentru amplitudini valoarea de 4 760 kgf și 5 550 kgf.

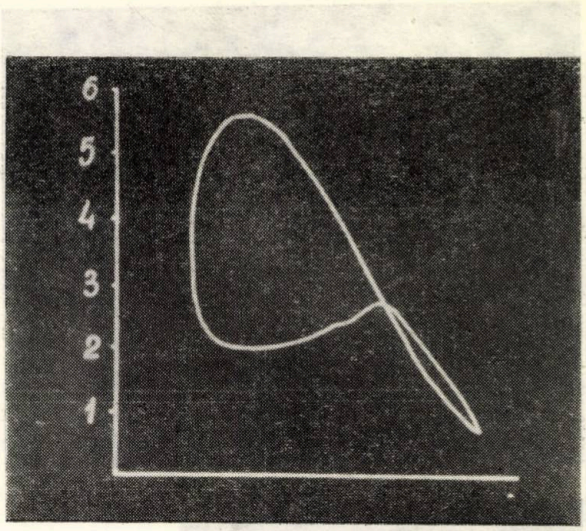


Fig. 1. Diagrama variației forței în funcție de deplasare, obținută în punctul de suspensie al garniturii libere de prăjini, de A. N. Adonin, la o sondă laborator, în experimentul *A* 1—12.

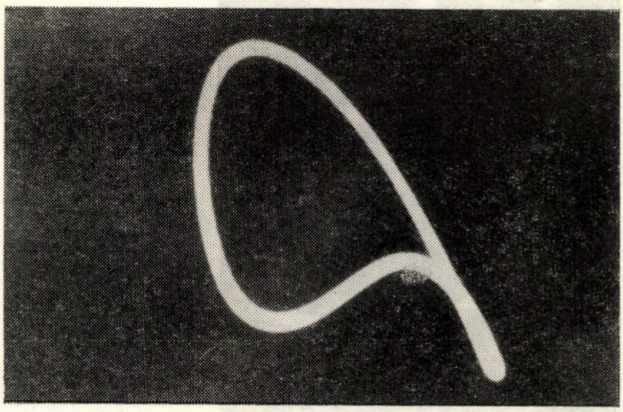


Fig. 2. Diagramă obținută la modelul VNII Moscova, pentru controlul comportării modelului, cu privire la obținerea unor rezultate cu caracter cantitativ (experimentul *A* 1—12).

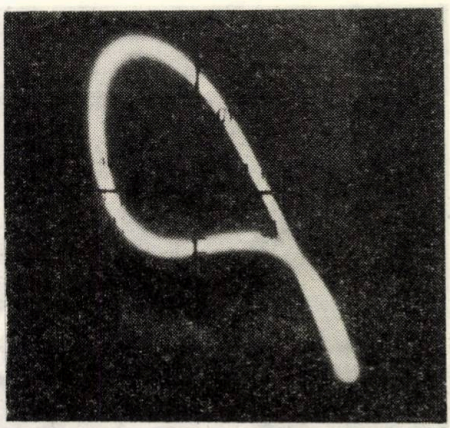


Fig. 3. Diagramă obținută la modelul ICFE Cîmpina, pentru controlul comportării modelului, cu privire la obținerea unor rezultate cu caracter cantitativ (experimentul *A* 1—12).

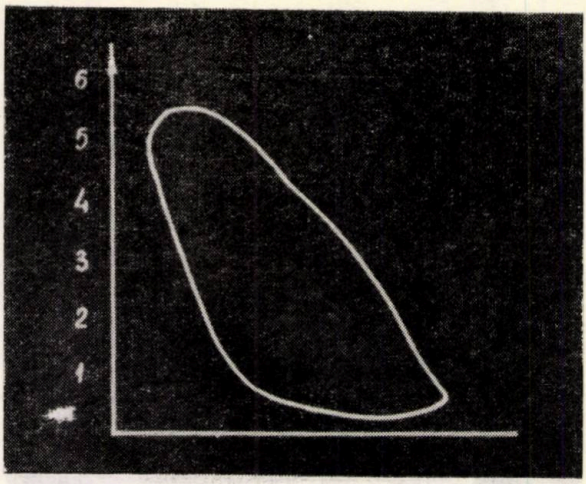


Fig. 4. Diagrama variației forței, în funcție de deplasare, obținută în punctul de suspensie al garniturii libere de prăjini, de A. N. Adonin, la o sondă laborator, în experimentul *A* 2—12.

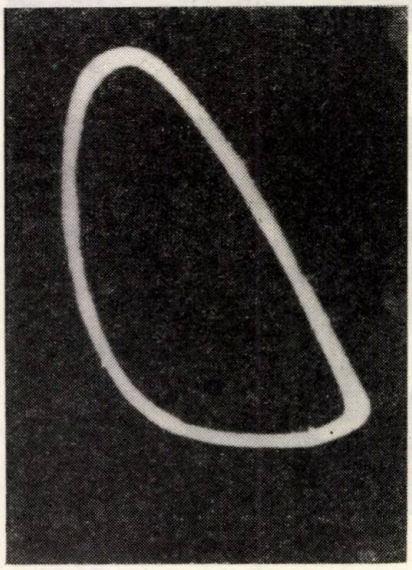


Fig. 5. Diagramă obținută la modelul VNII Moscova, pentru controlul comportării modelului, cu privire la obținerea unor rezultate cu caracter cantitativ (experimentul *A* 2—12).

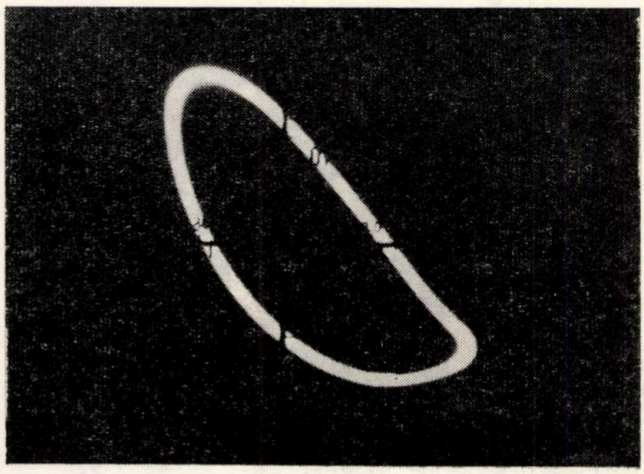


Fig. 6. Diagramă obținută la modelul ICFE Cîmpina, pentru controlul comportării modelului, cu privire la obținerea unor rezultate cu caracter cantitativ (experimentul *A* 2—12).

Comparîndu-se valorile obținute la măsurătorile făcute la sonda laborator și la modelul ICFE Cîmpina, rezultă pentru cele două experiențe, o eroare de —0,84%, respectiv de +0,91%.

În condițiile în care au fost vizualizate diagramele din figurile 3 și 6, adică injectînd în model, la intrarea în linia electrică, corespunzătoare garniturii de prăjini, un curent care variază în timp după legea (1), dată de teoria cinematică aproximativă (componentă fundamentală plus armonica a doua în fază), s-au obținut pe ecranul oscilografului catodic o serie de curbe în funcție de timp, prezentate în figurile 7—15.

Astfel, în figurile 7, 8, 9 (pentru experimentul *A* 1—12) și 10, 11 (pentru experimentul *A* 2—12) sînt redate curbele forței, vitezei și deplasării în funcție de timp la intrarea în model, corespunzător punctului de suspensie al garniturii de prăjini, iar în figurile 12, 13 (pentru experimentul *A* 1—12) și 14, 15 (pentru experimentul *A* 2—12) curbele vitezei și deplasării în funcție de timp în alt punct de la celălalt capăt al liniei modelului, corespunzător capătului inferior al garniturii de prăjini.

3. În paralel cu aceasta, s-au determinat pe cale analitică viteza și deplasarea la extremitatea inferioară a garniturii de prăjini.

Calculele s-au efectuat integrînd ecuația cu derivate parțiale

$$a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + b \frac{\partial u}{\partial t}, \tag{3}$$

în care

u este deplasarea unui punct al garniturii de prăjini;

a — viteza sunetului în materialul din care sînt confecționate prăjinile;

b — coeficient care depinde de frecarea vîscoasă a prăjinilor.

Detalii în această privință sînt prezentate în lucrările [3] și [4].

Integrarea acestei ecuații s-a făcut în două cazuri, și anume prin luarea în considerare a fenomenelor de frecare vîscoasă și prin neglijarea acestora.

În anexă se dau formulele cu care se pot calcula, în cele două cazuri, mărimile care interesează.

Cu ajutorul formulelor (7) și (9) din anexă, s-au calculat viteza și deplasarea în funcție de timp, la extremitatea inferioară a garniturii, obținîndu-se curbele din figurile 16, 17 (pentru experimentul A 1-12) și 18, 19 (pentru experimentul A 2-12).

4. Măsurînd valorile vitezei și deplasării în diferite momente, în zona valorilor extreme pe curbele obținute prin fotografierea ecranului osciloscopului și comparîndu-le cu aceleași valori determinate analitic, s-au obținut datele prezentate în tabelele 2 și 3, care arată o concordanță bună între determinările analitice și cele experimentale, erorile fiind cu mult sub limita erorilor experimentale.

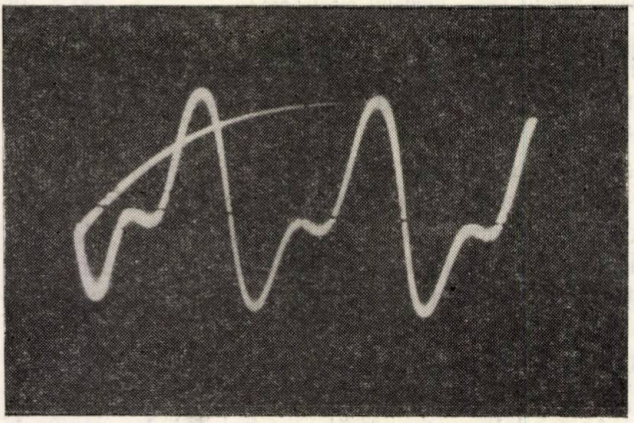


Fig. 7. Variația forței în funcție de timp, obținută la intrarea în linia electrică (corespunzător punctului de suspensie al garniturii de prăjini de pompaj), pentru experimentul *A* 1—12.

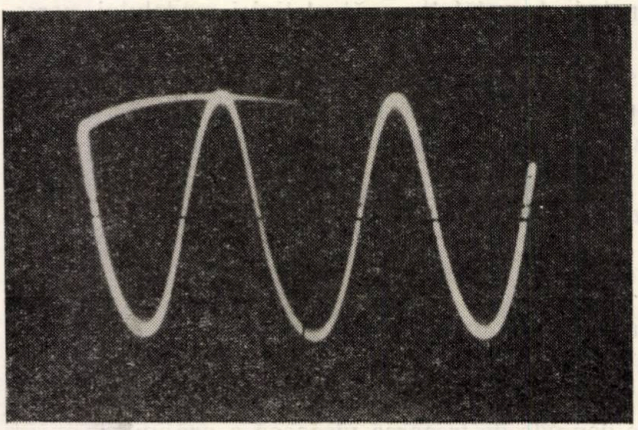


Fig. 8. Variația vitezei în funcție de timp, obținută la intrarea în linia electrică (corespunzător punctului de suspensie al garniturii de prăjini de pompaj), pentru experimentul *A* 1—12.

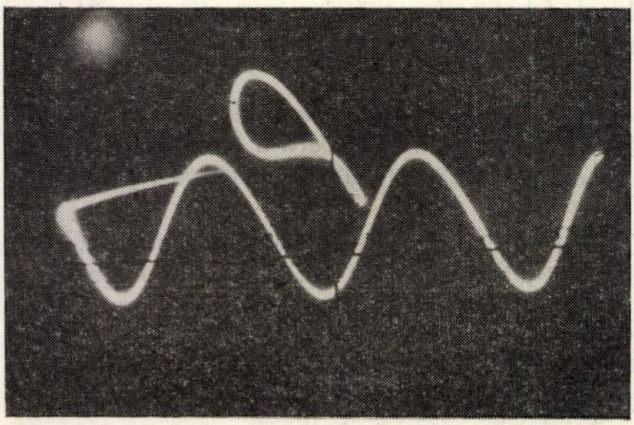


Fig. 9. Variația deplasării în funcție de timp (jos) și variația forței în funcție de deplasare (sus) obținute la intrarea în linia electrică corespunzătoare garniturii de prăjini de pompaj, pentru experimentul *A* 1—12.

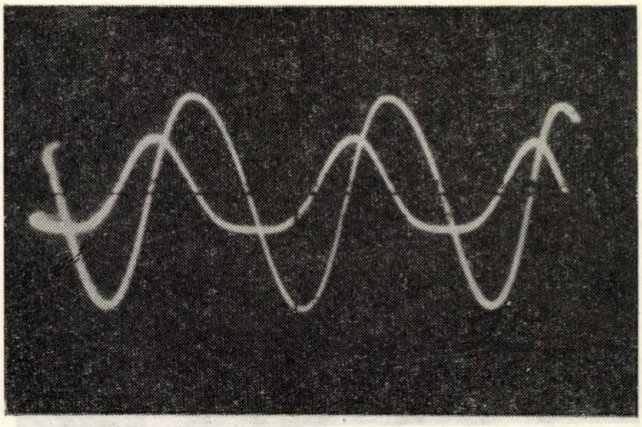


Fig. 10. Variația forței (curba turtită) și a vitezei (curba practic sinusoidală) în funcție de timp, obținute la intrarea în linia electrică, în punctul corespunzător punctului de suspensie al garniturii de prăjini de pompaj, pentru experimentul *A* 2—12.

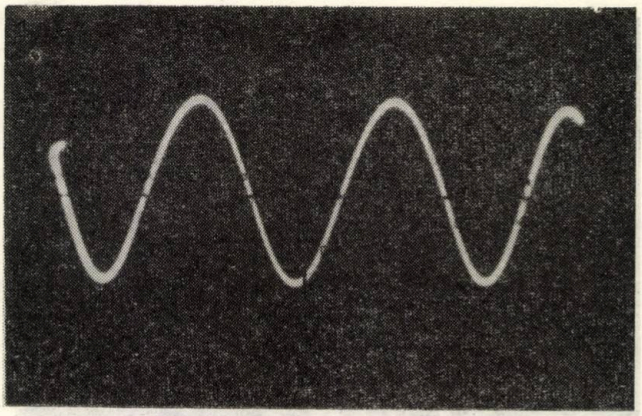


Fig. 11. Variația deplasării în funcție de timp, obținută la intrarea în linia electrică, în punctul corespunzător punctului de suspensie al garniturii de prăjini de pompaj, pentru experimentul *A* 2—12.

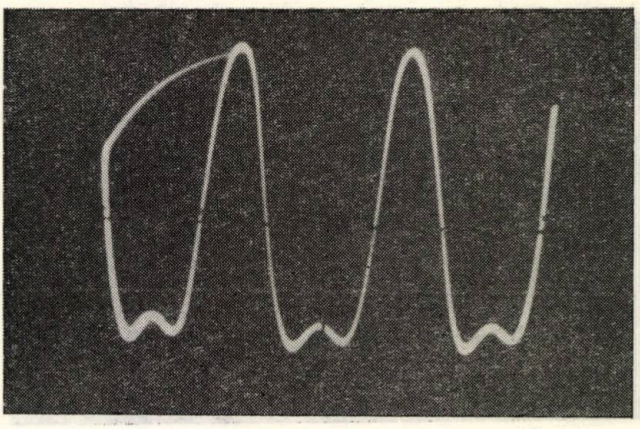


Fig. 12. Variația vitezei în funcție de timp, obținută în punctul terminal al liniei electrice (corespunzător extremității inferioare a garniturii de prăjini de pompaj), la experimentul *A* 1—12.

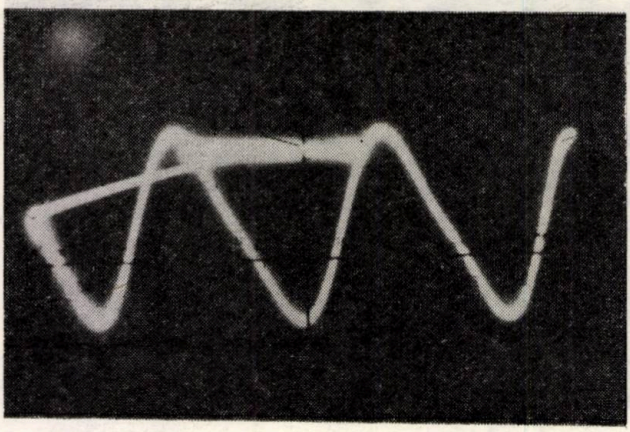


Fig. 13. Variația deplasării în funcție de timp (jos) și variația forței în funcție de deplasare (sus), obținute în punctul terminal al liniei electrice (corespunzător extremității inferioare a garniturii de prăjini de pompaj), la experimentul *A* 1—12.

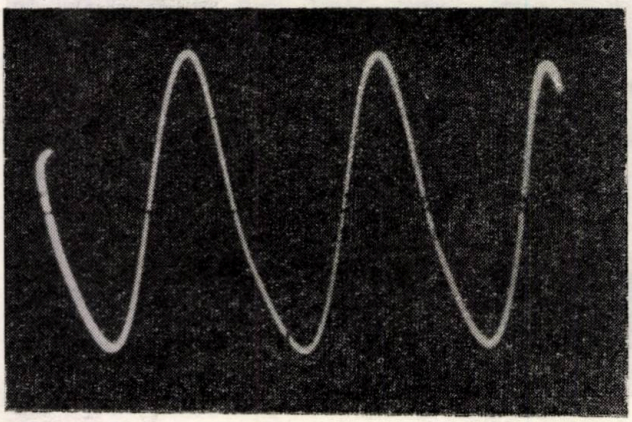


Fig. 14. Variația vitezei în funcție de timp, obținută în punctul terminal al liniei electrice (corespunzător extremității inferioare a garniturii de prăjini de pompaj), la experimentul *A* 2—12.

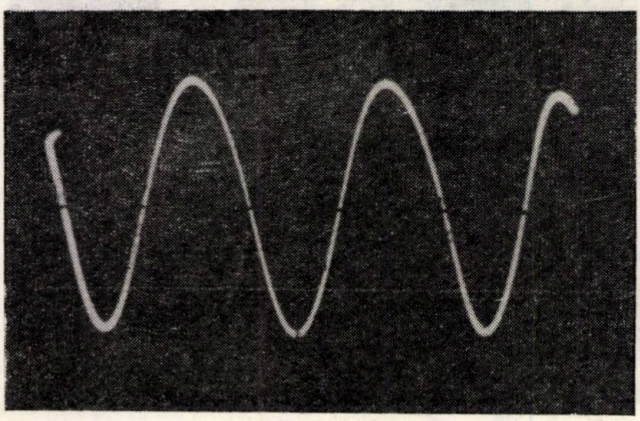


Fig. 15. Variația deplasării în funcție de timp, obținută în punctul terminal al liniei electrice (corespunzător extremității inferioare a garniturii de prăjini de pompaj), la experimentul *A* 2—12.

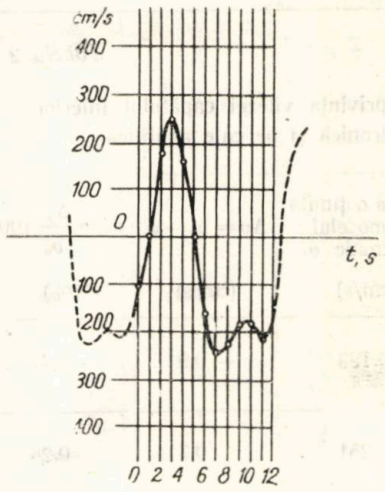


Fig. 16. Variația vitezei în funcție de timp a capătului inferior al garniturii de prăjini, obținută pe cale analitică (experimentul *A* 1—12).

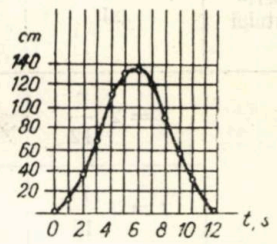


Fig. 17. Variația deplasării în funcție de timp a capătului inferior al garniturii de prăjini, obținută pe cale analitică (experimentul *A* 1—12).

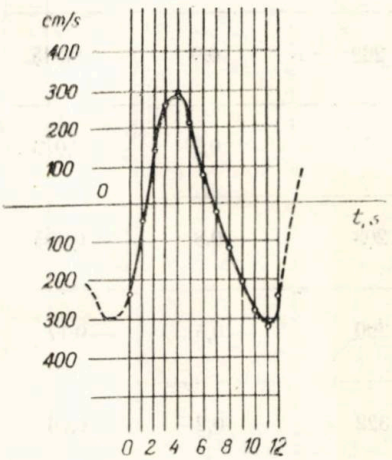


Fig. 18. Variația vitezei în funcție de timp a capătului inferior al garniturii de prăjini, obținută pe cale analitică (experimentul *A* 1—12).

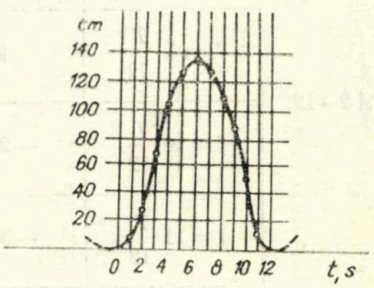


Fig. 19. Variația deplasării în funcție de timp a capătului inferior al garniturii de prăjini, obținută pe cale analitică (experimentul *A* 2—12).

Tabela 2

Prezentarea comparativă a datelor obținute în privința vitezei capătului inferior al garniturii de prăjini prin modelare electronică și pe cale analitică

Nr. experimentului	Timpul (s)	Viteza obținută pe cale analitică v_a (cm/s)	Viteza obținută la modelul electronic v_e (cm/s)	$\Delta v = v_a - v_e$ (cm/s)	$\varepsilon_v = \frac{\Delta v}{v_a} 100$ (%)
A 1—12	$t = 2\,\frac{T}{12}$	192,1	193	— 0,9	— 0,47
	$t = 3\,\frac{T}{12}$	251,7	251	0,7	0,28
	$t = 4\,\frac{T}{12}$	155,5	156	— 0,5	— 0,32
	$t = 6\,\frac{T}{12}$	— 155,9	— 156	— 0,1	— 0,06
	$t = 7\,\frac{T}{12}$	— 239,2	— 241	— 1,8	— 0,75
	$t = 8\,\frac{T}{12}$	— 226,4	— 227	— 0,6	— 0,26
A 2—12	$t = 3\,\frac{T}{12}$	260,9	260	0,9	0,345
	$t = 4\,\frac{T}{12}$	273,2	273	0,2	0,073
	$t = 5\,\frac{T}{12}$	202,2	203	— 0,8	— 0,395
	$t = 10\,\frac{T}{12}$	— 289,5	— 290	— 0,5	— 0,17
	$t = 11\,\frac{T}{12}$	— 322,2	— 322	0,2	0,06
	$t = 12\,\frac{T}{12}$	— 237,5	— 239	— 1,5	— 0,6

Tabela 3

Prezentarea comparativă a datelor obținute în privința deplasării capătului inferior al garniturii de prăjini prin modelare electronică și pe cale analitică

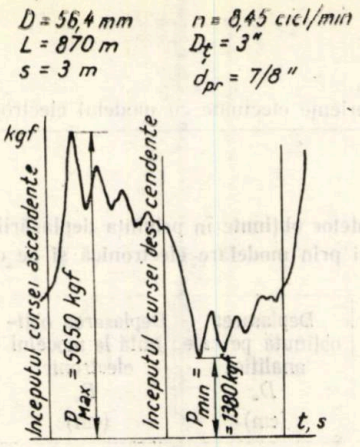
Nr. experimentului	Timpul (s)	Deplasarea obținută pe cale analitică D_a (cm)	Deplasarea obținută la modelul electronic D_e (cm)	$\Delta D = D_a - D_e$ (cm)	$\varepsilon_D = \frac{\Delta D}{D_a} 100$ (%)
A 1—12	$t = 5\,\frac{T}{12}$	132,8	130	2,8	2,12
	$t = 6\,\frac{T}{12}$	135,8	135	3,8	2,75
	$t = 7\,\frac{T}{12}$	126,8	125	1,8	1,42
A 2—12	$t = 5\,\frac{T}{12}$	134,8	136	— 1,2	— 0,89
	$t = 6\,\frac{T}{12}$	140	141	— 1,0	— 0,71
	$t = 7\,\frac{T}{12}$	135,7	137	— 1,3	— 0,96

5. Experiențele din a doua categorie au constat în modelarea, pe instalația existentă la ICFE Cîmpina, a unor regimuri de pompaj realizate într-o sondă laborator prevăzută cu pompă de extracție, experiențe cu care s-a verificat la VNII Moscova funcționarea modelului construit acolo, și în modelarea funcționării unei sonde existente în schela Cîmpina.

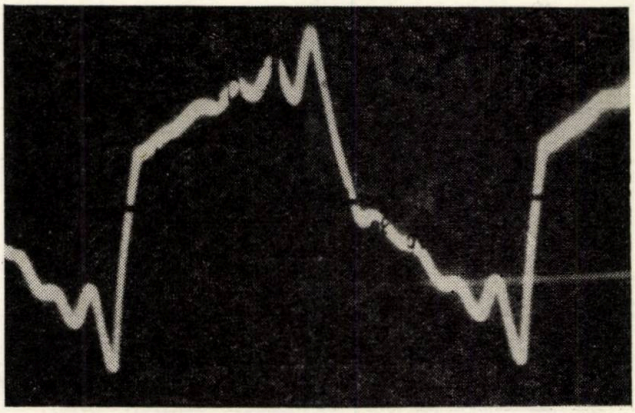
Modelarea fenomenelor din instalațiile de pompaj s-a făcut și în aceste cazuri aplicîndu-se teoria cinematică aproximativă.

Pentru regimurile de pompaj cu pompă de extracție, realizate la sonda laborator, s-au prezentat în tabela 4 principalele caracteristici ale instalațiilor de pompaj modelate.

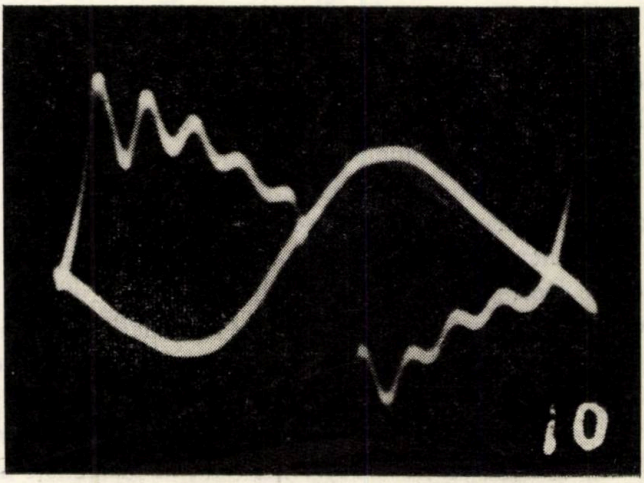
În figurile 20—23 sînt redate comparativ curbele variației forței în funcție de timp, obținute la sonda laborator în punctul de suspensie al garniturii de prăjini, și la intrarea în linia electrică, atît la modelul ICFE Cîmpina, cît și la modelul VNII Moscova, pentru fiecare din experimentele menționate în tabela 4.



a

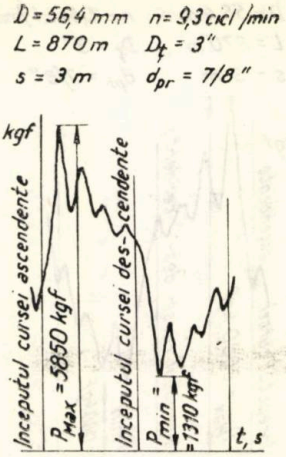


b

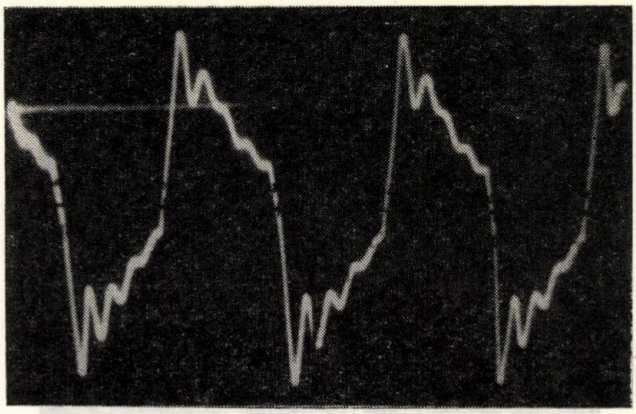


c

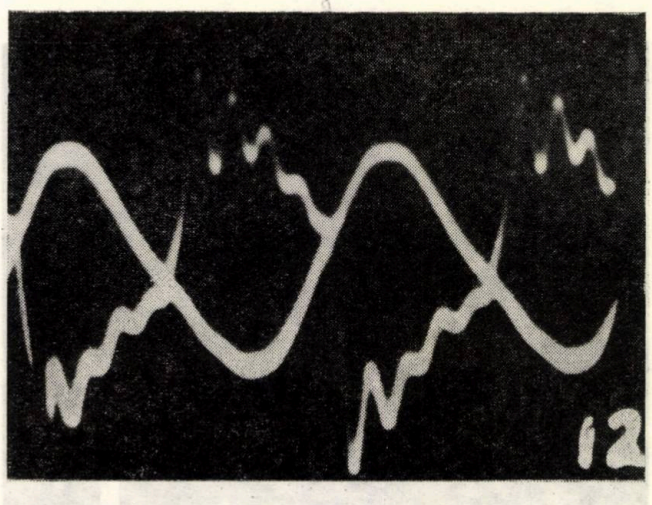
Fig. 20. Variația forței în funcție de timp, în punctul de suspensie al garniturii de prăjini, pentru instalația de pompaj ale cărei caracteristici principale sînt redate în figura 20 *a* (experimentul *B* 1—12), obținută la :
a — sonda laborator ; *b* — modelul ICFE Cîmpina ;
c — modelul VNII Moscova.



a

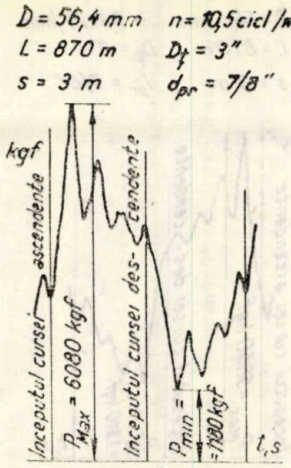


b

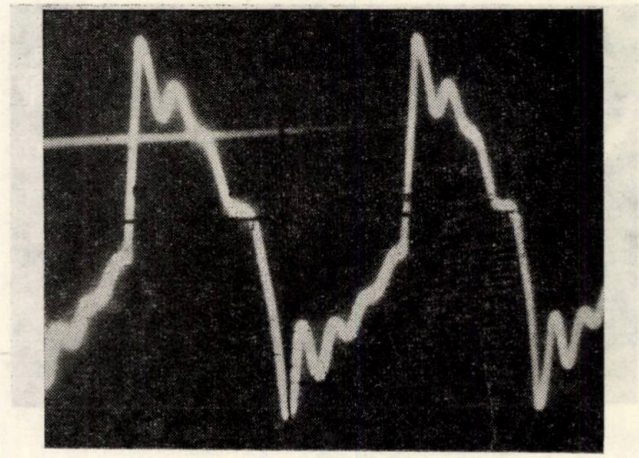


c

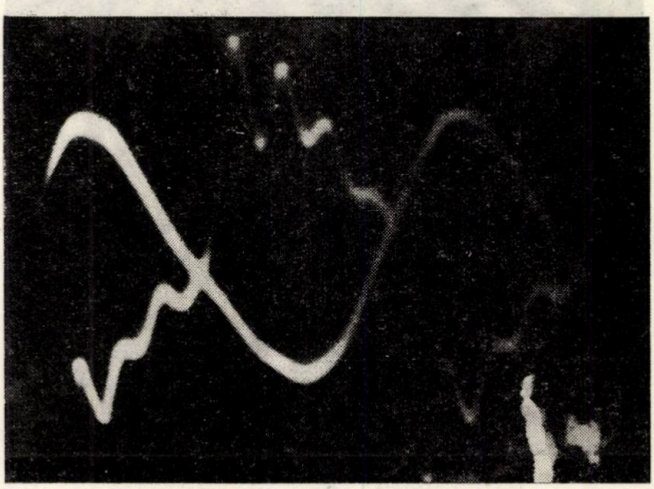
Fig. 21. Variația forței în funcție de timp, în punctul de suspensie al garniturii de prăjini, pentru instalația de pompaj ale cărei caracteristici principale sînt redate în figura 21 *a* (experimentul *B* 2—12), obținută la :
a — sonda laborator ; *b* — modelul ICFE Cîmpina ;
c — modelul VNII Moscova.



a

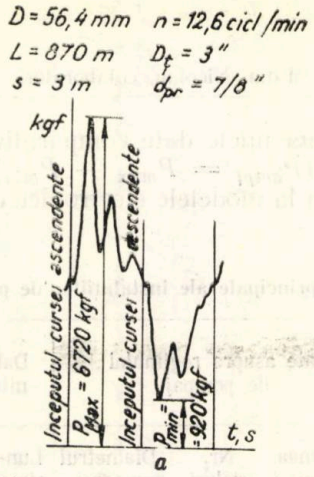


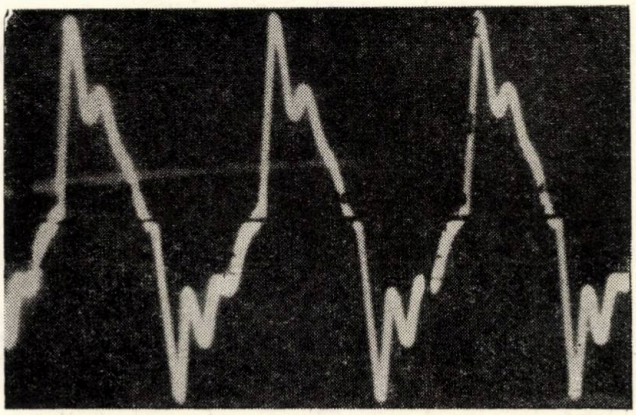
b



c

Fig. 22. Variația forței în funcție de timp, în punctul de suspensie al garniturii de prăjini, pentru instalația de pompaj ale cărei caracteristici principale sînt redate în figura 22 *a* (experimentul *B* 3—12), obținută la :
a — sonda laborator ; *b* — modelul ICFE Cîmpina ;
c — modelul VNII Moscova.





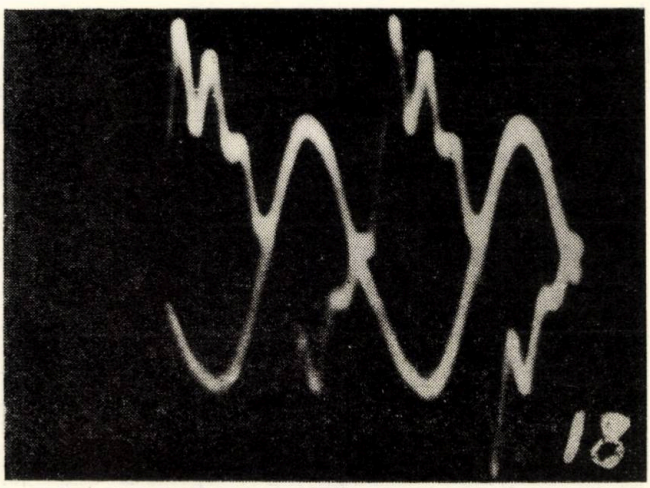


Fig. 23. Variația forței în funcție de timp, în punctul de suspensie al garniturii de prăjini, pentru instalația de pompaj ale cărei caracteristici principale sînt redate în figura 23 *a* (experimentul *B* 4—12), obținută la :
a — sonda laborator ; *b* — modelul ICFE Cîmpina ;
c — modelul VNII Moscova.

In tabela 5 se prezintă unele date comparative obținute la măsurarea variației extreme a forței ($P_{ampl} = P_{max} - P_{min}$), determinările efectuîndu-se la sonda laborator și la modelele electronice de la ICFE Cîmpina și de la VNII Moscova.

Tabela 4

Caracteristicile principale ale instalațiilor de pompaj modelate

Nr. crt.	Nr. experimentului	Sonda	Date asupra regimului de pompaj			Date asupra garniturii de prăjini			Date asupra garniturii de țevi de extracție	
			Lungimea cursei s (m)	Nr. cicluri pe minut n	Diametrul pompei D (mm)	Lungimea l (m)	Diametrul d (țoli)	Diametrul d (mm)	Diametrul (țoli)	Lungimea (m)
1	*B* 1—12	Sondă laborator	3	8,45	56,4	870	$\frac{7}{8}$	22	3	870
2	*B* 2—12	Sondă laborator	3	9,3	56,4	870	$\frac{7}{8}$	22	3	870
3	*B* 3—12	Sondă laborator	3	10,5	56,4	870	$\frac{7}{8}$	22	3	870
4	*B* 4—12	Sondă laborator	3	12,6	56,4	870	$\frac{7}{8}$	22	3	870

Tabela 5

Date comparative obținute la măsurătorile lui $P_{ampl} = (P_{max} - P_{min})$ efectuate la sonda laborator și la modelele electronice de la ICFE Cîmpina și de la VNII Moscova

Nr. experimentului	$P_{ampl} = (P_{max} - P_{min})$ Valori obținute la măsurătorile de la:			Erorile exprimate față de rezultatele obținute la sonda laborator %	
	Sonda laborator (kgf)	Modelul ICFE Cîmpina (kgf)	Modelul VNII Moscova	Modelul ICFE Cîmpina	Modelul VNII Moscova
B 1—12	4270	4260	4506	— 0,23	+ 5,50
B 2—12	4540	4615	4820	+ 1,65	+ 6,15
B 3—12	4900	4820	5260	— 1,63	+ 7,35
B 4—12	5800	5880	5850	+ 1,38	+ 0,86

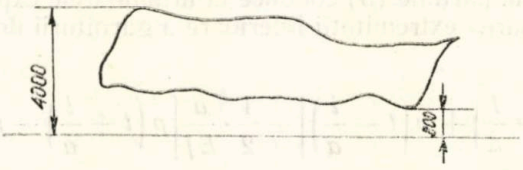
Regimul de pompaj cu pompă de extracție, realizat la sonda 129 din schela Cîmpina și modelat la calculatorul analogic specializat de la ICFE Cîmpina are caracteristicile principale din tabela 6.

Tabela 6

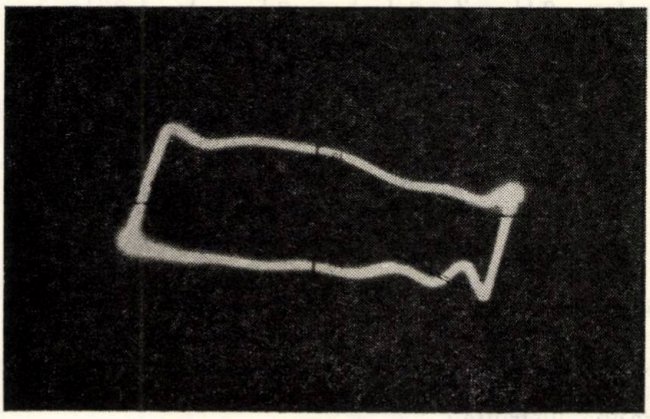
Caracteristicile principale ale instalației de pompaj de la sonda 129 din schela Cîmpina

Nr. experimentului	Sonda	Date asupra regimului de pompaj			Date asupra garniturii de prăjini			Date asupra garniturii de țevi de extracție	
		Lungimea cursei s (m)	Nr. cicluri pe minut n	Diametrul pompei D (mm)	Lungimea l (m)	Diametrul d (țoli)	Diametrul d (mm)	Diametrul (țoli)	Lungimea (m)
C 1—12	129 Cîmpina	1,65	11,5	70	467	7/8	22	3	467

Rezultatele modelării acestei instalații de pompaj sînt prezentate în figura 24, în care se pot vedea comparativ diagramele forței în funcție de deplasare, în punctul de suspensie al garniturii de prăjini. Una din diagrame (fig. 24 *a*) este obținută prin dinamometrare la sonda reală, iar cealaltă (fig. 24 *b*) prin fotografierea imaginii care apare pe ecranul osciloscopului catodic, la modelul electronic.



a



b

Fig. 24. Variația forței în funcție de deplasare, obținută în punctul de suspensie al garniturii de prăjini la:
a — sonda 129 Cîmpina;
b — modelul ICFE.

Diferența între forța maximă și cea minimă, obținută prin dinamometrare este de 3 200 kgf, iar prin modelare — de 3 300 kgf, rezultînd o eroare de +3,13%.

In figurile 25—27 sînt prezentate alte diagrame care oferă informații suplimentare în privința regimului de pompaj aplicat la această sondă. Se menționează că se mai pot obține date și în alte puncte ale instalației de pompaj (în afară de punctul de suspensie al garniturii de prăjini și pistonul pompei de extracție), la diferite adîncimi.

6. În concluzie, se poate afirma că în toate experiențele efectuate în anul 1964 cu modelul ICFE Cîmpina, erorile au fost mai mici de 3%, comparînd rezultatele obținute în model cu cele obținute la sonda laborator, referitor la amplitudinea variației forței în punctul de suspensie a prăjinii lustruite.

La compararea rezultatelor obținute în model cu cele obținute pe cale analitică, erorile au fost mai mici de 2,75%, referitor la valorile maxime ale vitezei deplasării la extremitatea inferioară a garniturii de prăjini.

Toate acestea arată că modelul ICFE Cîmpina, realizat prin colaborarea dintre Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" din București și Institutul de Cercetări Foraj-Extracție din Cîmpina, funcționează corect, cu ajutorul său putîndu-se determina în mod cantitativ regimurile de pompaj pentru instalațiile întîlnite în țara noastră.

ANEXĂ

Dacă se neglijează fenomenele de frecare vîscoasă ($b = 0$), integrarea ecuației cu derivate parțiale (3) conduce la următoarele expresii pentru viteza, forța și deplasarea extremității inferioare a garniturii de prăjini, în funcție de timp [3]:

$$v_1(t) = \frac{1}{2}\left[v\left(t+\frac{l}{a}\right)+v\left(t-\frac{l}{a}\right)\right]-\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{Ef}\left[p\left(t+\frac{l}{a}\right)-p\left(t-\frac{l}{a}\right)\right], \quad (4)$$

$$p_1(t) = \frac{1}{2}\left[p\left(t+\frac{l}{a}\right)+p\left(t-\frac{l}{a}\right)\right]-\frac{1}{2}\cdot\frac{Ef}{a}\left[v\left(t+\frac{l}{a}\right)-v\left(t-\frac{l}{a}\right)\right], \quad (5)$$

$$u_1(t) = \frac{1}{2}\left[u\left(t+\frac{l}{a}\right)+u\left(t-\frac{l}{a}\right)\right]-\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{Ef}\left[Y\left(t+\frac{l}{a}\right)-Y\left(t-\frac{l}{a}\right)\right], \quad (6)$$

în care

f este aria secțiunii transversale a prăjinilor;

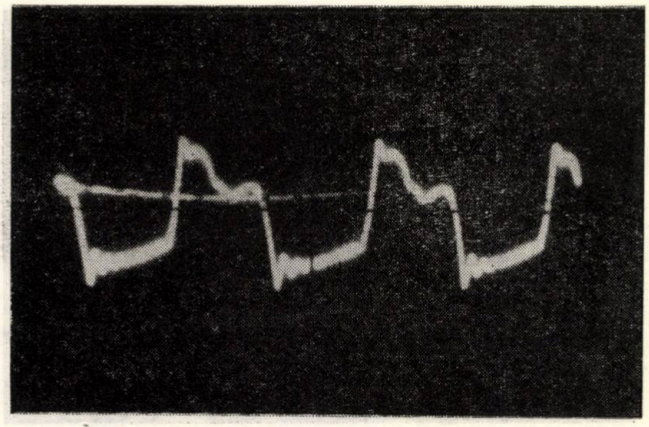
l — lungimea totală a garniturii de prăjini;

E — modulul de elasticitate al oțelului din care sînt confecționate prăjinile;

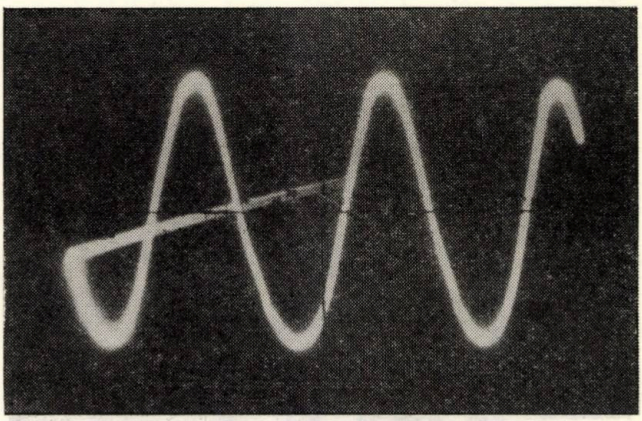
$v(t)$ — viteza la prăjina lustruită;

$u(t) = \int_0^t v(\tau)\,d\tau$ este deplasarea prăjinii lustruite la momentul t;

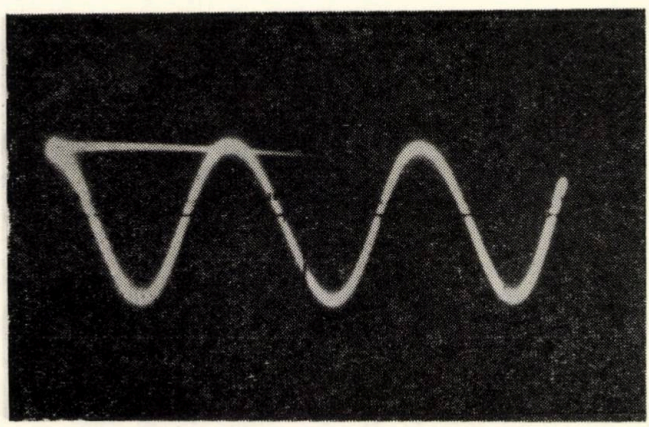
$p(t)$ — sarcina la prăjina lustruită;



a

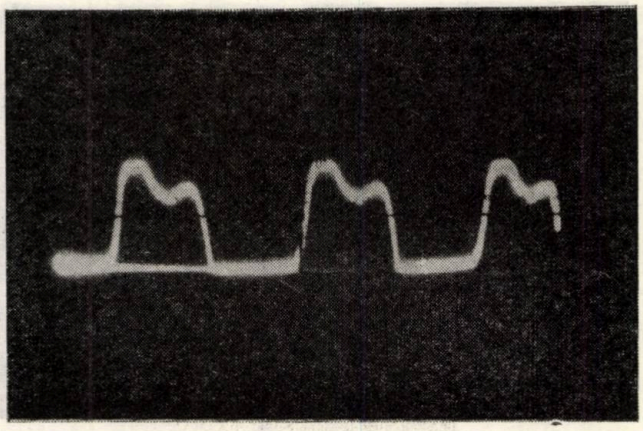


b

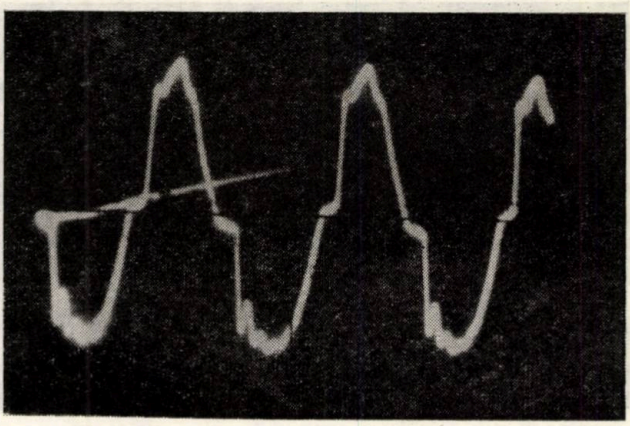


c

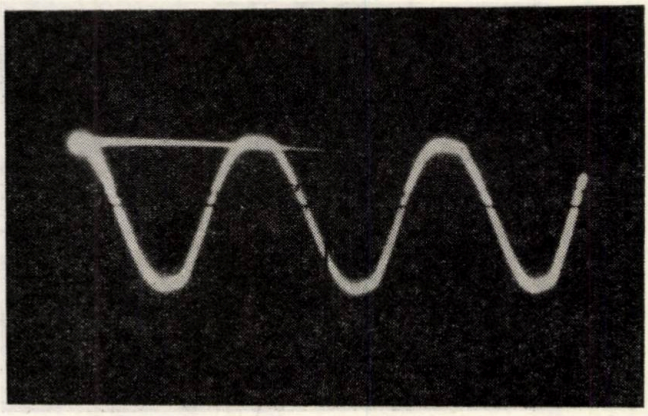
Fig. 25. Variația unor mărimi mecanice în funcție de timp, obținute la intrarea în linia electrică corespunzătoare punctului de suspensie al garniturii de prăjini de pompaj: *a* — forța; *b* — viteza; *c* — deplasarea.



a



b



c

Fig. 26. Variația unor mărimi mecanice în funcție de timp, obținute în punctul terminal al liniei electrice corespunzător supapei pistonului pompei de extracție: *a* — forța ; *b* — viteza ; *c* — deplasarea.

$Y(t) = \int_0^t p(\tau)\, d\tau$ este impulsul sarcinii $p(t)$ la monentul t;

$v_1(t)$ — viteza la pistonul pompei (extremitatea inferioară a garniturii de prăjini);

$p_1(t)$ — sarcina la pistonul pompei, egală cu zero la o garnitură de prăjini libere;

$u_1(t)$ — deplasarea pistonului pompei de extracție.

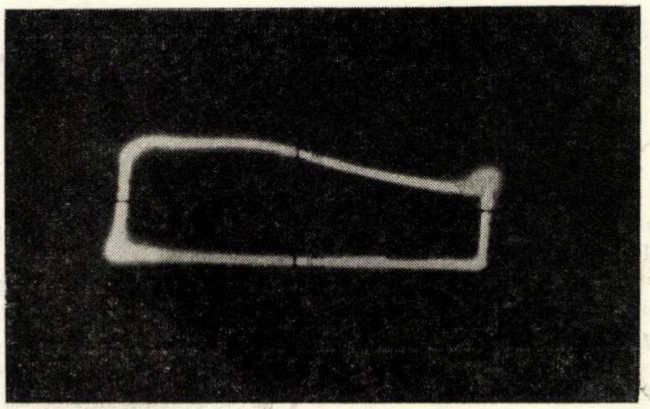


Fig. 27. Variația forței în funcție de deplasare, obținută în model, în punctul corespunzător supapei pistonului pompei de extracție.

În cazul cînd se iau în considerare forțele de frecare vîscoasă, aceleași mărimi se calculează cu ajutorul formulelor [3]:

$$v_1(t) = \frac{1}{2}\left[v\left(t+\frac{l}{a}\right)e^{\frac{bl}{2a}} + v\left(t-\frac{l}{a}\right)e^{-\frac{bl}{2a}}\right] -$$

$$-\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{Ef}\left[p\left(t+\frac{l}{a}\right)e^{\frac{bl}{2a}} - p\left(t-\frac{l}{a}\right)e^{-\frac{bl}{2a}}\right] + \frac{1}{4}\cdot\frac{ab}{Ef}\int_{-\frac{l}{a}}^{+\frac{l}{a}} p(t+\tau)\, e^{\frac{b\tau}{2}}\, d\tau, \quad (7)$$

$$p_1(t) = \frac{1}{2}\left[p\left(t+\frac{l}{a}\right)e^{\frac{bl}{2a}} + p\left(t-\frac{l}{a}\right)e^{-\frac{bl}{2a}}\right] -$$

$$-\frac{1}{2}\cdot\frac{Ef}{a}\left[v\left(t+\frac{l}{a}\right)e^{\frac{bl}{2a}} - v\left(t-\frac{l}{a}\right)e^{-\frac{bl}{2a}}\right] -$$

$$-\frac{1}{4}\, b\, \frac{Ef}{a}\left[u\left(t+\frac{l}{a}\right)e^{\frac{bl}{2a}} - u\left(t-\frac{l}{a}\right)e^{-\frac{bl}{2a}}\right], \tag{8}$$

$$u_1(t) = \frac{1}{2}\left[u\left(t+\frac{l}{a}\right)e^{\frac{bl}{2a}} + u\left(t-\frac{l}{a}\right)e^{-\frac{bl}{2a}}\right] - \frac{a}{2Ef}\int_{-\frac{l}{a}}^{+\frac{l}{a}} p(t+\tau)\, e^{\frac{b\tau}{2}}\, d\tau, \tag{9}$$

în care nu intervin decît mărimi a căror semnificație a fost explicată la relațiile (3) și (4) — (6).

Catedra de radiocomunicații
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
Institutul de Cercetări Foraj-Extracție Cîmpina

BIBLIOGRAFIE

1. *Nicolau, Ed., Adamache, I.:* Asupra modelării electronice a pompajului de adîncime. Bul. I. P. Vol. 21, fasc. 4, București, 1959.
2. *Nicolau, Ed., Adamache, I.:* Modelarea electronică a pompajului de adîncime. Revista Automatica și Electronica. Vol. VIII, nr. 1, ianuarie — februarie 1964, București,
3. *Adamache, I.:* Cercetări analitice și de modelare electronică asupra pompajului de mare adîncime cu prăjini. Lucrare de disertație pentru obținerea titlului de candidat în științe tehnice. Cîmpina, 1963.
4. *Virnovskii, A. S., Tateișvilii, O. S. i drughie:* Elektromodelinovanie nassosnoi ustanovski so stankom kacialkoi sverhalinnogo hoda. Otcet VNII po teme nr. 71 za 1953 god.
5. *Norton, I. R.:* Dynamic Loads in Sucker Rods. Drilling and Production Practice, 1960, A.P.I. New-York 1961, p. 108—116.
6. *Waren, E. S.:* A Method for Computing Down-Hole Forces and Displacements in Oil Wells Pumped with Sucker Rods. Producers Monthly, April, 1963.
7. *Virnovskii, A. S., Ivankov, P. A., Tateishvily, O. S., Aburukin, A. L.:* Electrical Modelling Control and Automation of Oil Well Pumps. The Sixth World Petroleum Conference in Francfort/Main, 19-th — 26-th June 1963.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 3

ELECTROTEHNICĂ

C.Z. : 621.316.3 : 621.313.

SUR L'UTILISATION DES GRAPHES DANS L'ÉTUDE DES MACHINES ÉLECTRIQUES *

D. NICULESCU, A. CRĂCIUNESCU

1. Introduction.

Dans l'acception générale du mot, le graphe signifie un schéma formé de noeuds et de branches qui les rélient conformément à certaines règles. Par exemple, le schéma d'un réseau électrique pour le transport de l'énergie électrique est un graphe, les noeuds représentant les usines électriques et les branches — les lignes de transport. La formule de la structure d'un produit chimique est aussi un graphe dans lequel les noeuds représentent les éléments chimiques et les branches représentent les valences. Le schéma des chemins de fer d'une région est un graphe dans lequel les noeuds représentent les stations et les branches représentent les lignes de fer. Les exemples similaires peuvent être multipliés.

La possibilité d'utiliser la théorie des graphes à l'étude des machines électriques est basée sur le fait qu'on peut associer à une machine électrique un graphe, dans lequel les noeuds représentent les variables (indépendantes ou dépendantes) du système d'equations linéaires qui décrivent le fonctionnement de la machine. Les branches de connection des noeuds correspondent aux rélations existantes entre les respectives variables, en fonction des paramétres du système (impédance, admittance) ou en fonction des lois physiques qui actionnent dans le système.

L'application de la méthode des graphes dans l'étude des machines électriques utilisées dans les systèmes de réglage automatique présente les avantages suivants :

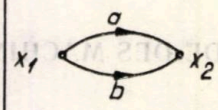
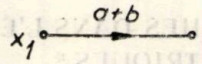
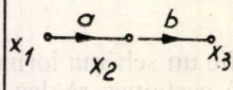
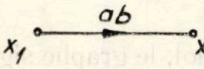
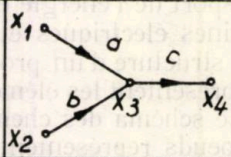
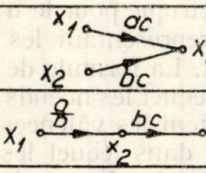
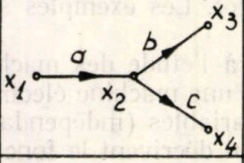
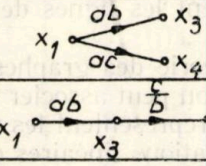
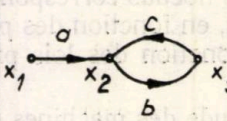
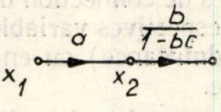
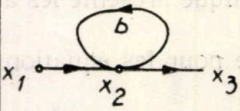
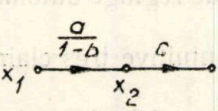
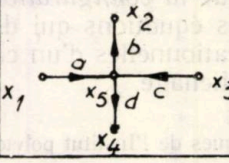
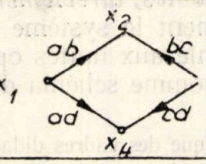
— donne une représentation intuitive très claire pour les équations du système ;

— permet à déterminer rapidement la dépendence d'une variable, quelconque en fonction des autres *variables, directement de la configuration du graphe,* sans résourde algébriquement le système des équations qui décrie le graphe ; puisqu'il peut corresponle aux unités opérationnelles d'un calculateur, le graphe peut-être utilisé comme schéma d'affichage.

---

* Communiquée à la session scientifique des cadres didactiques de l'Institut polytechnique de Iassy, 20—23 Febr. 1965

Le tableau 1

Positions	Graphe élémentaires	Graphe équivelent	Relations
1			$x_2 = ax_1 + bx_1 = (a+b)\,x_1$
2			$x_2 = ax_1$; $x_3 = bx_2$; c'est à dire: $x_3 = abx_1$
3			$x_3 = ax_1 + bx_2$ $x_4 = cx_3 = acx_1 + bcx_2$
4			$x_2 = ax_1$ c'est à dire: $x_3 = bx_2 = abx_1$ et: $x_4 = cx_2 = acx_1$
5			$x_2 = ax_1 + cx_3$ $x_3 = bx_2 = abx_1 + bcx_3$ c'est à dire: $x_3 = a\dfrac{b}{1-bc}x_1$
6			$x_2 = ax_1 + bx_2$ $x_3 = cx_2 = c\dfrac{a}{1-b}x_1$
7			$x_5 = ax_1$ $x_2 = bx_5 = abx_1$ etc.

Avant d'illustrer l'utilisation des graphes à l'étude des machines électriques, nous analyserons quelques propriétés des graphes en ce qui concerne la technique de dériver le graphe résiduel équivalent du graphe aux impédances transistoires général. Le problème consiste dans l'élimination des noeuds — respectivement des variables — qui n'intéressent pas aussi que des liaisons inverses des noeuds.

La séquence des transformations graphiques correspondent avec la suite des opérations algébriques pour la résolution des équations différentialles qui décrivent le fonctionnement de la machine, en vue d'obtenir finalement une seule équation qui contient la fonction de transfert du système.

Dans le tableau 1 sont indiquées les modifications usuelles et les relations de transformation des graphes résiduels; avec $x_1, x_2, ..., x_n$ on a noté les variables associées aux noeuds, et avec $a, b, c, d,$ — les fonctions qui les relient.

Par exemple, pour le graphe initial de la position 1, on a :

$$x_2 = ax_1 + bx_1 \, (a + b) \, x_1 ,$$

c'est-à-dire, le graphe équivalent sera formé d'une seule branche qui relie les deux noeuds, la fonction de transfert étant la somme des fonctions de transfert correspondantes aux branches élémentaires. En conséquence, une maille du graphe peut-être substituée par une branche.

Dans le cas du graphe élémentaires de la position 2 (le tableau 1), on a :

$$x_2 = ax_1 \quad \text{et} \quad x_3 = bx_2 .$$

On peut éliminer le noeud (la variable) x_2 parce que :

$$x_3 = ab\, x_1 .$$

On obtient ainsi un graphe équivalent simplifié (avec deux noeuds au lieu de trois).

Aux positions 3 et 4 on donne deux transformations basées sur les principle mentionnés, qui permettant à éliminer les noeuds x_3 et x_4. Les graphes équivalents donnés aux positions 3 et 4 ont une forme linéaire ; pour comprendre la technique on a donné aussi les graphes arborescents intermédiares. Parce que la transmittance entre x_2 et x_4 est $b\, c$, il est nécessaire que la transmittance entre x_1 et x_2 soit $\frac{a}{b}$, ainsi que la transmittance entre x_1 et x_4 soit $a\, c$.

Une grande importance a la réduction donnée à la position 6 qui consiste dans l'élimination de la boucle $x_2\, x_3$. Des relations correspondantes on voit qu'une telle boucle peut-être substituée par une branche ayant la transmittances $\frac{b}{1 - bc}$; dans le cas de la connection inverse de la position 5, le graphe équivalent est $\frac{a}{1 - b}$.

2. L'utilisation des graphes à l'étude des machines électriques à courant continu utilisées comme éléments des systémes de réglage automatique.

Les caractéristiques dynamiques des systèmes d'asservissment sont établies en considérant les paramètres dynamiques des éléments composants : les constantes de temps électromagnétiques des circuits électriques et les constantes de temps électromécaniques des circuits à inertie mécanique.

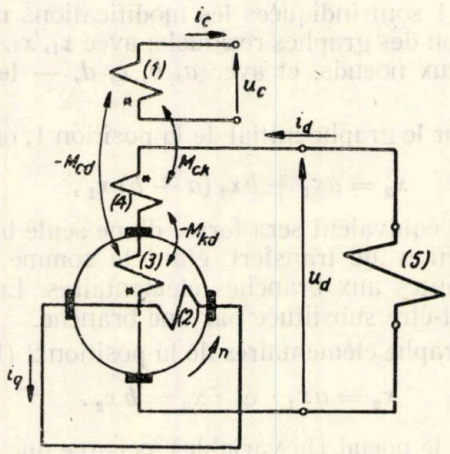


Fig. 1

Si on admet que les paramètres dynamiques des éléments conposants sont constants, les systèmes seront décrits par des équations linéaires. La solution de ces équations écrites sous forme opérationnelle se simplifie beaucoup si on utilise le graphe du système. Ce graphe doit être réduit au graphe résiduel qui contient seulement les variables qui intérèssent et donne immédiatement la fonction de transfert du système. On illustre la méthode en déduisant la fonction de transfert pour l'amplidyne.

2.1. *Le graphe équivalent de l'amplidyne*

Dans la figure 1 on voit le schéma électrique équivalent de l'amplidyne, ou on à noté :

1. l'enroulement de commande, ayant la résistance R_c et l'inductance L_c ;
2. l'enroulement primaire d'amplification parcouru par le courant i_q, ayant la résistance R_q et l'inductance L_q ;
3. l'enroulement secondaire d'amplification parcouru par le courant i_d, ayant la résistance R_d et l'inductance L_d ;
4. l'enroulement de compensation avec la résistance R_k et l'inductance L_k ;

5. La charge extérieure de l'amplidyne (peut-être constituée par l'enroulement d'excitation d'un générateur à courant continu; les parametrès de cet enroulement sont R et L) ;

n — la vitesse de rotation de l'induit (supposée constante)

M — l'inductivité mutuelle entre les enroulements.

Les variables qui entre dans la structure du graphe initial sont (leur image après Laplace) :

$$\hat{u}_c\,,\ \hat{\imath}_c\,,\ \hat{e}_q\,,\ \hat{\imath}_q\,,\ \hat{R}_d\,,\ \hat{\imath}_d\,,\ \hat{u}_d\,.$$

Nous devons déduire la relation entre $\hat{u}_d$ et $\hat{u}_c$ (quelquefois, on doit déterminer les relations entre $\hat{\imath}_d$ et $\hat{u}_c$, ou entre $\hat{\imath}_d$ et $\hat{\imath}_c$).

La source $\hat{u}_c$ constitue le premier noeud du graphe. Ce noeud est lié au noeud $\hat{\imath}_d$ par l'inductivité mutuelle qui existe entre l'enroulement de commande et le circuit secondaire de la machine (l'enroulement de l'axe d).

Ce couplage magnétique est représenté graphiquement dans la figure 2, a où $(M_{cd} - M_{ck})$ est l'inductance mutuelle nette entre le circuit secondaire et le circuit de commande. Le noeud dans lequel convergent ces deux quantités est lié au noeud du courant de commande par une branche avec la transmittance :

$$\frac{1}{R_c + p L_c}$$

La tension électromagnétique primaire $\hat{e}_q$ induite dans la machine est déterminée par le flux après l'axe secondaire (l'axe d) ; ce flux a deux composantes : c produite par le courant $\hat{\imath}_c$ et d produite par le courant $\hat{\imath}_d$. En supposant que la machine fonctionne sur la portion linéaire de la courbe de magnétisation, e_q aura deux composantes : une — produite par la rotation de l'induit avec la vitesse n dans le champ magnétique, due au courant $\hat{\imath}_c$ de valeur $k_n M_{dc}\, \hat{\imath}_c$) et l'autre due à la réaction magnétique du courant $\hat{\imath}_d$, de valeur $k_n\,(L_d - M_{dk})$. Dans la figure 2, b on a représenté les couplages magnétiques correspondantes.

L'enroulement primaire d'amplification (2) sert pour l'augmentation de la valeur du flux donné par l'enroulement de commande. Le noeud du courant $\hat{\imath}_q$ est obtenu en reliant le noeud de la tension électromagnétique $\hat{e}_q$ avec une branche de transmittance :

$$\frac{1}{R_q + p L_q}\,.$$

La tension électromagnétique $\hat{e}_d$ induite dans la machine est déterminée par le flux de l'axe primaire (q) ; ce flux a deux composantes : q produite par le courant $\hat{\imath}_q$ et c produite par le courant $\hat{\imath}_c$. En supposant que la machine n'est pas saturée, nous auront pour $\hat{e}_d$ deux composantes correspondantes aux composantes du flux après l'axe q : une de valeur $k \cdot n \cdot L_q \cdot \hat{\imath}_q$ produite par

la rotation de l'induit avec la vitesse n dans le champ magnétique de $\hat{i}_q$ et l'autre de valeur $p(M_{dc} - M_{kc})\,\hat{i}_c$ due a la réaction magnétique du courant de commande. Dans la figure 2, c on a représenté les couplages correspondantes.

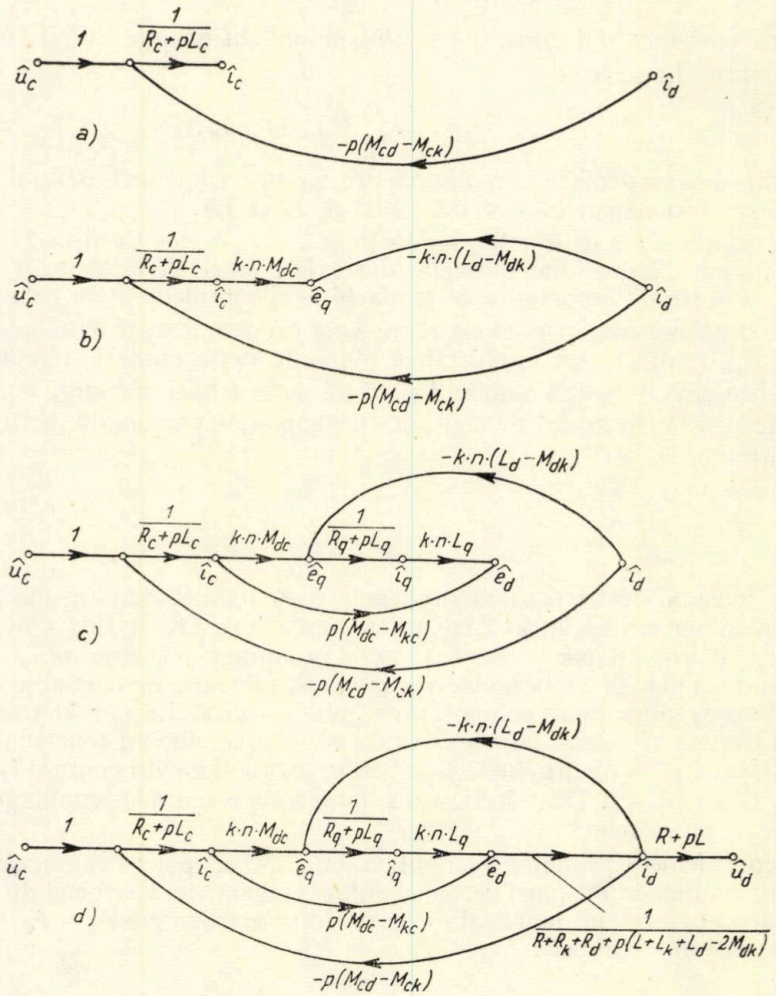


Fig. 2

Le noeud du courant $\hat{i}_d$ est lié au noeud $\hat{e}_d$ par une branche de transmittance :

$$\frac{1}{R_q + R_d + p(L_k + L_d - 2M_{dk}) + R + pL}.$$

Le noeud de la tension de sortie $\hat{u}_d$ peut-être obtenu du noeud courant de sortie $\hat{\imath}_d$ en le reliant par la branche la transmittance : $\frac{1}{R+pL}$ (la transmittance de la charge). On obtient le graphe final (fig. 2, d).

La transformation de ce graphe compliqué dans ce graphe simplifié (le graphe résiduel) est donné dans la figure 3.

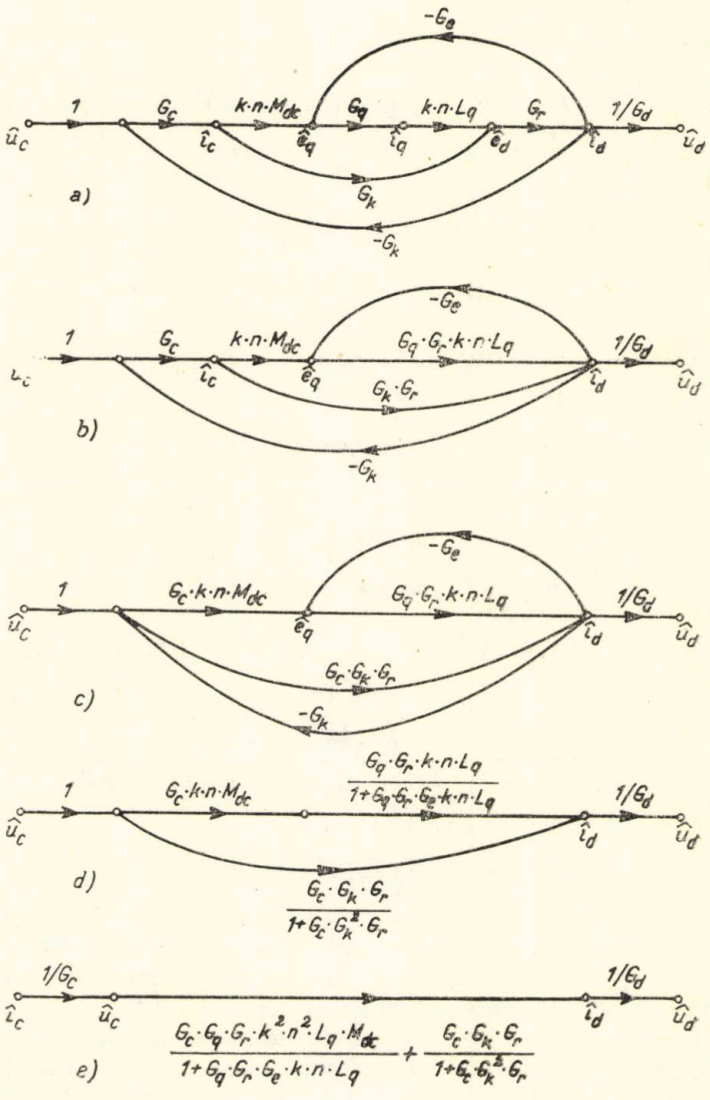


Fig. 3

Pour la simplification de l'écriture on a utilisé les notations :

$$G_c = \frac{1}{R_c + pL_c}$$

$$G_q = \frac{1}{R_q + pL_q}$$

$$G_e = k \cdot n \cdot (L_d - M_{dk})$$

$$G_d = \frac{1}{R + pL}$$

$$G_r = \frac{1}{R_k + R_d + p(L_k + L_d - 2M_{dk}) + R\,pL}$$

$$G_k = p(M_{dc} - M_{ck})$$

Pour l'amplidyne compensée et en considérant $L_d = 0$, $M_{dk} = 0$, $R_d = 0$, $R_k = 0$ et $L_k = 0$, ces notations deviennent :

$$G_c = \frac{1}{R_c + pL_c}$$

$$G_q = \frac{1}{R_q + pL_q}$$

$$G_e = 0\,; \quad G_d = \frac{1}{R + pL}$$

$$G_r = \frac{1}{R + pL}\,; \quad H_k = 0\,.$$

Les fonctions de transfert de l'amplidyne résultent des graphes résiduels simplifiés :

$$\frac{\hat{u}_d}{\hat{u}_c} = \frac{K^2 \cdot n^2 \cdot M_{dc} \cdot L_q}{R_c R_q (1 + pT_q)(1 + pT_c)}\,; \quad \frac{\hat{u}_d}{\hat{i}_c} = \frac{K^2 \cdot n^2 \cdot M_{dc} \cdot L_q}{R_q \cdot (1 + pT_q)}\,;$$

$$\frac{\hat{i}_d}{\hat{u}_e} = \frac{K^2 \cdot n^2 \cdot M_{dc} \cdot L_q}{R_c \cdot R_q \cdot R(1 + pT_c)(1 + pT_q)(1 + pT)}$$

$$\frac{\hat{i}_d}{\hat{i}_c} = \frac{K^2 \cdot n^2 \cdot M_{dc} \cdot L_q}{R_q \cdot R(1 + pT_q)(1 + pT)}\,.$$

Les dernières deux expressions de la fonction de transfert sont les plus utilisées parcequ'elles déterminent la valeur du courant $\hat{i}_d$ dans l'enroulement d'excitation du générateur dont la tension est reglée par l'amplidyne.

En conclusion, on souligne un aspect très important : en appliqant la méthode des graphes on ne perd pas pendant la résolution du problème l'image intuitive des propriétés des circuits de la machine. La déduction de l'expression de la fonction de transfert est faite d'une manière simple et élégante, en comparaison avec le méthode classique donné dans l'annexe.

ANNEXE

La déduction de la fonction de transfert de l'amplidyne par la méthode de calculation algébrique du sistéme des équations

Pour mettre en évidence les avantages de l'utilisation de la méthode des graphes en comparaison avec la méthode classique algébrique pour la déduction de la fonction de transfert, nous donnerons là-bas cette solution.

Les équations de l'amplidyne sont les suivants :

$$\begin{cases} u_c - p(M_{ck} - M_{cd})\,\hat{\imath}_d = (R_c + pL_c)\,\hat{\imath}_c \\ -K \cdot n(L_d - M_{dk})\,\hat{\imath}_d = -K \cdot n \cdot M_{dc} \cdot \hat{\imath}_c + (R_q + p \cdot L_q)\,\hat{\imath}_q \\ -[R_k + R_d + p(L_k + L_d - 2M_{dk})]\,\hat{\imath}_d = -p(M_{dc} - M_{kc})\,\hat{\imath}_c - \\ -K \cdot n \cdot L_q \cdot \hat{\imath}_q + \hat{u}_d \,. \end{cases}$$

Si nous notons :

$$Z_{dc} = p(M_{ck} - M_{cd})$$

$$Z_{dq} = k \cdot n(L_d - M_{dk})$$

$$Z_{dd} = R_k + R_d + p(L_k + L_d - 2M_{dk})$$

$$Z_{cc} = R_c + pL_c$$

$$Z_{cq} = -k \cdot n \cdot M_{dc} \qquad Z_{qq} = R_q + pL_q$$

$$Z_{cd} = -p(M_{dc} - M_{kc}) \qquad Z_{qd} = -k \cdot n \cdot L_q$$

le système peut s'écrire :

$$\begin{cases} \hat{u}_c - Z_{dc} \cdot \hat{\imath}_d = Z_{cc} \cdot \hat{\imath}_c \\ -Z_{dq} \cdot \hat{\imath}_d = Z_{cq} \cdot \hat{\imath}_c + Z_{qq}\,\hat{\imath}_q \\ -Z_{dd} \cdot \hat{\imath}_d = Z_{cd} \cdot \hat{\imath}_c + Z_{qd} \cdot \hat{\imath}_q + \hat{u}_d \end{cases}$$

En faisant les calculations, on a :

$$\hat{u}_d = \frac{\begin{vmatrix} Z_{cc} & 0 & 1 \\ Z_{cq} & Z_{qq} & 0 \\ Z_{cd} & Z_{qd} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{cc} & 0 & 0 \\ Z_{cq} & Z_{qq} & 0 \\ Z_{cd} & Z_{qd} & 1 \end{vmatrix}} \hat{u}_c - \frac{\begin{vmatrix} Z_{cc} & 0 & Z_{dc} \\ Z_{cq} & Z_{qq} & Z_{dq} \\ Z_{cd} & Z_{qd} & Z_{dd} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{cc} & 0 & 0 \\ Z_{cq} & Z_{qq} & 0 \\ Z_{cd} & Z_{qd} & 1 \end{vmatrix}} \hat{\imath}_d$$

c'est-à-dire :

$$\hat{u}_d = H \cdot \hat{u}_c - Z_0 \cdot \hat{\imath}_d$$

où :

H — est la fonction de transfert de fonctionnement en vide ;

Z_0 — l'impédance de charge de l'amplidyne.

Pour l'amplidyne compensée, pendant le régime à vide, on a :

$$\hat{u}_d = \frac{\begin{vmatrix} R_c + pL_c & 0 & 1 \\ -k \cdot n \cdot M_{dc} & R_q + pL_q & 0 \\ 0 & -k \cdot n \cdot L_q & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_c + pL_c & 0 & p \\ -k \cdot n \cdot M_{dc} & R_q + pL_q & 0 \\ 0 & -k \cdot n \cdot L_q & 1 \end{vmatrix}} \hat{u}_c = \frac{k^2 \cdot n^2 \cdot M_{dc} \cdot L_q \cdot \hat{u}_c}{(R_q + pL_q)(R_c + pL_c)} =$$

$$= \frac{k^2 \cdot n^2 \cdot M_{dc} \cdot L_q}{R_e \cdot R_q \cdot (1 + pT_q)(1 + pT_c)} \hat{u}_c ,$$

c'est-à-dire, la même expression que celle obtenue plus haut.

La chaire pour l'enseignement des machines electriques
Institut polytehnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *P. A. Ionchin, A. A. Sokolov :* L'analyse topologique des réseaux électriques (en russe) Electricestvo, nr. 4, 1964, p. 59—66.
2. *P. A. Ionkin :* Les bases de la construction et de la transformation des graphes utilisés dans le calcul des circuits électriques (en russe). Electricestvo, nr. 5, 1964, p. 67—73.
3. *P. A. Ionkin :* Les équations générales pour le calcul des circuits électriques à l'aide des graphes (en russe). Electricestvo, nr. 8, 1964, p. 28—31.
4. *C. L. Coates :* The solution of linear algebric équations by means of flow graphs. Transactions I.R.E., 1959, June 6.
5. *W. S. Percival :* Solution of passive networks by mathematical trees. Proceedings I.E.E. 1953, V. 100, nr. 65, p. III.
6. *W. S. Percival :* Graphes of active networks. Proceedings I.E.E. 1955, V. 102, part. C., nr. 65.
7. *S. J. Mason :* Feedback theory — some properties of signal flow graphs. Proceedings I.R.E. 1953, V. 41, nr. 9.
8. *S. J. Mason :* Feedback theory — further properties of signal flow graphes. Proceedings I.R.E. 1956, V. 44, Nr. 7.
9. *S. J. Mason :* Topological analisys of linear nonreciprocical networks. Proceedings I.R.E. 1957, V. 45, nr. 6.
10. *S. J. Mason, G. Rimmermann :* Réseaux électroniques, signales et systèmes (en russe), 1963.
11. *P.A. Robinchond, M. Boisvert, S. Robert :* Graphes de fluence. Paris 1961.
12. *Gordon J. Murphy :* Basic automatic control theory. Edit. D. Van Norstand Co. New York, 1957.
13. *E. Cassignol, Y. Chow :* Principe de calcul des paramètres d'un quadripole par la méthode des graphes de transfert. L'Onde électrique nr. 402, sept. 1960. p. 617—623.
14. *J. Truxall :* La synthése des systémes de reglage automatique (en russ), 1959.
15. *Heinrich Sinnreich :* Diagrammes de signal (en roumain). Telecomunicații nr. 6, 1964, p. 259—268.
16. *Claude Bèrges :* Theorie des graphes. Paris 1965.

OSZTÁLYOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR DOKUMENTÁCIÓS OSZTÁLYA

ÎNTREPRINDEREA POLIGRAFICĂ „GRAFICA NOUĂ" II, BUCUREȘTI — c. 7619

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele şi iniţialele de prenume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1907 FEB 3

F 1130

R

REFERALIA

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXVIII NUMĂRUL 4 ANUL 1966
IULIE — AUGUST

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor dinafara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA DOKUMENTÁCIÓS OSZTÁLY 1383

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXVIII — NUMĂRUL 4

IULIE — AUGUST
1966

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. Docent *I. Agârbiceanu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. Dr. Docent *I. S. Antoniu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *G. Bărănescu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. *M. Bercovici ;* Prof. Dr. Docent *E. Bratu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *Gh. Buzdugan,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. Dr. Docent *E. Carafoli ;* Conf. Dr. *S. Călin ;* Acad. Prof. Dr. Docent *D. Dumitrescu ;* Prof. *S. Gâdea ;* Conf. Dr. *I. Grădișteanu,* Prof. *C. Ionescu-Bujor ;* Prof. Dr. Docent *Gh. Manea,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *N. Manolescu ;* Prof. *St. Mantea;* Prof. Dr. *N. Marinescu ;* Acad. Prof. Dr. Docent *C. Nenițescu;* Prof. *C. Penescu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *M. Postelnicescu ;* Acad. Prof. Dr. Docent *R. Răduleț ;* Prof. *Al. Rău ;* Prof. *Al. Spătaru ;* Prof. *L. Stoicescu ;* Prof. Dr. Docent *R. Voinea,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *I. Zăgănescu.*

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
Membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

OSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

Sumar

FIZICĂ

I. Agârbiceanu, G. Teodorescu

Absorbția centrelor de culoare la cristalele ionice în funcție de temperatură și timp 17

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

S. Lică, Gh. Tudorache

Utilizarea electrozilor bimetalici în polarografia anodică 25

I. Cristea, Gr Pop, Gh Ioniță

Contribuții la cercetarea procesului de polimerizare în suspensie apoasă a acetatului de vinil 31

REZISTENȚA MATERIALELOR

C. C. Teodorescu, Gh. Rusiu

Le long rail soudé, de longueur infinie, soumis à la variation de la température 47

T. Pană

Calculul amplitudinilor vibrațiilor proprii de încovoiere — răsucire la barele cu pereți subțiri avînd profilul închis 55

TEORIA MECANISMELOR

N. I. Manolescu, P. Antonescu I. Erceanu

The Formation of the Characteristic Plane Linkages Mechanisms with 10 Links 63

CENTRALE ELECTRICE

C. Dinculescu, A. Arie, P. Buhuș, A. Seliski

Une méthodologie de calcul, dans le domaine linéaire, des variations de tension sur les lignes longues, en regime symétrique et asymétrique . . 81

REȚELE ELECTRICE

Gh. Iacobescu

Scheme echivalente de calcul al procesului de restabilire a tensiunii de la întreruptor, în cazul eliminării unui scurt-circuit produs la bornele unui transformator 117

AUTOMATICA

A. Petrescu

Realizarea condițiilor la limita de separație a două medii pe un model de tip rețea cu ajutorul transformatoarelor electrice 127

ELECTRONICA

I. Ponner

Some Considerations on the Determination of Grid Driving Power in R-F Power Amplifiers by Various Methods of Grid-biasing 133

Резюме

Д. К. 535.3 : 535.43

И. Агэрбичану, Г. Теодореску

Абсорбция цветовых центров в ионных кристаллах в зависимости от температуры и промежутка времени

Показано, что кристаллы KCl, подготовленные для исследования под электронным микроскопом, претериевают структурные изменения в первые секунды электронного излучения с одновременным возникновением цветовых центров.

Под действием света при различных температурах выше —90° цветовые центры обесцвечиваются, причем скорость обесцвечивания тем больше, чем выше температура.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

С. Лика, Г. Тудораке Д. К. 545.33 : 545.372

Использование биметаллических электродов в анодной полярографии

Показана возможность использования биметаллических электродов в анодной полярографии.

В системе $Pt|Pt$ были зарегистрированы полярографические волны оксилительной реакции иона $C\,l$ и $C\,l0_3$ и было обнаружено $E^1/_2 = 1{,}26$ V для катода с гладкой платиновой пластинкой и для $E^1/_2 = 0{,}81$ V катода.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

Д. К. 66.095.26 : 678.02 : 678.744,422 : 541.64

И. Кристя, Гр. Поп, Г. Ионица

Исследование процесса полимеризаци в водной суспенсии винилацетата

Исследуя влияние отношения водо-мономер, температуры, концентрации коллоидного протектора, природы, концентрации и чистоты мономера на скорость полимеризации, коэффициента полимера и молекулярного веса в процессе полимеризации в водной суспенсии винилацетата.

Результаты работы были проверены в производстве на химической фабрике в г Рышнов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

Д. К. 539.4 : 624.143.48

К. К. Теодореску, Г. Русиу

Сварной длинный рельс, неопределенной длины, подвергнутый темперратурным изменениям

Дается решение как числового примера гиперстатической системы продольного рельса с учетом эксцентрических реакций в отношении к оси рельса, соответственно весу и изменениям температуры.

Даны выртажения горизонтальных реакций и их вариантов вдоль рельса в зависимости от температуры.

Эти варианты представлены в виде показательной кривой, на которую наложена синусоидальная быстро затухающая кривая.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

Summary

D.C. 535.3 : 535.43

I. Agârbiceanu G. Teodorescu

Absorption of the Colour Centres at Ton Crystals vs. Temperature and Time

The authors show that samples of KCl prepared for study at the electronic microscope, undergo structural changes in the first seconds of irradiation by electrons, simultaneously with the appearance of the colour centres. Submitted to the action of light, at various temperatures — over 90°C — the colour centres are annihilated, the annihilation rate being the higher, the greater the temperature.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

DC 545.33 : 545.372

S. Lică, Gh. Tudorache

Use of Bimetallic Electrodes in Anodic Polarography

The authors show the possibility of using bimetallic electrodes in anodic polarography. The polarographic waves of the oxidation reaction of the Cl^- and ClO_3^- ion have been recorded in the Pt/Pt system and the results were: $E = 1.26$ V for the smooth platinum cathode and $E = 0{,}81$ V on the platinum plated platinum.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.C. 66.095.26 : 678.02 : 678.744.422 : 541.64

I. Cristea, Gr. Pop, Gh. Ioniţă

Contributions to the Study of the Process of Polymerisation in Aqueous Vinyl Acetate Suspension

The authors study the influence of the ratio watermonomer of temperature, of the concentration of the protecting colloid, of the nature and concentration of the initiator and the purity of the monomer, upon the rate of polymerisation, the polymer yield and molecular weight in the process of polymersation in aqueous vinyl acetate suspension.

The results of this paper have been verified and industrially applied at the Rîşnov Chemical Factory.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.C. 539.4 : 625.143.48

C. C. Teodorescu, Gh. Rusiu

Long Welded Rail Subjected to Temperature Variations

The authors present the solution followed by a numerical exemple of a hyperstatic system of continuous rail, taking excentric reactions with respect to the axis of the rail, and taking into consideration dead weight and temperature variation. The authors give the expression of horizontal reactions and their variation along the rail and as a function of temperature. This variation is given by an exponential curve on which is superimposed a rapidly damped sinusoidal curve.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

Д. К. 620.174 : 624.078. : 624.071.3 : 539.4.

Т. Пана

Расчет амплитуд собственных вибраций гибки-кручения тонкостенных стержней с закрытым профилем

Исходя из системы дифференциальных уравнений вибрационного движения гибки-кручения, автор устанатвивает расчетные соотношения амплитуд общих перемещений поперечных сечений для тонкостенных стержней с закрытым и недеформированным профилем, используя метод начальных параметров.

Эти соотношения получены для общего случая сечения какой-нибудь формы по постоянной вдоль бруска и выражены в зависимости от недименсиональных отношений при помощи координат ротационного центра и центра чистого сдвига.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

Д. К. 621-231 : 621.802

Н. И. Манолеску, П. Антонеску, И. Ерчяну

Составление характерных плоских механизмов, соединенных из 10-ти элементов

Используя ассурийные группы с восьмью элемептами ($n' = 8$; $c' = 12$) и $Z_g = 0, 1, 2, 3$, установленные в предыдущей работ, авторы рассчитывают характерные механизмы с $e = 10$ элементам, присоединяя эти группы к первичному механизму, состоящему из неподвижного и ведущего механизмов.

С этой целью выводятся три теоремы с учетом йотового порядка ведущего элемента, числа Z контуров характерного механизма и соответствующих ассурийных групп Z_g.

В этом случае акцентируется формула, которая определяет подвижность M_3 плоского механизма, сочленяемого в зависимости от общего числа элементов и контуров Z:

$$M_3 = e - 2Z - 1$$

В заключене для каждого характерного механизма уточняется графометод или более эффективный графикоаналитичческий метод и проводится сравнительный анализ разработанных в последнее время румынскими исследователями методов (метод независимых циклов и др.)

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

Д. К. 621.316.54.621.3.014 : 621.314

Г. Якобеску

Эквивалентная схема расчета процесса восстановления первоначального напряжения в случае устранения короткого замыкания на зажиме трансформатора

Зквивалентная схема трансформаторов при трехфазном коротком замыкании позволяет уточнить наиболее опасные места разрывов электрических сетей, в которых скорости восстановления напряжения очень велики. В работе с помощью симметричных компонентов уточняются таким образом схемы для различных соединений трансформаторов при трехфазном коротком замыкании с заземлением и концентрированием первой фазы. Результаты близки к экспериментальным данным.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.C. 620.174 : 624.078. : 624.071.3 : 539.4

T. Pană

Calculation of the Amplitudes of the Bending-torsional Vibrations at Thin-walled Bars with Closed Profile

Starting from the system of differential equantions the bending-torsion vibration movment, calculation relations of general shifting amplitudes of the cross-section for thin-walled bars having closed undistortional profile are establshed using the method of initial parameters.

These relations are obtained for the general case of a section having any shape but being steady along the bar and they are expressed function of the adimensional ratios by means of the coordinates of the rotation centre and of the pure shearing centre.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.C. 621-231 : 621.8.02

N. I. Manolescu, P. Antonescu, I. Erceanu

The Formation of the Characteristic Plane Linkages (jointed) Mechanisms with 10 Links.

Using the assuric groups with 8 links ($n' = 8$; $c_5 = 12$) and $Z_g = 0$, 1, 2, 3 set up in a previous paper, the authors form the characteristic mechanisms with $e = 10$ links, by adding these groups to the initial mechanism formed by the fixed link (frame) and the imput link.

For this purpose one establishes three theorems regarding the rank j of the input link, the number Z of the loops (circuits) of the characteristic mechanism and of the corresponding assuric group (Z_g).

The ensuring number of characteristic mechanisms is established by using the axes of symetry of the assuric groups.

With this opportunity one stresses the structural formula which decides the mobility M_3 of a plane joined mechanism function of the total number e of links and Z of circuits :

$$M_3 = e - 2Z - 1$$

In conclusion, for each characteristic machanism one precises the most efficient graphic method or graphic-analytical method, on making critical comparisons with the last methods proposed by the Romanian research workers (the „independent circuit method" the „solidarisation method").

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.C. 621.316.54 : 621.3.014 : 621.314

Gh. Iacobescu

Equivalent Calculation Diagram of the Process of Switch Voltage Reestablishment after Eliminating a Short-circuit at the Terminals of a Transformer

The equivalent diagrams of transformers in case of a three-phase short-circuit, make it possible to determine the most dangerous operating points of the switches in networks where the voltage reestablishment rate reaches very high values. By means of symmetrical components, the author, in this paper, elaborates such diagrams for various transformer connections in case of a three-phase short-circuit with grounding and disconnection of the first phase, the results of which are close to the experimental ones.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

Д. К. 621.315.1 : 621.316.11 : 621.317.33

К. Динкулеску, А. Арие, П. Бухус, А. Селиски

Методика расчета вариантов напряжения на длинных линиях при симметричном и несимметричном режимах

Современное развитие линий электропередач очень высокого напряжения ставит, в числе других проблем, и проблему изучения напряжения вдоль линий.

В определенных критических условиях работы при высокой нагрузке, и при непольном фазовом режиме могут иметь место опасные сверхнапряжения.

В данном исследовании выводятся формулы расчета для определения опасных значений напряжения в зависимости от режима работы линий, с учетом как параметров линийй, так и параметров системы. Для получения однородных и единых формул в исследование вводится эквивалентная напряженность линии, которая отражает как однородные параметры распределения, так и параметры концентрации системы. Одновременно, в исследовании анализируется влияние самовозбуждения трансформаторов системы при сложном фазовом режиме. Полученные формулы были проверены на модели длинноЙлинии в лаборатории „Электростанции и энергосистемы" Бухарестского политехнического института им. „Георге Георгиу-Деж".

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

Д. К. 621.314 : 621.3.02 : 621.316

А. Петреску

Осуществление краевых условий на границе раздела двух сред на модели типа сетки с помощью электрических трансформаторов

Доказывается, что осуществление краевых условий на границе раздела двух пористых сред содержащих жидкости с различными вязкостями, имеет место на сетке с трансформаторами только в тех случаях, когда квадрат коэффицента трансформации равняется обратной величине отношения вязкостей жидкости.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

Д. К. 621.374 : 3 : 621.316.8 : 621.385

И. Поннер

Определение мощоости возбуждения сетки в радиочастотных усилителях мощности в случае различных способов осуществления автоматического смещения

В статье устанавливаются отношения, позволяющие рассчитать мощности возбужения в радиочастотных усилителях с посторонним отрицательным смещением, соответвующие трем различным цепям, весъма часто используемым для осуществления автоматического смещения сеточным током. Точность предлагаемого метода близка точности метода соотношений тока (ок. 5%).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.C. 621.315.1 : 621.316.11 : 621.317.33

C. Dinculescu ,A. Arie, P. Buhuș, A. Selischi

A Methodology for Calculating, in the Linear Range, the Variations of Voltage on Long Lines, in Symmetrical and Asymmetrical Regime

The present development of the very high voltage electric transmission lines, has set, among others, the problem of studying voltage variation along them. In certain critical operating conditions, under reduced load and incomplete phase regime, dangerous overvoltages occur. The authors establish in this study the calculation formulae for determining these dangerous values, as a function of the operating regime of the line, taking into consideration the parameters of the line, as well as the parameters of the system which supplies it. In order to obtain homogenous and unitary formulae, they introduce in the study an equivalent length of line, and the concentrated parameters of the system. Simultaneously, the authors analyse in this study the influence of the self-excitation of transformers in the system in the case of interruption of the phase. The established formulae have been verified on a long line medol in the laboratory for electric stations and systems of the Polytechnic Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" in Bucharest.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.C. 621.314 : 621.302 : 621.316

A. Petrescu

Realization of Conditions at the Separation Boundary of Two Porous Media on a Network Type Model, by Means of Electric Transformers

The author demonstrates that the realization of conditions at the separation boundary of two porous media containing liquids of different viscosities is achieved on a modelling electric network provided with transformers only in cases when the square of the transformer transformation ratio is equal to the reverse ratio of the viscosities of the liquids.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.C. 621.374.3 : 621.316.8 : 621.385

I. Ponner

Some Considerations on the Determination of Grid Driving Power in R-F Power Amplifiers by Various Methods of Grid-biasing

After presenting shortly the different methods for calculating the driving power of r — f power amplifers, which are valid in case of fixed grid-biasing, relatonships are deduced for the determination of grid driving power for three most used self-biasing circuits.

The accuracy of the relations is better than 3%.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

Résume

C.D. 535.3 : 535.43

I. Agârbiceanu, G. Teodorescu

Absortion des centres de couleur dans les cristaux ionises en fonction de la temperature et de la duree

On montre que tout échantillon de KCl, préparé pour être étudié au microscope électronique, subit des modifications structurelles dès les premières secondes d'irradiation à électrons, simultanément avec l'apparition des centres de couleur. Sous l'action de la lumière, à des températures plus grandes que 90°C — les centres de couleur s annihilent, la vitesse d'annihilation étant d'autant plus grande que la température est plus élevée.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

C.D. 545.33 : 545.372

S. Lică, Gh. Tudorache

Utilisation des électrodes bimétalliques dans la polarographie anodique

On montre la possibilité de l'utilisation des électrodes bimétalliques dans la polarographie anodique. On a enregistré dans le système Pt/Pt les ondes polarographiques de la réaction d'oxydation de l'ion Cl^- et ClO_3^- en trouvant $E^- = 1{,}26$ V pour la cathode de platine lisse et $E = 0{,}81$ V pour la cathode de platine platinée.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

C.D. 66.095.26 : 678.02 : 678.744.422 : 541.64

I. Cristea, Gr. Pop, Gh. Ioniță

Contributions à l'etude du processus de polymérisation, en suspension aqueuse de l'acetate de vinyle

On étudie l'influence du rapport eau — monomère, de la température, de la concentration du colloïde protecteur, de la nature et de la concentration de l'initiateur et de la pureté du monomère sur la vitesse de polymérisation, sur le rendement en polymère et sur le poids moléculaire dans de processus de polymérisation en suspension aqueuse de l'acétate de vinyle.

Les résultats de ce travail ent été vérifiés et appliqués à l'échelle industrielle dans la Fabrique Chimique de Rîșnov.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

C.D. 539.4 : 625.143.48

C. C. Teodorescu, Gh. Rusiu

Le long rail soudé, de longueur infinie, soumis à la variation de la température

On présente la solution, suivie d'un exemple numérique, du système hyperstatique du rail continu, en prenant des réactions excentriques par rapport à l'axe du rail, et en considérant le poids propre et la variation de la température On donne l'expression des réactions horizontales, et leur variation le long du rail, et en fonction de la température.

Cette variation est donnée par une courbe exponentielle sur laquelle se superpose une courbe sinusoidale rapidement amortie.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

Zusammenfassung

D.K. 535.3 : 535.43

I. Agârbiceanu, G. Teodorescu

Die Absorbtion der Farbzentren in ionischen Kristallen in Abhängigkeit von Temperatur und Zeit

Es wird dargelegt, dass KCl-Probe, welche zwecks Untersuchung mit Hilfe des elektronischen Mikroskopes vorbereitet wurde, Veränderungen mit Hilfe des Aufbaues in den ersten Sekunden der Bestrahlung mit Elektronen erfährt, gleichzeitig mit dem Erscheinen der Farbzentren. Unter der Wirkung des Lichtes bei verschiedenen 90°C überschreitenden Temperaturen, verschwinden die Farbzentren und die Geschwindigkeit des Verschwindens um so grösser ist, je höher die Temperatur ist.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.K. 545.33 : 545.372

S. Lică, Gh. Tudorache

Die Benützung von bimetallischen Elekroden in der anodischen Polarographie

Es wird die Möglichkeit der Verwendung von bimetallischen Elektroden in der Anodenpolarographie aufgezeigt. Es wurden im System Pt/Pt polarographische Wellen der Oxydationsreaktion des Ions Cl^- und ClO_3 aufgezeichnet und es wurde $E_{1/2} = 1{,}26$ V für die glatte Platinkatode und $E_{1/2} = 0{,}81$ V auf der platinierten Platinkatode festgestellt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.K. 66.095.26 : 678.02 : 678.744.422 : 541.64

I. Cristea, Gr. Pop, Gh. Ioniţă

Beitrag zur Untersuchung des Polymerisierungsprozesses in wässeriger Suspension des Winylazetates

Es wird der Einfluss des Verhältnisses Wasser-Monomer, Temperatur, Konzentration der Schutzkolloide, der Natur und Konzentration des An regers und der Reinheit des Monomers auf die Gesschwindigkeit der Polymerisierung, der Leistung im Polymer und des Molekulargewichtes im Polymerisierungsprozess in der wässerigen Suspension des Vinylazetates untersucht.

Die Ergebnisse vorliegender Arbeit wurden in der Fabrik für chemische Erzeugnisse Rîşnov geprüft und industriell angewendet.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.K. 539.4 : 625.143.48

C. C. Teodorescu, Gh. Rusiu

Die langgeschweisste Schiene unter Temperatur Schwankungen

Es wird die Lösung eines hyperstatischen Systems einer langgeschweissten Schiene dargelegt, und mit einem numerischen Beispiel ergänzt, wobei exzentrische Reaktionen im Verhältnis zur Schienenachse vorgenommen und das eigene Gewicht und die Temperaturschwankungen in Betracht gezogen werden. Es werden die horizontalen Reaktionen und deren Veränderung längs der Schienen auch in Abhängigkeit von der Temperatur zum Ausdruck gebracht. Diese Funktion ist durch eine Exponentialkurve gegeben, über welche eine rasch gedämpfte Sinuskurve überlagert wird.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

C.D. 620.174 : 624.078 : 624.071.3 : 539.4

T. Pană

Le calcul des amplitudes des vibrations propres en flexion-torsion pour les barres à parois minces ayant le profil fermé.

A partir du système d'équations différentielles du mouvement vibratoire de flexion — torsion on établit les relations de calcul des amplitudes des déplacements généraux de la section transversale pour les barres à parois minces ayant le profil fermé et non déformable, en utilisant la méthode des paramètres initiaux.

Ces relations sont obtenues pour le cas général de la section ayant une forme quelconque mais constante le long de la barre et elles sont exprimées en fonction des rapports adimensionnaux à l'aide des coordonnées du centre de rotation et des coordonnées du centre de cisaillement pur

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

C.D. 621-231 : 621.8.02

N. I. Manolescu, P. Antonescu, I. Erceanu

La formation des mécanismes caractéristiques plans articulés à 10 éléments.

En utilisant les groupes d'Assur à 8 éléments ($n' = 8$; $c'_5 = 12$ et $Z_g = 0, 1, 2, 3$) formés dans un travail antérieur, les auteurs forment des mécanismes caractéristiques à $e = 10$ éléments, en ajoutant ces groupes au mécanisme initial formé de l'élément fixe (base) et l'élément directeur.

A cette fin on établit trois théorèmes concernant le rang j de l'élément directeur, le nombre Z des contours du mécanisme caractéristique et du groupe d'Assur Z_g correspondant.

Le nombre des mécanismes caractéristiques résulté est déterminé en utilisant les axes de symétrie des groupes d'Assur.

On peut ainsi mettre en évidence la formule structurelle qui détermine la mobilité M_3 d'un mécanisme plan articulé, en fonction du nombre total e d'éléments et des contours Z :

$$M_3 = e - 2Z - 1$$

Pour conclure on précise pour chaque mécanisme caractéristique la meilleure méthode graphique ou grapho-analytique, en faisant des comparaisons critiques avec les dernières méthodes proposées par les chercheurs roumains (la méthode des cycles indépendants la méthode de solidarisation).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

C.D. 621.316.54 : 621.3.014 : 621.314

Gh. Iacobescu

Schéma équivalent de calcul du processus de rétablissement de la tension de l'interrupteur dans le cas de l elimination d'un court-circuit produit aux bornes d'un transformateur

Les schémas équivalents des transformateurs dans le cas d'un court-circuit triphasé permettent d'apprécier les plus dangereux points de fonctionnement des interrupteurs des réseaux électriques, où les vitesses de rétablissement de la tension prennent de très grandes valeurs. Le travail établit, à l'aide des composantes symétriques, de tels schémas pour diverses connexions de transformateurs pour un court-circuit triphasé avec mise à terre et connexion de la première phase, dont les résultats se rapprochent des résultats expérimentaux.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

T. Pană

D.K. 620.174 : 624.078 : 624.071.3 : 539.4

Berechnung der Biege — Verdrehungseigenschwingungen bei Stangen mit dünnen Wänden und geschlossenem Profil

Ausgehend vom System der Differentialgleichungen für Biege-Verdrehungsschwingungen werden mit Hilfe der Methode der ursprünglichen Parameter Berechnungsverhältnisse der Amplituden der allgemeinen Bewegungen des Querschnittes von Stangen mit dünnen Wänden, mit geschlossenem und unverformbarem Profil festgesetzt

Diese Verhältnisse werden für den allgemeinen Fall des Querschnit tes irgendeiner, jedoch konstanten Form längs der Stange erhalten und abhängig von den nichtdimensionalen Beziehungen mit Hilfe der Koordonaten des Rotationszentrums des reinen Scherzentrums ausgedrückt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.K. 621-231 : 621.8.02

N. I. Manolescu, P. Antonescu, I. Erceanu

Bildung von charakteristischen ebene Gelenkmechanismen mit 10 Elementen

Unter Benutzung asurischer Gruppen mit 8 Elementen ($n' = 8$; $c'_5 = 12$) und $Z_g = 0, 1, 2, 3$, welche in einer vorhergehenden Arbeit gebildet wurden, bilden die Autoren charakteristische Mechanismen mit $e = 10$ Elementen und fügen diese Gruppen zum ursprünglichen Mechanismus, welcher aus dem festen Element (Steg) und dem führenden Element geformt war, hinzu.

Zu diesem Zweck werden drei den Rang und das führende Element betreffende Lehrsätze aufgestellt und die Anzahl Z der Konturen des charakteristischen Mechanismus und der entsprechenden asurischen Gruppen Z_g festgestellt.

Die Anzahl der erhaltenen charakteristischen Mechanismen wird durch Benützung der Symmetrieachsen der asurischen Gruppen bestimmt.

Bei dieser Gelegenheit wird die Aufbauformel hervorgehoben, welche die Beweglichkeit M_3 eines ebenen Gelenkmechanismus abhängig von der Gesantanzahl e der Elemente und der Konturen Z bestimmt:

$$M_3 = e - 2Z - 1$$

Abschliessend wird für jeden charakteristischen Mechanismus die beste graphische oder graphisch-analytische Methode festgelegt, wobei kritische Vergleiche mit den letzten, von rumänischen Forschern vorgeschlagenen Methoden (Methode der unabhängigen Zyklen, Methode der Solidarisierung) gestellt werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.K. 621.316.54 : 621.3.014 : 621.314

Gh. Iacobescu

Gleichwertigkeitsschema der Berechnung des Wiederherstellungsvorganges der Schalterspannung, bei Aufhebung eines von den Klemmen eines Transformatoren erzeugten Kurzschlusses

Die gleichwertigen Schemata der Transformatoren im Falle eines dreiphasigen Kurzschlusses gestatten die Schätzung der gefährlichsten Funktionspunkte der Schalter in elektrischen Netzen, wo die Geschwindigkeiten der Wiederherstellung der Spannung äusserst grosse Werte annehmen. In vorliegender Arbeit werden mit Hilfe der symmetrischen Komponenten solche Schemata für verschiedene Schaltungen der Transformatoren, im Falle eines dreiphasigen Kurzschlusses und Erdschlusses, mit Einschaltung der ersten Phase, ausgearbeitet, wobei die berechneten Ergebnisse den durch Versuche erhaltenen Ergebnissen nahekommen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

C.D. 621.315.1 : 621.316.11 : 621.317.33

C. Dinculescu, A. Arie, P. Buhuşi, A. Selischi

Une méthodologie de calcul, dans le domaine linéaire, des variations de tension sur les lignes longues, en régime symétrique et asymétrique

Le développement actuel des lignes électriques de transport de très haute tension a soulevé, le problème de l étude de la variation de tension le long des lignes. Dans certaines conditions critiques, le fonctionnement à charge réduite et régime de phases incomplet, apparaissent des surtensions dengereuses. Pour déterminer ces valeurs dangereuses, en fonction du régime de fonctionnement de la ligne et tenant compte autant des paramètres de la ligne que des paramètres du système dont elle est alimentée, on établit dans cette études des formules de calcul. Afin d'obtenir des formules homogènes et unitaires on a introduit dans l'étude une longueur de ligne équivalente qui reflète tant les paramètres uniformément distribués de la ligne que les paramètres concentrés du système. En même temps l'étude analyse l'influence de l'autoexcitation des transformateurs du système, pour le cas de fonctionnement en régime incomplet de phase.

Les formules établies ont été vérifiées sur un modèle de ligne longue du laboratoire des Centrales et Systèmes électriques de l institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" de Bucarest.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

C.D. 621.314 : 621.3.03 : 621.316

A. Petrescu

Réalisation des conditions à la limite de separation de deux milieux sur une modèle type réseau, à l'aide des transformateurs électriques

On démontre que la réalisation des conditions à la limite de séparation de deux milieux poreux, contenant des liquides à viscosités différentes, a lieu sur un réseau électrique de modélage, muni des transformateurs seulement dans le cas où le carré du rapport de transformation est égal à l'inverse du rapport des viscosités des liquides.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

C.D. 621.374.3 : 621.316.8 : 621.385

I. Ponner

Quelues considérations sur la détermination de la puissance d'excitation dans les amplificateurs de radiofréquence, pour différents circuits de polarisation automatique

Après avoir passé en revue les methodes proposées pour le calcul de la puissance d'excitation des amplificateurs de radiofréquence qui sont valables en cas de polarisation fixe de la grille, on a déduit des relations de calcul pour déterminer la puissance d'excitation pour trois circuits de polarisation automatique plus fréquemment utilisés.

La précision des relations deduites est superieure à 3%.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.K. 621.315.1 : 621.316.11 : 621.317.33

C. Dinculescu, A. Arie, P. Buhuşi, A. Selischi

Eine Berechnungsmethodik im linearen Bereich der Spannungsschwankungen auf langen Leitungslinien in symmetrischem und unsymmetrischem Zustand

Die gegenwärtige Entwicklung der elektrischen Übertragungslinien höchster Spannung hat unter anderen auch das Problem des Studiums der Spannungsschwankungen längs dieser Linien erhoben. Unter gewissen kritischen funktionellen Bedingungen bei verminderter Last und unvollständigem Phasenbetrieb finden gefährleche Überspannungen statt. In diesem Studium werden die Berechnungsformeln für die Bestimmung dieser gefährlichen Werte, abhängig vom Betriebszustand der Leitung festgelegt, wobei sowohl die Parameter der Leitung, als auch die Parameter des speisenden Systems in Betracht gezogen werden.

Um homogene und einheitliche Formeln zu erhalten, wird in das Studium eine gleichwertige Länge der Leitung eingeführt, welche sowohl die gleichmässig verteilten Parameter der Leitung, als auch die konzentrierten Parameter des Systems widerspiegeln sollen.

Gleichzeitig wird im Studium der Einfluss der Selbsterregung der Transformatoren des Systems im Falle der Unterbrechung einer Phase untersucht.

Die erhaltenen Formeln wurden an einem Modell im Laboratorium der elektrischen Zentralen und Systeme des Polytechnischen Institutes „Gheorghe Gheorghiu-Dej"-Bukarest, überprüft.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.K. 621.314 : 621.3.02 : 621.316

A. Petrescu

Werwirklichung der Bedingungen an der Trenngrenze zweier Mitteln an einem Modell der Netztype mit Hilfe elektrischer Transformatoren

Es wird gezeigt, dass die Verwirklichung der Bedingungen an der Trenngrenze zwischen zwei porösen Mitteln, welche Flüssigkeiten mit verschiedener Zähigkeit enthalten, in einem mit Transformatoren versehenen elektrischen Modellnetz nur dann stattfindet, wenn das Quadrat des Umformungsverhältnisses der Transformatoren gleich mit dem umgekehrten Verhältnis der Zähigkeiten der Flüssigkeiten ist.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

D.K. 621.374.3 : 621.316.8 : 621.385

I. Ponner

Einige Betrachtungen über die Berechnung der Steuerleistung bei Hochfrequenzversfärker im Falle von verschiedenen Vorspannungskreisen

Einleitend werden die verschiedenen Methoden der Berechnung der Steuerleistung der Hochfrequenzverstärker angeführt, welche im Falle konstanter Vorspannung gültig sind. Darauf werden die Beziehungen für die Berechnung der Stromkreise mit automatischer Vorspannung abgeleitet.

Die Genauigkeit der vorgeschlagenen Methode ist besser als 3%.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 4/1966

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 4

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

FIZICĂ

C. Z.: 535.3 :535.43

ABSORBȚIA CENTRELOR DE CULOARE LA CRISTALELE IONICE IN FUNCȚIE DE TEMPERATURĂ ȘI TIMP *

I. AGÂRBICEANU, G. TEODORESCU

Introducere

Într-o lucrare precedentă [1], am descris procesul de colorare a unor monocristale de KCl și KBr, obținut sub acțiunea bombardamentului unui fascicul de electroni, și am dat curbele de transmisie spectrală între 3600 Å și 9000 Å la două tipuri de iradiere diferite. Am semnalat acolo o creștere mai rapidă cu timpul de iradiere a centrelor *M* decît a centrelor *F*, în acord calitativ cu Van Doorn [2], după care numărul centrelor *M* crește cu pătratul concentrației centrelor *F*.

În lucrarea de față, am urmărit procesul de decolorare în timp a diferite monocristale de KCl, colorate prin fascicul electronic aproximativ la aceeași densitate și menținute la diferite temperaturi constante între aprox. 90°C și 230°C, timp de aprox. 5 ore. În acest interval de timp, s-a înregistrat transmisia în lumină albă. Creșterea transmisiei se poate considera ca o măsură a dispariției centrelor.

Tot în această lucrare relatăm procesul de colorare a monocristalelor de KCl sub acțiunea fasciculului de electroni, urmărind acest proces prin imagini de difracție luate succesiv în timp pe măsură ce avea loc colorarea cristalului ; se pot urmări astfel fazele modificării rețelei cristaline o dată cu apariția centrelor de culoare. Am constatat de asemenea că un cristal colorat poate fi decolorat sub acțiunea fasciculului de electroni ; și prin difracție electronică, am urmărit modificarea în sens invers față de cazul precedent, a rețelei cristaline. J. H. Schulman și J. W. Boag citează un caz de dispariție a centrelor *F* (înălbire) la KCl sub acțiunea electronilor. Acești autori au utilizat fascicule de electroni de 2 MeV, în timp ce noi am utilizat un fascicul de 60 kV.

* Manuscris predat la redacție la 15 dec. 1965.

Dispozitivul experimental

Transmisia centrelor de culoare in funcție de temperatură și timp. Decolorarea (înălbirea) termică

Pentru obținerea datelor experimentale, am așezat cristalele colorate într-un cuptor care menținea temperatura aleasă cu oscilații de max. ± 1°C. Un fascicul colimat de lumină, cu secțiune circulară mai mică decît suprafața colorată a cristalului, traversa cristalul așezat în cuptor și cădea apoi pe o celulă fotoelectrică. Un galvanometru înregistrator, care permitea și citirea pe o scală, indica modificarea în timp a transmisiei cristalului introdus și menținut la temperatura constantă de experiență. Colorarea monocristalelor de KCl s-a făcut cu fasciculul de electroni de 60 kV a microscopului Tesla tip BS-242. Intensitatea de colorare s-a căutat să fie sensibil aceeași la toate cristalele de experiență.

Decolorarea (înălbirea) și colorarea cristalelor de KCl *prin fascicul electronic urmărită prin imagini de difracție*

Pentru aceste experiențe s-au pregătit în mod special probe de cristale colorate, respectiv necolorate transparente la electroni. Acestea au fost introduse în suportul probei de la microscop și s-a urmărit modificarea imaginilor de difracție. S-au fotografiat o serie de imagini de difracție ale rețelei de la faza cristal colorat la faza cristal decolorat. S-au obținut și imaginile de difracție corespunzătoare diferitelor faze care duc de la cristalul necolorat la cristalul colorat. Ambele procese — decolorare și colorare — au avut loc sub acțiunea fasciculului de electroni, utilizat simultan pentru obținerea imaginilor de difracție. Aceasta a pemis deci urmărirea directă a modificărilor rețelei cristaline în procesul de decolorare, respectiv de colorare.

Rezultate experimentale și discuții

Decolorarea (înălbirea) termică

J. Z. Damm și J. Kowalczik [14], au arătat că decolorarea termică a centrelor F în cristalele colorate cu raze γ poate fi descrisă în funcție de două procese : unul electronic și altul ionic ; dintre acestea, ultimul crește rapid cu temperatura. În cazul nostru, al centrelor F obținute prin bombardarea electronică, am constatat un fenomen similar.

În graficul din fig. 1, se poate urmări, pentru trei temperaturi diferite, anihilarea centrelor de culoare în funcție de timp, ceea ce, în cazul nostru, corespunde creșterii transmisiei în lumina albă. Am constatat la o temperatură mai mică de 90°C că nu se obține, practic, o creștere a transmisiei, ceea ce arată că nu are loc nici anihilarea centrelor de culoare, chiar după cinci ore de tratament termic.

Pe graficul din figura 1, se prezintă în funcție de timp variația funcției 1 -α, în care α este fracțiunea de centre de culoare, anihilată la timpul respectiv. Această fracțiune depinde, așa cum se vede din grafic, de temperatura la care s-a făcut tratamentul termic. Curba (a) a fost trasată în cazul unei probe de KCl colorată și introdusă în cuptor la temperatura de 94°C ;

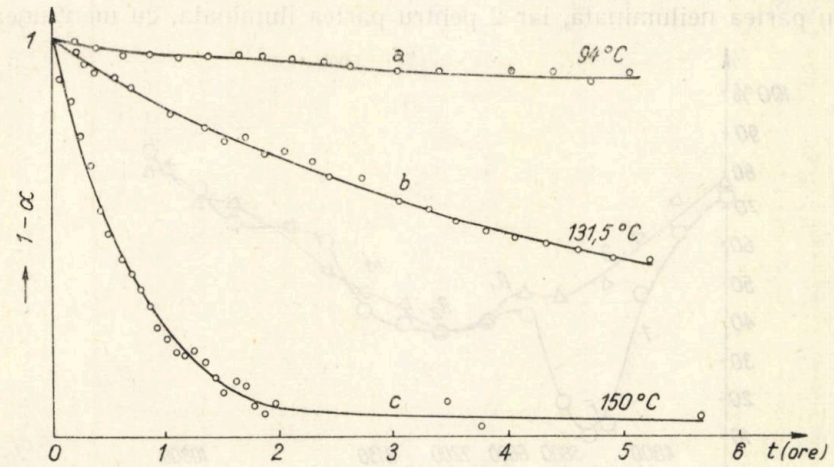


Fig. 1

se observă o ușoară scădere a lui 1-α, corespunzînd creșterii lui α, respectiv creșterii transparenței cristalului. Curba (b) corespunde unei probe de KCl colorat, introdusă în cuptor la temperatura de 131,5°C, iar curba (c) corespunde unei a treia probe de KCl introdusă în cuptor la temperatura de 150°C.

Se observă în cazul ultimelor două curbe, care corespund temperaturilor de 131,5°C și 150°C, că scăderea funcției 1-α este mult mai accentuată.

Din panta curbelor se poate constata că viteza de anihilare a centrelor de culoare, pentru aceeași iluminare, este mult mai mare în prima oră la temperatura de 150°C decît viteza de anihilare la temperatura de 131,5°C și decît viteza de anihilare (și mai mică) la temperatura de 94°C.

Funcția 1-α fiind o funcție de timpul t, este, de fapt, dată de o relație de forma următoare :

$$1 - \alpha = \frac{6}{\pi^2} \sum_n \left(\frac{1}{n^2}\right) \exp\left(-n^2 kt\right) \qquad [16]\ [4]$$

relație în care se ține seama de decolorarea termică în funcție de procesele de difuzie. În relația de mai sus, k este o constantă care conține, între altele, și coeficientul de difuzie. Curbele 1-$\alpha = f(t)$ din fig. 1 sînt asemănătoare cu cele date în lucrarea [4]. Se poate deduce deci că și în cazul nostru energia de activare în procesul de decolorare este de ordinul a 1,3 eV per centru F.

În experiențele efectuate, am constatat că partea iluminată a cristalului situat în calea fasciculului luminos, în cuptor, se decolorează mai puternic decît partea neiluminată situată, evident, la aceeași temperatură. Am spectrofotometrat între 3800 Å și 11000 Å cele două părți menționate mai sus ale unui cristal colorat, menținut timp de aprox. 75' la 147°C.

În fig. 2, sînt reprezentate cele două curbe de transmisie obținute: 1 pentru partea neiluminată, iar 2 pentru partea iluminată, cu mențiunea că

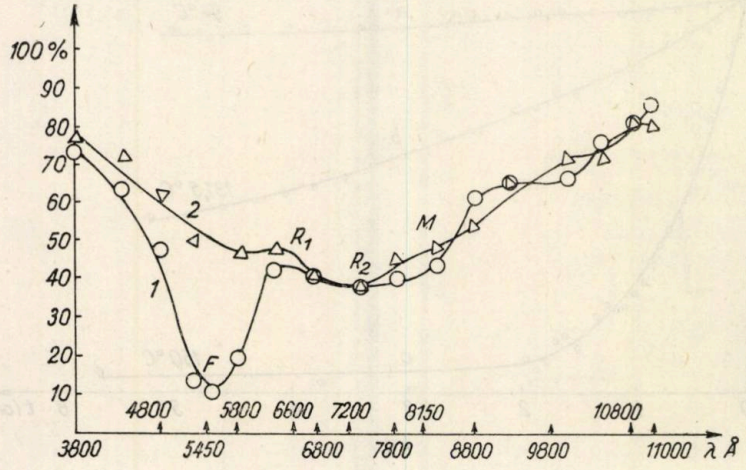


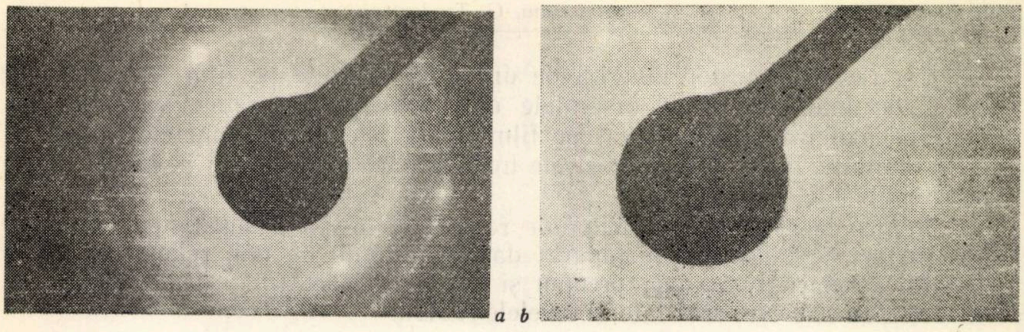
Fig. 2

ambele se referă la același cristal, colorat uniform inițial. Pe curba 1 se constată, o absorbție pronunțată cauzată de centrele F și una mai puțin pronunțată în regiunea centrelor R_1 și R_2. Pe curba 2, corespunzătoare cazului în care au acționat simultan fascicolul optic de măsură și temperatură, se observă dispariția practic completă a centrelor F, dar practic nici o modificare a regiunii centrelor R_1 și R_2. Rezultă clar din această experiență că lumina accelerează anihilarea centrelor F, indiferent de natura lor ionică sau electronică. Aceste rezultate se datorează faptului că, atunci cînd se ilumineză cristalul colorat cu o lumină albă, una din frecvențe este absorbită în banda F și o parte din centrii F se anihilează, formîndu-se centrii mai complecși, cum ar fi centrii F', R_1, R_2 și M.

Decolorarea (înălbirea) electronică

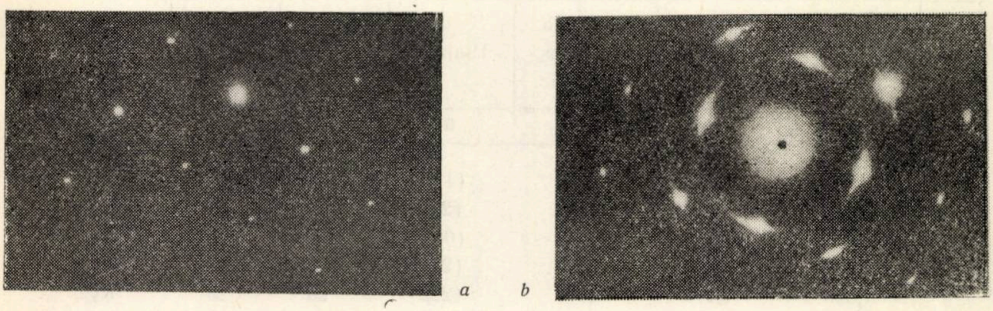
Figura 3 (a, b) arată fazele succesive prin care trece imaginea de difracție a rețelei cristalului din faza colorat la faza decolorat. Procesul are loc în timp de aprox. 12 minute. S-a constatat că se trece de la o structură policristalină la o structură monocristalină pe măsură ce cristalul sub acțiunea bombardamentului electronic, suferă un proces de decolorare.

Figura 4 (a, b, c, d, e) ne arată procesul invers. Un cristal necolorat, cu imagine de difracție monocristalină, se transformă sub acțiunea bombardamentului electronic în cristal colorat cu imagine de difracție policristalină.

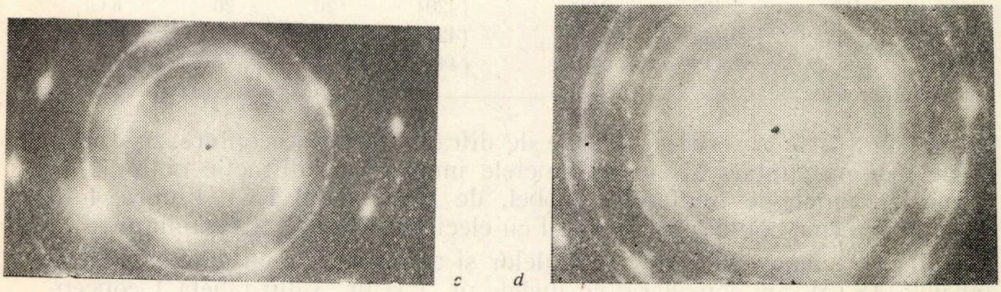


a b

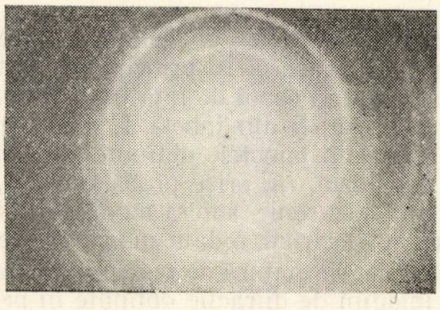
Fig. 3



a b



c d



e

Fig. 4

Cu ajutorul acestor imagini de difracție, obținute pe film fotografic, am determinat prin calcul distanțele d_{hkl} între planele rețelei cristaline, după ce mai întîi am măsurat pe film intervalele dintre punctele imaginilor obținute, fig. 4 a, și diametrele inelelor care s-au format peste aceste puncte, fig. 4 b, c, d, e.

Pentru identificarea planelor de rețea, precum și a substanței căreia aparțin aceste plane, am comparat datele obținute de noi, referitoare la distanțele determinate d_{hkl} precum și intensitățile relative ale liniilor de difracție, cu cele care sînt date în tabelele ASTM.

Rezultatele comparative au fost trecute în tabela 1.

Tabela 1

Nr. inel	d_{hkl} măsurat	d_{hkl} calculat	diferența d_{hkl} măs. d_{hkl} calc.	Planele	I_0/I obs.	I_0/I din tabel	Subs.
1	2	3	4	5	6	7	8
1	3,508	3,50	0,008	(111)	12	15	KO_2
2	3,148	3,146	0,002	(200)	100	100	KCl
3	2,868	2,880	0,012	(012)	35	25	$KClO_3$
4	2,230	2,224	0,006	(220)	50	59	KCl
5	1,820	1,816	0,004	(222)	25	23	KCl
6	1,598	1,573	0,025	(400)	10	8	KCl
7	1,413	1,407	0,006	(420)	20	20	KCl
8	1,307	1,284	0,023	(422)	13	13	KCl
9	1,132	1,1126	0,0194	(440)	2	2	KCl

În fig. 4, se observă că inelele de difracție, care se conturează din ce în ce mai pronunțat, trec prin punctele imaginii de difracție obținută în primele secunde de iradiere a probei, de monocristal KCl. Figura 4d a rezultat în urma continuării iradierii cu electroni timp de cîteva minute.

În urma măsurătorilor, a calculelor și a comparării cu datele aflate în tabelele ASTM, am considerat că inelele nr. 1 și nr. 3 din tabela 1 concentrice cu inelul nr. 2 se datorează unor compuși ai potasiului (indicați în coloana 8 din tabela 1).

Aceste inele de difracție, întîlnite sub denumirea „extra" [5], au fost singurele pe care le-am putut măsura. În principiu ar putea să se mai formeze și alte inele „extra", însă în cazul de față n-au fost observabile.

Mai observăm că inelul nr. 5 din tabela 1, care corespunde planului (222), nu străbate nici unul din punctele obținute în imaginea din fig 4 a.

Ajungem astfel la concluzia, că, orice probă de KCl, pregătită pentru a fi studiată la microscopul electronic, suferă modificări structurale din primele secunde ale iradierii cu electroni, o dată cu apariția centrelor de culoare.

Aceste modificări sînt de așa natură că regăsim aceleași plane de rețea, fie că le identificăm în imagini de difracție obținute în primele secunde ale iradierii probei de KCl figura 4a, fie că le identificăm în imagini de di-

fracție obținute după mai multe minute de iradiere cu electroni, figura 4d sau figura 4 e. Prin tratamentul termic al cristalului colorat, decolorarea este decelabilă — pentru intervalul de 5 ore — la temperaturi mai mari de 90°C ; procesul de decolorare este mai rapid la temperaturi mai mari și este accelerat de lumină.

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Agârbiceanu, G. Teodorescu :* Comunic. Acad. Republicii Socialiste România, nr. 12, Tom XIII, 1963.
2. *Van Doorn, C. Z. :* Phys. Rev. Letters, 1960, 4, 236.
3. *J. N. Schulman, J. W. Boag :* Phys. stat. sol 3, 516, 1963.
4. *J. Z. Damm, J. Kowalczyk :* Phys. stat. sol. 6, 693, 1964.
5. *Mc. Lennan D. E. :* Study of ionic Crystals under electron bombardment Canad. J. Physics 29, 122, 1951.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 4

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C. Z. 545.33 : 545.372

UTILIZAREA ELECTROZILOR BIMETALICI IN POLAROGRAFIA ANODICĂ *

S. LICĂ, GH. TUDORACHE

În ultimul timp voltametria anodică cu electrozi solizi a căpătat o largă răspîndire in studiul cineticii reacțiilor electrochimice.

În lucrările noastre anterioare [1], [3] s-a studiat mecanismul reacției de oxidare al ionului Cl^- la ClO_3^- pe electrod de platină rotativ și pe electrod de grafit impregnat cu parafină.

Prin metoda polarografică (voltametrică) s-a studiat variația potențialului de oxidare al ionului Cl^- în funcție de densitatea de curent, din soluții suport normale în ioni SO_4^{--}, NO_3^- sau ClO_4^- atît pe electrodul de platină cît și pe electrodul de grafit.

Ca electrod de comparație în aceste determinări, s-a folosit electrodul de sulfat al cărui sifon venea direct în soluția de cercetat normală în ioni SO_4^{--}. În acest fel, s-a înlăturat potențialul de contact lichid, dintre soluții, care ar fi dus la rezultate eronate și impurificarea lor prin introducerea de ioni străini.

La celelalte soluții suport, s-a folosit între sifonul electrodului de comparație și soluția de cercetat o punte de sare care este formată din soluție saturată de KCl. Ionii Cl^- și K^+ au mobilități sensibil egale așa că nu modifică rezultatele cercetării.

Toate acestea complică aparatura de cercetare și pericolul impurificării soluției se păstrează, deoarece chiar atunci cînd se lucrează cu electrod de comparație de sulfat, concentrația soluției din electrodul de comparație deși este aceiași ca soluția suport, nu este egală ca concentrație și apare potențialul de contact lichid.

Pe de altă parte în polarografia catodică, care folosește electrodul picător de mercur, se folosește ca electrod de comparație (anod) o masă mare de mercur în așa fel încît practic aceasta nu se polarizează față de picătura de mercur care cade din capilar.

* Manuscris predat la redacție la 2 dec. 1965

Ţinînd seama de aceasta, ne-am propus să înlocuim electrozii de comperaţie, printr-un catod de platină (creuzet) de suprafaţă mare, iar anodul rotativ dintr-un fir de platină cu ϕ = 0,3 mm şi lungimea de 5 mm.

Rezultatele obţinute au fost mulţumitoare şi reproductibile, aşa că în cercetările polarografice acest electrod poate să fie folosit cu succes.

Parte experimentală

Aparatura folosită în experimentări a fost aceeaşi cu cea folosită în lucrările noastre anterioare, (3) cu singura deosebire că celula de electroliză din sticlă în care se introduce electrodul rotativ şi electrodul de comparaţie, s-a înlocuit cu creuzetul de platină netedă, în primul caz şi apoi cu creuzetul de platină platinată, în cazul al doilea. În creuzet s-au introdus: soluţia de cercetat şi anodul rotativ pe care s-au înregistrat undele polarografice.

Electrodul de platin se foloseşte deci ca electrod metalic în locul electrodului de comparaţie s-a folosit un creuzet de platin tronconic, avînd H = 5 cm, diametrul bazei mici de 2 cm şi diametrul bazei mari de 4 cm.

Pentru început s-a înregistrat potenţialul de descărcare al ionului Cl^- din soluţie normală de HCl, folosind ca electrod de comparaţie electrodul de calomel saturat. S-a găsit că acesta este foarte aproape de potenţialul teoretic şi este egal cu 1,356 V. S-a înlăturat apoi electrodul de calomel şi celula de sticlă şi s-a înlocuit cu catodul din platină netedă.

În această situaţie, am avut posibilitatea să determinăm potenţialul de descărcare al ionului Cl^- din soluţia normală de HCl, în funcţie de volumul de soluţie adăugată, deci în funcţie de suprafaţa catodului.

Variaţia potenţialului de descărcare al ionului Cl^- în funcţie de volumul soluţiei este prezentat în fig. nr. 1.

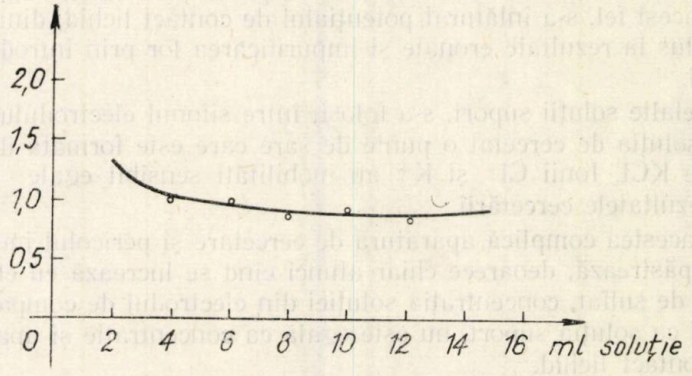


Fig. 1. Variaţia lui *e* — în funcţie de suprafaţa catodului. E = 4V, S = 1/100, turaţia anodului = 900 t/minut.

După cum rezultă din diagrama de mai sus, se vede că începînd de la volumul de 10 cmc soluţie, potenţialul de descărcare al ionului Cl^-, se stabilizează la valoarea de 0,886 V şi suprafaţa catodului nu mai influenţează asupra sa.

Rezultă de aici, că în acest sistem de înregistrare, ionul Cl^- se descarcă la 0,886 V, față de 1,356 V care este potențialul înregistrat cu electrodul de calomel saturat. Diferența de 0,470 se datorește descărcării hidrogenului pe catodul de platină, deoarece tensiunea de descompunere.

$$U = (e_+) - (e_-).$$

Aceste determinări s-au repetat și din soluție de $H_2SO_4 2N$ pentru a determina potențialul de descărcare al oxigenului.

Efectuîndu-se experiența cu electrod de comparație de sulfat s-a găsit $e^0_{O_2} = 1{,}788$ V (apropiat de potențialul teoretic al descărcării oxigenului pe platină).

S-a trecut apoi la determinarea potențialului de descărcare a oxigenului pe platină, folosind catodul din platină în același mod ca și pentru acidul clorhidric normal. Fenomenul este asemănător și rezultă un potențial de descărcare al oxigenului de 1,324 V și o diferență 1,788 — 1,324 = 0,464 V, apropiată de diferența existentă în cazul acidului clorhidric normal (0,470 V) atribuită și în acest caz descărcării hidrogenului pe acest electrod.

S-a trecut apoi la înregistrarea undei polarografice de oxidare a ionului Cl^- la ClO_3^- folosind ca electrolit suport soluția normală de acid sulfuric iar ca ioni Cl^-, s-a introdus acid clorhidric de concentrație $10^{-3}N$ $2 \cdot 10^{-3}N$ și $4 \cdot 10^{-3}N$.

În aceste polarograme s-a obținut unda polarografică de oxidare a ionului Cl^- la ClO_3^- cu $E_{1/2} = 1{,}26$ V, potențialul de început de descărcare a ionului Cl^- și OH^- $e_1 = 1{,}14$ V și începutul descărcării oxigenului la $e_2 = 1{,}6$ V.

Curenții de difuziune id sînt 7,5, 15,6 și 30 μA corespunzînd concentrațiilor de ioni Cl^- introduse în electrolitul suport.

În partea a doua a lucrării, s-au efectuat aceleași experiențe, folosind însă un catod de platin platinat.

Rezultatele obținute au diferit de cele anterioare; astfel aici nu mai apare acea variație a potențialului de descărcare a ionului Cl^- în funcție de volumul soluției (deci în funcție de suprafața catodului ceea ce se explică prin faptul că electrodul de platină platinată are o suprafață mult mai mare comparat cu platina netedă.

Astfel, potențialul de descărcare al oxigenului, determinat în sistemul care folosește catod de platin-platinat este 1,000 Volți, în timp ce același potențial determinat cu electrodul de comparație Hg $[Hg_2SO_4]$ K_2SO_4 este de 1,788 Volți. De aici rezultă o diferență de 0,788 V care se atribue oxidului de suprafață a platinei, care în cazul platinei platinate este în cantitate mai mare.

Rezultatele sînt reproductibile și s-a trecut apoi la înregistrarea undei polarografice a reacției de oxidare o ionului Cl^- la ClO_3^- din soluții de bază formate din acid sulfuric normal la care s-a adăugat acid clorhidric în concentrație de $10^{-3}N$, $2 \cdot 10^{-3}N$ și $4 \cdot 10^{-3}N$,

Diagramele obținute sînt prezentate în figura nr. 2.

După cum rezultă din polarograme, $E_{1/2}$ al reacției de oxidare a ionului Cl^- la ClO_3^- este de 0,81 Volți.

Curenții de difuziune id sînt proporționali cu concentrația ionilor Cl^- din soluția suport și sînt 7,15 și 30 μA.

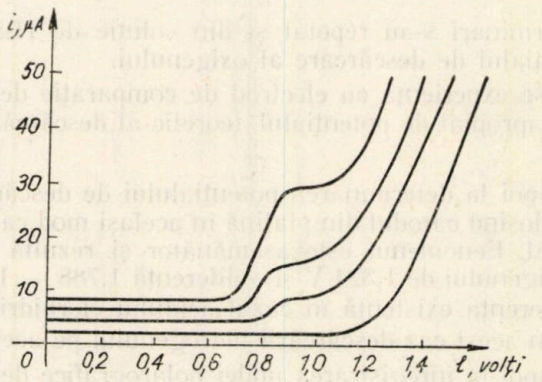


Fig. 2. Undele polarografice ale reacției de oxidare a ionului Cl^- la ClO_3^-

Discuție

Problema găsirii unui electrod practic de referință a stat în atenția cercetătorilor. Astfel Giner (4) a construit un electrod de hidrogen într-un mod original în sensul că pe acest electrod se degajă hidrogenul prin electroliză (este polarizabil).

Electrodul este format dintr-o foaie de platină platinată lîngă care este așezat un electrod auxiliar.

Ca soluție se folosește după caz acid sau bază depinzînd de soluția la care se atașează acest electrod.

În cercetările efectuate, s-a observat că imediat după introducerea acestui sistem de referință la celula de electroliză și închiderea circuitului electric, potențialul electrodului de referință se stabilea greu la valoarea zero convențională.

La începutul electrolizei aproximativ 20 minute potențialul electrodului se stabilea la o valoare cuprinsă între 800—300 mV mai sus decît potențialul electrodului reversibil de hidrogen cu barbotare de hidrogen gazos.

Pentru învingerea acestui potențial trebuie să treacă apoximativ 20 minute de electroliză cu un curent cu $i = 1 \frac{mA}{cm^2}$ pînă ce potențialul electrodului cade la potențialul stabilit al degajării hidrogenului.

Timpul se reduce simțitor dacă se folosesc densități mai mari de curent și apoi aceste densități se reduc la $1 \frac{mA}{cm^2}$ densitatea care se folosește în timpul măsurătorilor.

S-a atribuit acest potențial ridicat 800 mV faptului că hidrogenul care se formează este necesar ca să reducă oxizii de suprafață ai platinei, care se reduc înainte ca hidrogenul să fie degajat.

Plecînd de la această ipoteză și cea arătată în partea introductivă am recurs la folosirea platinei netede și platinate ca electrod nepolarizabil în polarografia anodică.

Rezultatele obținute în cercetările noastre corespund cu cele obținute de alți autori (4). Avînd în vedere că în polarografie se lucrează la curenți mici, (de ordinul μA) și în plus pentru înregistrarea unei polarograme sînt necesare 1—3 minute, reducerea oxizilor de suprafață ai platinei nu are loc, așa că potențialul acestor oxizi ai platinei, poate să fie folosit drept electrod de comparație în aceste determinări.

Aceasta este confirmată și de faptul că potențialul electrodului pe catod de platină netedă, este mai mic decît pe platină platinată.

În plus aici putem afirma, că oxizii de suprafață sînt mai puternic legați de platina platinată decît de platina netedă deoarece aici este necesară o energie de activare mai mare, decît în cazul platinei netede.

În concluzie, electrodul din platină netedă și platina platinată, poate să înlocuiască electrozii de referință în soluțiile apoase în cercetări științifice, deoarece :

1) Constituie un dispozitiv de lucru simplificat.

2) Dă rezultate reproductibile dacă suprafața electrodului depășește o valoare limită minimă.

3) Este mai ușor de manipulat decît electrodul de hidrogen indicat de Giner.

Laboratorul de tehnologie chimică generală
Institutul politehnic
„Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Atanasiu, S. Lică :* Bul. Inst. politehnic Tom. XX p. 61, 1958.
2. *Iacovlev E, Rozental, Filipov S :* Jurnal Fiz. Him. 30, 937, 1956.
3. *S. Lică, G. Tudorache :* Bul. Inst. politehnic Tom XXV, p. 35, 1963.
4. *J. Giner :* J. Electrochem. Soc. 111-3, p. 376, 1964.
5. *I. Atanasiu, S. Faksco :* Electrochimie Prin. Teoretice. Ed. Tehn. București, p. 195, 1958.
6. *Delahay :* New instrumental methods in Electrochemistry-New. York — 1954, p. 39.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 4

C. Z.: 66.095.26 : 678.02 : 678.744.422 : 541.64

CONTRIBUȚII LA CERCETAREA PROCESULUI DE POLIMERIZARE IN SUSPENSIE APOASĂ A ACETATULUI DE VINIL. *

I. CRISTEA, GR. POP, GH. IONIȚĂ

Polimerizarea în suspensie apoasă a monomerilor vinilici prezintă cîteva avantaje care permit aplicarea sa pe scară industrială la fabricarea produșilor macromoleculari. Rezultă pe această cale, cu randamente ridicate, produse de mare puritate. Procesul este ușor de condus iar separarea polimerilor din mediul de reacție se face ușor, prin filtrare. Viteza de reacție este mare iar masele moleculare pot fi variate în limite largi. Prin polimerizare în suspensie se pot obține polimeri cu mase moleculare ridicate, dificil sau adesea imposibil de obținut prin alte procedee.

Domeniile variate de utilizare ale poliacetatului de vinil necesită polimeri cu mase moleculare foarte diferite. Astfel, la fabricarea alcoolului polivinilic parțial hidrolizat, utilizat ca emulgator și coloid de protecție în procesele de polimerizare în emulsie și suspensie sînt necesari polimeri cu valori $K = 75—95$. Sinteza acetalilor polivinilici se face plecînd de la poliacetatul de vinil cu $K = 40—50$ iar în domeniul lacurilor pe bază de poliacetat de vinil sînt necesari polimeri cu valori $K = 30—40$.

Toți acești polimeri se pot obține avantajos, prin polimerizarea în suspensie apoasă a acetatului de vinil.

Informațiile de literatură referitoare la procesul de polimerizare în suspensie apoasă a acetatului de vinil se limitează în cea mai mare parte la brevete [1]. Recent au apărut lucrări care stabilesc influența aldehidei acetice, aldehidei crotonice și acidului acetic, asupra masei moleculare și a randamentului în polimer [2]. Aceste impurități se găsesc în mod obișnuit în acetatul de vinil monomer. Adausurile de aldehidă propionică [3] și aldehidă butirică [4] micșorează masa moleculară a acetatului de polivinil. S-a stabilit [5] de asemenea că rezultate bune la polimerizarea în suspensie a acetatului de vinil se obțin dacă se folosesc în calitate de coloizi de protecție copolimerul stiren — anhidridă maleică sau alcoolul polivinilic parțial hidrolizat și slabe în cazul gelatinei.

* Manuscris predat la redacție la 5 ianuarie 1966.

Sacurado Itiro și colaboratorii [6] au studiat influența condițiilor de reacție asupra polimerizării în suspensie a acetatului de vinil și trag concluzia că utilizarea azo-izo-butironitrilului conduce la grade de polimerizare mari de pînă la 24.500, față de 4650 cît s-a obținut cu peroxid de benzoil.

Partea experimentală.

Cercetările noastre, efectuate în Laboratorul Fabricii Chimice Rîșnov și verificate pe instalația industrială de polimerizare în suspensie de la F. C. Rîșnov, au urmărit stabilirea influenței modului de dozare al monomerului, influența raportului apă — monomer, a concentrației coloidului de protecție, a temperaturii de polimerizare și naturii și concentrației inițiatorului asupra timpului de polimerizare, dimensiunii perlelor de polimer, randamentului și masei moleculare a polimerilor.

S-a cercetat de asemenea influența aldehidei benzoice, utilizată în calitate de modificator al gradului și vitezei de polimerizare și a impurităților existente în mod obișnuit în monomer.

Pentru polimerizare s-a utilizat acetat de vinil monomer, calitatea I, obținut în instalația industrială de la F. C. Rîșnov cu următoarele caracteristici: indice de refracție (20°C) 1,3957, densitate (20°C) 0,932; aciditate liberă 0,04 g CH_3COOH/100 ml, aldehide: 0,04 g. CH_3CHO 100 ml, proba de activitate: monomerul polimerizează la I încălzire, după 9 minute.

Indicele de refracție s-a determinat cu un refractometru Abbé, K. Zeiss, Jena, la lumina zilei, densitatea cu densimetru de precizie. Conținutul în acid liber și aldehide și activitatea s-au determinat conform N.I. de la F. C. Rîșnov.

Acest monomer a fost utilizat în toate încercările cu excepția acelora în care s-a urmărit influența purității acetatului de vinil asupra mersului procesului de polimerizare. Puritatea acestor monomeri s-a stabilit în paralel și cromatografic. S-a lucrat cu un cromatograf Perkin Elmer Md. 116 E la 103°C, utilizînd ca gaz purtător H_2 și ca fază staționară ftalatul de dodecil. Probele injectate au fost de 10 ml., debitul de H_2 480 ml/oră, sensibilitatea 1/4. În aceste condiții acidul acetic nu apare în cromatogramă, dar se obțin rezultate bune pentru componentele mai volatile decît acidul acetic.

Ca mediu de reacție s-a utilizat apa distilată iar în calitate de coloid de protecție alcoolul polivinilic cu indice de saponificare 108 mg KOH/g și valoarea K din ecuația lui Fickentscher de 80.

Inițierea reacției de polimerizare s-a făcut cu peroxid de benzoil și cu azo-izo-butironitril.

Polimerizările s-au efectuat într-un balon de sticlă, cu trei gîturi, cu capacitatea de 750 ml, prevăzut cu refrigerent de reflux, termometru și agitator cu turație reglabilă. Balonul de reacție a fost montat pe o baie de apă termostată. După terminarea procesului de polimerizare, amestecul de reacție a fost diluat la dublu cu apă distilată și răcit sub agitare continuă, la 20—25°C. Suspensia s-a decantat și operația de spălare cu apă s-a repetat de două ori, apoi s-a filtrat pe pîlnie Büchner. Polimerul s-a uscat pe polietilenă în strat subțire, 3 zile la temperatura mediului ambiant. Din cantitatea rezultată s-a calculat randamentul în polimer.

Masa moleculară a probelor obținute de poliacetatul de vinil a fost caracterizată prin valoarea K din ecuația lui Fickentscher, măsurată în soluții de polimer în acetat de etil și benzen, la concentrații de 4,0—4,5 g/100 ml. soluție.

Pentru unele probe s-a determinat masa moleculară medie Mv, cu formule de tip Mark—Houwink :

$$[\eta] = 2{,}2 \; 10^{-4} \overline{Mv}^{0{,}65} \quad \text{în benzen, la 30°C [7]} \tag{1}$$

$$[\eta] = 1{,}9 \; 10^{-4} \overline{Mv}^{0{,}66} \quad \text{în acetat de etil la 30° [8]} \tag{2}$$

Vîscozitatea intrinsecă $[\eta]$ s-a determinat prin măsurarea vîscozității polimerilor la concentrații, variind între $c = 0{,}1—4{,}5\%$ și extrapolare la $c = 0$.

Temperatura de polimerizare este cea măsurată în baia de apă, termostată. Termometrul din interiorul balonului de polimerizare indică temperatura de reflux care în cursul polimerizării este de 65—66° și a servit în special pentru indicarea sfîrșitului reacției de polimerizare.

Verificarea reproductibilității datelor de laborator pe instalația industrială s-a făcut în autoclava nr. 1 de 1500 l, de la secția de polimer a Fabricii Chimice Rîșnov.

Rezultate și discuții :

Pentru compararea mai ușoară a datelor din această lucrare, în ce privește masa moleculară, cu rezultatele altor autori, s-a determinat relația dintre valoarea K și gradul mediu de polimerizare $\overline{P}$ prin analize pe 10 probe de polimeri ai acetatului de vinil, obținuți de noi prin polimerizare în suspensie. Rezultatele sînt prezentate în tabela 1.

Analiza datelor din tabela 1 arată că între valoarea K a polimerilor acetatului de vinil și gradul mediu de polimerizare $\overline{P}$, în limitele cercetate, există o relație semilogaritmică :

$$K = 45{,}1 \log \overline{P} - 103{,}2 \tag{3}$$

Influența principalilor parametrii de reacție

In continuare s-au cercetat principalii parametrii care influențează mersul procesului de polimerizare în suspensie a acetatului de vinil și caracteristicile polimerilor obișnuiți.

La polimerizarea în suspensie apa servește ca mediu de dispersie și pentru preluarea parțială a căldurii de reacție. Raportul apă — monomer nu este condiționat de un anumit conținut în rășină și poate fi variat în limite largi. S-a lucrat cu rapoarte apă : acetat de vinil cuprinse între 1 și 3,38, în aceste încercări s-a menținut constantă temperatura de polimerizare (65°C), concentrația inițiatorului (0,1% greut. peroxid de benzoil, raportat față de monomer), concentrația alcoolului polivinilic (0,2% greut. față de faza apoasă) și turația agitatorului.

Tabela 1

Relația dintre valoarea K și gradul mediu de polimerizare $\overline{P}$, pentru probe de poliacetat de vinil suspensie

Nr. probei	Solvent	Valoare K		Gradul de polimerizare		
		C g/100 ml	K	Limitele de concentrație g/100 ml	Vîscozitatea intrinsecă $[\eta] \cdot 100 \frac{ml}{g}$	Gradul mediu de polimerizare P
1	Benzen	4,17	26,5	—	—	—
	Acetat de etil	4,35	26,8	0,2—4,5	0,26	686
2	Benzen	4,45	31,2	—	—	—
	Acetat de etil	4,20	30,7	0,2—4,0	0,33	950
3	Benzen	4,32	47,0	—	—	—
	Acetat de etil	4,43	47,5	0,2—2,0	0,59	2270
4	Benzen	4,20	54,8	—	—	—
	Acetat de etil	4,41	55,3	0,2—1,5	0,74	3200
5	Benzen	4,05	66,0	—	—	—
	Acetat de etil	4,17	65,7	0,15—1,5	1,03	5300
6	Benzen	4,34	78,5	—	—	—
	Acetat de etil	4,18	78,1	0,1—1,0	1,66	11000
7	Benzen	4,35	85,6	0,1—1,00	2,30	15100
	Acetat de etil	4,46	86,3	0,1—1,0	2,32	16000
8	Benzen	4,15	90,4	—	—	—
	Acetat de etil	4,01	91,3	0,1—0,5	2,63	21700
9	Benzen	4,50	95,5	—	—	—
	Acetat de etil	4,12	96,7	0,1—0,4	2,83	24900
10	Benzen	4,0	102,4	0,1—0,4	3,45	33600
	Acetat de etil	4,01	101,1	0,1—0,4	3,50	35500

Rezultatele obținute sînt prezentate în tabela 2.

Cum rezultă din datele prezentate din tabela 2 prin scăderea raportului apă : monomer, valoarea K a polimerilor crește în măsură mică. Mărirea raportului H_2O : monomer peste 3 duce la o scădere apreciabilă a randamentului în polimer, iar la un raport egal cu 1 sistemul este nestabil. Viteza de polimerizare nu se modifică prin schimbarea raportului apă : monomer de la 1 la 3,38.

Tabela 2

Influența raportului apă : acetat de vinil

Nr.	Raport în greut. H_2O : acetat de vinil	Timp de polimerizare (minute)	Randament în polimer (%)	Valoarea *K*	Dimensiunea particolelor mm	Turația agitatorului rot/min
1	3,38	280	50,0	83,4	0,2—0,4	80
2	2,73	255	78,6	84,9	0,2—0,4	80
3	2,73	250	80,2	84,5	0,3—0,63	60
4	2,00	225	81,7	86,4	0,1—0,3	80
5	1,50	240	79,0	86,8	neuniforme 0,1— 2	80
6	1,00	sistemul este nestabil				

În figura 1 s-au reprezentat grafic curbele analizei granulometrice a perlelor, efectuate cu site DIN 4188. Uniformitatea maximă a perlelor se obține la raportul H_2O : monomer 2,73 cînd peste 90% din perle au diame-

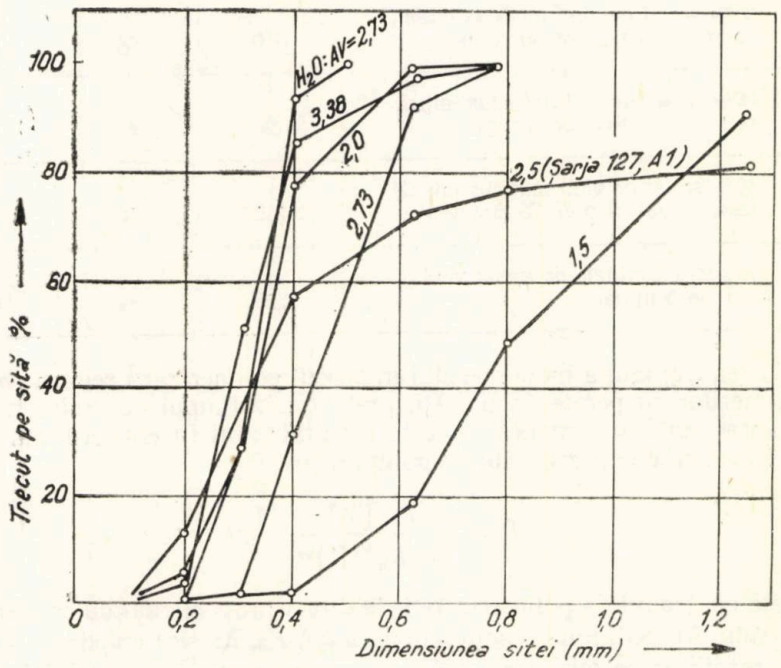


Fig. 1. Analiza granulometrică a perlelor de poliacetat de vinil, obținute la raporturi diferite apă : monomer.

trul cuprins între 0,2—04, mm și 0,3—0,63 mm, la turații ale agitatorului de 80 respectiv 60 rot/minut. Agitatorul de laborator a avut formă dreptunghiulară. În autoclava industrială, prevăzută cu agitator tip ancoră, gradul de neuniformitate a fost mai mare (Sarja 127 A_1).

Obținerea de perle uniforme este importantă mai ales cînd se pune problema uscării polimerilor în strat fluidizat.

Stabilitatea maximă a sistemului dispers se obține la raport apă : monomer de 2,7. Acest raport a fost menținut constant în încercările ulterioare.

În tabela 3 se arată influența modului de adăugare a monomerului. Încercările sînt făcute la 65°C, raport H_2O : acetat de vinil = 2,7, concentrația inițiatorului 0,1% peroxid de benzoil și 0,2% alcool polivinilic față de monomer.

Tabela 3

Influența modului de dozare a monomerului

Nr.	Modul de adăugare al acetatului de vinil	Timp de polimerizare (minute)	Randament în polimer (%)	Valoare K
1	25% acetat de vinil introdus inițial, restul dozat timp de 50 minute	310	44	71,5
2	30% acetat de vinil introdus inițial, restul dozat timp de 60 minute	290	61	78,3
3	40% acetat de vinil introdus inițial, restul dozat timp de 75 minute	230	60	79,0
4	Întreaga cantitate de acetat vinil introdusă inițial	225	82	86,4

Dozarea treptată a monomerului în cursul polimerizării reduce valoarea K a polimerilor cu perete 15 unități, prelungește timpul de polimerizare și reduce apreciabil randamentul. Aceste rezultate sînt în concordanță cu expresia dedusă cinetic a gradului de polimerizare P.

$$P = \frac{k_2 \cdot [M]}{(k_1 k_3)^{1/2} [I]^{1/2}} \qquad (4)$$

care arată că gradul de polimerizare este direct proporțional cu concentrația monomerului în mediul de reacție (în care K_1, K_2, K_3 sînt constantele de viteză ale reacțiilor de inițiatori ; [M] este concentrația monomerului, iar [I] reprezintă concentrația inițiatorului. În continuare s-a adoptat ca tehnică

de lucru introducerea inițială a întregii cantități de monomer, la temperatura de 45° ; agitare timp de 10 minute și creșterea ulterioară a temperaturii la temperatura de lucru. În acest fel se elimină influența concentrației monomerului în mediul de reacție și se obțin rezultate reproductibile.

În figura 2 este arătată influența temperaturii de polimerizare asupra timpului de reacție și a masei moleculare a polimerilor. În condițiile în care s-a lucrat, timpul de polimerizare scade de la 270 minute la 170 minute cînd temperatura crește de la 60 la 71°C. Valoarea K a polimerilor prezintă un

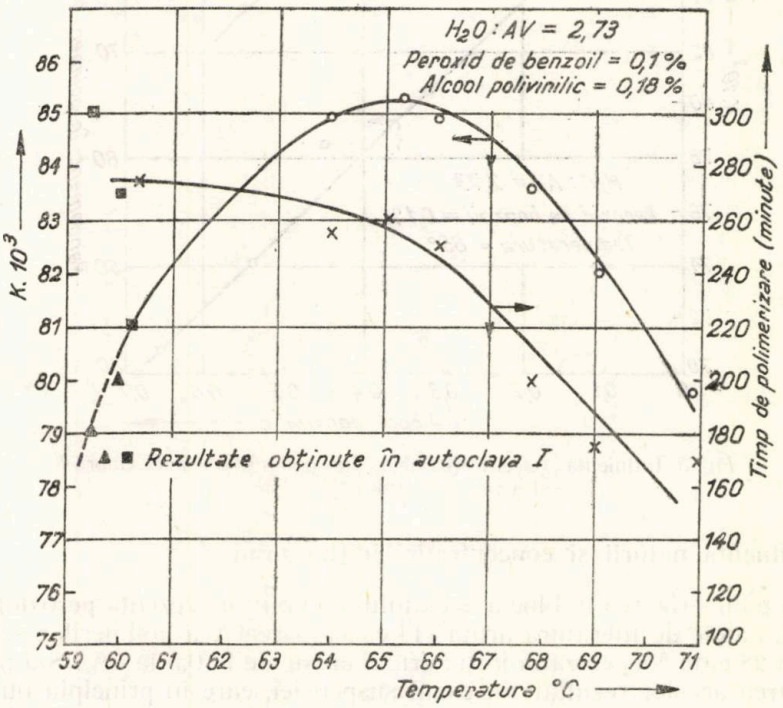


Fig. 2. Influența temperaturii de polimerizare asupra timpului de polimerizare și a valorii K a polimerilor.

maxim la 65°C. Este interesant de semnalat că la raportul H_2O : monomer 2,70 la care s-a lucrat, temperatura de 65°C reprezintă temperatura de reflux a amestecului de reacție.

În figura 3 este arătată dependența valorii K și a randamentului în polimer, în funcție de concentrația coloidului protector. Concentrația alcoolului polivinilic este exprimată în % greutate față de acetatul de vinil introdus la polimerizare. În limitele în care s-a lucrat, masa moleculară a acetatului de polivinil practic nu depinde de concentrația alcoolului polivinilic, randamentul în polimer scade însă proporțional cu creșterea cantității de coloid protector.

Rezultate optime în ce privește stabilitatea dispersiei, dimensiunile perlelor și randamentului se obțin la concentrații de 0,1—0,2% alcool polivinilic față de acetatul de vinil.

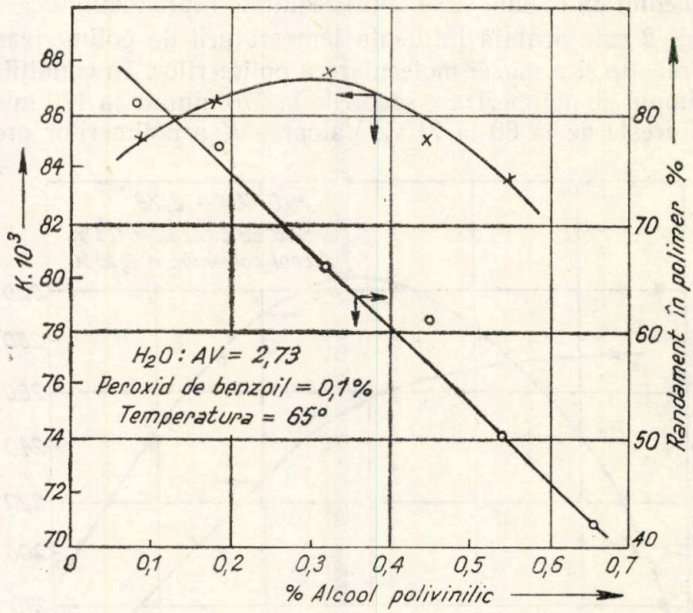


Fig. 3. Influiența concentrației alcoolului polivinilic asupra valorii *K* și a randamentului în polimer.

Influența naturii și concentrației inițiatorului

La polimerizarea în bloc a acetatului de vinil în prezența peroxidului de benzoil, datele de literatură arată [1] că valoarea *K* a polimerilor scade de la 54 la 28 cînd concentrația inițiatorului crește de la 0,5 la 4%. S-a urmărit verificarea acestor rezultate în cazul suspensiei, care în principiu nu diferă de polimerizarea în bloc, și completarea curbei pentru mase moleculare mari, care nu se pot realiza în cazul polimerizării în bloc.

În figura 4 sînt prezentate rezultatele obținute cu peroxid de benzoil (curba 1) și azo-izo-butironitril (curba 2). Cei doi inițiatori dau rezultate diferite. În cazul peroxidului de benzoil, valoarea *K* a polimerilor scade de la 90,1 la 32,5 cînd concentrația inițiatorului crește de la 0,05 la 4% greutate față de monomer. Timpul de polimerizare scade în aceleași condiții după o curbă aproape paralelă, de la 130 la 40 minute (curba 3).

În cazul inițierii cu azo-izo-butironitril, curba are o formă diferită. Inițial, valoarea *K* a polimerilor crește cu creșterea concentrației inițiatorului pînă la 0,8% după care scade încet. Masele moleculare obținute sînt apreciabil mai mari decît la inițierea cu peroxid de benzoil. Valorile *K* maxime obținute cu peroxid de benzoil au fost de 90 iar cu azo-izo-butironitril 110. Timpul de polimerizare la inițierea cu azo-izo-butiro-nitril de 30—40 minute,

nu se modifică prin variația concentrației inițiatorului de la 0,2 la 2%. În prezența solvenților, polimerii obținuți cu azo-izo-butironitril au o tendință rapidă de gelifiere, la rece.

S-au verificat rezultatele obținute la inițierea cu peroxid de benzoil, cu relațiile deduse cinetic, pentru cazul polimerizării radicalice.

Dacă se admite că viteza de polimerizare, măsurată prin consumarea monomerului este dată de relația :

$$-\frac{d[M]}{d\tau} = k_2\left(\frac{k_1}{k_3}\right)^{\frac{1}{2}} [I]^{\frac{1}{2}} \cdot [M] \tag{5}$$

și se separă variabilele, se ajunge la forma integrabilă a ecuației (5)

$$-\frac{d[M]}{[M]} = k_2\left(\frac{k_1}{k_3}\right)^{\frac{1}{2}} [I]^{\frac{1}{2}}\, d\tau. \tag{6}$$

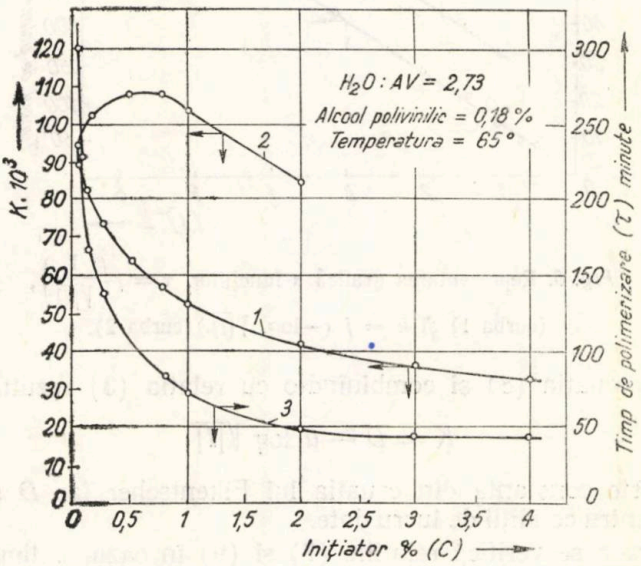


Fig. 4. Influiența naturii și concentrației inițiatorului asupra valorii K și timpului de polimerizare.
1,3. Peroxid de benzoil ; 2. Azo-izo-butironitril.

Pentru un grad de conversie dat și considerînd concentrația inițiatorului constantă, se ajunge în final la relația :

$$\tau = \frac{A}{\sqrt{[I]}} \tag{7}$$

în care A este o constantă iar I timpul necesar realizării gradului de conversie dat.

Pe de altă parte din ecuația (4) rezultă că între gradul de polimerizare și concentrația inițiatorului, la o concentrație constantă a monomerului, există relația :

$$\overline{P} = \frac{B}{\sqrt{[I]}} \tag{8}$$

în care B este o constantă.

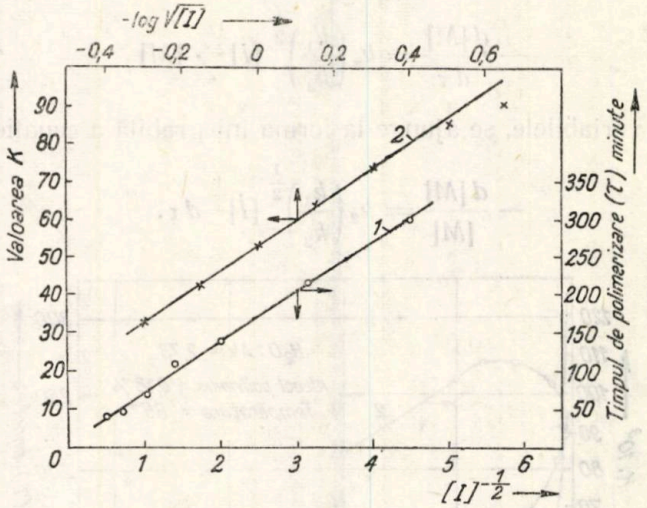


Fig. 5. Reprezentarea grafică a funcțiilor $\tau = f\left(\frac{1}{\sqrt{[I]}}\right)$, (curba 1) și $k = f$ (—log. $\sqrt{[I]}$.) (curba 2).

Logaritmînd ecuația (8) și combinînd-o cu relația (3) rezultă :

$$K = D - a \log \sqrt{[I]} \tag{9}$$

în care K este constanta din ecuația lui Fikentscher iar D și a mărimi constante, pentru condiții de lucru date.

În figura 5 se verifică relațiile (7) și (9) în cazul polimerizării acetatului de vinil în prezența peroxidului de benzoil. Reprezentarea grafică $\tau = f\,(1/\sqrt{[I]}$ (curba 1) și $K = f\,(-\log \sqrt{[I]})$ (curba 2) dă în ambele cazuri o funcție lineară. Rezultă deci că polimerizarea în suspensie a acetatului de vinil prin inițiere cu peroxid de benzoil are loc după mecanismul cinetic care stă la baza deducerii ecuației (5).

În tehnică, obținerea unor grade de polimerizare dorite are o importanță practică deosebită însă reglarea masei moleculare numai prin variația concentrației inițiatorului este dificilă, în primul rînd din cauza modificării vitezei de polimerizare :

În lucrările practice executate s-au obținut rezultate interesante prin utilizarea aldehidei benzoice în calitate de modificator al gradului de poli-

merizare și al vitezei de reacție. Încercările au fost făcute la concentrații constante de peroxid de benzoil (0,5, 1, 2 și 4%), variind adausul de aldehidă benzoică în limitele 0—4,5%.

Rezultatele experimentale obținute sînt prezentate în figura 7 în care s-a reprezentat variația valorii K a polimerilor în funcție de concentrația aldehidei benzoice, exprimată în % greutate față de monomer, la concentrații constante ale inițiatorului.

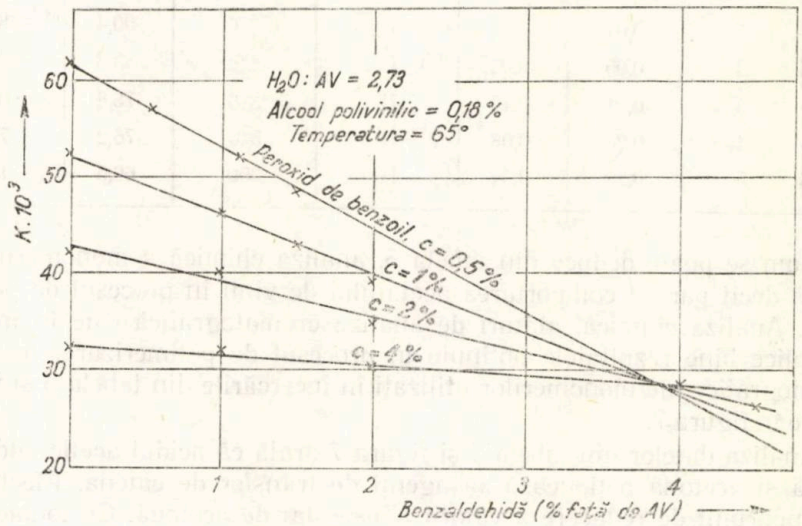


Fig. 6. Variația gradului de polimerizare a acetatului de vinil în funcție de adausul de aldehidă benzoică.

În această reprezentare se obține o familie de drepte care se intersectează în punctul de coordonate $K = 28{,}2$ și $c = 3{,}9\%$ benzaldehidă.

Din figura 6 rezultă, că la aceeași concentrație a inițiatorului, timpul de polimerizare crește paralel cu mărirea adausului de benzaldehidă. La raporturi în greutate aldehidă benzoică : peroxid de benzoil egale și timpii de polimerizare sînt practic egali, ceea ce are importante consecințe practice deoarece se poate realiza întreaga gamă de mase moleculare cu menținerea constată a productivității instalației. La concentrații de 3,9% benzaldehidă, valoarea K a polimerilor nu depinde de concentrația inițiatorului.

Influența purității acetatului de vinil monomer

Polimerizarea în suspensie a acetatului de vinil este deosebit de sensibilă la puritatea monomerului.

În tabela 4 sînt prezentate rezultatele obținute cu 5 probe de acetat de vinil, de puritate diferită, restul condițiilor fiind menținute riguros constante.

Tabela 5

Influența purității acetatului de vinil
(inițiator 0,1% ; t = 65°C, H_2O monomer 2,7, alcool polivinilic 0,1‰)

Nr.	Cromatograma	Analiza chimică		Activitate Nr. de încălziri	Timp de polimerizare (minute)	Valoarea K	Randament %
		CH_3COOH g/100 ml	CH_3CHO g/100 ml				
1	1	0,01	0,01	I	210	90,4	80,2
2	2	0,05	0,04	I	220	85,6	79,4
3	3	0,21	0,10	II	316	78,8	62,5
4	4	0,20	0,08	II	540	76,2	75,0
5	5	0,22	0,04	IV	350	66,5	19,0

Cum se poate deduce din tabela 5, analiza chimică a monomerilor nu explică decît parțial comportarea acetatului de vinil în procesul de polimerizare. Analiza chimică, alături de analiza cromatografică este în măsură să explice bine rezultatele obținute în procesul de polimerizare. Analizele cromatografice ale monomerilor utilizați în încercările din tabela 5 sînt prezentate în figura 7.

Analiza datelor din tabela 5 și figura 7 arată că acidul acetic, aldehida acetică și acetona acționează ca agenți de transfer de catenă. Efectul cel mai important de reducere a valorii K este dat de acetonă. Crotonaldehida reduce atît masa moleculară cît și viteza de polimerizare. Un conținut de 0,03 g/100 ml crotonaldehidă a determinat reducerea de aproape a 4 ori a masei moleculare și scăderea randamentului de la 80% la 15%, față de monomerii care nu conțin aldehidă crotonică.

Toate aceste considerații se referă la polimerizarea în prezența peroxidului de benzoil. În cazul inițierii cu azo-izo-butirnitril se obțin valori K mari și randamente ridicate, indiferent de puritatea monomerului.

Concluziile prezentei lucrări au fost aplicate la Fabrica Chimică Rîșnov, la fabricarea poliacetatului de vinil suspensie. Reproductibilitatea bună în instalația industrială a datelor obținute în laborator se poate urmări în tabela 6. Aceste rezultate sînt obținute în autoclava Nr. 1 de la Instalația de poliacetat de vinil a Fabricii Chimice Rîșnov în următoarele condiții : raport apă : monomer 2,5, concentrația alcoolului polivinilic 0,15% greutate față de fază apoasă temperatura de reacție 65—67°C.

Cum rezultă din tabela 7 valorile K ale polimerilor obținuți sînt constante variațiile mici, de cîteva unități K datorîndu-se calității neconstante a monomerului. Șarjele de la nr. 1—7 sînt experimentale, pe instalația industrială, celelalte sînt din producția curentă de ARACET-S a Fabricii Chimice Rîșnov, obținute în condițiile optime stabilite în prezenta lucrare.

Tabela 6

Rezultatele obținute în instalația industrială

Nr.	Lot nr.	Analiza monomerului				Inițiator		Benzaldehidă % greut.	Timp de polimerizare (minut)	Valoare K
		Aciditate g/100 ml	Aldehidă g/100 ml	Activitate		Substanța	Cantitatea % greut.			
				Nr. de încălziri	minute					
1	122	0,07	0,07	I	8	Peroxid de benzoil	0,1	0	420	81,8
2	125	0,09	0,04	I	12	Peroxid de benzoil	0,1	0	440	79,5
3	127	0,1	0,06	I	7	Peroxid de benzoil	0,1	0	360	83,0
4	180	0,08	0,1	II	4	Azo-izo-butironitril	0,1	0	300	82,0
5	186	0,04	0,02	I	12	Azo-izo-butironitril	0,1	0	180	90,1
6	187	0,04	0,02	I	5	Azo-izo-butironitril	0,1	0	130	99,9
7	241	0,06	0,04	I	10	Peroxid de benzoil	3,2	0,05	230	36,8
8	211	—	—	—	—	Peroxid de benzoil	0,1	0	—	78,2
9	212	—	—	—	—	Peroxid de benzoil	0,1	0	—	77,0
10	213	—	—	—	—	Peroxid de benzoil	0,1	0	—	84,9
11	214	—	—	—	—	Peroxid de benzoil	0,1	0	—	87,7
12	215	—	—	—	—	Peroxid de benzoil	0,1	0	—	77,9
13	216	—	—	—	—	Peroxid de benzoil	0,1	0	—	75,8
14	217	—	—	—	—	Peroxid de benzoil	0,1	0	—	86,1
15	289	0,04	0,02	I	8	Peroxid de benzoil	0,1	0	220	90,1
16	290	0,01	0,01	I	4	Peroxid de benzoil	0,1	0	210	99,9
17	291	0,02	0,02	I	5	Peroxid de benzoil	0,1	0	230	97,7
18	292	0,04	0,03	I	7	Peroxid de benzoil	0,1	0	220	91,1
19	293	0,03	0,02	I	5	Peroxid de benzoil	0,1	0	210	95,5
20	294	0,04	0,03	I	8	Peroxid de benzoil	0,1	0	250	90,9

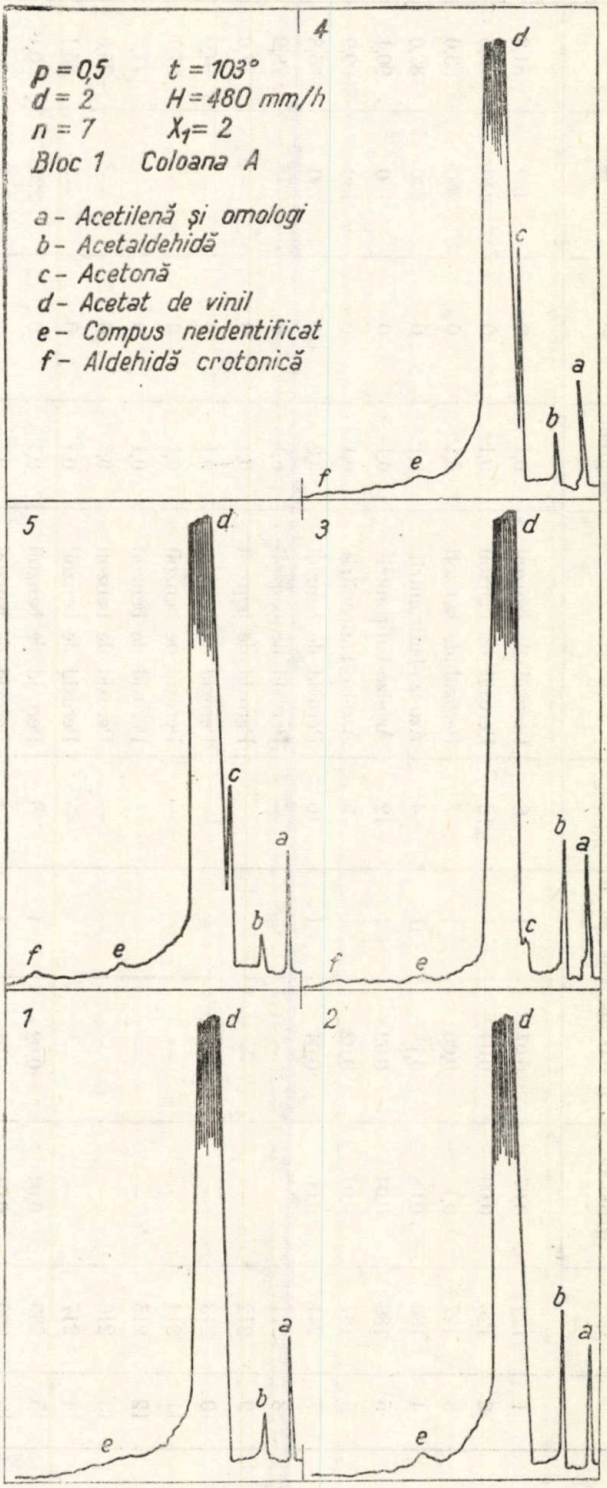

4
p = 0,5 t = 103°
d = 2 H = 480 mm/h
n = 7 X1 = 2
Bloc 1 Coloana A
a - Acetilenă şi omologi
b - Acetaldehidă
c - Acetonă
d - Acetat de vinil
e - Compus neidentificat
f - Aldehidă crotonică
5
3
1
2

Fig. 7

Concluzii:

1. Masa moleculară, viteza de polimerizare și randamentul în polimer, la polimerizarea în suspensie apoasă a acetatului de vinil, în prezența inițiatorilor radicalici și a alcoolului polivinilic în calitate de coloid de protecție, depinde în limite largi de condițiile de polimerizare, de natura și concentrația inițiatorului și de puritatea monomerului.

2. Raportul apă-monomer optim este cuprins între 2 și 3.

3. Temperatura optimă de reacție este 65°C.

4. Concentrația coloidului protector în limitele 0,1—1% nu influențează masa moleculară, dar modifică în mare măsură randamentul în polimer. Randamente de aproximativ 80% în condiții bune de stabilitate a dispersiei, se obțin la concentrații ale coloidului protector cuprinse între 0,1—0,2%.

5. Prin modificarea concentrației peroxidului de benzoil de la 0,1 la 4% se obțin polimeri cu K = 90—36.

Cu azo-izo-butironitril se obține poliacetat de vinil cu *K* mai mare de 100. Gradul de polimerizare maxim obținut cu peroxid de benzoil a fost de 21.000 în timp ce cu azo-izo-butironitril s-au obținut grade de polimerizare de peste 45.000.

6. Puritatea monomerului determină în limite largi atît mersul procesului de polimerizare în suspensie a acetatului de vinil cît și greutatea moleculară a polimerilor. Acidul acetic, aldehidă acetică și acetonă sînt modificatori ai gradului de polimerizare, în timp ce benzaldehida și crotonaldehida modifică atît greutatea moleculară cît și viteza de polimerizare.

Catedra de tehnologia substanțelor anorganice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
Laboratorul Fabricii Chimice Rîșnov

BIBLIOGRAFIE

1. *Ușakov S. N.:* Polivinilovîi spirt i evo proizoodnîie, Izd. Acad. Nauk S.S.S.R., M.-L., 1960, vol. I.
2. *Rosner T., Pintowska Z., Skucinski S.:* Polimery Tworzy wielkoczasteczkowe, *6*, 12, 391 (1961).
3. *Tagikawa S.:* J. Chem. Soc. Japan, Ind. Chem. Sect., *56*, 632 (1953).
4. *Costescu D., Mateescu M., Oprescu N.:* Brevet rom. 1466 (11.07.1957).
5. *Gregar F., Pavlacka E.:* Chem. Prum. 10, Nr. 12, 669 (1960).
6. *Sacurado Itiro, Sakaguti Jasuioi, Jamaguti Kisaburo:* Chem. High Polym, 20, 220 491 (1963).
7. *Ramakrishna R. M., Kalpagam V.:* J., Pol. Sci, 49, 152, 14 (1961).
8. *Ramakrishna R. M., Rao V.S.R., Kalpagam V.:* J. Scient. nad Industr. Res., *B 20*, 8, 404 (1961).
9. *Erdely — Gruz T., Schay G.:* Chimie Fizică Teoretică, Ed. Tehnică, București 1958, vol. II pg. 567.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 4

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z.: 539.4 : 625.143.48

LE LONG RAIL SOUDÉ, DE LONGUEUR INFINIE, SOUMIS À LA VARIATION DE LA TEMPÉRATURE *

C. C. TEODORESCU, GH. RUSIU

1. Dans une communication antérieure, faite à la session scientifique de notre Institut, nous avons présenté la mise en équation de ce problème. En prenant le rail libre à l'une des extrémités, supporté par des traverses équidistantes, nous allons considérer les réactions horisontales X_i, et verticales Y_i, comme des réactions hyperstatiques. Ces réactions sont appliquées en des points excentriques par rapport à l'axe du rail, à une distance h (fig. 1).

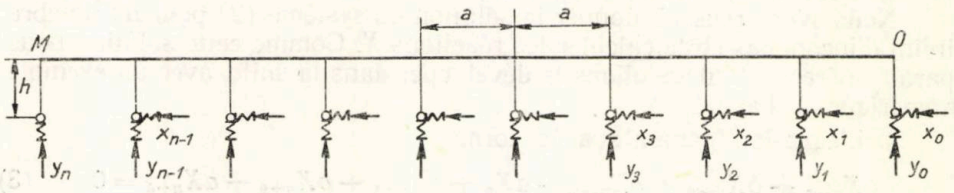


Fig. 1

O c'est l'extrémité libre du rail, M le milieu.

A cause de la symmétrie la reaction horisontale en M est nulle.

Avec l'hypothèse du ballast élastique et avec les coefficients K_h pour les déplacements sur l'horisontale et K_v pour les déplacements sur la verticale, on peut écrire la proportionnalité entre les forces et les déplacements.

$$u_i = K_h X_i \quad , \quad v_i = K_v Y_i .$$

A l'aide du théorème de Castigliano, en écrivant l'expression du travail de déformation du rail et des réactions nous obtenons le système d'équations, sous une forme condensée.

$$M_1 X - \mu M_2 Y = -\frac{\mu}{3} ga C_1 + \beta \vartheta C_2 \qquad (1)$$

$$\lambda M_3 X - M_4 Y = - gaC_3$$

* Manuscris predat la redacție la 17 februarie 1966.

où M_1, M_2, M_3, M_4 sont les matrices des coefficients des inconnues, C_1, C_2, C_3 les matrices colonnes des termes libres, qui dépendent du poids propre ga, qui revient à une traverse, et de $\theta = t - t_0$, la différence de température par rapport à la température de pose t_0. Les coefficients des inconnues, ainsi que λ, μ, β dépendent du module d'élasticité du rail E, du moment d'inertie et du rayon de giration i de la section du rail, des coefficients K_h et K_v du ballast, de la distance a entre les traverses, et de l'éxcentricité h.

Il est possible de séparer les deux inconnues.

En opérant sur les lignes et les colonnes des matrices, on peut obtenir les Y en fonction des X du premier groupe d'équations, et en substituant dans le deuxième groupe on obtient un système d'équations en X, de la forme

$$\begin{aligned}
&d''X_0 + c'X_1 + bX_2 + aX_3 \dots = m_1 \\
&c''X_0 + d'X_1 + c'X_2 + bX_3 + aX_4 \dots = m_2 \\
&b'X_0 + cX_1 + dX_2 + cX_3 + bX_4 + aX_5 \dots = m_3 \\
&aX_0 + bX_1 + cX_2 + dX_3 + cX_4 + bX_5 + aX_6 \dots = 0 \\
&\quad aX_1 + bX_2 + cX_3 + dX_4 + cX_5 + bX_6 + aX_7 \dots = 0 \\
&\dots\dots\dots\dots\dots
\end{aligned} \tag{2}$$

où les coefficients des inconnues sont des nombres, adimensionels, qui peuvent être calculés pour les caractéristiques de la voie.

Nous avons réussi à donner la solution du système (2) pour un nombre infini d'inconnues et de calculer les réactions X. Comme cette solution nous paraît intéressante nous allons la développer dans la suite, avec un exemple numérique à l'appui.

2. L'équation générale a la forme

$$aX_{n-3} + bX_{n-2} + cX_{n-1} + dX_n + cX_{n+1} + bX_{n+2} + aX_{n+3} = 0 \tag{3}$$

et la solution peut être obtenue par la substitution

$$X_l = Ax^l$$

qui nous donne

$$ax^{n-3} + bx^{n-2} + cx^{n-1} + dx^n + cx^{n+1} + bx^{n+2} + ax^{n+3} = 0$$

où x est une racine de l'équation réciproque du sixième degré

$$a\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + b\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + c\left(x + \frac{1}{x}\right) + d = 0. \tag{4}$$

Mais il arrive que cette équation a deux racines réelles et quatre racines imaginaires, réciproques. On peut les mettre sous la forme

$$x_1 \quad , \quad x_2 = \frac{1}{x_1} \tag{5}$$

$$x_3 = r\,(\cos\alpha + i\sin\alpha) \quad , \quad x_4 = 1/r\,(\cos\alpha - i\sin\alpha)$$

$$x_5 = 1/r\,(\cos\alpha + i\sin\alpha) \quad , \quad x_6 = r\,(\cos\alpha - i\sin\alpha)$$

La solution générale du système (2) peut être écrite

$$X_n = Px^n + Qr^n \cos n\alpha + Rr^n \sin n\alpha \qquad (6)$$

où x et r sont les valeurs plus petites que l'unité.

En effet, pour les valeurs très grandes de n, tendant vers l'infini, les valeurs de X tendent vers zéro, donc les dernières équations du système (2) sont satisfaites.

En introduisant la solution (6) dans l'équation (3) on obtient des valeurs nulles pour les coefficients des constantes P, Q, R, car x, r, α sont les racines de l'équation (3).

Il nous reste donc à calculer les constantes P, Q, R en écrivant que la solution (6) satisfait aussi aux trois premières équations du système (2).

La substitution de la solution (6) dans les trois premières équations nous donne, après le groupement des termes,

$$\begin{aligned}
&P(d'' + c'x + bx^2 + ax^3) + \\
&\quad + Q(d'' + c'r\cos\alpha + br^2\cos 2\alpha + ar^3\cos 3\alpha) + \\
&\quad + R(c'r\sin\alpha + br^2\sin 2\alpha + ar^3\sin 3\alpha) = m_1 \\
&P(c'' + d'x + c'x^2 + bx^3 + ax^4) + \qquad (7) \\
&\quad + Q(c'' + d'r\cos\alpha + c'r^2\cos 2\alpha + br^3\cos 3\alpha + ar^4\cos 4\alpha) + \\
&\quad + R(d'r\sin\alpha + c'r^2\sin 2\alpha + br^3\sin 3\alpha + ar^4\sin 4\alpha) = m_2 \\
&P(b' + cx + dx^2 + cx^3 + bx^4 + ax^5) + \\
&\quad + Q(b' + cr\cos\alpha + dr^2\cos 2\alpha + cr^3\cos 3\alpha + br^4\cos 4\alpha + ar^5\cos 5\alpha) + \\
&\quad + R(cr\sin\alpha + dr^2\sin 2\alpha + cr^3\sin 3\alpha + dr^4\sin 4\alpha + ar^5\sin 5\alpha) = m_3
\end{aligned}$$

Les constantes P, Q, R peuvent être trouvées par la résolution du système (7).

Comme ces constantes dépendent de m_1, m_2, m_3 les termes libres du système (2) qui sont des fonctions de $\beta\theta$ et ga, les valeurs des réactions X seront données par

$$X_p = \varkappa_n^p \beta\theta + \eta_n^p ga \qquad (8)$$

où les $\varkappa_n^p$ et η_n^p sont des véritables coefficients d'influence, qui nous permettent d'écrire la variation de ces réactions pour différentes températures et différents poids, pour une traverse d'ordre p, dans le rail à n traverses.

Il importe d'obtenir ces coefficients avec un nombre suffissant de chiffres significatifs. Et c'est ici que nous avons buté à de grandes difficultés et nous avons été contraints de répéter les calculs pour obtenir une approximation suffissante.

Nous allons développer les calculs sur un exemple numérique.

Exemple.

Prenons le rail type 49 kg, avec E = 2,1 × 10^6 kg/cm², I = 1797 cm⁴, i^2 = 29 cm², a = 60 cm, h = 20 cm. Prenons pour les coefficients élastiques du ballast

$$K_h = 10^{-3}\,\frac{\text{cm}}{\text{kg}} \quad , \quad K_v = 10^{-4}\,\frac{\text{cm}}{\text{kg}}$$

Avec ces données on calcule les coefficients

$a = 1500$, $b' = -7360$, $m_1 = 74\,\beta\theta + 23{,}566\ ga$
$b = -8860$, $c' = 24340{,}4$, $m_2 = -78\,\beta\theta - 18{,}9\ ga$
$c = 22840{,}4$, $d' = -39821{,}2$, $m_3 = 10\,\beta\theta + 4{,}66..ga$
$d = -30961{,}2$, $c'' = 22882{,}8$
$d'' = -17021{,}2$

L'équation du 6-ème degré (4), en faisant

$$x + \frac{1}{x} = z$$

nous donne

$$a z^3 + b z^2 + (c - 3a) z + (d - 2b) = 0$$

qui avec les données numériques devient

$$1500\ z^3 - 8860\ z^2 + 18340{,}4\ z - 13241{,}2 = 0$$

La racine réelle peut être trouvée par des essais

$$z_1 = 2{,}00044\ 42161\ 73472\ 15905$$

et par la substitution de cette racine dans l'équation (4) on trouve que les premiers 15 chiffres sont exacts.

A l'aide de l'équation de substitution en z

$$x^2 - 2{,}00044\ 42161\ 73472\ x + 1 = 0$$

on trouve les deux racines réelles

$$x_1 = 0{,}97914\ 45013\ 56503$$
$$x_2 = 1{,}02129\ 97148\ 16968$$

dont nous choisissons la première, plus petite que l'unité.

En divisant l'équation du 3-ème degré par le facteur $z - z_1$, nous obtenons une équation du 2-ème degré

$$z^2 + pz + q = 0$$

Cette équation a des racines imaginaires, qu'on peut écrire

$$z'_1 = x_3 + x_4 = \left(r + \frac{1}{r}\right)\cos\alpha + i\left(r - \frac{1}{r}\right)\sin\alpha$$

$$z'_2 = x_5 + x_6 = \left(r + \frac{1}{r}\right)\cos\alpha - i\left(r - \frac{1}{r}\right)\sin\alpha$$

et en utilisant les relations entre les racines et les coefficients de l'équation en z

$$z'_1 + z'_2 = 2\left(r + \frac{1}{r}\right)\cos\alpha = -p$$

$$z'_1 z'_2 = \left(r + \frac{1}{r}\right)^2 \cos^2\alpha + \left(r - \frac{1}{r}\right)^2 \sin^2\alpha = q$$

relations qu'on peut encore écrire

$$2\left(r + \frac{1}{r}\right)\cos\alpha = -p$$

$$4\cos^2\alpha + \left(r + \frac{1}{r}\right)^2 = q$$

et qui nous donnent les valeurs de r et α.

En éliminant entre ces deux équations $\cos\alpha$, on obtient

$$\frac{p^2}{\left(1 + \frac{1}{r}\right)^2} + \left(r - \frac{1}{r}\right)^2 = q$$

qui développée par rapport aux puissances de r

$$r^8 - qr^6 + r^4(p^2 - 2 - 2q) - qr^2 + 1 = 0$$

où par la notation $r^2 = X$

$$X^4 - qX^3 + (p^2 - 2 - 2q)X^2 - qX + 1 = 0. \qquad \text{(I)}$$

Cette équation est réciproque et par la substitution

$$X + \frac{1}{X} = y$$

on la réduit à

$$y^2 - qy + (p^2 - 4 - 2q) = 0. \qquad \text{(Ia)}$$

En éliminant entre les deux équations précédentes l'inconnue r, on obtient

$$4 = \frac{p^2}{4\cos^2\alpha} - (q - 4\cos^2\alpha)$$

et avec la notation $\cos^2\alpha = X$

$$16X^2 - (16 + 4q)X + p^2 = 0. \qquad \text{(II)}$$

Ces deux équations (Ia) et (II), nous donnent les solutions.

Pour notre exemple numérique on a

$$p = -\ 3{,}90622\ 24504\ 93194\ 50791$$
$$q = \quad 4{,}41275\ 32251\ 57255\ 19101$$

et on trouve pour l'équation (Ia) les deux racines

$$y_1 = +\ 3{,}76683\ 49984\ 74066\ 67476$$
$$y_2 = +\ 0{,}64591\ 82266\ 83189\ 51624$$

Par la substitution X nous obtenons quatre solutions. Mais la deuxième racine nous donne des valeurs imaginaires. Nous gardons donc la racine donnée par y_1, et nous choisissons celle qui est plus petite que l'unité. Nous avons

$$r = \sqrt{X} = \sqrt{0{,}28740\ 32522\ 98027\ 94862} =$$
$$= 0{,}53610\ 00394\ 49754\ 14319$$

Pour l'équation (II) nous obtenons aussi deux racines, dont nous gardons celle qui a la valeur plus petite que l'unité. Nous obtenons

$$X = \cos^2\alpha = 0{,}66147\ 95566\ 70797\ 68361$$
$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 0{,}33852\ 04433\ 29202\ 31639$$

qui nous donnent

$$\cos\alpha = 0{,}81331\ 39348\ 80497\ 227$$
$$\sin\alpha = 0{,}58182\ 50968\ 54030\ 879$$

Les valeurs des puissances de x et de r, et les multiples de l'angle α, sont données dans le tableau I.

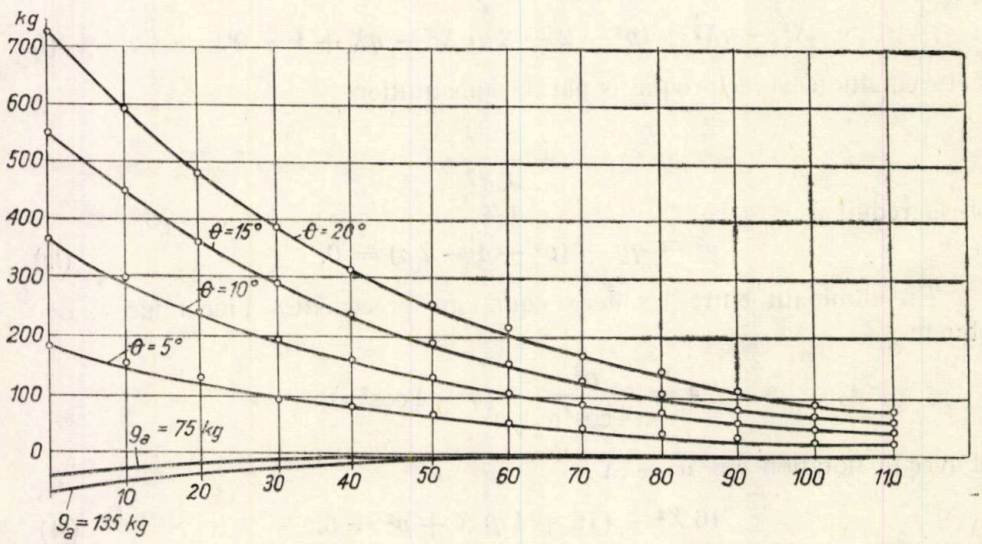


Fig. 2

Tableau I

Valeurs de x, r et α

n	x^n	r^n	cos $n\alpha$	sin $n\alpha$
1	,97914 45013 56503	,53610 00394 49754	—,81331 39348 80497	,58182 50968 54030
2	,95872 39545 36675	,28740 32522 98027	,32295 91133 41595	,94641 29178 69156
3	,93872 92883 83348	,15407 68948 94960	—,28797 96403 25758	,95763 65316 53762
4	,91915 16209 82857	,08260 06294 31438	—,79139 48222 19221	,61130 53536 20109
5	,89998 22555 98281	,04428 22006 96793	—,99932 52334 80574	,03672 97934 78813

Tableau II

Coefficients du système (7)

P	Q	R	$\beta\theta$	ga
—274,63148 38020 89481	—7297,29369 51041 69528	+5403,55680 76308 50780	—74	—23,566...
+289,40146 19847 29001	+8074,39096 57493 28436	—7031,79555 76693 31657	+78	+18,900
— 31,94957 25375 11162	— 775,64038 90081 90645	+1627,93846 35427 16273	—10	— 4,666...

Ces valeurs nous permettent de calculer les coefficients du système (7), et de calculer les constantes P, Q, R. Le tableau II nous donne les valeurs de ces coefficients, à l'aide desquels nous avons calculé P, Q, R.

$$P = 0{,}34892\ 51984\ 230\ \beta\theta + 0{,}54169\ 08202\ 824\ ga$$

$$Q = -{,}00381\ 46763\ 741\ \beta\theta - 0{,}00762\ 63402\ 340\ ga$$

$$R = -{,}00111\ 23369\ 649\ \beta\theta - 0{,}00063\ 36713\ 151\ ga$$

Une fois les constantes P, Q, R trouvées, on peut calculer les réactions X avec la formule (4). On voit que le terme en x, avec la constante P a la priorité, les autres deux termes influencent beaucoup moins la valeur de X.

En faisant les calculs pour les réactions, toutes les dix traveres, on obtient pour différentes différences de température les valeurs données dans la figure (fig. 2). On voit que l'allure de la courbe nous donne des valeurs rapidement décroissantes. Nous avons suivi le calcul seulement jusqu'à la 110-ème traverse, ou la valeur de la réaction X_n est seulement un dixième de la valeur X_0.

Le schéma de calcul, donné précédemment peut être très bien employé, pour calculer à la machine éléctronique toutes les variantes pour différentes caractéristiques de la voie et du ballast, et qui entrent dans les coefficients du système d'équations (1).

La chaire de résistance des matériaux
Institut polytechnique
„Gheorghe Gheorghiu-Dej" — Bucarest

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 4

C.Z. 620.174 : 624.078 : 624.071.3 : 539.4

CALCULUL AMPLITUDINILOR VIBRAȚIILOR PROPRII DE INCOVOIERE-RĂSUCIRE LA BARELE CU PEREȚI SUBȚIRI AVÎND PROFILUL ÎNCHIS *

TOMA PANĂ

În lucrarea [2] s-a demonstrat că sistemul de ecuații diferențiale care descrie mișcarea vibratorie de încovoiere-răsucire, în cazul barelor cu pereți subțiri de secțiune constantă avînd profilul închis și nedeformabil, poate fi scris sub următoarea formă adimensională :

$$\begin{aligned}
&\bar{\eta}_0^{IV} + \varkappa\left[\bar{\eta}_0'' - b_z^4\,\bar{\eta}_0 + z_0\, b_z^4\,\varphi_0\right] = 0\\
&\bar{\zeta}_0^{IV} + \varkappa\left[\bar{\zeta}_0'' - b_y^4\,\bar{\zeta}_0 - y_0\, b_y^4\,\varphi_0\right] = 0 \qquad (1)\\
&\varphi_0^{IV} + (\varkappa + \varkappa a_f^2 - c_{\bar{\omega}}^2)\,\varphi_0'' - \varkappa\,(a_{\bar{\omega}}^4 - \varkappa a_f^2)\,\varphi_0 - \varkappa a_f^2\,\frac{z_0 + z_f}{h_f^2}\,\bar{\eta}_0'' -\\
&\quad - \varkappa\left(\varkappa a_f^2\,\frac{z_0 + z_f}{h_f^2} - a_{\bar{\omega}}^4\,\frac{z_0}{h^2}\right)\bar{\eta}_0 + \varkappa a_f^2\,\frac{y_0 + y_f}{h_f^2}\,\bar{\zeta}_0'' +\\
&\quad + \varkappa\left(\varkappa a_f^2\,\frac{y_0 + y_f}{h_f^2} - a_{\bar{\omega}}^4\,\frac{y_0}{h^2}\right)\bar{\zeta}_0 = 0
\end{aligned}$$

In acest sistem $\bar{\eta}_0$, $\bar{\zeta}_0$ și φ_0 reprezintă amplitudinile deplasărilor generale ale secțiunii transversale, exprimate în funcție de variabila adimensională :

$$\theta = \frac{x}{l}, \qquad (2)$$

iar celelalte notații au următoarea semnificație :

$$\varkappa = \frac{\gamma p^2 l^2}{Eg}, \quad b_z^4 = \frac{Al^2}{I_z}, \quad b_y^4 = \frac{Al^2}{I_y}$$

$$a_f^2 = \frac{EA}{GI_f}\,h_f^2, \quad c_{\bar{\omega}}^2 = \frac{GI_t}{EI_{\bar{\omega}}}\,\nu\, l^2, \quad a_{\bar{\omega}}^4 = \frac{A\nu}{I_{\bar{\omega}}}\,h^2 l^2$$

* Lucrare comunicată în sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 28—30 mai 1965.

$$h^2 = \frac{I_y + I_z}{A} + z_0^2 + y_0^2 \qquad (3)$$

$$h_f^2 = h^2 + z_0 z_f + y_0 y_f .$$

Simbolurile folosite în aceste notații corespund următoarelor mărimi:

A — aria secțiunii;

I_y și I_z — momentele de inerție ale secțiunii în raport cu axele Oy și Oz din planul său;

I_f — momentul de inerție dirijat al secțiunii raportat la centrul de forfecare pură $F\ (y_f\ ;\ z_f)$;

I_t — momentul de inerție polar convențional;

$\nu = 1 - \frac{I_t}{I_f}$ — coeficientul de deformație al secțiunii;

p — pulsația vibrației;

γ — greutatea specifică a materialului din care este confecționată bara;

E și G — modulul de elasticitate longitudinal și transversal;

y_0, z_0 — coordonatele centrului de rotație al secțiunii;

l — lungimea barei;

g — accelerația gravitației.

Soluțiile sistemului (1) sînt:

$$\begin{aligned}
\bar{\eta}_\theta &= \sum_1^6 A_{1i}\, sh\, s_i\theta + \sum_1^6 B_{1i}\, ch\, s_i\theta \\
\bar{\zeta}_\theta &= \sum_1^6 A_{2i}\, sh\, s_i\theta + \sum_1^6 B_{2i}\, ch\, s_i\theta \qquad (4) \\
\varphi_\theta &= \sum_1^6 A_{3i}\, sh\, s_i\theta + \sum_1^6 B_{3i}\, ch\, s_i\theta
\end{aligned}$$

în care s_i reprezintă soluțiile ecuației caracteristice:

$$\begin{vmatrix}
s_i^4 + \varkappa (s_i^2 - b_z^4) & 0 & z_0 \varkappa b_z^4 \\
0 & s_i^4 + \varkappa (s_i^2 - b_y^4) & -y_0 \varkappa b_y^4 \\
-\varkappa a_f^2 \frac{z_0 + z_f}{h_f^2}(s_i^2 + \varkappa) + & \varkappa a_f^2 \frac{y_0 + y_f}{h_f^2}(s_i^2 + \varkappa) - & s_i^4 + (\varkappa + \varkappa a_f^2 - c_\omega^2) s_i^2 - \\
+ \varkappa a_\omega^4 \frac{z_0}{h^2} & - \varkappa a_\omega^4 \frac{y_0}{h^2} & - \varkappa (a_\omega^4 - \varkappa a_f^2)
\end{vmatrix} = 0 \qquad (5)$$

Calculul amplitudinilor deplasărilor generale ale secțiunii poate fi mult simplificat dacă constantele arbitrare A și B din soluțiile (4) se exprimă în funcție de parametrii inițiali: $\bar{\eta}_0$, $\bar{\eta}'_0$, M_{z0}, T_{y0}, $\bar{\zeta}_0$, $\bar{\zeta}'_0$, M_{y0}, T_{z0}, φ_0, β_0, M_{tf0} și $B_{\bar{\omega}_0}$ din secțiunea $\theta = 0$.

Funcțiile (4) și primele lor unsprezece derivate, scrise pentru $\theta=0$, alcătuiesc un sistem de ecuații algebrice din care se determină cele 36 de constante de integrare, exprimate în funcție de cei 12 parametri inițiali. După înlocuirea expresiilor constantelor în soluțiile (4), rezultă următoarele relații pentru amplitudinile deplasărilor generale ale secțiunii:

$$\bar{\eta}_\theta = \bar{\eta}_0 F'_{11}(\theta) + \bar{\eta}'_0 [F_{11}(\theta) + \varkappa F_{12}(\theta)] + \frac{M_{z0} l^2}{EI_z} F'_{12}(\theta) +$$

$$+ \frac{T_{y0} l^3}{EI_z}\left[F_{12}(\theta) + \nu \frac{I_z}{I_{\bar{\omega}}} z_f F_{14}(\theta)\right] + \varphi_0 F'_{13}(\theta) +$$

$$+ \nu\beta_0 l [F_{13}(\theta) + (\varkappa - c_{\bar{\omega}}^2) F_{14}(\theta)] + \frac{M_{tf0} l}{GI_f}\left[F_{13}(\theta) + \frac{\nu}{1-\nu} c_{\bar{\omega}}^2 F_{14}(\theta)\right] +$$

$$+ \nu \frac{B_{\bar{\omega}0} l^2}{EI_{\bar{\omega}}} F'_{14}(\theta) + \bar{\zeta}_0 \left\{ \varkappa a_f^2 \frac{y_0 + y_f}{h_f^2} [F'_{14}(\theta) + \varkappa F'_{15}(\theta) - \varkappa b_y^4 F'_{16}(\theta)] - \right.$$

$$\left. - \varkappa a_{\bar{\omega}}^4 \frac{y_0}{h^2} F'_{15}(\theta)\right\} + \bar{\zeta}'_0 \left\{ \varkappa a_f^2 \frac{y_0 + y_f}{h_f^2} [F_{14}(\theta) - \varkappa b_y^4 F_{16}(\theta)] - \right. \tag{6,a}$$

$$\left. - \varkappa a_{\bar{\omega}}^4 \frac{y_0}{h^2} [F_{15}(\theta) + \varkappa F_{16}(\theta)]\right\} + \frac{M_{y0} l^2}{EI_y}\left[\varkappa a_f^2 \frac{y_0 + y_f}{h_f^2} F'_{15}(\theta) + \varkappa a_{\bar{\omega}}^4 \frac{y_0}{h^2} F'_{16}(\theta)\right] -$$

$$- \frac{T_{z0} l^3}{EI_y}\left[\nu \frac{I_y}{I_{\bar{\omega}}} y_f F_{14}(\theta) + \varkappa a_f^2 \frac{y_0 + y_f}{h_f^2} F_{15}(\theta) + \varkappa a_{\bar{\omega}}^4 \frac{y_0}{h^2} F_{16}(\theta)\right].$$

$$\bar{\zeta}_\theta = \bar{\zeta}_0 F'_{21}(\theta) + \bar{\zeta}'_0 [F_{21}(\theta) + \varkappa F_{22}(\theta)] - \frac{M_{y0} l^2}{EI_y} F'_{22}(\theta) +$$

$$+ \frac{T_{z0} l^3}{EI_y}\left[F_{22}(\theta) - \nu \frac{I_y}{I_{\bar{\omega}}} y_f F_{24}(\theta)\right] + \varphi_0 F'_{23}(\theta) + \tag{6,b}$$

$$+ \nu\beta_0 l [F_{23}(\theta) + (\varkappa - c_{\bar{\omega}}^2) F_{24}(\theta)] + \frac{M_{tf0}}{GI_f}\left[F_{23}(\theta) + \frac{\nu}{1-\nu} c_{\bar{\omega}}^2 F_{24}(\theta)\right] +$$

$$+ \nu \frac{B_{\bar{\omega}0} l^2}{EI_{\bar{\omega}}} F'_{24}(\theta) + \bar{\eta}_0 \left\{ - \varkappa a_f^2 \frac{z_0 + z_f}{h_f^2} [F'_{24}(\theta) + \varkappa F'_{25}(\theta) - \varkappa b_z^4 F'_{26}(\theta)] + \right.$$

$$\left. + \varkappa a_{\bar{\omega}}^4 \frac{z_0}{h^2} F'_{25}(\theta)\right\} + \bar{\eta}'_0 \left\{ - \varkappa a_f^2 \frac{z_0 + z_f}{h_f^2} [F_{24}(\theta) - \varkappa b_z^4 F_{26}(\theta)] + \right.$$

$$\left. + \varkappa a_{\bar{\omega}}^4 \frac{z_0}{h^2} [F_{25}(\theta) + \varkappa F_{26}(\theta)]\right\} + \frac{M_{z0} l^2}{EI_z}\left[\varkappa a_f^2 \frac{z_0 + z_f}{h_f^2} F'_{25}(\theta) + \right.$$

$$+\varkappa a_{\omega}^{4}\frac{z_0}{h^2}F'_{26}(\theta)\Big]+\frac{T_{y_0}l^3}{EI_z}\Big[\nu\frac{I_z}{I_{\bar{\omega}}}z_f F_{24}(\theta)+\varkappa a_f^2\frac{z_0+z_f}{h_f^2}F_{25}(\theta)+$$

$$+\varkappa a_{\omega}^{4}\frac{z_0}{h^2}F_{26}(\theta)\Big].$$

$$\varphi_\theta=\varphi_0[F'_{31}(\theta)+\varkappa a_f^2 F'_{32}(\theta)]+\nu\beta_0 l[F_{31}(\theta)+(\varkappa+\varkappa a_f^2-c_{\omega}^2)F_{32}(\theta)]+$$

$$+\frac{M_{tf0}l}{GI_f}\Big[F_{31}(\theta)+\Big(\varkappa a_f^2+\frac{\nu}{1-\nu}c_{\omega}^2\Big)F_{32}(\theta)\Big]+\nu\frac{B_{\bar{\omega}0}l^2}{EI_{\bar{\omega}}}F'_{32}(\theta)+$$

$$+\bar{\eta}_0\Big\{-\varkappa a_f^2\frac{z_0+z_f}{h_f^2}[F'_{32}(\theta)+\varkappa F'_{33}(\theta)-\varkappa b_z^4 F'_{34}(\theta)+\varkappa^2 b_z^8 F'_{36}(\theta)]+$$

$$+\varkappa a_{\omega}^{4}\frac{z_0}{h^2}[F'_{33}(\theta)-\varkappa b_z^4 F'_{35}(\theta)-\varkappa^2 b_z^4 F'_{36}(\theta)]\Big\}+ \qquad (6,c)$$

$$+\bar{\eta}'_0\Big\{-\varkappa a_f\frac{z_0+z_f}{h_f^2}[F_{32}(\theta)-\varkappa b_z^4 F_{34}(\theta)+\varkappa^2 b_z^4 F_{35}(\theta)+\varkappa^2 b_z^4(\varkappa+b_z^4)F_{36}(\theta)]+$$

$$+\varkappa a_{\omega}^{4}\frac{z_0}{h^2}[F_{33}(\theta)+\varkappa F_{34}(\theta)-\varkappa(\varkappa+b_z^4)F_{35}(\theta)-\varkappa^2(\varkappa+2b_z^4)F_{36}(\theta)]\Big\}+$$

$$+\frac{M_{z_0}l^2}{EI_z}\Big\{\varkappa a_f^2\frac{z_0+z_f}{h_f^2}[F'_{33}(\theta)-\varkappa b_z^4 F'_{35}(\theta)-\varkappa^2 b_z^4 F'_{36}(\theta)]+\varkappa a_{\omega}^{4}\frac{z_0}{h^2}[F'_{34}(\theta)-$$

$$-\varkappa F'_{35}(\theta)-\varkappa(\varkappa+b_z^4)F'_{36}(\theta)]\Big\}+\frac{T_{y_0}l^3}{EI_z}\Big\{\nu\frac{I_z}{I_{\bar{\omega}}}z_f F_{32}(\theta)+$$

$$+\varkappa a_f^2\frac{z_0+z_f}{h_f^2}[F_{33}(\theta)-\varkappa b_z^4 F_{35}(\theta)-\varkappa^2 b_z^4 F_{36}(\theta)]+\varkappa a_{\omega}^{4}\frac{z_0}{h^2}[F_{34}(\theta)-\varkappa F_{35}(\theta)-$$

$$-\varkappa(\varkappa+b_z^4)F_{36}(\theta)]\Big\}+\bar{\zeta}_0\Big\{\varkappa a_f^2\frac{y_0+y_f}{h_f^2}[F'_{32}(\theta)+\varkappa F'_{33}(\theta)-\varkappa b_y^4 F'_{34}(\theta)+$$

$$+\varkappa^2 b_y^8 F'_{36}(\theta)]-\varkappa a_{\omega}^{4}\frac{y_0}{h^2}[F'_{35}(\theta)-\varkappa b_y^4 F'_{35}(\theta)-\varkappa^2 b_y^4 F'_{36}(\theta)]\Big\}+$$

$$+\bar{\zeta}'_0\Big\{\varkappa a_f^2\frac{y_0+y_f}{h_f^2}[F_{32}(\theta)-\varkappa b_y^4 F_{34}(\theta)+\varkappa^2 b_y^4 F_{35}(\theta)+\varkappa^2 b_y^4(\varkappa+b_y^4)F_{36}(\theta)]-$$

$$-\varkappa a_{\omega}^{4}\frac{y_0}{h^2}[F_{33}(\theta)+\varkappa F_{34}(\theta)-\varkappa(\varkappa+b_y^4)F_{35}(\theta)-\varkappa^2(\varkappa+2b_y^4)F_{36}(\theta)]\Big\}+$$

$$+\frac{M_{y_0}l^2}{EI_y}\Big\{\varkappa a_f^2\frac{y_0+y_f}{h_f^2}[F'_{33}(\theta)-\varkappa b_y^4 F'_{35}(\theta)-\varkappa^2 b_y^4 F'_{36}(\theta)]+\varkappa a_{\omega}^{4}\frac{y_0}{h^2}[F'_{34}(\theta)-$$

$$-\varkappa F'_{35}(\theta)-\varkappa(\varkappa+b_y^4)F'_{36}(\theta)]\Big\}-\frac{T_{z0}l^3}{EI_y}\Big\{\nu\frac{I_y}{I_\omega}y_f F_{32}(\theta)+\varkappa a_f^2\frac{y_0+y_f}{h_f^2}[F_{33}(\theta)-$$

$$-\varkappa b_y^4 F_{35}(\theta)-\varkappa^2 b_y^4 F_{36}(\theta)]+\varkappa a_\omega^4\frac{y_0}{h^2}[F_{34}(\theta)-\varkappa F_{35}(\theta)-\varkappa(\varkappa+b_y^4)F_{36}(\theta)]\Big\}.$$

Se precizează că în aceste relații au fost alese ca parametrii inițiali următoarele mărimi din secțiunea $\theta=0$:

$\bar{\eta}_0$, $\bar{\zeta}_0$ — deplasările secțiunii transversale a barei în planul său;
φ_0, $\bar{\eta}'_0$, $\bar{\zeta}'_0$ — rotirile secțiunii transversale în jurul axelor sistemului de coordonate *Oxyz*;
M_{z0}, M_{y0} — momentele încovoietoare;
T_{y0}, T_{z0} — forțele tăietoare;
β — deplanarea;
$B_{\bar{\omega}0}$ — bimomentul de încovoiere-răsucire;
M_{tf0} — momentul de răsucire față de centrul de forfecare pură;

Funcțiile F_{kj} din relațiile (6,a), (6,b) și (6,c) sînt date de expresia:

$$F_{kj}(\theta)=\sum_{i=1}^{i=6}\frac{\delta_{kji}}{s_i\Delta_k}\,sh\,s_i\theta \tag{7}$$

în care

$$\Delta_k=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ s_1^2 & s_2^2 & s_3^2 & s_4^2 & s_5^2 & s_6^2 \\ C_{k1} & C_{k2} & C_{k3} & C_{k4} & C_{k5} & C_{k6} \\ D_{k1} & D_{k2} & D_{k3} & D_{k4} & D_{k5} & D_{k6} \\ H_{k1} & H_{k2} & H_{k3} & H_{k4} & H_{k5} & H_{k6} \\ L_{k1} & L_{k2} & L_{k3} & L_{k4} & L_{k5} & L_{k6} \end{vmatrix} \tag{8}$$

iar δ_{kji} este minorul obținut prin suprimarea coloanei de ordin i și a liniei de ordin j.

Coeficienții C_{ki}, D_{ki}, H_{ki} și L_{ki} se calculează cu relațiile:

$$C_{1i}=-(s_i^4+\varkappa s_i^2-\varkappa b_z^4)\frac{1}{\varkappa z_0 b_z^4}$$

$$C_{2i}=(s_i^4+\varkappa s_i^2-\varkappa b_y^4)\frac{1}{\varkappa y_0 b_y^4}$$

$$C_{3i}=-[s_i^4+(\varkappa+\varkappa a_f^2-c_\omega^2)\,s_i^2-\varkappa(a_\omega^4-\varkappa a_f^2)]$$

$$D_{1i} = (s_i^2 + \varkappa a_f^2)\, C_{1i} - \varkappa a_f^2 \frac{z_0 + z_f}{h_f^2}$$

$$D_{2i} = (s_i^2 + \varkappa a_f^2)\, C_{2i} + \varkappa a_f^2 \frac{y_0 + y_f}{h_f^2} \tag{9}$$

$$D_{3i} = s_i^2\, C_{3i} - \varkappa a_f^2 \left(\varkappa z_0 b_z^4 \frac{z_0 + z_f}{h_f^2} + \varkappa y_0 b_y^4 \frac{y_0 + y_f}{h_f^2} \right)$$

$$H_{1i} = C_{3i} \cdot C_{1i} + \varkappa a_f^2 \frac{z_0 + z_f}{h_f^2} (s_i^2 + \varkappa) - \varkappa a_\omega^4 \frac{z_0}{h^2}$$

$$H_{2i} = C_{3i} \cdot C_{2i} - \varkappa a_f^2 \frac{y_0 + y_f}{h_f^2} (s_i^2 + \varkappa) + \varkappa a_\omega^4 \frac{y_0}{h^2}$$

$$H_{3i} = - s_i^2\, D_{3i} - \varkappa a_\omega^4 \left(\frac{z_0^2}{h^2} \varkappa b_z^4 + \frac{y_0^2}{h^2} \varkappa b_y^4 \right)$$

$$L_{1i} = s_i^2\, H_{1i} - \varkappa a_f^2 \frac{y_0 + y_f}{h_f^2} \varkappa y_0 b_y^4 C_{1i}$$

$$L_{2i} = s_i^2 H_{2i} - \varkappa a_f^2 \frac{z_0 + z_f}{h_f^2} \varkappa z_0 b_z^4 C_{2i}$$

$$L_{3i} = s_i^2 H_{3i} + \left[\varkappa z_0 b_z^4 \left(\varkappa a_f^2 \frac{z_0 + z_f}{h_f^2} \varkappa b_z^4 + \varkappa^2 a_\omega^4 \frac{z_0}{h^2} \right) + \right.$$

$$\left. + \varkappa y_0 b_y^4 \left(\varkappa^2 a_f^2 b_y^4 \frac{y_0 + y_f}{h_f^2} + \varkappa^2 a_\omega^4 \frac{y_0}{h^2} \right) \right]$$

Relațiile (6,a), (6,b) și (6,c) sînt stabilite pentru bara cu secțiunea de formă oarecare. Ele pun în evidență influența poziției centrului de rotație și a centrului de forfecare pură asupra valorilor amplitudinilor vibrațiilor proprii. Această influență este funcție de proprietățile de simetrie ale secțiunii. Astfel, în cazul în care secțiunea transversală a barei admite o axă de simetrie, centrul de greutate, centrul de rotație și centrul de forfecare pură se află pe această axă și în consecință, în relațiile mai sus amintite, se anulează termenii care conțin coordonatele nule ale acestor centre. Dacă secțiunea admite două axe de simetrie, cele trei centre se confundă și atunci :

$$y_0 = y_f = z_0 = z_f = 0$$

iar expresiile amplitudinilor deplasărilor generale devin identice cu cele obținute în lucrarea [3].

Se observă că în relațiile (6,a), (6,b) și (6,c) există o regulă de scriere bine definită ; aceasta permite efectuarea unui control riguros al calculului care altfel ar fi extrem de greoi dat fiind complexitatea relativ mare a expresiilor ce trebuiesc manipulate.

Pentru o bară dată, relațiile mai sus amintite sînt funcții de o singură variabilă : poziția secțiunii care este exprimată prin abscisa ei adimensională θ. Ca urmare, amplitudinile deplasărilor generale ale secțiunii se pot reprezenta grafic în funcție de θ. Diagramele astfel obținute se folosesc pentru studiul deformațiilor pe care le are bara în timpul vibrației. Aceste diagrame conțin ca parametru pulsația vibrației.

Catedra de rezistența materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Безухов Н. И., Лужин О. В.*: К расчету тонкостенных стержней на вынужденные колебания; Исследования по теории сооружении, быпуск VII, Москва, Госстройиздат, 1957.
2. *Pană T.*: Calculul pulsațiilor proprii ale vibrațiilor de încovoiere-răsucire, la barele cu pereți subțiri avînd profilul închis ; Studii și cercetări de mecanică aplicată, tom 18, fascicola 2, București, Editura Academiei R.S.R., 1965.
3. *Pană T.*: Aplicarea metodei parametrilor inițiali în studiul vibrațiilor la barele cu pereți subțiri avînd profilul închis, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București, tom. XXVII, fascicolo 6, 1965.
4. *Petre A., Atanasiu M.*: Bare cu pereți subțiri, București, Editura tehnică, 1960.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 4

TEORIA MECANISMELOR

C.Z.: 621-231 : 621.8.02

THE FORMATION OF THE CHARACTERISTIC PLANE LINKAGES MECHANISMS WITH 10 LINKS *

N. I. MANOLESCU, P. ANTONESCU, I. ERCEANU

§ 1. Introduction.

The number synthesis methods of the plane jointed (linkages) mechanisms with a given number of links e and degree of mobility $M_3 = 1$ were presented in paper [1].

It was shown that one of those methods was based on the assuric groups which are added to the initial mechanism (formed of „frame" and driving link) till one completes the total number e of linkages.

One presents in this paper the principles of formation of the characteristic mechanisms [2] with $e = 10$ links, which can be formed with the help of the assuric groups with $n' = 8$; $c'_5 = 12$.

The number of these groups was determined function of the number of deformabe circuits (loops) Z_g too.

Thus there were found : with $Z_g = 0$ (one group) ; $Z_g = 1$ (20 twenty groups) ; $Z_g = 2$ (79 seventy nine groups) and $Z_g = 3$ (72 seventy two groups).

The principles of formation of these mechanisms as well as the determination of their number will be done for the assuric groups with $Z_g = 0, 1, 2$ most of the mechanisms formed from the groups with $Z_g = 3$ being identical from the structural point of view with the previous ones.

§ 2. Theorems regarding the rank j of the input (driving) link, the number Z of the circuits of the mechanism and of the characteristic assuric group (Z_g).

§ 2.1. *Theorem Nr. 1. The number of the kinematic free joints to which one can join the driving link, varies from 1 to $c'_{5e} - 1$, in which c'_{5e} is the total number of kinematic free joints (the order of the group) whereas the rank j of the driving link is given by the relation :*

$$2 \leqslant j \leqslant c'_{5e} - 1 \qquad (1)$$

* Presented at the Conference of Mechanics of the Academy of the R.S.R., Bucharest 25...30 September 1965.

Indeed of the c'_{5e} free joints of the assuric group, at least one of them must be joined to the frame so that the system should not become rigid.

The same reasoning can be done for the frame.

In figure 1 there are four examples of linkages, either fixed or driving, the rank j which is equal to the number. c'_{5e} (the free joints) of the assuric group.

Link 2 (which can be either driving or frame) has the rank $j = 2, 3,$

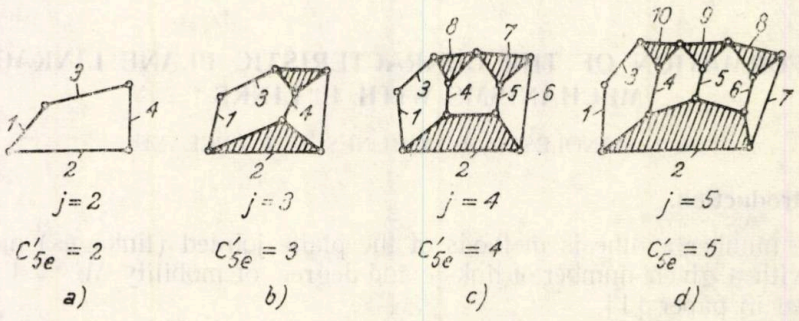


Fig. 1. Plane articulated kinematic chains in which the driving link 2 (when 1 is fixed) has the rank j equal to the order of the assuric group (c'_{5e}) joined to the initial mechanism (1, 2).

4, 5 in the figure respectively b, c, d equal to the number of free joints of the assuric group joined to the initial mechanism.

§ 2.2. *Theorem No. 2. The number Z of loops (independent circuits) of a plane articulated (joined) mechanism with* $M_3 = 3(e-1) - 2c_5$, *formed from the initial mechanism with degree of mobility* M_3 *and assuric group with* $n' = e - M_3 - 1$; $c'_5 = c_5 - M_3$ *and* Z_g *given, is determined by the relation :*

$$Z = Z_g + c'_{5e} - 1 = c'_{5e\,\max} - 1 = \frac{n'}{2} = \frac{1}{2}(e - M_3 - 1) \tag{2}$$

For the case of the chain, in (2) one puts

$$M_3 = L_3 - 3$$

and then :

$$Z = \frac{1}{2}(e - L_3 + 2). \tag{2'}$$

We know from paper [1] that :

$$Z_g + c'_{5e} = c'_{5e\,\max} = \frac{n'}{2} + 1 = k \tag{3}$$

for $k \geqslant 2$ and $c'_{5e} \geqslant 2$.

Therefore if one takes the case of the assuric groups with $Z_g = 0$, therefore when the order c'_{5e} of the group is maximum ($c'_{5e\,\max}$), thenitis obvious that from the way of joining this to the initial mechanism, the $c'_{5e\,max}$ links which contain the $c'_{5e\,max}$ free joints will include among them ($c'_{5e\,\max} - 1$) circuits (loops).

One can see in fig. 2 a that joining the dyad with $c'_{5e\,\max} = 2$ to the initial mechanism 1, 2, 3 one has obtained the five link mechanism with

$$Z = 1 = c'_{5e\,\max} - 1 = 2 - 1.$$

One can see the same in fig. 2b, c, d.

In case $c'_{5e} < c'_{5e\,\max}$, in conformity with (3) the corresponding circuits Z_g of the assuric group appear obviously.

§ 2.2'. We consider that the following relation has a special importance:

$$Z = \frac{1}{2}(e - M_3 - 1) = \frac{1}{2}(e - L_3 + 2) \tag{2'}$$

which might constitute also a new form to discover the degree of mobility of a plane articulated mechanism function of the number of links and circuits (Z):

$$M_3 = e - 2Z - 1 \tag{4}$$

or

$$M_3 = n - 2Z \tag{4'}$$

respectively

$$L_3 = e - 2Z + 2 = e - 2(Z - 1). \tag{5}$$

If one replaces in (4)

$$M_3 = 3n - 2c_5 \tag{6}$$

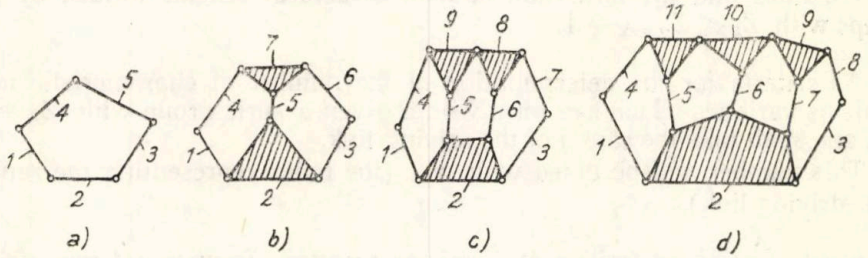


Fig. 2. The number Z of circuits (loops) of a chain is determined by the relation

$$Z = {}^1/_2\,(e - L_3 + 2) = Z_g + c'_{5e} - 1 = c'_{5e\,\max} - 1$$

one obtains the known relation [2], [3], [4], between the number of circuit Z, the number of moving links ($n = e - 1$) and the number of joints (c_5) of a plane articulated mechanism.

$$Z = c_5 - n = c_5 - e + 1. \tag{7}$$

§ 2.3. *Theorem No. 3. The number* Z_g *of the circuits of an assuric group with an* n' *given and with which one can form the smallest number of distinct characteristic mechanisms is determined by the relation:*

$$Z_g = Z_{g\,\max}. \tag{8}$$

Indeed if in the formula (2)

$$Z = Z_g + c'_{5e} - 1$$

one makes $Z_g = Z_{g\,\max}$ then $c'_{5e} = 2$ and the result is

$$Z = Z_{g\,\max} + 1. \tag{9}$$

It results that all the mechanisms obtained from the assuric groups, with n' and c'_5 given and of $Z_g = 0,1,\ldots Z_{g\,\max}$ have in conformity with (8) the same number Z of circuits.

The formation of characteristic mechanisms with assuric groups with $Z_{g\,\max}$ will give not isomorphical varieties obtained formerly from the groups with $Z_g \leqslant Z_{g\,\max} - 1$, remaining as structural distinct (isomorphical) varieties only those in which one obtains circuits of the class $\Phi_{z\,\max}$.

Thus from the characteristic mechanisms with $e = 8$ linkages obtained from the 4 assuric groups with $n' = 6$ and $Z_{g\,\max} = 2$ (table 8 from [1]) only one is a structural distinct (isomorphical) variety.

For these reasons, one did not insist in this paper on the formation of these characteristic mechanisms from the 72 assuric groups with $n' = 8$ and $Z_{g\,\max} = 3$ [1].

§ 3. The determination of the number of characteristic mechanisms with $e = 10$ links and the formation of their structural scheme formed by the groups with $Z_g \leqslant Z_{g\,\max} - 1$.

As criteria for the determination of the number of characteristic mechanisms varieties which can form with a given assuric group with $Z_g = 0$, 1,2... one shall take the rank j of the driving link.

This number will be noted with x_j (the index representing the rank j of the driving link).

§ 3.1. *The characteristic mechanisms resulted from the triple triad (cl. III/5) with* $Z_g = 0$ *from table 8*) which has an axis of symmetry and by two permutable connecting rods towards it.*

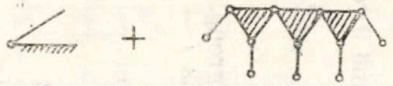
The above group given again also in fig. 3 has as one remarks an axe of symmetry zz on which one finds a free joint (G) and on each side of it by two connecting rods 1, 3 respectively 7, 8 which are permutable.

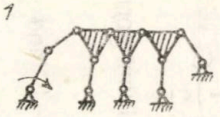
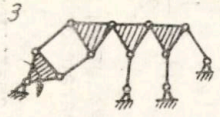
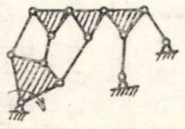
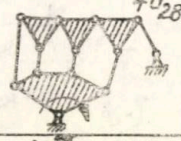
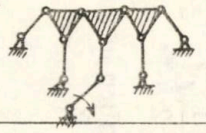
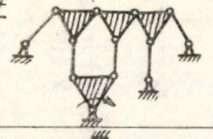
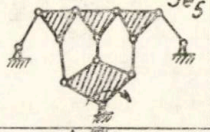
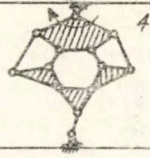
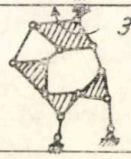
---

*) To ensure a continuity with paper [1] the tables were noted in continuation.

Table 8

Mechanisms with 10 links formed with the aid of the triple triad (cl. III order 5)



Method applied	The rank j of the driving link							
	2		3		4		5	
	Driving mechanisms							
MCDL	1 	yes	3 	–	6 	–	9 $4d_{28}$ 	–
MGA		yes		–		–		yes
MCI		yes		yes		yes		–
MCDL	2 	yes	4 	–	7 $3e_5$ 	–	10 $4e_{10}$ 	–
MGA		yes		–		–		yes
MCI		yes		yes		yes		–
MCDL			5	–	8 $3e_{4;10}$ 	–		
MGA				–		–		
MCI				yes		yes		

For $j = 2$: one shall be able therefore to form 2 distinct characteristic mechanisms with the driving link of rank $j = 2$ (the connecting rod) as it results from the general relation :

$$x_j = \frac{1}{2}\left(C_{C_{5e}}^{j-1} + 1\right) - 1 = \frac{1}{2}\left(C_{C_{5e}}^{j-1} - 1\right) \tag{10}$$

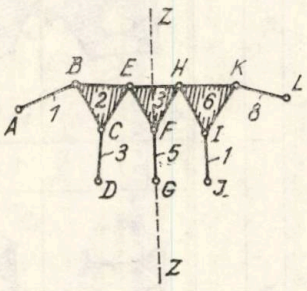


Fig. 3. Assuric group of class III/5 (triple triad) with an axe (zz) of symmetry and by two permutable links (1,3) ; (7, 8).

in which one makes :

$j = 2$; $c'_{5e} = 5$ (the order of the group) and it results

$$x_2 = \frac{1}{2}(c_5^1 - 1) = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{1!} - 1\right) = 2. \tag{11}$$

These are inserted in table 8 under the assuric group, noted with numbers of order 1 and 2 (in a separate column the rank $j = 2$ of the driving link is indicated).

For $j = 3$ the number of characteristic mechanisms which result is given by the relation :

$$x_3 = \frac{1}{2} C_{C'_{5e}}^2 - 2 = \frac{1}{2} C_5^2 - 2 = \frac{1}{2} \frac{5 \cdot 4}{2!} - 2 = 3. \tag{12}$$

These are written in the column corresponding to $j = 3$ with the numbers of order 3, 4, 5.

For

$$j = 4 \quad \text{and} \quad j = 5$$

as $C_5^3 = C_5^{5-3} = C_5^2$ and $C_5^4 = C_5^1$ thenitresults immediately that the number of characteristic mechanisms obtained is of :

$$x_4 = x_3 = 3$$

$$x_5 = x_2 = 2$$

These five characteristic mechanisms are inserted in the columns 4, 5 with the numbers of order from 6...10 (of table 8).

§ 3.2. *The characteristic mechanisms resulted from the assuric groups without any axis of symmetry and with two permutable connecting rods:*

the 5 tetrads (cl. IV/4) from table 9 (col. 3...7).

For each the rank j of the driving link one obtains:

$$\begin{aligned} &\text{for } j = 2; \quad x_2 = C^1_{C^t_{5e}} - 1 = C^1_4 - 1 = 3 \\ &\text{for } j = 3; \quad x_3 = C^2_{C^t_{5e}} - 2 = C^2_4 - 2 = 4 \\ &\text{for } j = 4; \quad x_4 = C^3_{C^t_{5e}} - 1 = C^3_4 - 1 = 3 \end{aligned} \tag{13}$$

The 5 × 10 = 50 characteristic mechanisms are written in table 9 in the same column function of the rank j of the driving link.

Some of these will be also found with the opportunity of the formation of the following characteristic mechanisms. These were underlined (therefore the characteristic machanisms 4, 5 (of table 8) 17, 22, 27, 46, 54 (of table 9) will be identified in the later operations of formation).

§ 3.3. *The characteristic mechanisms resulted from the assuric groups with an axis of symmetry and two permutable connecting rods: the tetrad from table 9, col. 10 (cl. IV/4) and the hexad from table 11, col. 5 (cl. VI/4).*

For each of these groups results the number of mechanisms given by the formulae:

$$\begin{aligned} &\text{for } j = 2; \quad x_2 = \frac{1}{2} C^1_{C^t_{5e}} = \frac{1}{2} C^1_4 = \frac{1}{2} \frac{4}{1!} = 2 \\ &\text{for } j = 3; \quad x_3 = \frac{1}{2}\left(C^2_{C^t_{5e}} + 2\right) - 1 = \frac{1}{2} C^2_{C^t_{5e}} = \frac{1}{2} C^2_4 = 3 \\ &\text{for } j = 4; \quad x_4 = \frac{1}{2} C^3_{C^t_{5e}} = \frac{1}{2} C^3_4 = 2 \end{aligned} \tag{14}$$

The 2 × 7 = 14 plane articulated characteristic mechanisms of which 13 are non isomorphical varieties were inserted in the respective columns of the assuric groups from which they resulted (68...74 in table 9, col. 10 and 148...153 in table 11, col. 5, among them being the mechanisms 114 which will be obtained at § 3.6.).

§ 3.4. *The characteristic mechanisms resulted from the groups with two axes of symmetry ; the two tetrads from table 9, col. 8 and 9 (cl. IV/4) and the octad from table 13 (cl. VIII/4) — 12 mechanisms.*

$$\text{for } j = 2 \text{ results } x_2 = \frac{1}{4} C^1_{C^t_{5e}} = \frac{1}{4} C^1_4 = 1$$

$$\text{for } j = 3 \text{ results } x_3 = \frac{1}{4}\left(C^2_{C^t_{5e}} + 2\right) = \frac{1}{4}(C^2_4 + 2) = 2 \tag{15}$$

$$\text{for } j = 4 \text{ results } x_4 = \frac{1}{4} C^3_{C^t_{5e}} = \frac{1}{4} C^3_4 = 1$$

The $3 \times (1 + 2 + 1) = 12$ mechanisms obtained, of which only 11 are non isomorphical varieties are written in the columns of the respective groups numbered from 60...67 (for the 8 mechanisms resulted from the tetrad, table 9) and from 178...180 (for the 3 mechanisms resulted from the octad table 2 (13), as one is not a non isomorphical variety (143).

§ 3.5. *The characteristic mechanisms resulted from the asymmetrical assuric groups : the two pentads (cl. V/4) from table 10, columns 3, 4 ; the hexad (cl. VI/4) from table 11, col. 3 ; and the heptad from table 12 (cl. VII/4).*

For each of these groups results the number of mechanisms :

$$\text{for } j = 2 \;\therefore\; x_2 = C^1_{C^t_{5e}} = C^1_4 = 4$$

$$\text{for } j = 3 \;\therefore\; x_3 = C^2_{C^t_{5e}} = C^2_4 = 6 \tag{16}$$

$$\text{for } j = 4 \;\therefore\; x_4 = C^3_{C^t_{5e}} = C^3_4 = 4$$

The $4 \times 14 = 56$ characteristic mechanisms have also been inserted in the respective columns with the number of order indicated in the respective box 5 of these are non isomorphical varietes (46, 151 from table 12 ; 5, 17, 84 from table 11).

§ 3.6. *The characteristic mechanisms resulted from the asymmetrical assuric groups with by two permutable connecting rods : the three pentads from table 10 col. 5, 6, 7.*

For each of them results :

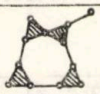
$$\text{for } j = 2 ;\; x_2 = C^1_{C^t_{5e}} - 1 = C^1_4 - 1 = 3$$

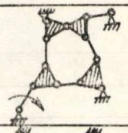
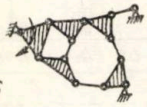
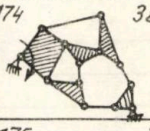
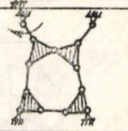
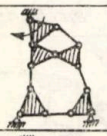
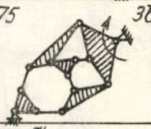
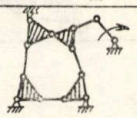
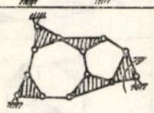
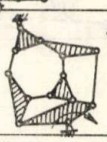
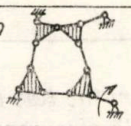
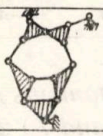
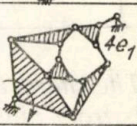
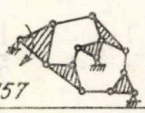
$$\text{for } j = 3 ;\; x_3 = C^2_{C^t_{5e}} - 2 = C^2_4 - 2 = 4 \tag{17}$$

$$\text{for } j = 4 ;\; x_4 = C^3_{C^t_{5e}} - 1 = C^3_4 - 1 = 3$$

The resulted mechanisms : $3 \times 10 = 30$ are also inserted in the respective columns with the number of order written in each box. 3 of these are not an isomorphical varieties (4, 80 and 54).

Table 12
Mechanisms with 10 links formed with the aid of the heptad (class VII order 4)



Method applied	The Rank j of the driving link								
	2			3			4		
	Driving mechanisms								
MCDL	167		yes			–	174	$3a_4$ 	–
MGA			yes			–			yes
MCI			yes	46		yes			–
MCDL	168		yes	171		–	175	$3b_{19}$ 	–
MGA			yes			–			yes
MCI			yes			–			–
MCDL	169		yes	172		–	176	$3b_{29}$ 	–
MGA			yes			–			yes
MCI			–			–			–
MCDL	170		yes	173		–	177	$4e_1$ 	–
MGA			yes			–			yes
MCI			yes			yes			–
MCDL						–			
MGA						–			
MCI				157		–			
MCDL						–			
MGA						yes			
MCI				95		–			

§ 3.7. *The characteristic mechanisms resulted from the assuric group from table 11 column 4 with the axis of symmetry determined by two free joints.*

$$\text{for } j = 2 \therefore x_2 = \frac{1}{2}\left(C^1_{C^1_{5e}} + 2\right) = \frac{1}{2}\left(C^1_4 + 2\right) = 3$$

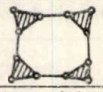
$$\text{for } j = 3 \therefore x_3 = \frac{1}{2}\left(C^2_{C^1_{5e}} + 2\right) = \frac{1}{2}\left(C^2_4 + 2\right) = 4 \qquad (18)$$

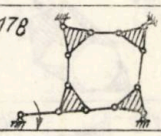
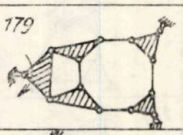
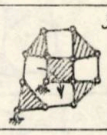
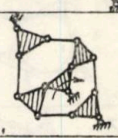
$$\text{for } j = 4 \therefore x_4 = \frac{1}{2}\left(C^3_{C^1_{5e}} + 2\right) = \frac{1}{2}\left(C^3_4 + 2\right) = 3.$$

The obtained 10 mechanisms are written in the same column with the respective number of order. One remarks that two of them are not identical with the mechanisms 5 and 17, therefore only 8 received number of orders (from 140 ..... 147).

Table 13

Mechanisms with 10 links formed with the aid of the octad (class VIII order 4)



Method applied	The Rank j of the driving link							
	2		3		4			
	Driving mechanisms							
MCDL	178 	yes	179 	–	180 	$3a_9$	–	
MGA		yes		–			yes	
MCI		–		–			–	
MCDL				–				
MGA				–				
MCI			14	–				

§ 3.8. *The characteristic mechanisms resulted from the two assuric groups (the hexads from table 11 col. 6 and 7) with one axis of symmetry:*

$$\text{for } j = 2 \therefore x_2 = \frac{1}{2} C^1_{C^t_{5e}} = \frac{1}{2} C^1_4 = 2$$

$$\text{for } j = 3 \therefore x_3 = \frac{1}{2}\left(C^2_{C^t_{5e}} + 2\right) = \frac{1}{2}(C^2_4 + 2) = 4 \qquad (19)$$

$$\text{for } j = 4 \therefore x_4 = \frac{1}{2} C^3_{C^t_{5e}} = \frac{1}{2} C^3_4 = 2$$

The $2 \times 8 - 1 = 15$ characteristic mechanisms, of which 13 are non isomorphical (independent) varieties were numbered from 154 ..... 166 (the mechanism Nr. 105 was found at § 3.6 and the mechanism Nr. 135 at § 3.5).

§ 3.9. *The total number of characteristic mechanisms with $e = 10$, with $Z = 4$ proceeding from the assuric groups with $n' = 8$; $Z_g = 0$; 1.*

In the 6 tables the characteristic mechanisms resulted from the assuric groups with $Z_g = 0$; $Z_g = 1$, have been inserted function of the class Φ_{Zg} of the assuric group.

Thus :

In table 8. Are inserted the characteristic mechanisms resulted from the triple triad (cl. III/5) with $Z_g = 0$ numbered from 1 ..... 10) : 10 mechanisms.

In table 9. Are inserted the characteristic mechanisms proceeding from the 8 tetrads (cl. IV/4) with $Z_g = 1$ (numbered from 11 ..... 74) : 64 mechanisms, (2 identical varieties with Nr. 22 have also resulted from the formation).

In table 10. Are inserted the characteristic mechanisms resulted from the 5 pentads (cl. V/4) with $Z_g = 1$ (numbered from 75 ..... 128) : 54 mechanisms, (From the formation have resulted 4 mechanisms structurally isomorphical with those formed previously 78, 4, 80, 54. In consequence they did not get a proper number of order).

In table 11. Are inserted characteristic mechanisms resulted from the 5 hexads (cl. VI/4) with $Z_g = 1$ (numbered from 129 ..... 166) : 38 mechanisms, (From the formation have resulted 9 isomorphical mechanisms with 5, 27, 84, 5, 17, 114, 105, 155 and 135. The same as in the previous tables they did not get proper numbers of order).

In table 12. Are inserted the 11 characteristic mechanisms resulted from the heptad (cl. VII/4) with $Z_g = 1$ (numbered from 167 ..... 177) : 11 mechanisms, (Three of the resulted 14 were identical with those which have the numbers 46, 97 and 158).

In table 13. Are not last inserted the three characteristic mechanisms as non isomorphical varieties, resulted from the octad (cl. VIII/4) with $Z_g = 1$ (numbered from 178 ..... 180) : 3 mechanisms. (One of the mechanisms was identical with the characteristic mechanisms, 143, therefore it was no more numbered).

Therefore in total 180 distinct varieties of plane articulated characteristic mechanisms have resulted with $e = 10$ and $M_3 = 1$ and namely :

from the group with $Z_g = 0$ . . . . . 10 characteristic mechanisms (table 8).

from the group with $Z_g = 1$ . . . . . 188 characteristic mechanisms of which 170 isomorphical.

§ 3.10. *The characteristic mechanisms with* $e = 10$, *and* $M_3 = 1$ *resulted from the assuric groups with* $n' = 8$ *and* $Z_g = 2 = Z_{g\,max} - 1$.

Based on the same principles of formation there were found 304 characteristic mechanisms with $e = 10$; $M_3 = 1$ eliminating beforehand the previously met varieties.

They are inserted in tables 14, 15, 16, 17 function of the assuric group from which they resulted.

§ 3.11. *Observations — a)* In the boxes of each mechanisms, tere where was the case, one has inscribed, on the upper right side the symbol of the assuric group which one obtains from the mechanism by changing the driving link (MCDL).

This symbol corresponds to the box in which is the respective group in the tables 2, 3, 4 from paper [1].

This notation allows with the occasion of the formation of the mechanisms of eliminating those which are isomorphic (identical from the structural point of view) [5].

Thus as an example the characteristic mechanism Nr. 4 from table 8 of class III/5 with the driving link of rank $j = 4$, by changing it with one of rank $j = 2$, becomes of class $V/3$ $(V + V)$ having in its structure the assuric group of class V/3 $(V + V)$ inserted in table 3 [1] column e with number of order 5.

In consequence at the formation of the characteristic mechanisms one shall eliminate the varieties which are obtained by joining the driving link with $j = 2$ to the free joint, which belongs to the link of rank $j = 3$.

The above method eases in consequence the operation of eliminating the varieties which are identical from the structural point of view (isomorphic [5], [6]).

b). In the papers [7], [8], were shown the methods of formation of the plane articulated mechanisms with different degrees of mobility with which opportunity were analysed the advantages of the direct use of the assuric groups as well as of the chains previously formed also by the assuric group.

The conclusion was that with the mechanisms with $e \geqslant 8$ the method of the previous formation of the kinematic chains to which by succesively joining one of the link one obtains all the distinct structural varieties is more expeditious.

Thus for this case (the chains with $e = 10$, $c_5 = 13$) F.R.E. Crossley [5] found with the aid of the permutations method described by R. Franke [9] a number of 232 chains grouped by the rank j of the links.

In consequence from these chains will result all the mechanisms with $e = 10$ and $M_3 = 1$.

Using the proposed method (with the aid of the assuric groups) it is shown in paper [7] how one can form these chains, being given in table 4 of that paper an example of how there resulted 17 chains from the chain 8/1 (table 3) lengthened with the dyad (2a). We did not determine further the number of these knowing that it is the preoccupation of other researches [5], [6], [9].

The method proposed in this paper has permitted the formation of these mechanisms (although in such a manner as to need for more work) thus giving the concomitent possibility of finding the most efficient method of kinematic research and therefore also kinetostatic of the respective mechanism.

§ 4. **The kinematic analysis of the plane articulated mechanisms with e = 10 linkages.**

§ 4.1. In the paper [10] were studied the principle graphic methods and analytical graphic methods for kinematic research of the plane articulated mechanisms and the establishment for each mechanism aside to the most efficient function method of the class and classification I. I. Artobolevski [11]. In [10] was *shown the advantage of the method of changing the driving link (MCDL).*

And for this reason in the tables 8 . . . . . 13 one has indicated for which mechanism one can use this method writing in the respective column „yes" when by the operation of changing the class of the mechanism diminishes and therefore the volume of reckoning lessens. In the contrary case a horizontal line has been drawn.

§ 4.2. When the method (MCDL) doesn't reduce the volume of work, one can use a generalisation of it, a method which is named by us *„graphical — analytical" (MGA) or of the changing of the frame* [12] completed in paper [10] with the graphical constructions and *the methods of verifying* both *these constructions* as well as the analytical calculations.

The method (MGA) was also analysed for each characteristic mechanism, whether it is or not applicable noting with „yes" where is the case.

§ 4.3. *The method of the coefficients of influence* (MCI) [13] extended and completed in paper [10] has been analysed and indicated with „yes" for each characteristic mechanism where its applying lessens the volume of work.

§ 4.4. *The direct method of the false positions* [10] *or of the conjugated beams* [14] can be used when it is not possible to diminish the class of the mechanism.

But the volume of work of both methods is large, due to the complexity of the mechanism which has $Z = 4$.

§ 4.5. The methods of the research if the assuric groups *by complex harmonical series and the mechanic-electronic method* [15], [16] as well as the method of analysing with *the aid of the reduced speeds and accelerations* [17], [18] allow an efficient kinematic study and in the first case [15], [16], with great exactitude.

§ 4.6. *The méthod of the independent cycles (circuits or loops)* [19], [20] has the advantage of its generalisation to any mechanism, its efficiency being pointed out especially with teh mechanisms from $e \geqslant 8$ where $Z = {}^1/_2\ (n—M_3)$ in conformity with formula Nr. 4.

In the case of the mechanisms with $e = n + 1 = 10$, $M_3 = 1$, $Z = 4$ circuits ($\equiv$ independant cycles) the equations permit the determination of the parametres when one knows for each position the coordinates of the centres of the articulations (joints).

§ 4.7. The kinematic study of the other plane articulated mechanisms with $e = 10$ links and $M_3 = 1$ obtained from mechanisms with $e \leqslant 8$ links

which amplify, lengthen or both amplify and lengthen with assuric groups [2], [10] is simpler, as the method is established by the added assuric group or by the previous mechanism.

The addintion of the groups indicates the application, either of the method [15] or of the method [19] the number of independent cycles Z results from the operation of the formation of the mechanism itself. The same thing appears with the graphic method (vectorial).

§ 4.8. At last the methods of solidarisation [21] and of composed accelerations [22], [23] give a precious contribution to the enriching of the methods of research of the plane mechanisms in the graphic and graphic-analytical domain.

They have application in all the indicated methods (MCDL), (MGA), (MCI) and replace succesfully the methode of the false positions by diminishing the volume of graphical constructions.

§ 4.9. As example of analysing we shall take a few characteristic mechanisms.

— Thus in the case of the mechanism nr. 23 from the table 9 represented in fig. 4, it can be studied as it results from the table by all three methods and therefore by all the others indicated.

When 1 is the driving link, the mechanism is of class IV/4, but it becomes of class II/2 when one chooses as driving link either 2 or 3.

One can apply the method (MGA), keeping either the actual frame 10 of rank $j = 4$, or changing it with 2 and making 10 the driving link.

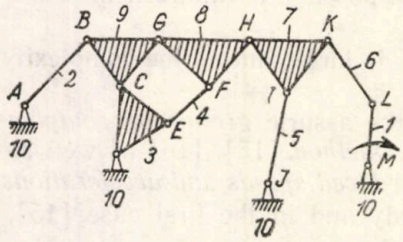


Fig. 4. Characteristic mechanism with $e = 10$; $M_3 = 1$; $Z = 4$ for which the most efficient methods of kinematic research are by choosing as driving link 2 or 3 (mechanism of class II/2), or of the independent cycles (analytical).

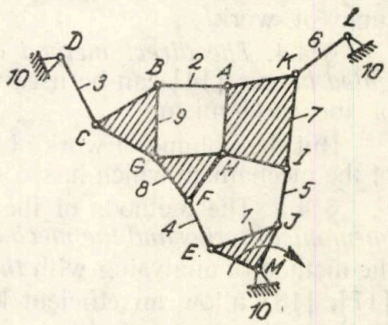


Fig. 5. Characteristic mechanism whith $e = 10$; $M_3 = 1$; $Z = 4$ for which the most efficient methods are that of the coefficients of influence (graphical) and of the inependant cycles (analytical).

As by using the method (MCDL) one obtains the mechanism of the smallest class (II/2) one prefers this method from the very beginning.

The method of the coefficients of influence (MCI) is applied by fixing the link 3 and „breaking it away" from 2. The mechanism becomes of class III/4 (double triad 9, 4, 5, 6, 7, 8).

It is therefore obvious that the method MCDL is the most efficient (mechanism of class II/2).

With the method of the independent cycles one deduces immediately from (4) that $Z = 4$ and one can choose the cycles :

(ABCDA) ; (ECGFE) ; (DEFHIJD) ; (JIKLMJ) with which one can immediately to the kinematic calculation in an analytical way by writing the contour equations.

If one takes the characteristic mechanism 35 from the same table 9 given in fig. 5, one remarks that by changing the driving link 1 with any

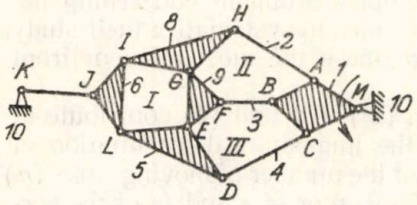


Fig. 6. Characteristic mechanism with $e = 10$; $M_3 = 1$; $Z = 4$ for which one can apply the methods of changing the frame, of solidarisation or of the independant cycles (analytical).

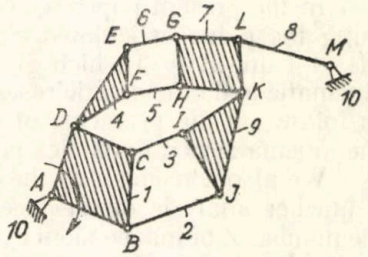


Fig. 7. Characteristic mechanism with $e = 10$; $M_3 = 1$; $Z = 4$ for which one can apply the method of solidarisation (graphical) or of the independant cycles (analytical).

of the links 3 or 6 joined to the frame, the class of the mechanism instead of diminishing, increases.

But by changing the frame 10 with 7 (or 9) and taking 2 as driving link, the mechanism becomes of class III/4 (double triad 3, 4, 5, 6, 1, 10 + + dyad 8, 9).

But the method of the coefficients of influence becomes the most efficient, as by fixing 6 and „breaking away" 3, the mchanism becomes of cl II/2 (the dyads 2, 9 ; 8, 4 ; 7, 5).

It is important to be mentioned that the method (MCI) is not applyable for mechanisms with 2 fixed articulations.

For the method of the independant cycles, as their number is $Z = 4$ one chooses 4 out of the five which can form (D B A K L D) ; (L K I J M L) ; (M E F G C D M) ; (H G B A H) ; (H I J E F H) and one writes the contour equations that give the smallest volume of work.

For the characteristic mechanism 63 from the same table 9 given in fig. 6 the most efficient method is that of changing the frame (MGA) with one of the links 5, 6, 8, 9 the mechanism can become of class III/3.

For the method of the independent cycles where $Z = 4$ besides the circuits I, II, III one can take another one in which enters also the frame 10.

But in this case we must analyse the difference between the volume of work by „the method of solidarisation" [21], and (MGA).

At last for the characteristic mechanism *59* from table 9 too, given in fig. 7 one can not apply any of the three methods (MCDL, MGA, MCI) therefore the only methods which can be taken into consideration here are, the method of „solidarisation" as was precised above has the advantage over the one of the „false positions" by reducing the volume of graphical constructions as well as the analytical one of the independent cycles, the 4 cycles being chosen conveniently.

§ 5. Conclusions.

In the present paper we considered that, by presenting the way of forming the plane articulated characteristic mechanisms with $e = 10$ links, $M_3 = 1$ and $Z = 4$ which give the more complex problems concerning the kinematic and kinetostatic research one contributes to systematize their study, to follow on the problems of choosing from these the most efficient from the kinematic and dynamics point of view.

We also consider that the formulae (2), (2'), (3) and (4) contribute to a quicker analysis of the mechanism and the immediate determination of the number Z of independent cycles fonction of the number of moving links (n) and of the degree of mobility M_3 of the mechanism or of e and L_3 of the corresponding kinematic chain.

Chair of Theory of Mechanisms
Polytehnical Institute
„Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHY

1. *Manolescu I. N., Antonescu Păun, Erceanu Ion:* The Methodes of Formation of the Assur Groups Function of the Number of Loops (Zg), and of the Rank of Links (*j*). Bulet. Inst. polit. Gh. Gheorghiu-Dej din București nr. 3/1966 pages 62...83
2. *Manolescu I. N., Erceanu I., Antonescu Păun:* Die kinematischen Untersuchungs — methoden ebener Gelenkgetriebe II Beiträge zur systematischen Untersuchung ebener sechs-und achtgliedrieger Gelenkgetriebe. Rev. Roum. des Sc. Techn. série de Méc. app. Tome 9 No. 2. 1964 pages 341—363.
3. *Bugaevschi E., Bogdan C. R., Pelecudi Cristian:* Contribuții la clasificarea mecanismelor spațiale. Studii și Cerc. de Mec. aplic. An. VII, nr. 2/1957.
4. *Ogol O. T.:* Despre o nouă formulă structurală a mecanismelor (în limba rusă). Izvestia Vuzov Mașinostroenie nr. 2, 1963.
5. *Crossley F.R.E.:* The Permutation of Ten-link Plane Kinematic Chains Anbriebstechnik 3 (1964) nr. 5 pages 181—185.
6. *Crossley F.R.E.:* A Contribution to Grübler's Theory in the Number Synthesis of Plane Mechanisms. Trans. ASME series B. Journal of Engineering for Industry February 1964 pages 1—8.
7. *Manolescu I.N.:* Une méthode unitaire pour la formations des chaînes cinématiques et des mecanismes plans articulés avec différents degrés de liberté et mobilité. R. Roum. des sci. techn. série de Mec. appliquée Tome 9, no. 6/1964 pages 1263—1313.
8. *Manolescu I. N.:* Systematisation et classification des mécanismes-moteurs plans, articulés, à deux degrés de mobilité „total" ($M_3 = 2$) et „partiel" ($M_3^P = 2$). Rev. Roum. des sci. techn. série Mec. appliquée Tome 10, no. 4/1965 pages 999—1042.
9. *Franke R.,* „Vom Aufbau der Getriebe" I. Bd. Düsseldorf V D I-Verlag 3 Auflage 1958.

Table 9

Rank j of driving link	Characteristic mechanisms with 10 links formed with the aid of the tetrad with $Z_g = 1$ (class IV; order 4) ($n' = 8$; $c_5' = 12$)	Method applied															
	11	MCDL	yes	21	yes	31	yes	41	yes	50	yes	60	–	64	yes	68	yes
		MGA	yes		yes		yes		yes		yes		yes		yes		yes
		MCI	yes		yes		yes		yes		–		–		yes		–
2	12	MCDL	yes	22	–	32	yes	22	–	51	yes					69	–
		MGA	yes		–		yes		–		yes						yes
		MCI	yes		yes		–		yes		yes						yes
	13	MCDL	–	23	yes	33	–	42	yes	52	yes						
		MGA	–		yes		yes		yes		yes						
		MCI	–		yes		yes		yes		–						
	14	MCDL	–	24	–	34	–	43	–	53 $3c_{5;9}$	–	61 $3b_{31}$	–	65	–	70 $3a_{15}$	–
		MGA	–		–		yes		–		–		yes		yes		yes
		MCI	–		–		–		–		–		–		–		yes
	15 $3b_{14,30}$	MCDL	–	25	–	35 $3b_{24;25}$	–	44 $3b_{13;30}$	–	54 $3b_{28}$	–	62	–	66 $3c_8$	–	71	–
		MGA	–		–		yes		–		–		yes		yes		yes
		MCI	yes		yes		yes		yes		yes		–		yes		–
3	16	MCDL	–	26	–	36 $3a_{14;15}$	–	45	–	55	–					72 $3b_{20;29}$	yes
		MGA	–		–		yes		–		–						yes
		MCI	yes		yes		yes		yes		yes						yes
	17 $3c_{13}$	MCDL	–	27 $3c_2$	–	37 $3c_{31;11}$	–	46 $3d_1$	–	56	–						
		MGA	–		–		yes		–		–						
		MCI	yes		yes		yes		–		–						
	18 $4c_{10}$	MCDL	–	28 $3c_4$	–	38 $4c_8$	–	47 $3d_2$	–	57 $4d_{19}$	–	63 $4d_4$	–	67 $4c_{12}$	–	73 $4b_7$	–
		MGA	–		–		yes		–		yes		yes		yes		yes
		MCI	–		–		–		–		–		–		–		–
4	19 $4b_{10}$	MCDL	–	29 $4c_7$	–	39 $4c_{14}$	–	48 $4b_{11}$	–	58 $3b_{21}$	–					74 $4e_5$	–
		MGA	yes		–		yes		yes		yes						yes
		MCI	–		–		–		–		–						–
	20 $4d_8$	MCDL	–	30 $4c_3$	–	40 $4d_5$	–	49 $4b_7$	–	59 $4c_{14}$	–						
		MGA	yes		yes		yes		yes		–						
		MCI	–		–		–		–		–						

Table 10

Mechanisms with 10 links formed with the aid of the pentad with $Z_g = 1$ (class V ; order 4)

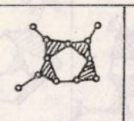
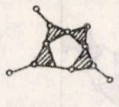
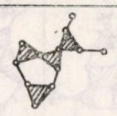
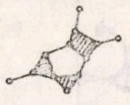
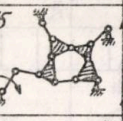
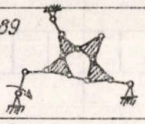
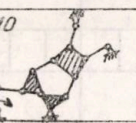
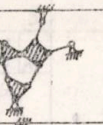
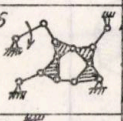
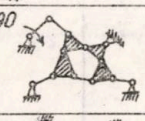
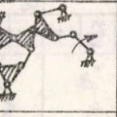
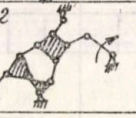
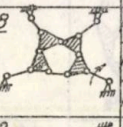
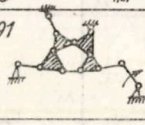
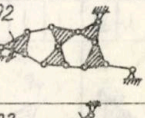
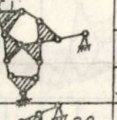
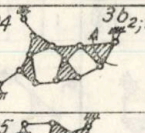
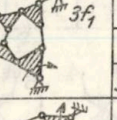
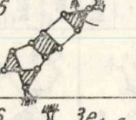
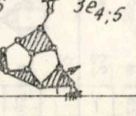
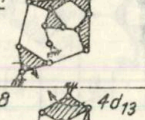
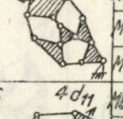
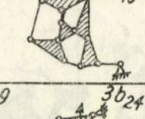
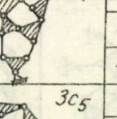
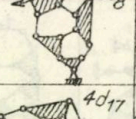
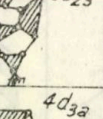
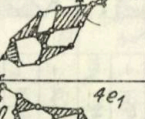
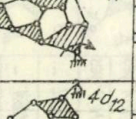
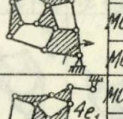
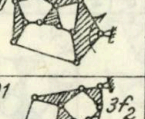
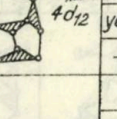
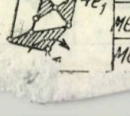
Rank j of driving link		Method applied											
										
2	75 	MCDL yes MGA yes MCI yes	89 	yes yes yes	4	– – yes	110 	yes yes yes	120 	yes yes yes
	76 	MCDL yes MGA yes MCI yes	90 	yes yes yes	102	– – yes	111	yes yes yes	121	yes yes yes
	77	MCDL – MGA yes MCI yes	78	– – yes	103 	yes yes yes	112 	yes yes yes	122	yes yes –
	78 	MCDL – MGA – MCI yes	91 	yes yes yes						
3	79	MCDL – MGA – MCI yes	92 	– – yes	104	– – –	113	– – –	123	– – –
	80 $3e_7$	MCDL – MGA – MCI yes	93 $3b_{13;14}$	– – yes	80 104 	– – yes	114 $3f_2$	– – yes	124 $3e_3$	– – yes
	81 $3b_{5;6}$	MCDL – MGA – MCI –	94 $3b_{2;5}$ 	– – yes	105 $3f_1$ 	– – yes	115 	– – yes	54	– – yes
	82 $3e_{1,2}$	MCDL – MGA – MCI –	95	– – yes	106	– – –	116 $3e_{4;5}$ 	– – yes	125 $3e_{3;8}$	– – yes
	83	MCDL – MGA – MCI –	96	– – yes						
	84	MCDL – MGA – MCI –	97 	– – es						
4	85 $3e_5$ 	MCDL – MGA – MCI –	98 $4d_{13}$ 	– yes –	107 $3b_7$ 	– – –	117 $3e_8$ 	– yes –	126 $3b_{23}$ 	– yes –
	86 $4d_{11}$	MCDL – MGA yes MCI –	99 $3b_{24}$ 	– yes –	108 $3c_5$	– – –	118 $4d_{17}$ 	– yes –	127 $4d_{3a}$	– yes –
	87 $4d_7$ 	MCDL – MGA yes MCI –	100 $4e_1$ 	– yes –	109 $4d_{12}$ 	– yes –	119 $4d_{12}$	– yes –	128 $4f_3$	– – –
	88 $4e_1$ 	MCDL – MGA – MCI –	101 $3f_2$	– – –						

Table 11

Characteristic mechanisms with 10 links formed with the aid of the hexad with $Z_g=1$ (class VI; order 4)

Rank j of driving link		Method applied															
2	5	MCDL	yes	140	yes	148	yes	154	yes	161	yes						
		MGA	yes		yes		yes		yes		yes						
		MCI	yes		yes		yes		yes		yes						
	129	MCDL	yes	5	yes	149	yes	155	yes		yes						
		MGA	yes		yes		yes		yes		yes						
		MCI	yes		yes		yes		yes		yes						
	130	MCDL	yes	141	yes												
		MGA	yes		yes												
		MCI	yes		yes												
	131	MCDL	yes														
		MGA	yes														
		MCI	yes														
3	21	MCDL	–		–	150	–	156	–	162	–						
		MGA	–		–		–		–		–						
		MCI	yes	17	yes		–		yes		yes						
	132	MCDL	–	142	–		–		–	163	–						
		MGA	–		–		–		–		–						
		MCI	–		yes	114	yes	114	yes		–						
	133	MCDL	–	143	–	151	–	157 $4e_{12}$	–	164 $3e_{2,1}$	–						
		MGA	–		–		–		–		–						
		MCI	yes		–		–		yes		yes						
	134 $3e_6$	MCDL	–	144 $3e_{11}$	–			158	–		–						
		MGA	–		–				–	135	–						
		MCI	yes		yes				–		yes						
	135	MCDL	–														
		MGA	–														
		MCI	yes														
	84 $4f_3$	MCDL	–														
		MGA	–														
		MCI	yes														
4	136 $3b_{12}$	MCDL	–	145 $3a_8$	–	152 $4e_5$	–	159 $3b_{25}$	–	165 $3c_3$	–						
		MGA	yes		yes		yes		yes		yes						
		MCI	–		–		–		–		–						
	137	MCDL	–	146 $4e_{12}$	–	153 $3b_{27}$	–	160 $4e_{11}$	–	166 $4c_4$	–						
		MGA	–		yes		yes		yes		yes						
		MCI	–		–		–		–		–						
	138	MCDL	–	147 $3e_6$	–												
		MGA	yes		–												
		MCI	–		–												
	139	MCDL	–														
		MGA	yes														
		MCI	–														

Table 14

Mechanisms with 10 links formed with the aid of the assuric group (3a) of the class IV ; order 3

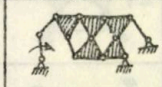
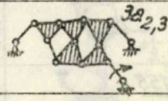
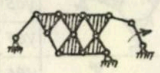
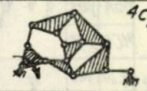
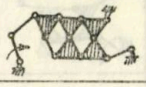
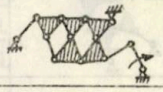
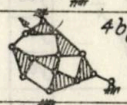
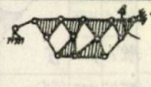
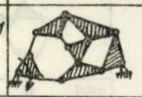
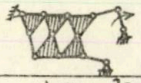
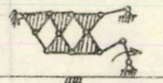
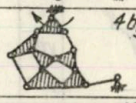
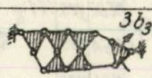
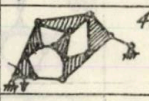
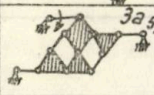
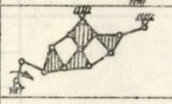
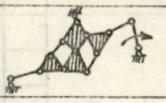
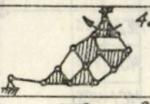
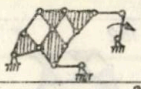
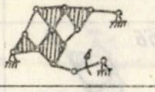
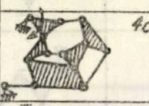
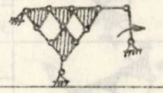
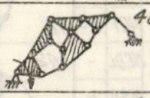
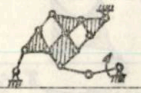
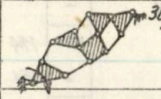
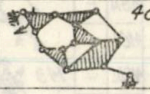
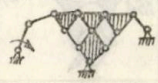
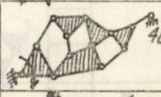
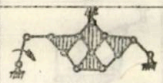
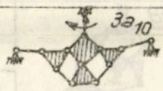
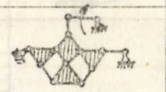
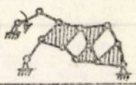
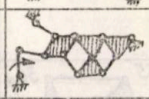
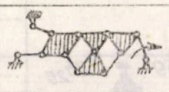
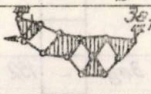
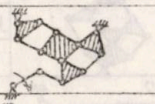
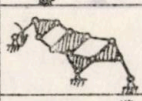
Assuric group	The Rank j of the driving link					
	2			3		
$3a_1$						
$3a_2$						
$3a_3$						
$3a_4$						
$3a_5$						
$3a_6$						
$3a_7$						
$3a_8$						
$3a_9$						
$3a_{10}$						
$3a_{11}$						
$3a_{12}$						
$3a_{13}$						
$3a_{14}$						
$3a_{15}$						
$3a_{16}$						

Table 15 (continued)

Mechanisms with 10 links formed with the aid of the assuric group (3b) of the class V; order 3

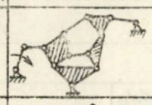
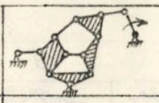
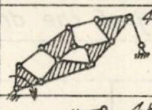
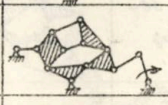
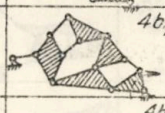
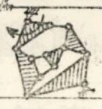
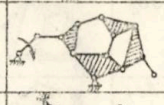
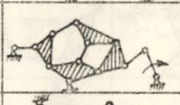
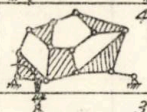
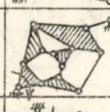
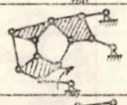
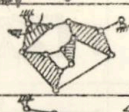
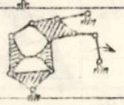
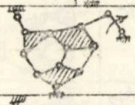
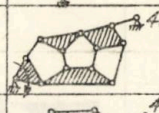
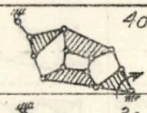
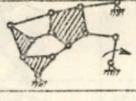
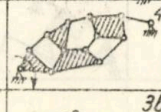
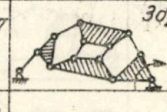
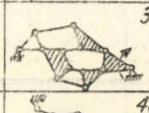
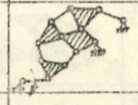
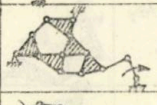
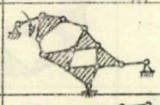
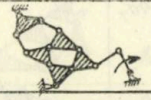
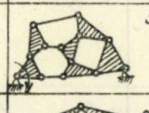
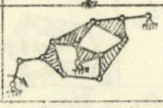
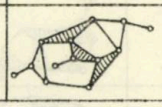
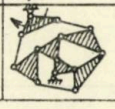
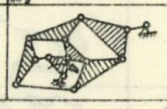
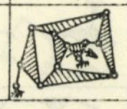
Assuric group	The Rank j of the driving link					
	2			3		
$3b_{17}$						
$3b_{18}$						
$3b_{19}$						
$3b_{20}$						
$3b_{21}$						
$3b_{22}$						
$3b_{23}$						
$3b_{24}$						
$3b_{25}$						
$3b_{26}$						
$3b_{27}$						
$3b_{28}$						
$3b_{29}$						
$3b_{30}$						
$3b_{31}$						
$3b_{32}$						

Table 15

Mechanisms with 10 links formed with the aid of the assuric group (3b) of the class V ; order 3

Assuric group	The Rank j of the driving link								
	2			3					
$3b_1$	$3b_4$			$3e_7$	$4d_{10}$				
$3b_2$				$3b_{30}$	$3b_6$	$4e_2$			
$3b_3$					$3c_1$	$4d_6$			
$3b_4$				$4b_9$	$4d_9$	$3e_{11}$			
$3b_5$					$4b_6$	$3d_1$			
$3b_6$				$3c_{11}$	$4d_9$				
$3b_7$	$3b_{15,18}$			$4b_{12}$	$4e_7$				
$3b_8$	$3b_{16,19}$			$3b_{25}$	$4b_{16}$	$4e_{11}$			
$3b_9$			$3b_{23,27}$	$4d_{11}$	$4b_{14}$	$3c_8$			
$3b_{10}$	$3b_{12,17}$			$3b_{24}$	$4d_{14}$	$4d_{11}$			
$3b_{11}$				$4d_{12}$	$4e_{10}$				
$3b_{12}$				$4b_3$	$4d_{15}$				
$3b_{13}$				$4b_5$	$3e_1$	$3c_2$			
$3b_{14}$				$4d_7$		$3e_2$			
$3b_{15}$				$4b_{10}$	$3b_{28}$	$4e_6$			
$3b_{16}$				$4b_2$	$3e_6$	$4e_{12}$			

Table 16

Mechanisms with 10 links formed with the aid of the assuric group (3c) of the class VI ; order 3

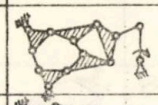
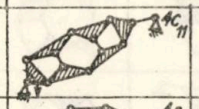
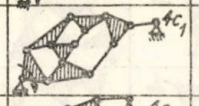
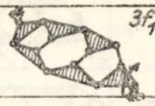
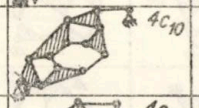
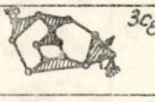
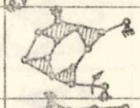
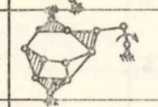
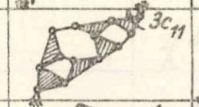
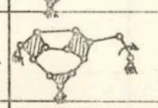
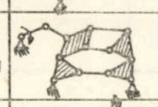
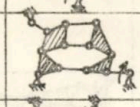
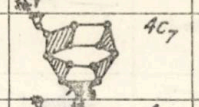
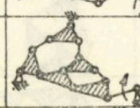
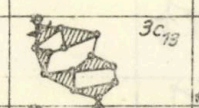
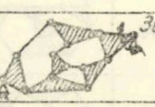
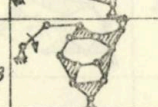
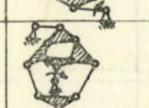
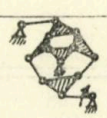
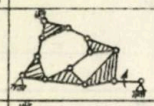
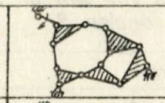
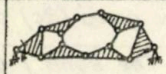
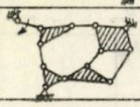
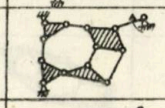
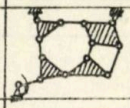
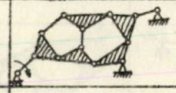
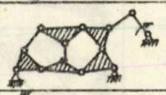
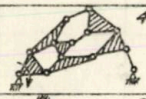
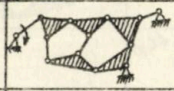
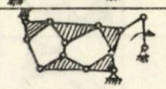
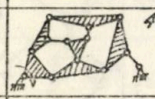
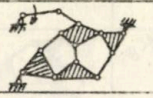
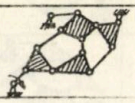
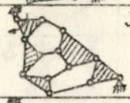
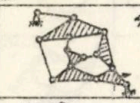
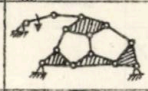
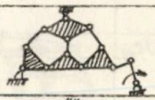
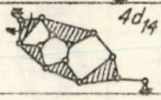
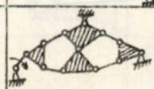
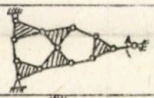
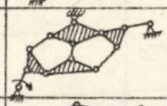
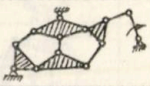
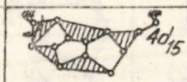
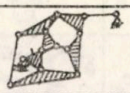
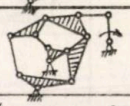
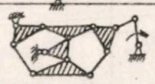
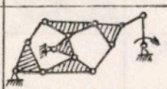
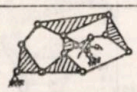
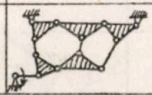
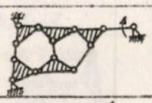
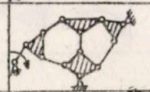
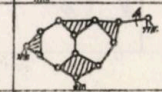
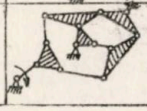
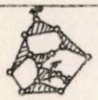
Assuric group	The Rank j of the driving link				
	2			3	
$3c_1$					
$3c_2$					
$3c_3$					
$3c_4$					
$3c_5$					
$3c_6$					
$3c_7$					
$3c_8$					
$3c_9$					
$3c_{10}$					
$3c_{11}$					
$3c_{12}$					
$3c_{13}$					
$3c_{14}$					

Table 17

Mechanisms with 10 links formed with the aid of the assuric groups (3d, 3e, 3f) of class VII order 3 ; class V order 3 and class VI order 3

Assuric group	The Rank j of the driving link				
	2			3	
$3d_1$					
$3d_2$					
$3e_1$				 $4d_3$	$3f_1$
$3e_2$				$3e_7$	 $4f_2$
$3e_3$				 $3e_5$	 $4f_1$
$3e_4$					$4d_4$
$3e_5$				 $4d_{14}$	
$3e_6$					
$3e_7$					
$3e_8$				 $4d_{15}$	
$3e_9$					
$3e_{10}$					
$3e_{11}$				$3f_3$	
$3e_{12}$					
$3f_1$					
$3f_2$					
$3f_3$					

10. *Manolescu I. N., Erceanu I., Antonescu Păun:* Domeniul de aplicabilitate a metodelor de cercetare cinematică a mecanismelor plane articulate. Studii și Cerc. de Mec. Aplic. Tomul XIII nr. 6/1962 pag. 1483—1539.

11. *Artobolevscki I. I.:* Despre chestiunea cercetării lanțurilor cinematice complexe (în limba rusă). Bul. Inst. polit. Iași seria nouă VI(X) nr. 1, 2/1960 pag. 285—297.

12. *Goodmann P. Th.:* An Indirect Method for Determining Accelerations in Complex Mechanisms. Transactions of the ASME 81/1958 pages 1676—1682.

13. *Modrey I.:* Analysis of Complex Chains with influence coefficients. Journal of Applied Mechanics June/1959 pages 184—188. (Trans. of the ASME).

14. *Voinea Radu, Atanasiu M.:* Contribuții la determinarea stării cinematice a unui mecanism prin metoda sistemelor conjugate. Stud. și Cerc. de Mec. Aplic. XIV nr. 1/1963.

15. *Bogdan R. C.:* Utilizarea analizei armonice în studiul grupelor assurice plane de aspect II și III. Șt. cerc. mec. Acad. R.P.R. XIV nr. 2/1963.

16. *Bogdan R. C.:* Cercetarea grupelor assurice în construcția mecanismelor prin serii armonice complexe și metoda mecano-electronică. Dizertație Doctorat 21 noiembrie 1964, Inst. polit. București.

17. *Mangeron D., Drăgan C., Munteanu O.:* Studiul mecanismelor plane cu cuple cinematice, bazat pe metoda accelerațiilor reduse. Bulet. Inst. polit. Iași N.S. 1956, 2(6) nr. 3—4, pag. 263—281.

18. *Zilbermann Ia.:* Prilojenia metoda privedennîh uskorenii k kinematiceskomu analizu ploskih mehanizmov tretevo klassa. Ttrudî Rostovskovo na Donu Instituta Injinerov Jeleznovo Transporta 1961 29, pag. 59—67.

19. *Voinea Radu, Atanasiu M.:* Determinarea vitezelor și accelerațiilor la un mecanism prin metoda ciclurilor independente. St. cerc. mec. aplic. Acad. R.P.R. 15 nr. 1/1964.

20. *Voinea Radu, Atanasiu M.:* Metode analitice noi în teoria mecanismelor. Edit. Tehnică București, 1964.

21. *Pelecudi Christian:* Metoda solidarizării pentru lanțurile cinematice închise I și II. Stud. și cerc. de Mec. Aplic. Acad. R.S.R. nr. 5 și 6/1965.

22. *Pelecudi Christian:* Metoda accelerațiilor compuse în lanțurile cinematice plane. St. și cerc. de mec. aplic. Acad. R.P.R. nr. 2/1965.

23. *Pelecudi Christian:* Studiul sistemelor plane de corpuri cu legături, prin metoda accelerațiilor compuse. St. și cerc. de mec. aplic.a Acad. R.S.R. nr. 1/1966.

24. *Lichtenheld W.:* Konstruktionslehre der Getriebe. Akademia Verlag Berlin 1965 Seiten 47 . . . 53.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 4

CENTRALE ELECTRICE

C. Z.: 621.315.1 : 621.316.11 : 621.317.33

UNE MÉTHODOLOGIE DE CALCUL, DANS LE DOMAINE LINÉAIRE, DES VARIATIONS DE TENSION SUR LES LIGNES LONGUES, EN REGIME SYMÉTRIQUE ET ASYMÉTRIQUE *

C. DINCULESCU, A. ARIE, P. BUHUȘ, A. SELISCHI

Chapitre I.

Présentation du problème

Le développement actuel des lignes de très haute tension (400—750 kV) soulève, parmi d'autres problèmes, celui de l'étude des variations de tension sur ces lignes, pour divers régimes de fonctionnement, ainsi que celui d'analyser les surtensions, tant sur la fréquence fondamentale de 50 Hz que sur les fréquences supérieures correspondant aux oscillations libres de la ligne [1], [2], [3], [4].

A la différence des lignes de transport de 110—220 kV, de longueurs comprises entre 100 et 200 km., la tension sur les lignes longues peut varier dans des limites très larges, en fonction des charges transportées.

Dans certaines conditions critiques, et tout particulièrement dans les cas de fonctionnement sous charge réduite ou à vide, la tension au bout libre, vers le consommateur, peut atteindre des valeurs beaucoup plus élevées que celles du point d'alimentation.

Dans le cas de lignes sans pertes, ayant des longueurs de 1500 km., si l'on ne considère que les phénomènes linéaires, la tension de fonctionnement à vide, à l'endroit du consommateur, est théoriquement infiniment élevée.

Le phénomène de surtension, à la fréquence de 50 Hz, dans le cas du fonctionnement sous charge réduite ou à la marche à vide des lignes longues, est également amplifiée par le phénomène d'auto-excitation par courant capacitif des génératrices du bout d'alimentation ou par l'auto-excitation de certains transformateurs triphasés du système, alimentés en deux phases et fermés sur le secondaire, sur une charge symétrique.

---

* Communiquée à la session scientifique des cadres didactiques de l'Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" de Bucarest, 27—29 mai 1966.

Au cas où l'on déconnecte brusquement — totalement ou partiellement — une charge, on assiste à une superposition des surtensions dûes au phénomène transitoire, tant sur la propre frèquences de la ligne que sur les frèquences corespondant aux harmoniques supérieures pouvant faire leur apparition à cause des extinctions et allumages répétés de l'arc électrique.

Des tensions dangereusement élevées peuvent également faire leur apparition dans le cas de certaines mises à la terre ainsi que dans le cas du fonctionnement à phases incomplètes.

Si la mise à la terre est accompagnée de la déconnexion de la charge, on voit se produire une amplification des surtensions. Dans le cas du fonctionnement à phases incomplètes, les surtensions très élevées paraissent tout particulièrement à cause de l'auto-excitation, par courant capacitif, des transformateurs alimentés en deux phases et fermés sur une charge symétrique sur le secondaire.

Tous ces problèmes sont déterminants en ce qui concerne l'établissement du niveau d'isolation de la ligne et son exploitation (tout particulièrement en ce qui concerne les régimes de mise sous tension).

Ils soulèvent le problème de la compensation de la ligne à l'aide de bobines d'inductance transversales, ainsi que celui de choisir la puissance de ces bobines et l'endroit où elles seront raccordées à la ligne.

Le présent ouvrage se propose d'établir les équations de variation des tensions dans le cas des lignes longues, *en régime stationnaire et linéaire*. L'établissement des équations dans ce régime s'impose dans la détermination des limites techniques d'un fonctionnement normal.

Au moment où le phénomène s'inscrit dans le domaine non linéaire, où l'on voit apparaître le phénomène Corona et des effets de non linéarité ferromagnétique, les surtensions sont suffisamment élevées pour avoir des valeur dangereuses.

Dans beaucoup de cas, les phénomènes non linéaires contribuent à la réduction des surtensions. Toutefois, il convient de faire remarquer que, dans certaines conditions, les phénomènes non linéaires peuvent également avoir un effet contraire.

Cette étude a été effectuée dans l'hypothèse d'une ligne longue considérée sans pertes, hypothèse également admise par d'autres auteurs [2], [3], l'ouvrage [2] ayant le caractère d'un standard de recommandations.

Outre la partie introductive, l'étude comprend également les deux chapitres suivants :

Chapitre II — où l'on établit les équations des variations de tension sur les lignes longues, tout en prenant en considération l'influence des génératrices et des transformateurs qui alimentent la ligne électrique de transport. C'est dans ce même chapitre que l'on présente également les équations de compensation de la ligne.

Chapitre III — où l'on établit les variations de tension sur les lignes longues, dans le cas d'une mise à la terre et du foncionnement à phases incomplètes.

Afin d'être facilement applicables et de pouvoir refléter de manière directe les caractéristiques du système d'alimentation, les formules de calcul ont été établies en fonction de la puissance de courtcircuit du système aux

bornes d'alimentation de la ligne, des puissances actives et réactives transportées sur la ligne, de la longueur, des impédances de courtcircuit et des impédances de marche à vide de la ligne.

Au cas du fonctionnement sous régime asymétrique, les surtensions sur la ligne ont été exprimées en fonction des impédances de séquence directe, inverse et homopolaire vue de l'endroit où apparaît l'asymétrie.

Pour la symétrisation et l'uniformisation du calcul, le système électrique hétérogène formé par les paramètres concentrés des génératrices, des transformateurs, des consommateurs et des paramètres uniformément distribués de la ligne longue, a été réduit — ainsi qu'il est démontré au deuxième chapitre-à un système électrique homogène, aux paramètres uniformément distribués.

Chapitre II — *Calcul de la variation de tension sur une ligne longue, compte tenu des inductances des génératrices et des transformateurs.*

L'établissement des équations de fonctionnement des lignes longues a été effectué dans l'hypothèse couvrante du point de vue du calcul des surtensions, en laissant de côté les résistances et les perditances.

On considère le schéma électrique donné dans la figure 2.1 :

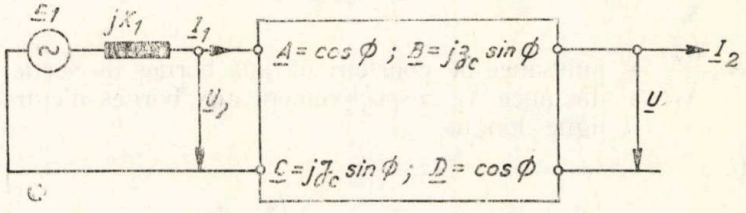


Fig. 2.1

Où :

$\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D},$ = paramètres d'un quadripole correspondant à la ligne longue

$\Phi = 2\pi \cdot \frac{I}{\lambda}$ = la longueur effective de la ligne longue, exprimée en degrés

I = la longueur de la ligne longue exprimée en km

λ = 6000 km., longueur d'onde pour f = 50 Hz

$\underline{U}_1, \underline{U}_2$ = tension au bout générateur et au bout récepteur de la ligne

E_1 = tension électromotrice équivalente des génératrices du système

$j \cdot X_1$ = impédances du système électrique d'alimentation

$\mathfrak{z}_c = \frac{1}{y_c}$ = impédance caractéristique d'une ligne longue.

Compte tenu des relations de la fig. 2.1 on peut écrire les équations suivantes qui comprennent tant les paramètres de la ligne longue que les paramètres concentrés du système d'alimentation $j X_1$.

$$\begin{bmatrix} \underline{E}_1 \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & jX_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

Si l'on remplace les valeurs des coefficients $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$ par les expressions de la fig. 2.1 on obtient :

$$\begin{aligned} \underline{E}_1 &= (\cos\Phi - X_1 y_c \cdot \sin\Phi)\,\underline{U}_2 + j\,(\mathfrak{z}_c \sin\Phi + X_1 \cos\Phi)\,\underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 &= j\,y_c \cdot \underline{U}_2 \cdot \sin\Phi + \underline{I}_2 \cos\Phi \end{aligned} \tag{2.2}$$

Si l'on note :

$$X_1 y_c = \frac{X_1}{\mathfrak{z}_c} = \frac{X_1}{U_n^2} \cdot \frac{U_n^2}{\mathfrak{z}_c} = \frac{S_N}{S_{sc}} = \operatorname{tg}\varphi \tag{2.3}$$

où :

$S_N = \dfrac{U_n^2}{\mathfrak{z}_c}$ = puissance naturelle de la ligne

$S_{sc} = \dfrac{U_n^2}{X_1}$ = puissance de courtcircuit aux bornes de sortie de l'inductance X_1, respectivement aux bornes d'entrée de la ligne longue

on obtient :

$$\underline{E}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\cos\varphi} \cos(\Phi + \varphi) + j\,\mathfrak{z}_c \frac{\underline{I}_2}{\cos\varphi} \sin(\Phi + \varphi) \tag{2.4, a}$$

$$\underline{I}_1 = j\,y_c \cdot \underline{U}_2 \sin\Phi + \underline{I}_2 \cdot \cos\Phi \tag{2.4, b}$$

Pour la tension électromotrice $\underline{E}_1$ donnée et pour un courant $\underline{I}_2$ donné, la tension $\underline{U}_2$ en fonction du courant $\underline{I}_2$ peut être calculée en base de l'équation 2.4, b.

L'équation (2.4, a) peut également être formulée comme suit :

$$\underline{E}_1 \cdot \cos\varphi = \underline{U}_2 \cos(\Phi + \varphi) + j\,\mathfrak{z}_c\,\underline{I}_2 \sin(\Phi + \varphi) \tag{2.5}$$

ou si l'on note : $\underline{E}'_1 = \underline{E}_1 \cos\varphi$, on obtient :

$$\underline{E}'_1 = \underline{U}_2 \cos(\Phi + \varphi) + j \cdot \mathfrak{z}_c\,\underline{I}_2 \sin(\Phi + \varphi) \tag{2.6}$$

L'expression donnée dans la relation (2.6) représente l'équation d'une ligne longue à constantes uniformément distribuées, équation équivalente à l'ensemble formé de l'impédance ponctuelle du système d'alimentation et la ligne longue considérée.

La longueur de cette ligne longue équivalente, exprimée en degrés, est égale à :

$$\Phi' = \Phi + \varphi$$

Par conséquent, la prise en considération de l'inductance du système électrique mène à une ligne longue équivalente d'une longueur supérieure à la longuer de la ligne longue considérée. Cette ligne équivalente peut être considérée comme étant alimentée par une tension électromotrice équivalente égale à :

$$\underline{E}' = \underline{E} \cdot \cos \varphi .$$

Si l'on considère une charge $\underline{I}_2$ au bout de la ligne égale à :

$$\underline{I}_2 = \frac{P_2 - j Q_2}{\underline{U}_2^*}$$

où :

P_2 = puissance active consommée

Q_2 = puissance réactive consommée

et si l'on remplace le courant $\underline{I}_2$ dans la relation (2.6) on obtient :

$$\underline{E}'_1 = \underline{U}_2 \left(\cos (\Phi + \varphi) + j \, 3_c \, \frac{P_2 - j Q_2}{\underline{U}_2 \, \underline{U}_2^*} \sin (\Phi + \varphi) \right)$$

ou encore :

$$\underline{E}'_1 = \underline{U}_2 \left(\cos (\Phi + \varphi) + q_2 \sin (\Phi + \varphi) + j p_2 \sin (\Phi + \varphi) \right) \qquad (2.7)$$

où :

$$p_2 = \frac{P_2}{S_N} \; ; \quad q_2 = \frac{Q_2}{S_N} .$$

De l'équation (2.7) il ressort :

$$\left| \frac{\underline{E}'_1}{\underline{U}_2} \right|^2 = |\alpha|^2 = [\cos (\Phi + \varphi) + q_2 \sin (\Phi + \varphi)]^2 + p^2 \sin^2 (\Phi + \varphi) \qquad (2.8)$$

ou :

$$|\underline{U}_2| = \frac{|\underline{E}'_1|}{\sqrt{[\cos (\Phi + \varphi) + q_2 \sin (\Phi + \varphi)]^2 + p_2^2 \sin^2 (\Phi + \varphi)}} \qquad (2.9)$$

Pour $p_2 = 0$ et $q_2 = 0$, respectivement pour la marche à vide, on obtient :

$$|\underline{U}_{20}| = \frac{|\underline{E}'_1|}{\cos (\Phi + \varphi)} \qquad (2.10)$$

La formule (2.9) exprime la tension au bout consommateur en fonction de la tension électromotrice équivalente et des puissances transportées sur la ligne, rapportées à la puissance naturelle.

La formule (2.10) exprime la tension de marche à vide au bout de la ligne.

Pour un système d'alimentation et pour une ligne longue alimentée par ce système donné, respectivement pour une longueur Φ de la ligne longue

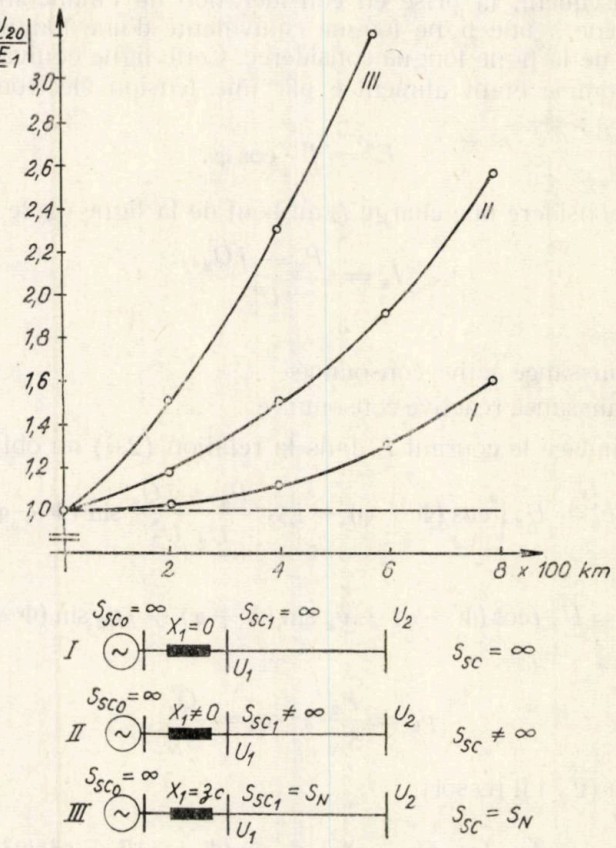


Fig. 2.2

considérée, exprimée en degrés, la tension $\underline{U}_{20}$ est d'autant plus élevée que l'angle φ est plus grand, respectivement que la puissance de courtcircuit du système est plus réduite par rapport à la puissance naturelle de la ligne.

Par conséquent, la surtension de la ligne atteint des valeurs d'autant plus élevées que le système électrique qui alimente la ligne longue est plus faible.

Ainsi, pour une ligne longue d'environ 500 km., raccordée à un système électrique relativement faible ayant, par exemple, une puissance de courtcircuit triphasé de durée, S_{sc} égale à la puissance naturelle de la ligne longue S_N—$\left(\text{respectivement } \operatorname{tg}\varphi = \frac{S_N}{S_{sc}} = 1 \text{ et } \varphi = 45°\right)$— il résulte pour une ligne longue équivalente une longueur totale de 500 + 750 = 1250 km.

On arrive ainsi à des longueurs proches de 1500 km, pour lesquelles, dan un domaine supposé linéaire, la tension $\underline{U}_{20}$ tend vers l'infini (dans la relation (2.10) le dénominateur tend vers zéro).

La fig. 2.2. rend les courbes expérimentales obtenues dans la laboratoire de Centrales et de Systèmes électriques de l'Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest, par lesquelles on met en évidence le phénomène analysé ci-dessus.

Ainsi, la courbe *I* représente la tension $\underline{U}_{20}$ de marche à vide au bout d'une ligne longue alimentée par une barre de puissance infinie ; la courbe *II* représente la tension de marche à vide au bout de la même ligne alors quand on interpose entre la barre de puissance infinie et la ligne longue une impédance ; la courbe *III* représente la tension de marche à vide au bout de la ligne longue quand celle-ci est alimentée par une génératrice de puissance finie ayant aux bornes une puissance de courtcircuit triphasé dont la valeur est égale à la puissance naturelle qui est transportée sur la ligne.

Au cas où la ligne fonctionne sous charge, la tension $\underline{U}_2$ dépend également des puissances actives et réactives transportées. La valeur de cette tension est donnée par la relation (2.9).

Cette relation peut également être posée sous la forme :

$$|\underline{U}_2| = \frac{|\underline{E}'_i|}{\cos(\Phi + \varphi)\sqrt{(1 + q_{2\,sc})^2 + p^2_{2\,sc}}}$$

Si l'on tient compte de la relation (2.10) on obtient une expression de la tension $\underline{U}_2$ en fonction de la tension $\underline{U}_{20}$, de la forme suivante :

$$|\underline{U}_2| = \frac{|\underline{U}_{20}|}{\sqrt{(1 + q_{2\,sc})^2 + p^2_{2\,sc}}} \tag{2.11}$$

Dans les relations ci-dessus :

$$p_{2\,sc} = p_2 \cdot \operatorname{tg}(\Phi + \varphi) = \frac{P_2}{S_N} \operatorname{tg}(\Phi + \varphi) =$$

$$= P_2 \cdot \frac{3_c}{U_2^2} \cdot \operatorname{tg}(\Phi + \varphi) = P_2 \cdot \frac{Z_{sc}}{U_2^2} = \frac{P_2}{S_{sc}}$$

$$q_{2\,sc} = q_2 \cdot \operatorname{tg}(\Phi + \varphi) = Q_2 \cdot \frac{Z_{sc}}{U_2^2} = \frac{Q_2}{S_{sc}}$$

et,

— S_{sc} — puissance de courtcircuit mesurée aux bornes de tension $\underline{U}_2$, quand la force électromotrice d'alimentation est considérée comme étant courtcircuitée (fig. 2.3) ;

— $Z_{sc} = 3_c \cdot \operatorname{tg}(\Phi + \varphi)$ = impédance de courtcircuit mesurée aux bornes de tension $\underline{U}_2$.

La détermination de l'impédance Z_{sc}, comme impédance d'entrée vue des bornes de tension $\underline{U}_2$, quand la force electromotrice $\underline{E}_1$ est courtcircuitée,

peut être effectuée en utilisant le schéma électrique donné dans la fig. 2.3, où l'on considère tant la ligne longue que l'impédance ponctuelle du système.

Compte tenu des notations de la fig. 2.3 on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & jX_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{I}'_1 \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

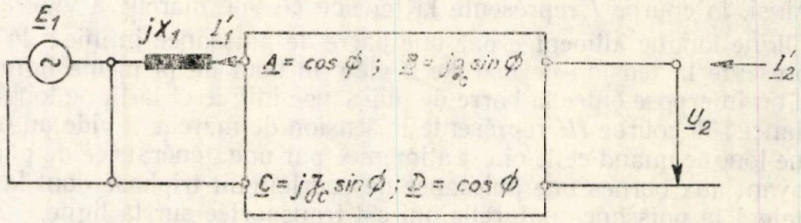


Fig. 2.3

où :

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & jX_1\underline{A} + \underline{B} \\ \underline{C} & jX_1\underline{C} + \underline{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{I}'_1 \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

D'où :

$$\underline{U}_2 = [jX_1\underline{A} + \underline{B}]\,\underline{I}'_1$$

$$\underline{I}_2 = [jX_1\underline{C} + \underline{D}]\,\underline{I}'_1$$

Donc :

$$\underline{Z}_{sc} = \frac{\underline{U}'_2}{\underline{I}'_2} = \frac{jX_1 \cdot \underline{A} + \underline{B}}{jX_1 \cdot \underline{C} + \underline{D}} =$$

$$= \frac{j(X_1 \cos\Phi + \underline{z}_c \sin\Phi)}{-X_1 \underline{y}_c \cdot \sin\Phi + \cos\Phi} = j\underline{z}_c \frac{\sin\Phi + \dfrac{X_1}{\underline{z}_c}\sin\Phi}{\cos\Phi - \dfrac{X_1}{\underline{z}_c}\sin\Phi} = j\underline{z}_c \cdot \operatorname{tg}(\Phi + \varphi),$$

où :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_1}{\underline{z}_c} \tag{2.14}$$

Mais l'expression $j\underline{z}_c \operatorname{tg}(\Phi + \varphi)$ est précisément l'impédance de court-circuit d'une ligne longue aux paramètres uniformément distribués, à la longueur mesurée en degrés $\Phi' = \Phi + \varphi$ et d'une impédance caractéristique $\underline{z}_c$.

L'expression (2.14) peut également être formulée de la manière suivante :

$$\underline{Z}_{sc} = \frac{jX_1\cos\Phi + j\underline{z}_c\sin\Phi}{\cos\Phi - \dfrac{X_1}{\underline{z}_c}\sin\Phi} = j\,\frac{X_1 + \underline{z}_c\operatorname{tg}\Phi}{1 - \dfrac{X_1}{\underline{z}_c}\operatorname{tg}\Phi}$$

ou encore :

$$\underline{Z}_{sc} = -j\,3_c \cdot \operatorname{ctg}\Phi \cdot \frac{jX_1 + j\,3_c \operatorname{tg}\Phi}{jX_1 - j\,3_c \operatorname{ctg}\Phi} \tag{2.15}$$

Dans la relation (2.15) les expressions $j\,3_c \operatorname{tg}\Phi$ et $-j\,3_c \cdot \operatorname{ctg}\Phi$ représentent justement : la première l'impedance le courtcircuit $\underline{Z}_{sc,\Phi}$ d'une ligne longue, d'une longuer Φ ; la deuxième l'impédance de marche à vide $\underline{Z}_{g,\Phi}$ de la même ligne longue.

On obtient :

$$\underline{Z}_{sc} = \underline{Z}_{g,\Phi} \frac{\underline{Z}_{sc,\Phi} + jX_1}{\underline{Z}_{g,\Phi} + jX_1}. \tag{2.16}$$

Par conséquence, l'impedance de courtcircuit de la ligne équivalente de longueur $\Phi' = \Phi + \varphi$ peut être exprimée soit sous la forme donnée dans la relation (2.14), soit sous la forme donnée dans la relation (2.16).

Avec les formules (2.9) et (2.11) on peut établir les caractéristiques des bobines de compensation transversale de la ligne, au cas où la tension $\underline{U}_2$ atteindrait des valeurs inadmissiblement élevées.

Ainsi, à condition que la tension au bout vers le consummateur ait, tout au plus, la valeur de la tension U_1, — respectivement $|\underline{E}_1'|/|\underline{U}_2| = 1$ — de l'équation (2.9) on obtient :

$$[\cos(\Phi + \varphi) + q_{2\,\text{critique}} \sin(\Phi + \varphi)]^2 + p_2^2 \sin^2(\Phi + \varphi) = 1 \tag{2.17}$$

De cette relation on peut déduire $q_{2\,\text{critique}}$ qui représente la puissance réactive qui doit être consommée dans le noeud de tension $\underline{U}_2$ afin de remplir la condition que les tensions des deux bouts de la ligne réelle aient des valeurs rapprochées. Il convient d'observer que la puissance réactive q_2 critique est la somme algébrique de la puissance réactive du consommateur et de la puissance de l'installation de compensation.

De la relation (2.17) on obtient :

$$q_{2,\,\text{critique}} = \frac{-\cos(\Phi + \varphi) + \sqrt{1 - p_2^2 \sin^2(\Phi + \varphi)}}{\sin(\Phi + \varphi)} \tag{2.18}$$

Pour un p_2 donné et pour

$$q_2 < q_{2\,\text{critique}},\ |\underline{U}_2| > |\underline{E}_1'|$$

$$q_2 = q_{2\,\text{critique}},\ |\underline{U}_2| = |\underline{E}_1'|$$

$$q_2 > q_{2\,\text{critique}},\ |\underline{U}_2| < |\underline{E}_1'|$$

Il convient de faire remarquer que si :

a) $p_2 < 1$ — respectivement, la puissance active consommée au point de tension U_2 est plus petite que la puissance naturelle de la ligne S_N, alors

$q_{2\,\text{critique}} > 0$ — respectivement, la puissance réactive critique consommée au point de tension U_2 est inductive ; la ligne fournit de la puissance réactive dans le noeud de tension U_2.

b) $p_2 = 1$ — respectivement, la puissance active consommée au point de tension U_2 est égale à la puissance naturelle de la ligne, alors

$q_{2\,\text{critique}} = 0$, respectivement la puissance réactive consommée au point de tension U_2 est nulle.

c) $p_2 > 1$ — respectivement, la puissance réactive consommée au point de tension U_2 est plus élevée que la puissance naturelle de de la ligne, alors.

$\left.\begin{array}{l} q_{2\,\text{critique}} < 0 \\ q_{2\,\text{critique}} = -q_2' + j\,q_2'' \end{array}\right\}$ — respectivement la puissance réactive consommée au point de tension U_2 est capacitive ou imaginaire.

Au cas où $q_{2\,\text{critique}}$ apparaît comme une grandeur négative, respectivement l'installation de compensation est capacitive, alors la valeur de p_2 varie entre

$$1 < p_2 < p_{2\,max} \tag{2.19}$$

où :

$p_{2\,max} = \dfrac{P_{2\,max}}{S_N}$ = puissance active qui peut être transportée sur la ligne à condition que $\left[\dfrac{\underline{E}'}{\underline{U}_2}\right] = 1$ (voir annexe B).

Si :

$p_2 > p_{2\,max}$, alors

$$q_{2\,\text{critique}} = -q_2' + j\,q_2'' \tag{2.20}$$

Dans ce cas, la puissance apparente s_2, fournie par la ligne au point de tension U_2, rapportée à la puissance naturelle de la ligne, est exprimée comme suit :

$$\underline{s}_2 = p_2 + j\,q_{2\,\text{critique}} = p_2 + j(-q_2' + j\,q_2'') = p_2 - q_2'' - j\,q_2' \tag{2.21}$$

Si l'on analyse la formule (2.21) on observera que :

a) le terme $-q_2'$ correspond à une puissance capacitive qui doit être fournie dans le noeud de tension U_2 par une installation de compensation ;

b) le terme $-q_2''$ doit être fourni par une source locale de puissance active car, dans la condition imposée $E_1'/U_2 = 1$, la ligne électrique ne peut fournir qu'une puissance active égale à $p_2 - q_2''$, qui est justement $p_{2\,max}$.

Au cas où l'on fonctionne avec la ligne compensée, de manière à ce que les tensions à ses deux bouts soient pratiquement égales, compte tenu des relations (2.9) et (2.17) on obtient pour la tension du milieu de la ligne équivalente la valeur rapportée (voir annexe C) :

$$\left[\frac{\underline{U}_{\Phi'/2}}{\underline{U}_2}\right]^2 = 1 + q_{2\,\text{critique}} \cdot \operatorname{tg}\frac{(\Phi+\varphi)}{2} \tag{2.22}$$

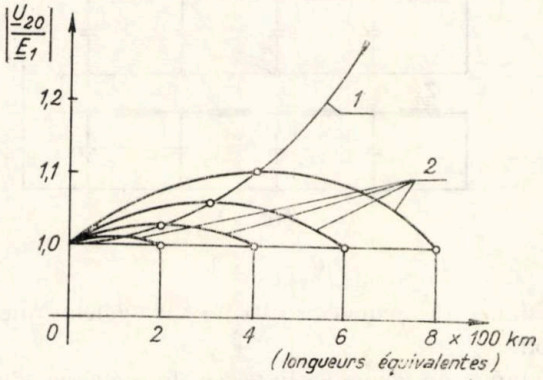
Pour $q_{2\,\text{critique}}$ positif, respectivement pour une puissance active transportée plus petite que la puissance naturelle, on arrive à une surtension au milieu de la ligne équivalente.

Ce phénomène est d'autant plus prononcé que la puissance transportée sur la ligne est plus réduite et atteint son maximum pour $p_2 = 0$.

Dans ce cas, la surtension qui se produit dans la région située au milieu de la ligne longue sera égale à (voir annexe 3) :

$$\left[\frac{\underline{U}_{\Phi'/2}}{\underline{U}_2}\right] = \frac{1}{\cos\dfrac{\Phi+\varphi}{2}} \tag{2.23}$$

De la relation (2.23) on peut observer que la surtension maxima qui apparaît dans la région située au milieu de la ligne longue équivalente est



1 - La variation de la tension de marche à vide au bout d'une ligne longue.
2 - La variation de la tension au long des lignes longues compensées.

Fig. 2.4

égale à la surtension de marche à vide d'une ligne longue ayant une longueur Φ''' égale à la moitié de la longueur Φ' :

$$\Phi'' = \frac{\Phi'}{2} = \frac{\Phi+\varphi}{2}$$

Dans la figure 2.4, on présente les résultats expérimentaux obtenus dans nos laboratoires, pour diverses longueurs de la ligne longue équivalente. On a considéré l'hypothèse d'une consommation de puissance active $p_2 = 0$ et la condition que les tensions aux extrémités de la ligne longue fussent égales. La compensation de la ligne a été effectuée à l'aide d'une bobine d'inductance.

Chapitre III

Calcul de la variation de tension sur une ligne longue au cas d'une mise à la terre ou d'un fonctionnement à phases incomplètes.

III. 1. Cas d'une mise à la terre

En admettant les mêmes hypothèses que dans le chapitre précédant, on considère le cas d'une mise à la terre à l'extrémité vers le consommateur d'une ligne électrique longue.

Le schéma équivalent de calcul correspondant à cette mise à la terre est celui donné dans la fig. 3.1. :

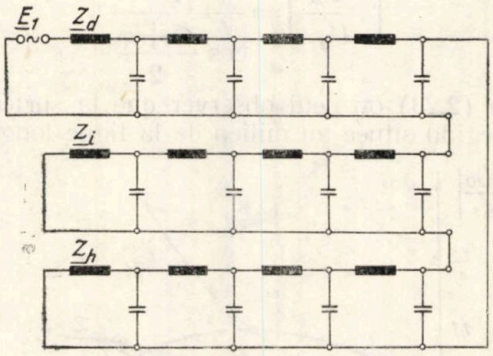


Fig. 3.1

où :

$\underline{Z}_d$ = impédance de séquence directe du système électrique d'alimentation

$\underline{Z}_i$ = impédance de séquence inverse du système électrique d'alimentation

$\underline{Z}_h$ = impédance de séquence homopolaire du système électrique d'alimentation.

Le schéma électrique donné dans la fig. 3.1 contient les impédances concentrées des transformateurs et des génératrices du système électrique d'alimentation ainsi que les impédances uniformément distribuées de la ligne électrique longue.

Dans la fig. 3.1 on observe que les schémas électriques des impédances inverses et homopolaires se réduisent aux impédances de courtcircuit $\underline{Z}_{sc,i}$

et $\underline{Z}_{sc,\,h}$ mesurées à l'endroit du défaut, dans le sens défini dans le chap. II, l'équation (2.14) et (2.15) et la figure (2.3).

Le schéma électrique donné dans la fig. 3.1 peut être réduit au schéma de calcul donné dans la fig. 3.2 :

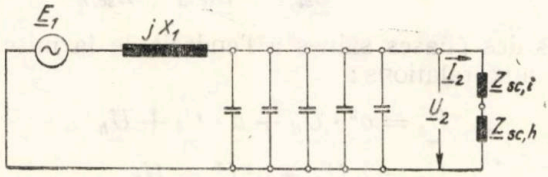


Fig. 3.2

On arrive ainsi au schéma électrique de séquence directe où, au noeud de tension $\underline{U}_2$, où l'on suppose que le défaut est survenu, l'on raccorde un consommateur d'impédance $\underline{Z}_{sc,\,i}$ et $\underline{Z}_{sc,\,h}$. Compte tenu de ce qui a été démontré dans le chap. II, au schéma électrique de la fig. 3.2 on peut appliquer l'équation (2.6) de la manière suivante :

$$\underline{E}'_1 = \underline{U}_2 \cos(\Phi + \varphi) + j\,\underline{3}_{cd} \cdot \underline{I}_2 \sin(\Phi + \varphi) \tag{3.1}$$

où :

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_{sc,\,i} + \underline{Z}_{sc,\,h}}. \tag{3.2}$$

En introduisant la relation (3.2) dans l'équation (3.1) on obtient :

$$\underline{E}'_1 = \underline{U}_2 \cos(\Phi + \varphi)\left[1 + j\,\underline{3}_{cd} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_{sc,\,i} + \underline{Z}_{sc,\,h}} \cdot \operatorname{tg}(\Phi + \varphi)\right] \tag{3.3}$$

Mais,

$$j \cdot \underline{3}_{cd} \cdot \operatorname{tg}(\Phi + \varphi) = \underline{Z}_{sc,\,d}$$

D'où :

$$\underline{E}'_1 = \underline{U}_2 \cos(\Phi + \varphi)\left[1 + \frac{\underline{Z}_{sc,\,d}}{\underline{Z}_{sc,\,i} + \underline{Z}_{sc,\,h}}\right]$$

ou :

$$\underline{E}'_1 = \underline{U}_2 \cos(\Phi + \varphi) \cdot \frac{\underline{Z}_{sc,\,i} + \underline{Z}_{sc,\,d} + \underline{Z}_{sc,\,h}}{\underline{Z}_{sc,\,i} + \underline{Z}_{sc,\,h}} \tag{3.4}$$

De la relation (3.4) on obtient :

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{E}'}{\cos(\Phi + \varphi)} \cdot \frac{\underline{Z}_{sc,\,i} + \underline{Z}_{sc,\,h}}{\underline{Z}_{sc,\,i} + \underline{Z}_{sc,\,d} + \underline{Z}_{sc,\,h}} \tag{3.5}$$

ou, compte tenu de la relation (2.10) et de l'équation (3.5), la tension $\underline{U}_2$ du schéma de séquence directe de la phase R est :

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{20} \cdot \frac{\underline{Z}_{sc,i} + \underline{Z}_{sc,h}}{\underline{Z}_{se,i} + \underline{Z}_{sc,d} + \underline{Z}_{sc,h}} \tag{3.6}$$

Les tensions des phases saines à l'endroit de la mise à la terre sont calculées grâce aux relations :

$$\underline{U}_s = \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_d + \underline{a} \cdot \underline{U}_i + \underline{U}_h$$

$$\underline{U}_T = \underline{a}\,\underline{U}_d + \underline{a}^2\,\underline{U}_i + \underline{U}_h$$

dans lesquelles, compte tenu des notations de la figure 3.2. :

$$\underline{U}_d = \underline{U}_2$$

$$\underline{U}_i = -\underline{I}_2 \underline{Z}_{sc,i} = -\frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_{sc,i} + \underline{Z}_{sc,h}} \cdot \underline{Z}_{sc,i}$$

$$\underline{U}_h = -\underline{I}_2 \underline{Z}_{sc,h} = -\frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_{sc,i} + \underline{Z}_{sc,h}} \cdot \underline{Z}_{sc,h}$$

$$\underline{a} = e^{j2\pi/3} = \alpha + j\beta \; ; \quad \alpha = -\frac{1}{2} \quad \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

D'où :

$$\underline{U}_s = \underline{a}^2\,\underline{U}_2 - \underline{a}\,\frac{\underline{U}_2\,\underline{Z}_{sc,i}}{\underline{Z}_{sc,h} + \underline{Z}_{sc,i}} - \frac{\underline{U}_2\,\underline{Z}_{sc,h}}{\underline{Z}_{sc,h} + \underline{Z}_{sc,i}}$$

ou :

$$\underline{U}_s = \underline{U}_2 \left[\underline{a}^2 - \frac{\underline{a}\,\underline{Z}_{sc,i}}{\underline{Z}_{sc,h} + \underline{Z}_{sc,i}} - \frac{\underline{Z}_{sc,h}}{\underline{Z}_{sc,h} + \underline{Z}_{sc,i}}\right] \tag{3.7}$$

Compte tenu de la relation (3.6), l'équation (3.7) devient :

$$\underline{U}_s = \frac{\underline{U}_{20}}{\underline{Z}_{sc,i} + \underline{Z}_{sc,h} + \underline{Z}_{sc,d}} \left[(\underline{a}^2 - 1)\,\underline{Z}_{sc,h} + (\underline{a}^2 - \underline{a})\,\underline{Z}_{sc,i}\right]$$

ou :

$$\underline{U}_s = \frac{\underline{U}_{20}}{\underline{Z}_{sc,i} + \underline{Z}_{sc,h} + \underline{Z}_{sc,d}} (\underline{a} - 1) \left[\underline{a}\,\underline{Z}_{sc,i} + (\underline{a} + 1)\,\underline{Z}_{sc,h}\right]$$

Compte tenu du fait que : $\underline{a} + 1 = -\underline{a}^2$,

$$\underline{U}_s = \underline{U}_{20}\,\underline{a}\,(\underline{a} - 1) \cdot \frac{\underline{Z}_{sc,i} - \underline{a}\,\underline{Z}_{sc,h}}{\underline{Z}_{sc,i} + \underline{Z}_{sc,h} + \underline{Z}_{sc,d}} \tag{3.8}$$

Si l'on considère une ligne sans pertes, $\underline{Z}_{sc,i}$, $\underline{Z}_{sc,h}$ et $\underline{Z}_{sc,d}$ sont des inductances. Si, en outre, on considère également $Z_{sc,i} = Z_{sc,d}$ et l'on note :

$$n = \frac{\underline{Z}_{sc,h}}{\underline{Z}_{sc,i}},$$

la relation (3.8) acquiert la forme suivante :

$$\underline{U}_s = \underline{U}_{20}\, \underline{a}\,(\underline{a} - 1) \cdot \frac{1 - \underline{a} \cdot n}{2 + n} \tag{3.9}$$

En notant :

$$\underline{S}(n) = \underline{a}\,(\underline{a} - 1)\, \frac{1 - \underline{a} \cdot n}{2 + n}$$

on obtient finalement une relation simple de la forme :

$$\underline{U}_S = \underline{U}_{20} \cdot \underline{S}(n) \tag{3.9, b}$$

Par conséquence, la surtension des phases saines peut être exprimée en fonction de la tension de marche à vide de la ligne U_{20} ainsi que de la tension $\underline{U}_2$ au cas d'un fonctionnement symétrique (v.2.11) et du verseur $\underline{S}(n)$.

Le verseur $\underline{S}(n)$ décrit une droite en fonction de n.

En effet, si l'on note :

$$\underline{v}(n) = x + jy = \frac{1 - \underline{a}\, n}{2 + n} = \frac{1}{2 + n} - \underline{a} + \frac{2\,\underline{a}}{2 + n}$$

et si l'on exprime le verseur $\underline{a}$ en fonction de ses composantes $\underline{a} = \alpha + j\beta$, on obtient :

$$\underline{v}(n) = x + jy = \frac{1}{2 + n} - \alpha + \frac{2\,\alpha}{2 + n} - j\left(\beta - \frac{2\beta}{2 + n}\right)$$

d'où :

$$\begin{aligned} x + \alpha &= \frac{1 + 2\alpha}{2 + n} \\ y + \beta &= \frac{2\beta}{2 + n}. \end{aligned} \tag{3.10}$$

En éliminant le paramètre n entre les relations (3.10), on obtient :

$$y + \beta = \frac{2\beta}{1 + 2\beta} \cdot (x + \alpha). \tag{3.11,a}$$

Etant donné que $\alpha = -0{,}5$, il ressort que $1 + 2\alpha = 0$.

Afin que la relation (3.10) reste limitée, il est nécessaire que :

$$x + \alpha = 0 \qquad (3,11,b)$$

L'équation (3.11,b) représente la droite D_1 de la figure (3.3). Conformément à la relation (3.11,a), cette droite passe par les points

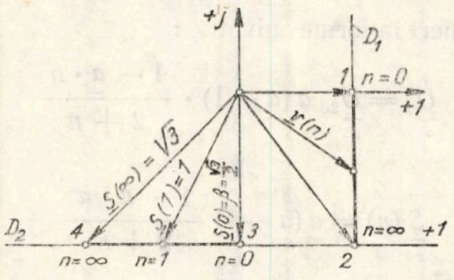


Fig. 3.3

de coordonées ($-\alpha$ et $-\beta$).

Sur la droite D_1, le verseur $\underline{v}\,(n)$ décrit le segment $\overline{12}$, le point 1 correspondant à $n = 0$ et le point 2 à $n = \infty$.

En fonction du verseur $\underline{v}\,(n)$, le verseur $\underline{S}\,(n)$ est égal à :

$$\underline{S}\,(n) = \underline{v}\,(n)\,(\underline{a}^2 - \underline{a}),$$

où :

$$(\underline{a}^2 - \underline{a}) = -\sqrt{3}\ \underline{|90^\circ}$$

Donc :

$$\underline{S}\,(n) = -\,\underline{v}\,(n)\,\sqrt{3}\ \underline{|90^\circ}$$

et

$$\underline{S}\,(n_0) = -\,\underline{v}\,(n)\,\sqrt{3}\ \underline{|90^\circ}$$

Alors que le verseur $\underline{v}\,(n)$ décrit sur la droite D_1 le segment $\overline{12}$, le verseur $\underline{S}\,(n)$ décrit le segment $\overline{34}$ sur la droite D_2 qui est perpendiculaire sur la droite D_1.

Pour n variant entre 0 et ∞, les points caractéristiques sur la droite D_2 sont :

$$\underline{S}\,(0) = \beta = -\frac{\sqrt{3}}{2}\ ; \quad \underline{S}\,(1) = 1 \quad \text{et} \quad \underline{S}\,(\infty) = \sqrt{3}$$

Donc, si l'on analyse la relation :

$$\underline{U}_S = \underline{U}_{20} \cdot \underline{S}\,(n),$$

il résulte que dans le cas d'une mise à la terre sur une ligne électrique longue, au moment de la déconnexion de la charge de l'extrémité de la ligne, les ten-

sions des phases saines peuvent prendre des valeurs plus élevées que la tension U_{20} correspondant à la tension de marche à vide de la ligne.

La surtension est en fonction du facteur $S(n)$. Ce facteur, pour $n = \frac{\underline{Z}_{sc,h}}{\underline{Z}_{sc,i}}$ compris entre 1 et ∞ peut prendre les valeurs : 1 et $\sqrt{3}$.

III.2. *Cas d'une interruption de phase*

De grandes variations de tension peuvent apparaître dans le cas de l'interruption d'une phase, à la mise en service de la ligne, quand l'extrémité vers le consummateur est fermée sur la bobine de compensation.

Dans ce cas, le phénomène de surtension de la ligne est dû à une double cause:

1) l'autoexcitation par courant capacitif du transformateur de l'extrémité du consummateur, chargé symétriquement sur le secondaire et alimenté sur deux phases et,

2) le phénomène Feranti sur la ligne.

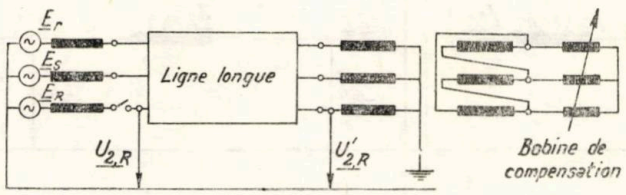


Fig. 3.4

A cause de cela, la surtension maxima apparaîtra sur la phase interrompue — à l'endroit de l'interruption — phase qui est alimentèe inversement par le transformateur chargé symétriquement sur le secondaire et connecté non symétriquement sur le primaire (fig. 3.4).

III. 2.1. *Calcul de la surtension à l'endroit de l'interruption de phase.*

Le schéma électrique pour le calcul des composantes symétreques est donné dans la fig. (3.5).

Le schéma présente deux régions, notamment : la région 1, à gauche de l'interruption et la région 2, à droite de l'interruption.

Le schéma électrique de la fig. (3.5) se réduit au schéma de calcul suivant :

où :

$$\underline{Z}_{sc,h} = \underline{Z}_{1,sc,h} + \underline{Z}_{2,sc,h}$$
$$\underline{Z}_{sc,i} = \underline{Z}_{1,sc,i} + \underline{Z}_{2,sc,i} \qquad (3.12)$$

Ou, si l'on met en parallèle les impédances $Z_{sc,h}$ et $Z_{sc,i}$, on obtient le schéma électrique de la fig. (3.7) :

où :

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{Z}_{sc,h} \cdot \underline{Z}_{sc,i}}{\underline{Z}_{sc,h} + \underline{Z}_{sc,i}}$$

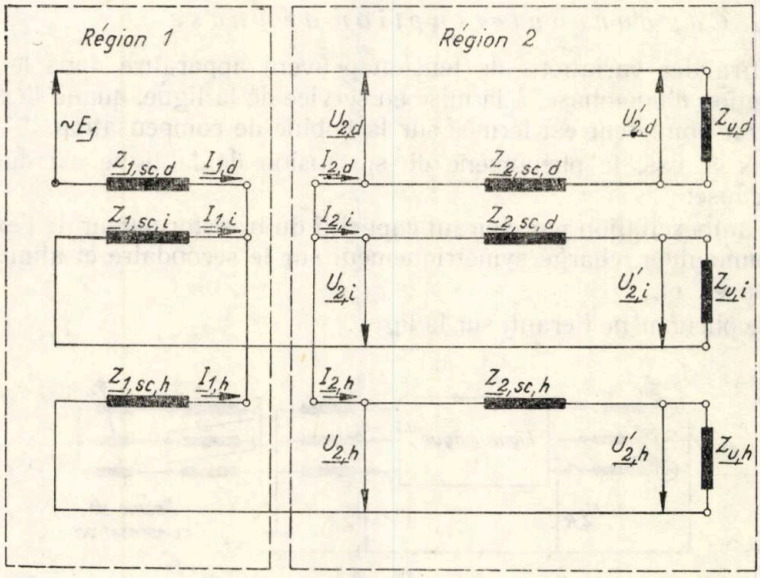


Fig. 3.5

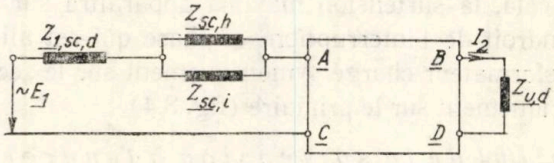


Fig. 3.6

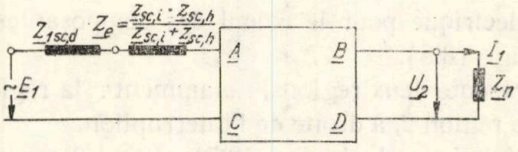


Fig. 3.7

A l'endroit de l'interruption, vers la région 2, la tension $U_{2,R}$ par rapport à la terre de la phase interrompue est égale à :

$$\underline{U}_{2,R} = \underline{U}_{2,d} + \underline{U}_{2,i} + \underline{U}_{2,h}$$

Mais, du schéma électrique donné dans la fig. (3.5) il résulte que :

$$\begin{aligned} \underline{U}_{2,d} &= \underline{I}_{2,d} \cdot \underline{Z}_{2,sc,d} \\ \underline{U}_{2,i} &= \underline{I}_{2,i} \cdot \underline{Z}_{2,sc,i} \\ \underline{U}_{2,h} &= \underline{I}_{2,h}\ \underline{Z}_{2,sc,h} \end{aligned} \tag{3.13}$$

D'où il résulte que :

$$\underline{U}_{2,R} = \underline{I}_{2,d} \cdot \underline{Z}_{2,sc,d} + \underline{I}_{2,i} \cdot \underline{Z}_{2,sc,i} + \underline{I}_{2,h} \cdot \underline{Z}_{2sch} \tag{3.14 a}$$

où :

$\underline{Z}_{2,sc,d} = j\mathfrak{z}_{c,d} \operatorname{tg}(\Phi_{2,d} + \varphi_{2,d})$ = impédance de courtcircuit directe de la ligne longue équivalente, de la 2-ème région, vue de l'endroit du défaut ;

$\underline{Z}_{2,sc,i} = j\mathfrak{z}_{c,i} \operatorname{tg}(\Phi_{2,i} + \varphi_{2,i})$ = impédance de courtcircuit inverse de la ligne longue équivalente, de la 2-ème région, vue de l'endroit du défaut ;

$\underline{Z}_{2,sc,h} = j\mathfrak{z}_{c,h} \cdot \operatorname{tg}(\Phi_{2,h} + \varphi_{2,h})$ = impédance de courtcircuit de la ligne longue équivalente de la 2-ème région, vue de l'endroit du défaut ;

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{|\underline{Z}_u|}{\mathfrak{z}_c}$$

$\underline{Z}_u$ = impédance ponctuelle de l'extrémité de la ligne y compris celle du consummateur, sur la séquence considérée : directe, inverse ou homopolaire ;

Φ_2 = longuér de la ligne électrique réelle mesurée à l'endroit du défaut, sur la séquence considérée : directe, inverse ou homopolaire.

Si dans l'équation (3.14,a) on considère $\underline{Z}_{2,sc,d} = \underline{Z}_{2,sc,i}$, alors on obtient :

$$\underline{U}_{2,R} = \underline{Z}_{2,sc,d}(\underline{I}_{2,d} + \underline{I}_{2,i}) + \underline{Z}_{2,sc,h}\,\underline{I}_{2,h} \tag{3.14, b}$$

Mais, dans le point d'interruption, du schéma électrique donné dans la fig. (3.5), il ressort que :

$$\underline{I}_{2,d} + \underline{I}_{2,i} = -\underline{I}_{2,h} \tag{3.15}$$

donc :

$$\underline{U}_{2,R} = \underline{I}_{2,h}[\underline{Z}_{2,sc,h} - \underline{Z}_{2,sc,d}] \tag{3.16}$$

Compte tenu des notations de la figure (3.6) et (3.7) et des relations (3.12) on peut écrire :

$$\underline{I}_{2,h} = -\frac{\underline{I}_d \cdot \underline{Z}_e}{\underline{Z}_{sc,h}} = -\underline{I}_d \cdot \frac{\underline{Z}_{sc,i}}{\underline{Z}_{sc,i} + \underline{Z}_{sc,h}} \tag{3.17}$$

où :

$$\underline{I}_d = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_{1,\,sc,\,d} + \underline{Z}_e + \underline{Z}_{2,\,sc,\,d}}$$

Ou si l'on note :

$$\underline{Z}_{1,\,sc,\,d} + \underline{Z}_{2,\,sc,\,d} = \underline{Z}_{sc,\,d},$$

il résulte :

$$\underline{I}_d = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_{sc,\,d} + \underline{Z}_e} = \frac{\underline{E}_1 (\underline{Z}_{sc,\,h} + \underline{Z}_{sc,\,i})}{\underline{Z}_{sc,\,d} \cdot (\underline{Z}_{sc,\,h} + \underline{Z}_{sc,\,i}) + \underline{Z}_{sc,\,h}\,\underline{Z}_{sc,\,i}} \tag{3.18}$$

En remplaçant la relation (3.18) dans la relation (3.17) on obtient :

$$\underline{I}_{2h} = -\frac{\underline{E}_1 \cdot \underline{Z}_{sc,\,i}}{\underline{Z}_{sc,\,d}\,(\underline{Z}_{sc,\,h} + \underline{Z}_{sc,\,i}) + \underline{Z}_{sc,\,h}\,\underline{Z}_{sc,\,i}} \tag{3.19}$$

Si on remplace la relation (3.19) dans l'équation (3.16), il résulte :

$$\underline{U}_{2,\,R} = -\underline{E}_1 \cdot \frac{(\underline{Z}_{2,\,sc,\,h} - \underline{Z}_{2,\,sc,\,d})\,\underline{Z}_{sc,\,i}}{\underline{Z}_{sc,\,d}\,(\underline{Z}_{sc,\,i} + \underline{Z}_{sc,\,h}) + \underline{Z}_{sc,\,i}\,\underline{Z}_{sc,\,h}} \tag{3.20, a}$$

Si l'on fait l'approximation selon laquelle $\underline{Z}_{1,\,sc,\,d} = \underline{Z}_{1,\,sc,\,i}$, respectivement $\underline{Z}_{sc,\,d} = \underline{Z}_{sc,\,i}$, alors on obtient :

$$\underline{U}_{2,\,R} = -\underline{E}_1 \frac{\underline{Z}_{2,\,sc,\,h} - \underline{Z}_{2,\,sc,\,d}}{\underline{Z}_{sc,\,d} + 2\,\underline{Z}_{sc,\,h}} \tag{3.20, b}$$

où :

$$\underline{Z}_{sc,\,d} = \underline{Z}_{1,\,sc,\,d} + \underline{Z}_{2,\,sc,\,d}$$

$$\underline{Z}_{sc,\,i} = \underline{Z}_{1,\,sc,\,i} + \underline{Z}_{2,\,sc,\,i}$$

$$\underline{Z}_{sc,\,h} = \underline{Z}_{1,\,sc,\,h} + \underline{Z}_{2,\,sc,\,h}$$

Il convient d'observer que la formule (3.20,b) peut être appliquée seulement dans le cas où l'interruption se fait loin de la source de production d'énergie électrique, où l'on peut considèrer que $\underline{Z}_{1,\,sc,\,d} = \underline{Z}_{2,\,sc,\,i}$.

III. 2.2. *Calcul des surtensions à l'extrémité de la ligne longue, aux bornes du transformateur alimenté asymétriquement.*

L'interruption de phase est considérée également au commencement de la ligne électrique longue.

Le calcul de la surtension aux bornes du transformateur alimenté asymétriquement s'effectue en utilisant le schéma électrique de calcul de la fig. (3.8) :

Compte tenu des notations de la figure (3.8), la tension aux bornes du transformateur, dans le cas d'une interruption de phase, est égale à :

$$\underline{U}'_{2R} = \underline{U}'_{2,d} + \underline{U}'_{2,i} + \underline{U}'_{2,h} \tag{3.21}$$

Des équations des lignes longues, on peut obtenir la valeur $\underline{U}'_2$ en fonction de la valeur de la tension $\underline{U}_2$ à droite de l'endroit où est apparue l'interruption et de la valeur du courant $\underline{I}_2$ du même endroit (fig. 3.5).

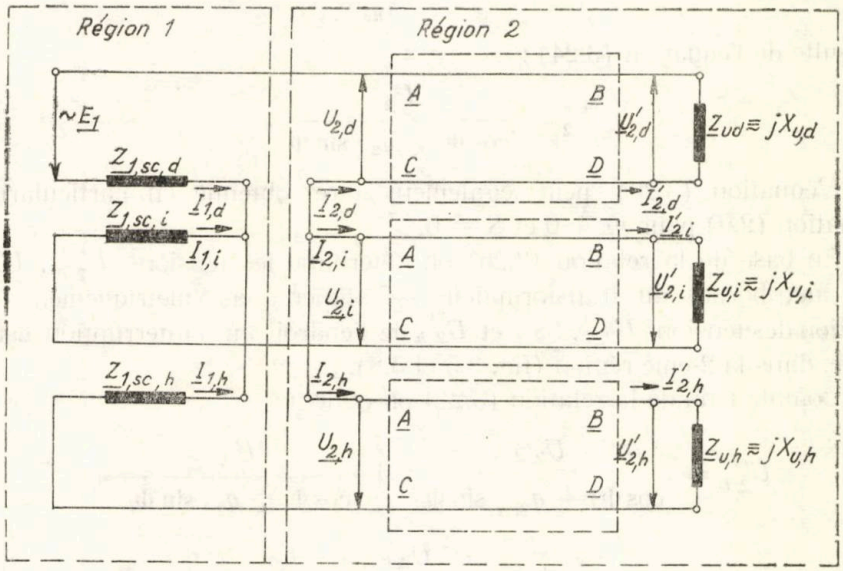


Fig. 3.8

En effet, si l'on applique les équations des lignes longues, on peut écrire pour les schémas électriques de séquence directe, inverse et homopolaire, les relations :

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}'_2 \\ \underline{I}'_2 \end{bmatrix} \tag{3.22, a}$$

d'où l'on obtient :

$$\underline{U}_2 = \underline{U}'_2 \cdot \cos \cdot \Phi + j\,\underline{z}_c\,\underline{I}'_2 \sin\Phi \tag{3.22, b}$$

Mais

$$\underline{I}'_2 = \frac{\underline{U}'_2}{j\,X_u} \tag{3.23}$$

où :

X_u — la réactance du transformateur insériée avec la réactance de la bobine de compensation.

En remplacant la valeur du courant $\underline{I}'_2$ de l'équation (3.23) par la relation (3.22) on obtient :

$$\underline{U}_2 = \underline{U}'_2 \left(\cos \Phi + \frac{3_c}{X_u} \sin \Phi \right) \tag{3.24}$$

En notant

$$q_2 = \frac{3_c}{X_u} \tag{3.25}$$

il résulte de l'équation (3.24) :

$$\underline{U}'_2 = \frac{\underline{U}_2}{\cos \Phi + q_2 \cdot \sin \Phi}. \tag{3.26}$$

L'équation (3.26) peut également être obtenue en particularisant l'équation (2.9) pour $p_2 = 0$ et $S = 0$.

En base de la relation (3.26) on détermine les tensions $\underline{U}'_{2,d}$, $\underline{U}'_{2,i}$ et $\underline{U}'_{2,h}$ aux bornes du transformateur — alimenté assymétriquement — en fonction des tensions $\underline{U}_{2,d}$, $\underline{U}_{2,i}$ et $\underline{U}_{2,h}$ de l'endroit où l'interruption est apparue, dans la 2-ème région (fig. 3.5 et 3.8).

Compte tenu de la relation (3.21) on obtient :

$$\underline{U}'_{2,R} = \frac{\underline{U}_{2,d}}{\cos \Phi_d + q_{2,d} \sin \Phi_d} + \frac{\underline{U}_{2,i}}{\cos \Phi_i + q_{2,i} \sin \Phi_i} + \frac{\underline{U}_{2,h}}{\cos \Phi_h + q_{2,h} \sin \Phi_h} \tag{3.27}$$

ou, compte tenu des équations (3.14,a) (3.15) et (3.16), l'équation (3.27) prend la forme :

$$\underline{U}'_{2,R} = \underline{I}_{2,h} \left[\frac{\underline{Z}_{2,sc,h}}{\cos \Phi_h + q_{2,h} \sin \Phi_h} - \frac{\underline{Z}_{2,sc,d}}{\cos \Phi_d + q_{2,d} \sin \Phi_d} \right] \tag{3.28}$$

En remplacant $\underline{I}_{2,h}$ des équations (3.17) et (3.19) dans l'équation (3.28), on obtient :

$$\underline{U}'_{2,R} = -\underline{E}_1 \frac{(\underline{Z}'_{2,sc,h} - \underline{Z}'_{2,sc,d}) \underline{Z}_{sc,i}}{\underline{Z}_{sc,d} (\underline{Z}_{sc,i} + \underline{Z}_{sc,h}) + \underline{Z}_{sc,i} \cdot \underline{Z}_{sc,h}} \tag{3.29}$$

dans laquelle :

$$\begin{aligned} \underline{Z}'_{2,sc,h} &= K_h \underline{Z}_{2,sc,h} \\ \underline{Z}'_{2,sc,d} &= K_d \cdot \underline{Z}_{2,sc,d} \end{aligned} \tag{3.30}$$

où :

$$K_h = \frac{1}{\cos \Phi_h + q_{2,h} \cdot \sin \Phi_h} \tag{3.31}$$

$$K_d = \frac{1}{\cos \Phi_d + q_{2,d} \cdot \sin \Phi_d}$$

Il convient également d'observer que, compte tenu de l'expression de q_2 dans la relation (3.25), le facteur K peut également prendre la forme suivante :

$$K = \frac{1}{\cos \Phi + q_2 \cdot \sin \Phi} = \frac{1}{\cos \Phi \left(1 + \frac{\mathfrak{z}_c}{X_u} \cdot \operatorname{tg} \Phi\right)}$$

Vu que $Z_{sc,\Phi} = \mathfrak{z}_c \operatorname{tg} \Phi$, le facteur K peut également être exprimé par la relation :

$$K = \frac{1}{\cos \Phi} \cdot \frac{X_u}{X_u + Z_{sc,\Phi}} \tag{3.32, a}$$

Si l'on admet la même hypothèse simplificatrice, comme dans le cas de l'établissement de la formule (3.20,b), respectivement $\underline{Z}_{sc,d} = \underline{Z}_{sc,i}$, la formule (3.29) prend la forme :

$$\underline{U}'_{2,R} = -\underline{E}_1 \frac{\underline{Z}'_{2,sc,h} - \underline{Z}'_{2,sc,d}}{\underline{Z}_{sc,i} + 2\,\underline{Z}_{sc,h}} \tag{3.33, b}$$

* * *

Les formules de calcul établies dans cet ouvrage ont été vérifiées sur le modèle de ligne longue du laboratoire de Centrales et Systèmes électriques de l'Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" de Bucarest.

Les résultats expérimentaux obtenus concordent avec les résultats analytiques calculés en base des formules de l'étude présente.

ANNEXE A

Vérification sur modèle de la méthodologie de calcul pour le régime de fonctionnement de la ligne longue en deux phases

Pour la vérification de cette méthodologie on a choisi la longueur de la ligne modelée égale à 400 km.

Le modèlage de la ligne a été effectué avec 10 quadripoles liés en série et celui du système a été effectué à l'aide d'un transformateur et d'une inductance variable.

On a obtenu l'autotransformateur à l'aide de 3 transformateurs à flux libres et l'enroulement secondaire lié en triangle. A cet enroulement on a raccordé une inductance variable [v. la figure A. 1)].

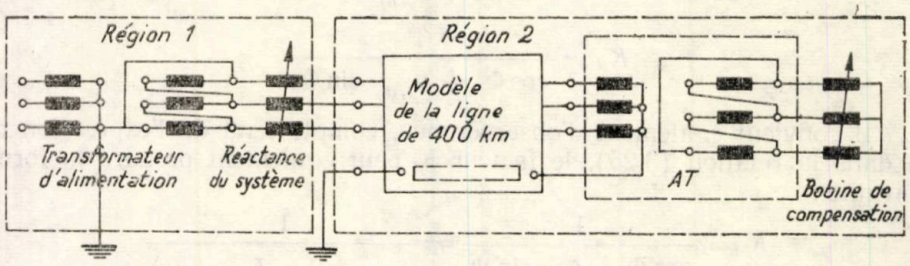


Fig. A.1

On à vérifié sur ce modèle la relation en base de laquelle on calcule la surtension maxima au cas d'une interruption de phase :

$$\underline{U}_{2,R} = -\underline{E}_1 \frac{\underline{Z}_{2,sc,h} - \underline{Z}_{2,sc,d}}{\underline{Z}_{sc,d} + 2\,\underline{Z}_{sc,h}} \qquad (3.20, b)$$

Au cas où l'on néglige les résistances ohmiques, compte tenu des notations de la fig. (3.5), la formule (3.20,b) acquiert la forme suivante :

$$\underline{U}_{2,R} = -\underline{E}_1 \frac{X_{2,sc,h} - X_{2,sc,d}}{X_{1,sc,d} + X_{2,sc,d} + 2(X_{1,sc,h} + X_{2,sc,h})} \qquad (A.1)$$

Toutes les grandeurs qui interviennent dans cette formule sont déterminées à l'aide des mensurations sur modèle.

Pour une configuration donnée du schéma électrique, les valeurs de $X_{2,sc,h}$, $X_{1,sc,d}$ et $X_{1,sc,h}$ sont constantes. La valeur de $X_{2,sc,d}$ peut être variée à l'aide de la bobine de compensation, ce qui a été réalisé dans les relevés expérimentaux effectués dans le laboratoire.

En considérant comme variable la valeur de $X_{2,sc,d}$ — respectivement en variant l'inductance de la bobine de compensation, pour une configuration donnée du réseau électrique d'alimentation, la relation (A.1) devient :

$$\underline{U}_{2,R} = -\underline{E}_1 \frac{C_1 - X_{2,sc,d}}{C_2 + X_{2,sc,d}} \qquad (A.2)$$

dans laquelle :

$$C_1 = X_{2,sc,h}$$

$$C_2 = X_{1,sc,d} + (X_{1,sc,h} + X_{2,sc,h}) = X_{1,sc,d} + 2\,X_{sc,h}\,.$$

Dans la fig. (A.2) on a tracé deux courbes. La courbe „*a*" correspond aux relevés expérimentaux. La courbe „*b*" correspond au calcul analytique effectué en base de la relation (A.2). Les surtensions obtenues par voie expé-

rimentale ainsi que celles calculées sont exprimées en valeurs relatives de la forme suivante :

$$m = \frac{|\underline{U}_{2,R}|}{|\underline{E}_1|} = \frac{C_1 - X_{2,sc,d}}{C_2 + X_{2,sc,d}}$$

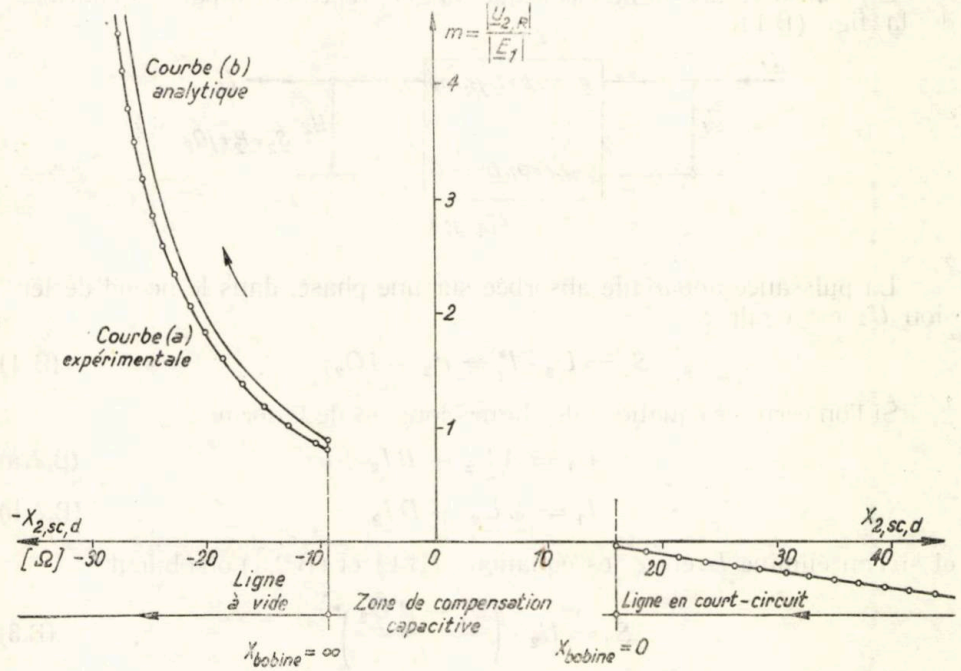


Fig. A.2

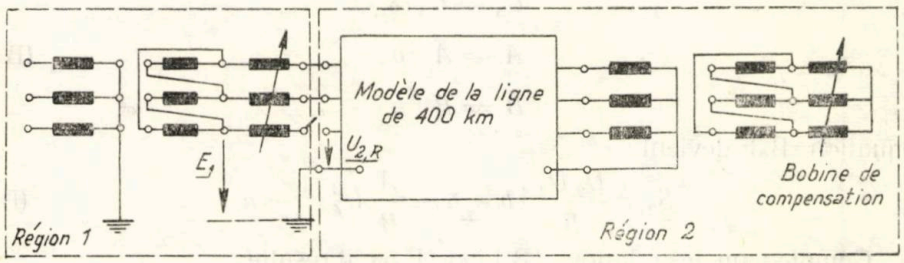


Fig. A.3

La mensuration des grandeurs $U_{2,R}$ et E_1 a été effectuée conformément au schéma électrique de la fig. (A.3). La tension électromotrice E_1, fournie par le système d'alimentation a été mesurée la ligne étant déconnectée.

ANNEXE B

Calcul de la puissance active qui peut être transportée par une ligne électrique longue

On considère une ligne électrique longue, représentée par le quadripole de la fig. (B.1).

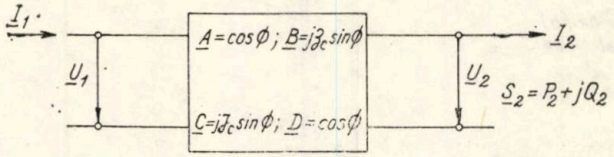


Fig. B.1

La puissance apparente absorbée sur une phase, dans le noeud de tension $\underline{U}_2$ est égale à :

$$\underline{S}_2 = \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^* = P_2 + jQ_2. \tag{B.1}$$

Si l'on écrit les équations des lignes longues de la forme :

$$\underline{U}_1 = \underline{A}\,\underline{U}_2 + \underline{B}\,\underline{I}_2 \tag{B.2, a}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{C}\,\underline{U}_2 + \underline{D}\,\underline{I}_2 \tag{B.2, b}$$

et si l'on élimine $\underline{I}_2$ entre les équations (B.1) et (B.2,a) on obtient :

$$\underline{S}_2 = \underline{U}_2 \cdot \left(\frac{\underline{U}_1 - \underline{A}\,\underline{U}_2}{\underline{B}}\right)^* \tag{B.3}$$

En prenant la tension $\underline{U}_2$ comme tension de référence et en considérant les autres grandeurs décalées comme suit :

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= U_1 \,|\underline{\delta} \\ \underline{A} &= A \,|\underline{a} \\ \underline{B} &= B \,|\underline{b} \end{aligned} \tag{B.4}$$

l'équation B.3 devient :

$$\underline{S}_2 = \frac{U_2 U_1}{B}\,|\underline{b-\delta} - \frac{A}{B}\,U_2^2\,|\underline{b-a} \tag{B.5}$$

Compte tenu des relations (B.1) et (B.5), il résulte :

$$P_2 = \frac{U_2 U_1}{B}\cos(b-\delta) - \frac{A}{B}\,U_2^2\cos(b-a) \tag{B.6, a}$$

$$Q_2 = \frac{U_2 U_1}{B}\sin(b-\delta) - \frac{A}{B}\,U_2^2\sin(b-a) \tag{B.6, b}$$

Pour une ligne électrique longue, considérée sans pertes, $b = \frac{\pi}{2}$ et $a = 0$.

En remplaçant les valeurs de $b = \frac{\pi}{2}$, $a = 0$ et $B = \mathfrak{z}_c \cdot \sin \Phi$ dans l'équation (B.6,a), pour une ligne électrique longue sans pertes :

$$P_2 = \frac{U_2 U_1}{\mathfrak{z}_c} \cdot \frac{\sin \delta}{\sin \Phi}. \tag{B.7}$$

Pour $\delta = \frac{\pi}{2}$, la puissance P_2 est maxima et a la valeur :

$$P_{2\,max} = \frac{U_2 \cdot U_1}{\mathfrak{z}_c} \quad \frac{1}{\sin \Phi} \tag{B.8, a}$$

Si $U_2 = U_1$, l'expression de la puissance maxima a la forme :

$$P_{2\,max} = \frac{U_2^2}{\mathfrak{z}_c} \quad \frac{1}{\sin \Phi} \tag{B.8, b}$$

Mais,

$$\frac{U_2^2}{\mathfrak{z}_c} = S_N. \tag{B.9}$$

D'où, si l'on remplace la relation (B.9) dans la relation (B.8), on obtient :

$$P_{2\,max} = \frac{S_N}{\sin \Phi}. \tag{B.10}$$

ANNEXE C

Calcul de la tension au milieu d'une ligne électrique longue, compensée transversalement, de manière à ce que les tensions aux deux extrémités soient égales

On considère une ligne électrique longue compensée transversalement à l'extrémité située vers le consummateur de manière à ce que les tensions aux deux extrémités de la ligne soient algébriquement égales.

Dans ce cas se trouve remplie la condition donnée dans la relation (2.17), de la forme suivante :

$$[\cos(\Phi + \varphi) + q_{2\,\text{critique}} \cdot \sin(\Phi + \varphi)]^2 + p_2^2 \sin^2(\Phi + \varphi) = 1 \tag{C.1}$$

Où :

Φ = longueur de la ligne électrique longue réelle mesurée en degrés

$\Phi + \varphi$ = longueur de la ligne électrique longue équivalente

φ = longueur électrique supplémentaire, mesurés en degrés, dûe à l'impedance ponctuelle X_1 du système, (mesurée au noeud d'alimentation de la ligne électrique longue, vor eq. 2.3) ;

$q_{2\ \text{critique}}$ = puissance réactive, rapportée à la puissance naturelle devant être consommée au noeud de tension U_2, de manière à ce que les tensions aux extrémités de la ligne électrique longue équivalente soient égales.

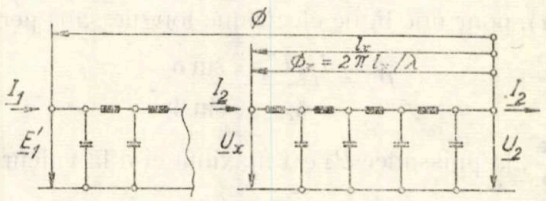


Fig. C.1

En considérant l'origine des longueurs, mesurées en degrés, à l'extrémité située vers le consummateur, respectivement pour $\Phi_x = 0$, $\underline{U}_x = \underline{U}_2$, $\underline{I}_x = \underline{I}_2$ et compte tenu des notations données dans la figure (C. 1) on peut écrire les relations :

$$\underline{U}_x = \underline{U}_2 \cos \Phi_x + j\, 3_c\, \underline{I}_2 \sin \Phi_x \qquad \text{(C.2, a)}$$

$$\underline{I}_x = j\, y_c\, \underline{U}_2 \sin \Phi_x + \underline{I}_2 \cos \Phi_x \qquad \text{(C.2, b)}$$

où :

$\underline{U}_2$, $\underline{I}_2$ = tension et courant à l'extrémité située vers le consummateur, où $\Phi_x = 0$;

$\underline{U}_x$, $\underline{I}_x$ = la tension et le courant dans un noeud situé sur la ligne longue, placé á une distance Φ_x.

3_c = l'impédance caractéristique de la ligne longue considérée.

Si dans le noeud de tension U_2 on considère un consommateur :

$$\underline{S}_2 = P + j\, Q_{2\ \text{critique}} = \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^* ,$$

alors :

$$\underline{I}_2 = \frac{P_2 - j\, Q_{2\ \text{critique}}}{\underline{U}_2^*} \qquad \text{(C.3)}$$

En remplaçant la relation (C. 3) dans la relation (C. 2, a) on obtient :

$$\underline{U}_x = \underline{U}_2 \left[\cos \Phi_x + j\, \frac{3_c}{\underline{U}_2\, \underline{U}_2^*} (P_2 - j\, Q_{2\ \text{critique}}) \cdot \sin \Phi_x \right] \qquad \text{(C.4)}$$

ou, compte tenu du fait que :

$$\frac{3_c}{\underline{U}_2 \cdot \underline{U}_2^*} = \frac{3_c}{U_2^2} = \frac{1}{S_N}$$

et notant :

$$\frac{P_2}{S_N} = p_2 \text{ et } \frac{Q_{2\ \text{critique}}}{S_N} = q_{2\ \text{critique}} ,$$

on obtient :

$$\underline{U}_x = \underline{U}_2 \left[\cos \Phi_x + q_{2\,\text{critique}} \sin \Phi_x + j p_2 \sin \Phi_x\right] \qquad \text{(C.5)}$$

D'où :

$$\left[\frac{|\underline{U}_x|}{|\underline{U}_2|}\right]^2 = [\cos \Phi_x + q_{2\,\text{critique}} \sin \Phi_x]^2 + p_2^2 \sin^2 \Phi_x . \qquad \text{(C.6)}$$

En développant la relation (C. 6) et en remplaçant la fonction cosinus par la fonction sinus, on obtient :

$$\left[\frac{|\underline{U}_x|}{|\underline{U}_2|}\right]^2 = 1 - (1 - p_2^2 - q_{2\,\text{critique}}^2) \sin^2 \Phi_x + 2\, q_{2\,\text{critique}} \sin \Phi_x \cos \Phi_x \qquad \text{(C.7, a)}$$

ou encore :

$$\left[\frac{|\underline{U}_x|}{|\underline{U}_2|}\right]^2 = 1 - (1 - p_2^2 - q_{2\,\text{critique}}^2) \sin^2 \Phi_x + q_{2\,\text{critique}} \sin 2\, \Phi_x \qquad \text{(C.7, b)}$$

En mettant la condition que pour $\Phi_x = \Phi' = \Phi + \varphi$ on a $\dfrac{|\underline{U}_x|}{|\underline{U}_2|} = 1$,

la relation (C. 7) acquiert la forme suivante :

$$1 = 1 - (1 - p_2^2 - q_{2\,\text{critique}}^2) \sin^2 (\Phi + \varphi) + q_{2\,\text{critique}} \sin 2\, (\Phi + \varphi) \qquad \text{(C.8)}$$

D'où :

$$(1 - p_2^2 - q_{2\,\text{critique}}^2) = 2\, q_{2\,\text{critique}} \cdot \operatorname{cotg} (\Phi + \varphi) . \qquad \text{(C.9)}$$

En remplaçant la relation (C. 9) dans la relation (C. 7, b) on obtient finalement :

$$\left[\frac{|\underline{U}_x|}{|\underline{U}_2|}\right]^2 = 1 + 2\, q_{2\,\text{critique}} \frac{\sin \Phi_x \cdot \sin (\Phi + \varphi - \Phi_x)}{\sin (\Phi + \varphi)} \qquad \text{(C.10)}$$

En notant avec :

$$\Phi' = \Phi + \varphi$$

pour

$$\Phi_x = \frac{\Phi'}{2} = \frac{\Phi + \varphi}{2},$$

la relation (C. 10) devient :

$$\frac{|\underline{U}_{\Phi'/2}|}{|\underline{U}_2|} = 1 + q_{2\,\text{critique}} \operatorname{tg} \frac{\Phi'}{2} . \qquad \text{(C.11)}$$

Si $p_2 < 1$, alors $q_{2\ \text{critique}}$ est positif (v. eq.2.18) donc la tension au milieu de la ligne équivalente — pour tg $\Phi'/2 > 0$, $1 < 1500$ km — sera plus elevée que la tension $\underline{U}_2$, donc il se produira une surtension au milieu de la ligne.

La surtension sera maxima pour $q_{2\ \text{critique max.}}$, respectivement pour $p_2 = 0$.

Dans ce cas, conformément à la relation (2.18),

$$q_{2\ \text{critique max.}} = \frac{1 - \cos(\Phi + \varphi)}{\sin(\Phi + \varphi)} = \frac{2\sin^2 \dfrac{\Phi + \varphi}{2}}{\sin(\Phi + \varphi)} = \operatorname{tg} \frac{\Phi'}{2} \qquad \text{(C.12)}$$

En remplaçant la valeur obtenue pour $q_{2\ \text{critique}}$ de la relation (C. 12) dans la relation (C. 11) on obtient :

$$\left[\frac{|\underline{U}_{\Phi/2}|}{|\underline{U}_2|}\right]^2 = 1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\Phi'}{2} = \frac{1}{\cos^2 \dfrac{\Phi'}{2}} \qquad \text{(C.13)}$$

ou, la surtension maxima au milieu de la ligne sera ègale à :

$$[\underline{U}_{\Phi/2}]_{\max} = \frac{|\underline{U}_2|}{\cos \Phi'/2} \qquad \text{(C.14)}$$

q.e.d. (relation 2.25).

ANNEXE D

Exemple de calcul de la surtension qui apparaît dans le cas d'une interruption de phase à l'endroit de l'interruption et aux bornes de l'autotransformateur connecté à l'extrémité de la ligne considérée. Le calcul des constantes de la ligne de 400 kV en longueur de 400 km.

$$x_{d,0} = 0{,}332\ \Omega/\text{km} \ ; \quad y_{h,0} = 1{,}075\ \Omega/\text{km}$$

$$y_{d,0} = 3{,}52.10^{-6}\ \text{S/km} \ ; \quad y_{h,0} = 2{,}6.10^{-6}\ \text{S/km}.$$

L'impédance directe caractéristique de la ligne

$$\mathfrak{z}_{c,d} = \sqrt{\frac{x_{d,0}}{y_{d,0}}} = \sqrt{\frac{0{,}332}{3{,}52}\ 10^6} = 310\ \Omega.$$

L'impédance homopolaire caractéristique de la ligne :

$$\mathfrak{z}_{c,h} = \sqrt{\frac{x_{h,0}}{y_{h,0}}} = \sqrt{\frac{1{,}075}{2{,}6}\ 10^6} = 643\ \Omega.$$

Les impédances directes et homopolaires de marche à vide, $x_{d,g,\Phi}$, et courtcircuit, $x_{sc,\Phi}$, de la ligne réelle de longueur, mesurée en degrés ;

— la réactance directe de marche à vide de la ligne réelle :

$$x_{d,g,\Phi} = -\frac{3_{c,d}}{\operatorname{tg}\Phi_d} = -\frac{310}{\operatorname{tg}25^\circ} = -656{,}8\ \Omega.$$

où :

$$\Phi_d = \sqrt{x_{d,0}y_{d,0}}\cdot l = 3_{c,d}\,y_{d,0}\,l = 310\cdot 3{,}52\cdot 10^{-6}\cdot 400 = 0{,}432\ \text{rad.} \cong 25^\circ$$

— la réactance homopolaire de marche à vide de la ligne réelle :

$$x_{h,g,\Phi} = -\frac{3_{c,h}}{\operatorname{tg}\Phi_h} = -\frac{643}{\operatorname{tg}38{,}5} = -808\ \Omega.$$

où :

$$\Phi_h = \sqrt{x_{h,0}y_{h,0}}\,l = 3_{c,h}\cdot y_{h,0}\cdot l = 643\cdot 2{,}6\cdot 10^{-6}\cdot 400 = 0{,}67\ \text{rad} = 38^\circ 30'$$

— la réactance directe, de courtcircuit de la ligne réelle

$$x_{d,sc,\Phi} = 3_{c,d}\ \operatorname{tg}\Phi_d = 310\cdot \operatorname{tg}25^\circ = 143\ \Omega$$

voir la formule (2.14) où $\varphi = 0$.

— la réactance homopolaire de courtcircuit de la ligne réelle

$$x_{h,sc,\Phi} = 3_{c,h}\ \operatorname{tg}\Phi_h = 643\cdot \operatorname{tg}38{,}5^\circ = 504\ \Omega.$$

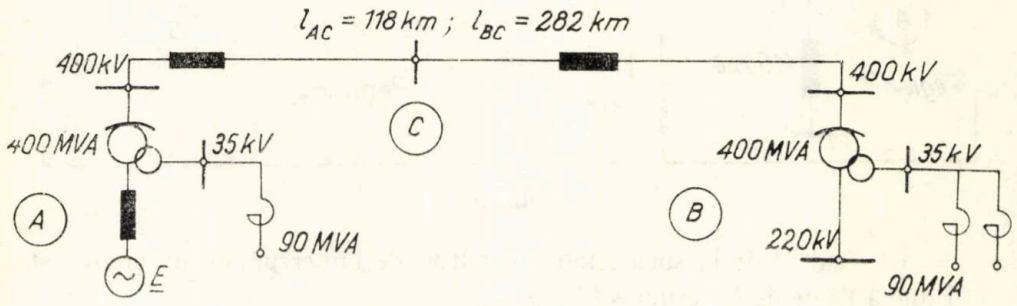


Fig. D.1

Cas No. 1. La ligne alimentée par la station d'interconnexion A et déconnectée sur 220 kV dans la station d'interconnexion B, ayant sur le côté de 35 kV deux réacteurs de 90 MVA chaqun.

Le schéma électrique de fonctionnement de la ligne est donné dans la fig. (D. 1).

— réactance directe du système :

$$x_{d,\ \text{système}} = 234\ \Omega.$$

— réactance homopolaire du système :

$$x_{h,\ \text{système}} = 120\ \Omega.$$

Le schéma équivalent direct du système est donné dans la fig. (D 2).
Le schèma équivalent homopolaire du système est donné dans la fig. (D. 3).

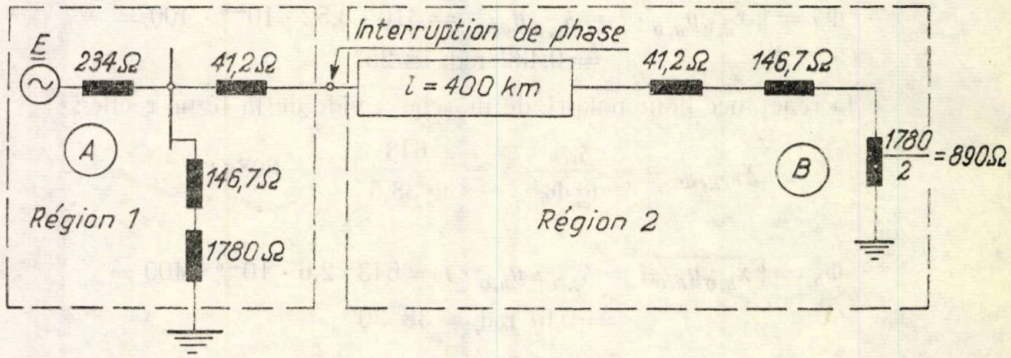


Fig. D.2

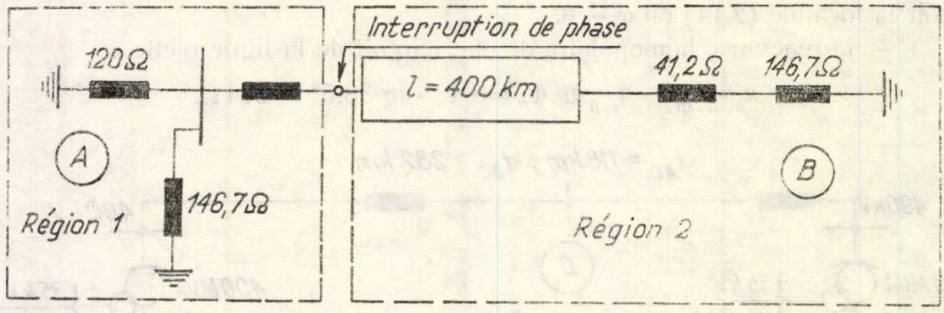


Fig. D.3

a) Le calcul de la surtension à l'endroit de l'interruption de phase est effectué à l'aide de la formule (A. 1) :

$$m_A = \left| \frac{U_{2,R}}{E_1} \right| = \frac{x_{2,sc,h} - x_{2,sc,d}}{x_{1,sc,d} + x_{2,sc,d} + 2(x_{1,sc,h} + x_{2,sc,h})}$$

— $x_{2,sc,d}$ est calculé a l'aide de la formule (2. 16) où l'on néglige les résistances :

$$x_{2,sc,d} = x_{d,g,\Phi} \frac{x_{d,sc,\Phi} + x_{d,u}}{x_{d,g,\Phi} + x_{d,u}}$$

où :

$x_{d,\,u}$ — réactance de compensation connectée à l'extrémité de la ligne (v. fig. D. 2)

$$x_{d,\,u} = 41{,}2 + 146{,}7 + \frac{1780}{2} = 1077{,}9\ \Omega$$

$$x_{2,\,sc,\,d} = -656{,}8\ \frac{143 + 1077{,}9}{-656{,}8 + 1077{,}9} = -1900\ \Omega.$$

$$x_{2,\,sc,\,h} = x_{h,\,g,\,\Phi}\ \frac{x_{h,\,sc,\,\Phi} + x_{u,\,h}}{x_{h,\,g,\,\Phi} + x_{u,\,h}}$$

$$x_{u,\,h} = 41{,}2 + 146{,}7 = 187{,}9\ \Omega$$

$$x_{2,\,sc,\,h} = -808\ \frac{504 + 187{,}9}{-808 + 187{,}9} = 902\ \Omega.$$

Le schéma direct de la région 1 se réduit à celui donné dans la fig. (D. 4).

$$x_{1,\,sc,\,d} = 41{,}2 + \frac{234 \times (146{,}7 + 1780)}{234 + 146{,}7 + 1780} = 212\ \Omega$$

$$E' = \frac{\underline{E}\left(\dfrac{1}{234} + \dfrac{1}{146{,}7 + 1780}\right)}{\dfrac{1}{234}\quad\dfrac{1}{146{,}7 + 1780}} = 0{,}905\,E.$$

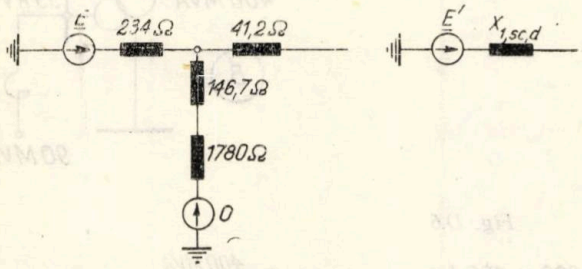


Fig. D.4

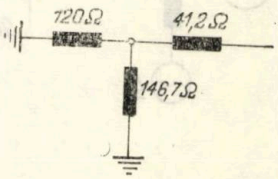


Fig. D.5

Le schéma homopolaire de la région 1 se réduit à celui donné dans la fig. (D. 5).

$$x_{1,\,sc,\,h} = 41{,}2 + \frac{120 \cdot 146{,}7}{120 + 146{,}7} = 107{,}2\ \Omega.$$

Avec la formule (A. 1)

$$m_A = \frac{902 + 1900}{212 - 1900 + 2\,(107{,}2 + 902)} = \frac{2802}{330{,}4} = 8{,}5.$$

b) Le calcul de la surtension aux bornes de l'autotransformateur connecté à l'extrémité de la ligne est calculé à l'aide de la formule (3. 32, b) :

$$\underline{U}'_{2,R} = \underline{E}\,\frac{\underline{Z}'_{2,sc,h} - \underline{Z}'_{2,sc,d}}{\underline{Z}_{sc,d} + 2\,\underline{Z}_{sc,h}}.$$

Si l'on néglige les résistances et l'on prend en considération les formules (3.30) et (3.12), l'expression (3.32,b) devient :

$$m_B = \frac{\underline{U}'_{2,B}}{\underline{E}} = \frac{K_d\,x_{2,sc,h} - K_h\,x_{2,sc,d}}{x_{1,sc,d} + x_{2,sc,d} + 2\,(x_{1,sc,h} + x_{2,sc,h})}$$

où K_d et K_h sont calculés à l'aide de la formule (3.32) :

$$K_d = \frac{1}{\cos\Phi_d} \cdot \frac{x_{d,u}}{x_{d,u} + x_{d,sc,\Phi}} = \frac{1}{\cos 25^\circ} \cdot \frac{1077{,}9}{1077{,}9 + 143} = 0{,}97$$

$$K_h = \frac{1}{\cos\Phi_h} \cdot \frac{x_{h,u}}{x_{h,u} + x_{h,sc,\Phi}} = \frac{1}{\cos 38{,}5^\circ} \cdot \frac{187{,}9}{187{,}9 + 504} = 0{,}347$$

$$m_B = \frac{0{,}347 \times 902 + 0{,}97 \times 1900}{212 - 1900 + 2\,(107{,}2 + 902)} = 6{,}5.$$

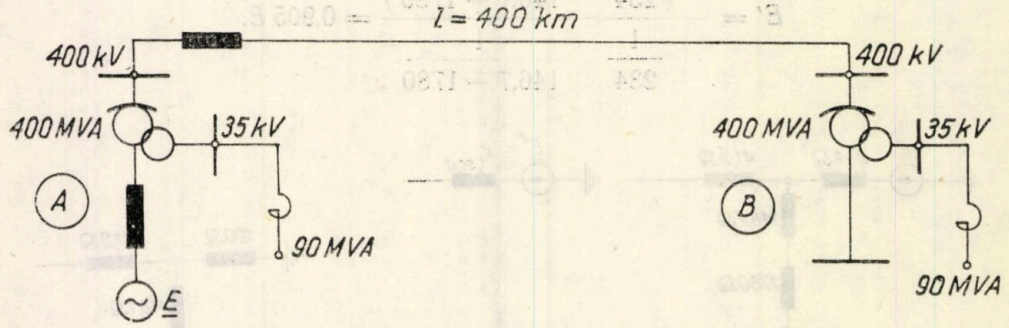


Fig. D.6

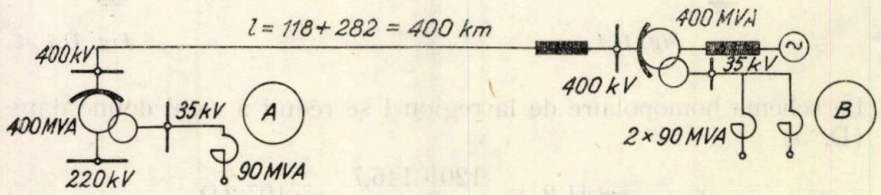


Fig. D.7

Cas No. 2. Le même schéma que dans le cas No. 1 avec la seule différence que l'on n'accouple qu'un seul réacteur dans la station B.

En faisant les mêmes calculs que dans le cas No. 1 on obtient

$$m_A = 1{,}52$$

$$m_B = 1{,}09$$

Cas No. 3. La ligne alimentée par la station B et déconnectée sur 220 kV dans la station d'interconnexion A, ayant sur le côté de 35 kV un réacteur de 90 MVA. Le schéma électrique de fonctionnement est le suivant :

$$m_B = 2{,}02 \qquad m_A = 1{,}46.$$

La chaire des centrales électriques
Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *A. Edlingen, H. Glavitsch, A. Ritter :* Emploi de selfs à H.T. pour la compensation de lignes de transport à très haute tension. C.I.G.R.É. 1964 Raport 402.
2. * * * Rukovodiastche ukazanie po zastschite ot perenapreajenii elektrotechnitcheskik ustanovok peremenovo toka 3—500 kV. Elektritcheskie Stantzii, nr. 12, 1964.
3. *A. N. Gensengern :* Regimy raboty dalnyh elektroperedatchi 500 kV, Energhia. Moscou — Léningrad, 1964.
4. *R. Eisner :* Der Einfluss der Netzvorgänge auf die Isolationsbemessung von Hochspannungsübertragungen, E.T.Z. — A, XIV 24, 1964.
5. *A. A. Akopyan, U. S. Likov, S. S. Rokotjione, V. P. Fotin :* Surtension de manoeuvre sur les lignes de transport à 500 kV, à longues distances et mesures prises pour leur limitation C.I.G.R.E., 1962, Rapport 405.
6. *Jaroslav Lerku Stamolov Swoboda :* Contributions au problème de la déconnexion à vide des lignes à longues distances Elektrotechnika — Obz. 1964, no. 6 ; pages 202—208.
6. *P. Baltensperger :* Ausschalten leerlaufender Leitungen im 300 kV — Netz — der Quebec H.E.C. unter extrem schweren Bedingungen. B.B.C. Mitt. 1961, nr. 7.
8. *I. S. Bruk, P. U. Zubkov, A. A. Kriukov, M. S. Libkind, I. M. Markovici, S. A. Sovalov :* Dalnye peredatchi peremenovo toka Izdatelstvo Akademii Nauk U.R.S.S. Moskva, 1958.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 4

REȚELE ELECTRICE

C.Z.: 621.316.54 : 621.3.014 : 621.314

SCHEME ECHIVALENTE DE CALCUL AL PROCESULUI DE RESTABILIRE A TENSIUNII DE LA ÎNTRERUPTOR, ÎN CAZUL ELIMINĂRII UNUI SCURT-CIRCUIT PRODUS LA BORNELE UNUI TRANSFORMATOR *

GHEORGHE IACOBESCU

Este cunoscut faptul că intensitatea și tensiunea ce caracterizează regimul de funcționare al întreruptoarelor în condiții de scurtcircuit, nu sînt singurii factori de care trebuie să se țină seama în aprecierea puterii de rupere a acestora.

De numeroase ori s-a observat că un întreruptor deconecta cu succes un scurt-circuit în rețea, pe cînd un alt întreruptor de aceeași construcție, montat într-un alt punct al rețelei, nu funcționa corect la același scurt-circuit.

Cercetările efectuate au permis să se tragă concluzia că, comportarea diferită a întreruptoarelor în rețele se datorează legăturii care există între restabilirea regidității dielectrice la bornele acestora și restabilirea tensiunii care ia naștere la deconectare. Ca urmare a acestui fapt, pentru o alegere corectă a întreruptoarelor, se impune nu numai cunoașterea puterii de scurt-circuit care trebuie întreruptă, ci și a parametrilor tensiunii tranzitorii de restabilire (frecvența proprie și amplitudinea) sub care se face deconectarea rețelei. Determinarea lor se poate face prin calcul, prin metode experimentale în rețea sau prin modelare.

Indiferent de metoda aplicată, pentru simplificare se pot face studii și determinări numai în unele puncte caracteristice din rețea, care impun o funcționare critică întreruptorului, la orice putere de scurt-circuit întreruptă. Astfel, întreruperea unor puteri de scurt-circuit mari se face sub o frecvență proprie a procesului tranzitoriu de restabilire ridicată, ceea ce impune condiții de stingere a arcului electric foarte grele. La puteri de scurt-circuit mici sau la deconectări în gol, condițiile de întrerupere sînt de asemenea grele, deoarece, în acest caz, pe lîngă frevențe proprii ridicate, este posibilă apariția unui fenomen de instabilitate a arcului electric (mai ales pentru intensități sub 100 A), ceea ce determină supratensiuni importante la bornele întreruptorului.

* Manuscris primit la redacție la 16 februarie 1966.

Aceste puncte caracteristice care creează condiții grele la întrerupere, corespund defectelor produse la bornele transformatoarelor și reactoarelor conectate direct la întreruptoare, sau pe o linie de energie electrică cu un defect pînă la o distanță de 10 km de întreruptor (defectul kilometric). Studierea lor se face simplificat, ținînd seama că elementele rețelei cele mai

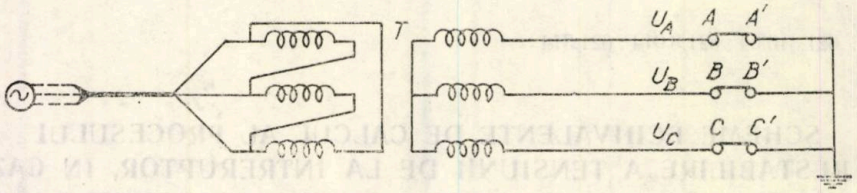


Fig. 1

apropiate de întreruptor (transformatoare, reactoare, cable de energie electrică) influențează în mod determinant desfășurarea procesului tranzitoriu de restabilire care apare le deconectare. Acest lucru permite neglijarea elementelor rețelei îndepărtate de întreruptor și folosirea unor scheme echivalente de calcul al procesului tranzitoriu de restabilire, care să ia în considerare numai transformatorul sau reactorul la care este legat întreruptorul.

În cadrul lucrării de față se propun scheme echivalente pentru calculul procesului tranzitoriu de restabilire a tensiunii, în cazul transformatorului cu două înfășurări și la eliminarea unui scurt-circuit trifazat produs pe partea de înaltă tensiune a acestuia. Întocmirea lor s-a făcut utilizînd teoria componentelor simetrice, iar pentru verificarea experimentală s-au utilizat cîteva transformatoare din rețeaua orașului București, rezultatele fiind satisfăcătoare.

1. *Principiul metodei*

Fie cazul unui scurt-circuit trifazat cu punere la pămînt, produs pe partea de înaltă tensiune a unui transformator, reprezentat în figura 1, în care s-au notat cu $\overline{U}_A$, $\overline{U}_B$ și $\overline{U}_C$ tensiunile celor trei faze, la bornele întreruptorului.

Dacă întreruptorul este închis, tensiunile la bornele acestuia vor fi nule, adică

$$\overline{U}_{AA'} = \overline{U}_{BB'} = \overline{U}_{CC'} = 0. \tag{1}$$

Deoarece deconectarea polilor întreruptorului are loc în etape, polul care întrerupe primul va lucra în condițiile cele mai grele.

La deconectarea lui, tensiunea tranzitorie de restabilire, care se presupune sub formă oscilatorie pornind de la zero, se poate imagina ca rezultat al injectării în rețea a unui curent egal și opus aceluia din faza în-

treruptă. În acest caz, s-a creat artificial un regim nesimetric al rețelei ale cărei tensiuni, dacă faza A este întreruptă prima, se pot scrie sub forma :

$$\begin{aligned} \bar{U}_A &= \bar{U}_0 + \bar{U}_1 + \bar{U}_2 = \bar{Z}\,\bar{I}_A \\ \bar{U}_B &= \bar{U}_0 + a^2\bar{U}_1 + a\,\bar{U}_2 = 0 \\ \bar{U}_C &= \bar{U}_0 + a\,\bar{U}_1 + a^2\bar{U}_2 = 0 \end{aligned} \tag{2}$$

unde $\bar{Z}$ este impedanța rețelei văzută de la bornele AA', iar $\bar{U}_0$, $\bar{U}_1$, $\bar{U}_2$ componentele simetrice ale tensiunii.

Rezolvarea sistemului (2) de ecuații determină :

$$\bar{U}_0 = \bar{U}_1 = \bar{U}_2 = \frac{\bar{U}_A}{3} \tag{3}$$

unde :

$$\begin{aligned} \bar{U}_0 &= \bar{Z}_0\,\bar{I}_0 \\ \bar{U}_1 &= \bar{Z}_1\,\bar{I}_1 \\ \bar{U}_2 &= \bar{Z}_2\,\bar{I}_2 \end{aligned} \tag{4}$$

Sistemul (4) de ecuații, împreună cu relația

$$\bar{I}_0 + \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = \frac{\bar{U}_A}{\bar{Z}} \tag{5}$$

verifică schema echivalentă redată în figura 2.

Dacă se ține seama că sistemul (4) de ecuații se poate scrie și sub forma :

$$\begin{aligned} 3\,\bar{U}_0 &= 3\,\bar{Z}_0\,\bar{I}_0 \\ 3\,\bar{U}_1 &= 3\,\bar{Z}_1\,\bar{I}_1 \\ 3\,\bar{U}_2 &= 3\,\bar{Z}_2\,\bar{I}_2 \end{aligned} \tag{4'}$$

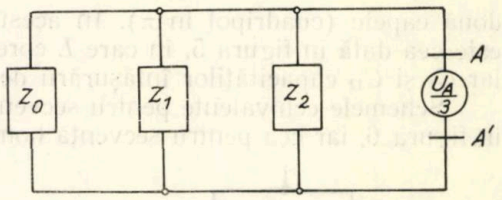


Fig. 2

atunci schema echivalentă din figura 2 se transformă în cea dată în figura 3, care este verificată de sistemul (4') și ecuația (5).

Dacă scurt-circuitul trifazat nu este pus la pământ, la întreruperea primei faze se obține schema echivalentă dată în figura 4.

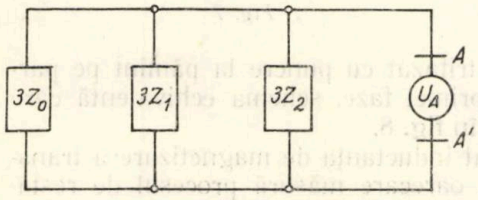


Fig. 3

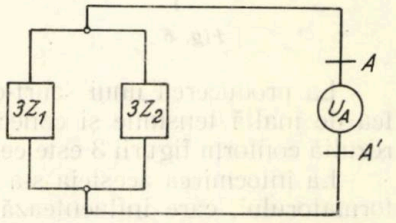


Fig. 4

Aceste scheme echivalente generale s-au aplicat pentru studierea procesului de restabilire a tensiunii la bornele întreruptoarelor legate direct la transformatoare.

2. *Schemele echivalente ale transformatorului cu două înfășurări obținute în cazul unui scurt-circuit trifazat cu punere la pământ și deconectarea primei faze.*

Aplicarea schemei echivalente generale dată în figura 3 s-a făcut presupunînd pentru fiecare secvență o schemă echivalentă simplificată, în care capacitatea transformatoarelor a fost reprezentată ca mărime concentrată la capetele înfășurărilor.

Înfășurarea de înaltă tensiune s-a presupus cu conexiunea stea, iar cea de joasă tensiune scurt-circuitată și pusă la pământ, ceea ce, din punct de vedere fizic, corespunde legării transformatorului de sursă printr-un cablu de energie.

Repartizarea capacităților înfășurărilor se va accepta într-o primă aproximație după propunerea lui Bewley [2], adică în mod egal pe cele

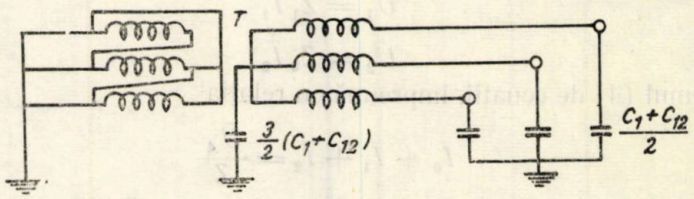


Fig. 5

două capete (cuadripol în π). În acest caz schema trifazată care rezultă este cea dată în figura 5, în care L corespunde inductanței de scurt-circuit, iar C_1 și C_{12} capacităților înfășurării de înaltă tensiune și între înfășurări.

Schemele echivalente pentru secvențele directă și inversă sînt cele date în figura 6, iar cea pentru secvența homopolară în figura 7.

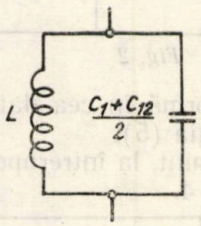


Fig. 6

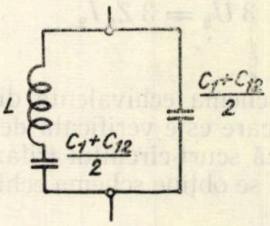


Fig. 7

La producerea unui scurt-circuit trifazat cu punere la pământ pe partea de înaltă tensiune și conectarea primei faze, schema echivalentă care rezultă conform figurii 3 este cea dată în fig. 8.

La întocmirea acesteia s-a neglijat inductanța de magnetizare a transformatorului, care influențează într-o oarecare măsură procesul de restabilire a tensiunii. Introducerea ei complică schema echivalentă. De aceea,

pentru simplificare se propune o mărire a capacităților pe capetele înfășurării în schema de secvență homopolară, care să compenseze neglijarea inductanței de magnetizare. Astfel, pe partea de înaltă tensiune se mărește capacitatea pe capetele înfășurării la $\frac{2}{3}(C_1 + C_{12})$, în cazul conexiunii în stea și la $(C_1 + C_{12})$ pentru conexiunea în triunghi.

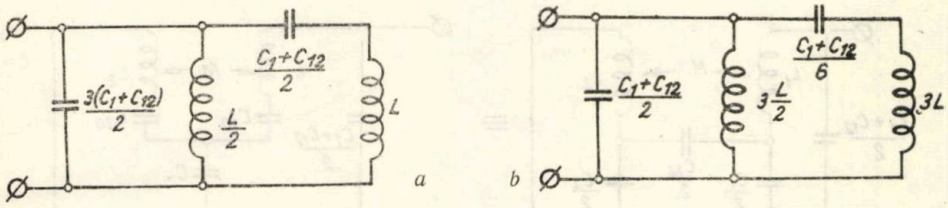


Fig. 8

Ținînd seama de această propunere și folosind componentele simetrice, schema echivalentă este similară celei din figura 8, însă cu valorile de capacități modificate ca în figura 9.

Desigur că pentru orice conexiune a înfășurărilor transformatorului, întocmirea schemelor echivalente pentru secvențele directă și inversă nu prezintă dificultăți sau diferențe mari de la o conexiune la alta.

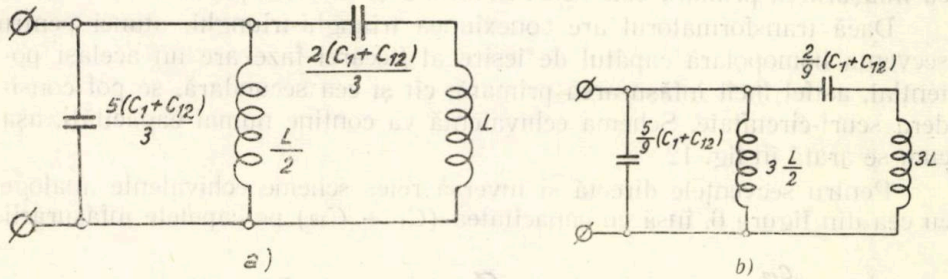


Fig. 9

Pentru secvența homopolară însă întocmirea schemei echivalente este mai complicată.

Fie, de exemplu, un transformator cu conexiune stea-stea, studiat în aceleași condiții. În acest caz, conform repartiției capacităților propusă de Bewley [2], schema echivalentă ce trebuie discutată și transformată este cea dată în figura 10. Dacă se admite că înfășurarea din partea alimentării este scurt-circuitată, atunci schema echivalentă a transformatorului corespunde celei din figura 11.

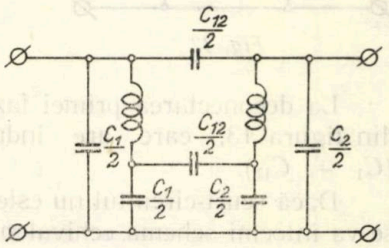


Fig. 10

O astfel de schemă este încercată de Hammarlund [3], care, după o serie de calcule și simplificări, o reduce la

două ramuri în paralel, una formată din capacitatea marginală (C_1+C_{12}), iar cealaltă dintr-o impedanță de forma:

$$Z = L_1 \frac{1}{p}\left[p^2 + \frac{1}{L_1\left(\frac{C_1 + C_{12}}{2}\right)}\right] \tag{7}$$

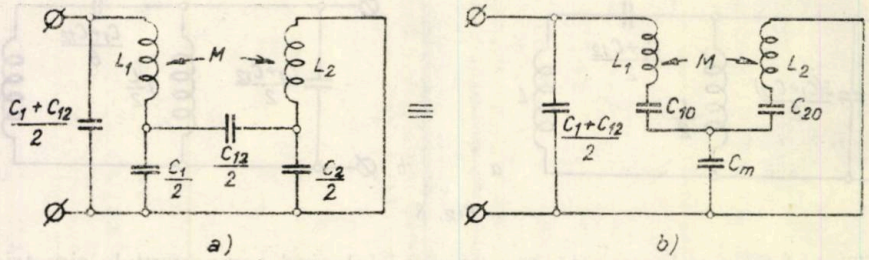


Fig. 11

Aceste ramuri, însă, corespund tocmai schemei echivalente pentru secvența homopolară dată în figura 7, care a fost obținută direct, presupunînd că înfășurarea primară este scurt-circuitată și pusă la pămînt.

Dacă transformatorul are conexiunea triunghi-triunghi, atunci pentru secvența homopolară capătul de ieșire al fiecărei faze are un același potențial, astfel încît înfășurarea primară, cît și cea secundară, se pot considera scurt-circuitate. Schema echivalentă va conține numai capacități, așa cum se arată în fig. 12.

Pentru secvențele directă și inversă reies scheme echivalente analoge cu cea din figura 6, însă cu capacitatea ($C_1 + C_{12}$) pe capetele înfășurării.

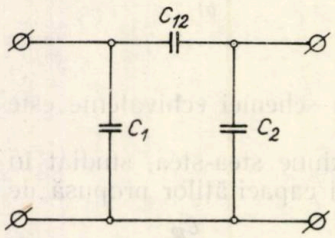


Fig. 12

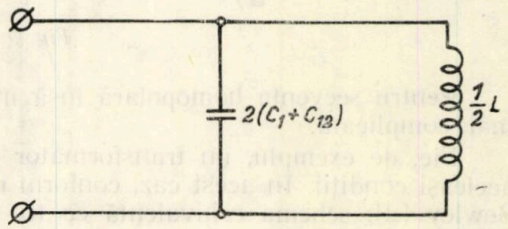


Fig. 13

La deconectarea primei faze se întocmește schema echivalentă simplă din figura 13, care are inductanța 1, 5 L, în paralel cu capacitatea ($C_1 + C_{12}$).

Dacă scurt-circuitul nu este pus la pămînt, la deconectarea primei faze, se va întocmi schema echivalentă conform figurii 4, ținînd seama de condițiile date în figura 5.

În acest caz, pentru conexiunea stea-stea a transformatorului, schema echivalentă de studiu a procesului de restabilire este dată în figura 14, iar pentru conexiunea triunghi-triunghi în figura 15.

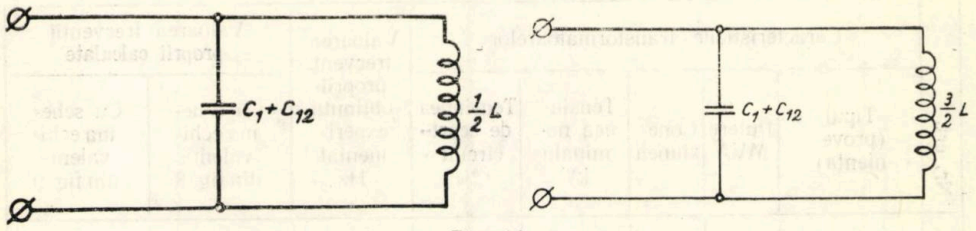


Fig. 14

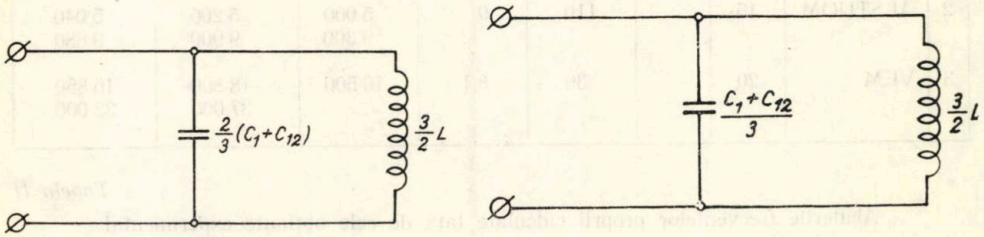


Fig. 15

3. *Verificarea experimentală a schemelor echivalente ale transformatorului, obținute în cazul scurt-circuitului trifazat cu punere la pământ*

Schemele echivalente ale transformatorului, redate în figurile 8 și 9, au fost verificate prin experimentări făcute pe mai multe transformatoare.

Pentru experimentare s-a utilizat metoda de rezonanță la înaltă frecvență [4].

Schema de experimentare a presupus înfășurarea de joasă tensiune a transformatorului scurt-circuitată și pusă la pământ, iar cea de înaltă tensiune cu două faze puse la pământ, a treia fiind deconectată și legată la un oscilator de frecvențe, cu ajutorul căruia s-au injectat oscilațiile de tensiune la diferite frecvențe. Curenții corespunzători s-au măsurat cu ajutorul unui miliampermetru.

Prin realizarea acestei scheme experimentale, s-au creat artificial condițiile unui proces de restabilire, care are loc la ruperea primei faze în cazul unui scurt-circuit trifazat cu punere la pământ pe partea de înaltă tensiune, partea de joasă tensiune fiind legată la un cablu puternic de energie.

Măsurile efectuate se referă la mai multe transformatoare de diferite puteri și proveniențe, din care se reproduc în tabela I numai rezultatele obținute pentru cîte un transformator din fiecare serie de încercări. În tabela II sînt redate abaterile valorilor frecvențelor proprii calculate, față de cele experimentale.

Tabela I

Rezultatele de calcul și experimentale ale frecvențelor proprii ale unor transformatoare studiate din rețeaua orașului București

Nr. crt.	Caracteristicile transformatoarelor					Valoarea frecvenț. proprii obținută experimental Hz	Valoarea frecvenții proprii calculate	
	Tipul (proveniența)	Putere MVA	Conexiunea	Tensiunea nominală kV	Tensiunea de scurt-circuit %		Cu schema echivalentă din fig. 8	Cu schema echivalentă din fig. 9
1	ASEA	10		30	7,2	10 800	12 450 23 800	11 800 23 100
2	ALSTHOM	15		110	9	5 000 9 300	5 200 9 900	5 040 9 880
3	VEM	20		30	8,1	16 500	18 800 37 000	16 850 33 000

Tabela II

Abaterile frecvențelor proprii calculate față de cele obținute experimental

Tipul transformatorului	Abateri corespunzătoare schemei echivalente din figura 8	Abateri corespunzătoare schemei echivalente din figura 9
ASEA	$\frac{12\,450 - 10\,800}{10\,800} = 15{,}3\%$	$\frac{11\,800 - 10\,800}{10\,800} = 9{,}25\%$
ALSTHOM	$\frac{5\,200 - 5\,000}{5\,000} = 4\%$	$\frac{5\,040 - 5\,000}{5\,000} = 0{,}8\%$
	$\frac{9\,900 - 9\,300}{9\,300} = 6{,}45\%$	$\frac{9\,880 - 9\,300}{9\,300} = 6{,}2\%$
V.E.M.	$\frac{18\,800 - 16\,500}{16\,500} = 13{,}9\%$	$\frac{16\,850 - 16\,500}{16\,500} = 2{,}12\%$

Interpretarea rezultatelor permite, să se facă următoarele observații :

a. Utilizarea schemei echivalente de calcul din figura 9 determină rezultate mai aproape de cele experimentale decît schema din figura 8.

b. Abaterea cea mai mare a valorilor frecvențelor proprii calculate față de cele experimentale este de 15%, cînd se utilizează schema echivalentă din figura 8, și de 9% pentru cea din fig. 9.

c. În cazul transformatorului 2 s-au obținut experimental două frecvențe proprii. Abaterea de la valoarea experimentală crește cu ordinul frecvenței proprii.

4. *Valorile capacităților și inductanțelor utilizate pentru calculul frecvențelor proprii ale transformatoarelor*

În obținerea unor rezultate de calcul cît mai apropiate de cele experimentale, de o importanță mare este alegerea parametrilor fizici ai înfășurării transformatorului, inductanță și capacitate.

Se știe că inductanța scade cu creșterea frecvențelor proprii. De acest lucru s-a ținut seama, acceptînd propunerea lui Gosland [6], care recomandă o inductanță de calcul de 85% din inductanța de scurt-circuit a transformatorului.

Capacitățile au fost calculate cu relații recomandate în literatura tehnică de specialitate.

Astfel, pentru transformatoarele de tip ASEA s-au utilizat relațiile recomandate în literatura suedeză [7], adică :

$$C_1 = 70 \frac{S^{0,35}}{U_1^{0,175}} \text{ pF/fază}$$

$$C_2 = 1300 \frac{S^{0,5}}{U_2 + 13 + 0,2\, S^{0,5}} \text{ pF/fază} \qquad (7)$$

$$C_{12} = \frac{S^{0,5}}{U_1} 10^3 \text{ pF/fază}$$

unde $S_{(kVA)}$ și $U_{(kV)}$ reprezintă puterea și tensiunile transformatorului.

Pentru transformatorul ALSTHOM s-a utilizat propunerea făcută de Juillard [5], care recomandă o relație de calcul a capacității înfășurării de înaltă tensiune, cînd cea de joasă tensiune este pusă la pămînt, de forma :

$$C_{12} = \gamma \frac{S_{(kVA)}}{U_{(kV)}} 10^3 \text{ pF/fază} \qquad (8)$$

unde γ este un coeficient cuprins în limitele 0,01 și 0,02. Aceste valori de calcul obținute s-au comparat cu valorile experimentale ale capacităților unor transformatoare și rezultatele au fost apropiate.

5. *Concluzii*

a. Utilizarea metodei componetelor simetrice, la studierea și întocmirea schemelor echivalente ale transformatoarelor pentru calculul procesului de restabilire la bornele unui întreruptor, este ușor de aplicat și permite obținerea unor rezultate apropiate de cele experimentale. Ea se poate extinde cu ușurință la întocmirea schemei echivalente pentru orice tip de defect și deconectarea fazelor întreruptorului pe etape.

b. Schemele echivalente propuse au două frecvențe proprii, fiind analoge cu cele indicate în literatura tehnică de specialitate.

c. Verificările experimentale arată că schemele propuse redau teoretic desfășurarea procesului de restabilire într-un mod apropiat de desfășurarea reală a acestuia.

Catedra de rețele electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Wanger W., Brown J. K.:* Die Berechnung des Schwingungverlaufes der wiederkehrenden Spannung nach kurtschluss-Abschaltungen-B.B. Mitt. 24—1937.

2. *Bewley L. V.:* Equivalent circuits of transformers and reactors to switching surges. Trans. AIEEE-58 1939.

3. *Hammarlund P.E.:* Vosstanovliavaiusceia napriajenia na kontaktah vikliuciatelia — traducere în l. rusă 1956.

4. *Fourmarier P., Brown J. K.:* Die Bestimmung des Verlaufes der wiederkehrenden Spannung nach Kurzschlussabschaltungen nach einer Hochfrequenz-Rezonanz-Methode-BBC-8-1937.

5. *Juillard E., Puppikopfer H.:* Rapport sur les travaux du Comité International d'Études des Interrupteurs-CIGRE 1948 — Rapport 138.

6. *Gosland D.:* Restriking voltage characteristics under various fault condition at typical points on the network of a large city supply authority-J.I.E.E. 86—1940.

7. * * * Handbok für beräkning av den transienta atervandande spaningen: Utvigen av kommitten för Studier av Kopplingsförlopp i kraftnat — Stockholm 1952.

8. *Gh. Iacobescu:* Contribuții la studiul procesului de restabilire a tensiunii la bornele întreruptoarelor cu aplicații la rețelele electrice din R.P.R. — teză de dizertație 1959.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 4

AUTOMATICĂ

C.Z.: 621.314 : 621.3.02 : 621.316

REALIZAREA CONDIȚIILOR LA LIMITA DE SEPARAȚIE A DOUĂ MEDII PE UN MODEL DE TIP REȚEA CU AJUTORUL TRANSFORMATOARELOR ELECTRICE *

ADRIAN PETRESCU

În lucrarea [1] s-a arătat că folosirea unor transformatoare cu o mare inductanță de mers în gol și cu pierderi mici în miez permite simplificarea modelului electric pe care se studiază probleme cu condiții la limită în domenii cu frontieră comună variabilă.

În cele ce urmează, se va arăta că prin cuplarea rețelelor pe care se modelează domeniile cu frontiera comună, cu ajutorul transformatoarelor,

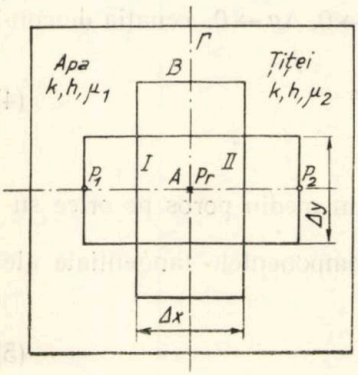


Fig. 1

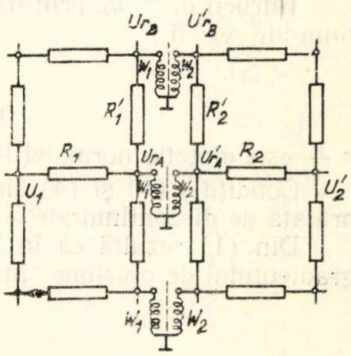


Fig. 2

se asigură condițiile la limita de separație a celor două medii cu proprietăți diferite.

Vom considera exemplul concret al dislocuirii țițeiului de către apă într-un zăcământ orizontal de grosime h, apa având viscozitatea μ_1 iar țițeiul μ_2 (fig. 1). Problema se modelează pe o rețea rezistivă având domeniile cuplate prin transformatoare (fig. 2).

* Manuscris predat la redacție în 12 ianuarie 1966.

Pentru punctul A ce se găsește pe frontiera Γ are loc condiția de continuitate a presiunii :

$$P_1|_\Gamma = P_2|_\Gamma \tag{1}$$

Pe rețea aceasta se traduce prin egalitatea tensiunilor la bornele primare și secundare ale transformatoarelor. Folosind factori de scară diferiți la măsurarea tensiunilor din primar și secundar, această condiție este satisfăcută.

Ecuația de continuitate a scurgerii fluidului prin frontiera Γ conduce la egalitatea debitului de fluid ce intră în paralelipipedul elementar I situat în stînga frontierei și a celui ce iese din paralelipipedul II situat la dreapta frontierei.

Paralelipipedele I și II sînt egale avînd dimensiunile Δx, Δy și h.

Pe baza legii lui Darcy în paralelipipedul I, în unitatea de timp, intră o cantitate de lichid q_1 egală cu :

$$q_1 = \frac{k}{\mu_1} \frac{P_1 - P_\Gamma}{\Delta x} \cdot \Delta y h \tag{2}$$

iar din cel din stînga iese o cantitate q_2 egală cu

$$q_2 = \frac{k}{\mu_2} \frac{P_\Gamma - P_2}{\Delta x} \Delta y h. \tag{3}$$

K este permeabilitatea mediului poros.

Întrucît $q_1 = q_2$, prin trecere la limită $\Delta x \to 0$, $\Delta y \to 0$, ecuația de continuitate va fi :

$$\frac{1}{\mu_1} \frac{\partial P_1}{\partial n} = \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial P_2}{\partial n} \tag{4}$$

n — este direcția normalei la frontiera Γ.

Condițiile (1) și (4) sînt satisfăcute într-un mediu poros pe orice suprafață de discontinuitate a mărimii μ.

Din (1) rezultă că în lungul frontierei componentele tangențiale ale gradientului de presiune sînt egale :

$$\frac{\partial P_1}{\partial \tau} = \frac{P_2}{\partial \tau} \tag{5}$$

τ — este direcția tangentei la frontiera Γ.

Pentru a aprecia frîngerea liniei de curent pe frontiera Γ exprimăm componentele vitezei de scurgere a fluidului de-o parte și de alta a frontierei :

$$\left.\begin{aligned} V_{n1} &= -\frac{k}{\mu_1} \frac{\partial P_1}{\partial n} \\ V_{\tau 1} &= -\frac{k}{\mu_1} \frac{\partial P_1}{\partial \tau} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned} V_{n2} &= -\frac{k}{\mu_2}\frac{\partial P_2}{\partial n} \\ V_{\tau 2} &= -\frac{k}{\mu_2}\frac{\partial P_2}{\partial \tau} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Unghiul α între vectorul vitezei $\bar{V}$ și normala n la frontiera Γ se definește prin relația:

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}(\bar{V}, \bar{n}) = \frac{V_\tau}{V_n} \tag{8}$$

La stînga frontierei avem:

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{\partial P_1/\partial \tau}{\partial P_1/\partial n} \tag{9}$$

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{\partial P_2/\partial \tau}{\partial P_2/\partial n}. \tag{10}$$

Împărțind relația (9) la (10) și luînd în considerație egalitățile (4) și (5), obținem:

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1}. \tag{11}$$

Exprimăm componentele vitezei cu ajutorul următoarelor diferențe finite:

$$\left.\begin{aligned} V_{n1} &= -\frac{k}{\mu_1}\frac{P_1 - P_{\Gamma A}}{\Delta x} \\ V_{\tau 1} &= -\frac{k}{\mu_1}\frac{P_{\Gamma B} - P_{\Gamma A}}{\Delta y} \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned} V_{n2} &= -\frac{k}{\mu_2}\frac{P_2 - P_{\Gamma A}}{\Delta x} \\ V_{\tau 2} &= -\frac{k}{\mu_2}\frac{P_{\Gamma B} - P_{\Gamma A}}{\Delta y} \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Vom examina modul în care se realizează pe rețea condiția (11).

Plecînd de la ecuațiile (12) și (13) și acceptînd sistemul de analogie P — U (presiune — potențial electric), Q — I (debit — curent electric) se poate construi pentru porțiunea de zăcămînt examinată mai sus rețeaua din figura 2.

Densitățile de curent prin rezistențele [1]) R_1 și R'_1 la stînga și R_2, R'_2 la dreapta frontierei Γ vor fi :

$$\delta_{n_1} = \frac{U_{\Gamma A} - U_1}{R_1 h \Delta y}$$

$$\delta_{\tau_1} = \frac{U_{\Gamma A} - U_{\Gamma B}}{R'_1 h \frac{\Delta x}{2}} \tag{14}$$

$$\delta_{n_2} = \frac{U'_2 - U'_{\Gamma A}}{R_2 h \Delta y}$$

$$\delta_{\tau_2} = \frac{U'_{\Gamma A} - U'_{\Gamma B}}{R'_2 h \frac{\Delta x}{2}} \tag{15}$$

Pe rețea tangentele unghiurilor făcute de linia de curent cu normala n vor fi date de relațiile :

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{U_{\Gamma A} - U_{\Gamma B}}{R'_1 \frac{\Delta x}{2}} \cdot \frac{R_1 \Delta y}{U_{\Gamma A} - U_1} \tag{16}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{U'_{\Gamma A} - U'_{\Gamma B}}{R'_2 \frac{\Delta x}{2}} \cdot \frac{R_2 \Delta y}{U'_2 - U'_{\Gamma A}} \tag{17}$$

Întrucît potențialele electrice ale nodurilor din stînga frontierei se înmulțesc cu raportul $\frac{W_1}{W_2}$, între numărul de spire din primar și cel din secundar [1], iar rezistențele cu $\left(\frac{W_1}{W_2}\right)^2$, ecuația de continuitate a curentului va fi :

$$\frac{U_{\Gamma A} - U_1}{h \Delta y R_1} = \frac{1}{\left(\frac{W_1}{W_2}\right)} \cdot \frac{U'_2 - U'_{\Gamma A}}{R_2 h \Delta y} \tag{18}$$

În acest mod din relațiile (16) și (17) va rezulta :

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \left(\frac{W_1}{W_2}\right)^2 \tag{19}$$

[1]) În legătură cu calculul rezistențelor rețelei cînd se cunosc parametrii mediului (vezi [2]).

Deoarece unghiurile de frîngere trebuie să fie egale, atît pentru mărimile hidraulice, cît și pentru cele electrice rezultă că este necesar a se îndeplini condiția :

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \left(\frac{W_1}{W_2}\right)^2 \tag{20}$$

Ultima condiție arată că alegînd raportul de transformare a tensiunii W_2/W_1, egal cu $(\mu_1/\mu_2)^2$, la cuplarea domeniilor rețelei prin transformatoare, se obține frîngerea liniei de curent corespunzătoare discontinuității viscozității pe frontiera Γ.

Catedra de automatică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *I. M. Tetelbaum, A. Petrescu:* O nouă metodă de modelare cu ajutorul rețelelor electrice a problemelor cu condiții la limită în domenii cu frontieră comună variabilă. Automatica și electronica, Vol. IX, nr. 1, 1965.

2. *A. Petrescu:* Modelarea cu ajutorul rețelelor electrice a curgerii lichidelor incompresibile prin medii poroase neomogene în condițiile acțiunii forței gravitației. Automatica și electronica Vol. VIII, nr. 3, 1964.

MŰSZAKI KÖNYVTÁR DOKUMENTÁCIÓS OSZTÁLY 1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII - 1966, Numărul 4

ELECTRONICA

C.Z.: 621.374.3 : 621.316.8 : 621.385

SOME CONSIDERATIONS ON THE DETERMINATION OF GRID DRIVING POWER IN R-F POWER AMPLIFIERS BY VARIOUS METHODS OF GRID-BIASING *

IOAN PONNER

Spitzer [1] was the first who investigated the field of calculating and measuring the excitation power taken by the grid circuit of power amplifiers, using for his tests a class C amplifier with fixed grid-bias. The operating frequency of the amplifier being chosed 60 c/s, this permited the power determination with the aid of high accuracy electrodynamic wattmeters.

On the basis of this experimental data, Spitzer deduced a relationship for the power dissipation of the tube grid : $P_d = BI_G^{1,51}$, where I_G is the continuos component of grid current, B a constant depending upon the tube type and its working conditions. This expression is not adequate since no method for the calculation of I_G or B was provided.

The problem of the grid circuit power absorbtion was reconsidered by Thomas [2], who obtained for the same particular case of fixed grid-bias a general relationship : $P_g = U_g I_G$, which as it results from the table presented at the end of this paper, gives results with differe betwen +5% and + 14,8%, from the power that was experimentally determined by Spitzer.

The calculation method used by Thomas was accepted in some publications of a more recent issue [3], [4], but however this doesn't provide a maximum accuracy.

Indeed, the continuous and the fundamental component of the grid current may be determined with a higher accuracy, taking into account that in normal operation, the grid current pulses have generally a similar shape to the fraction of a square of a sinusoid [5], [6], [7]. In this case the curves obtained by Terman and Roake [8] for the calculation of space current continuous and fundamental component as function of the angle of flow for various values of space current exponent, may be used.

From these curves one can obtain [4] the current utilization factor curves representing the ratio of fundamental component amplitude and the double of current pulses continues component (Eq (11) and fig. 3).

* Presented at the Scientific Sesssion of the Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest, 28—30 May 1965

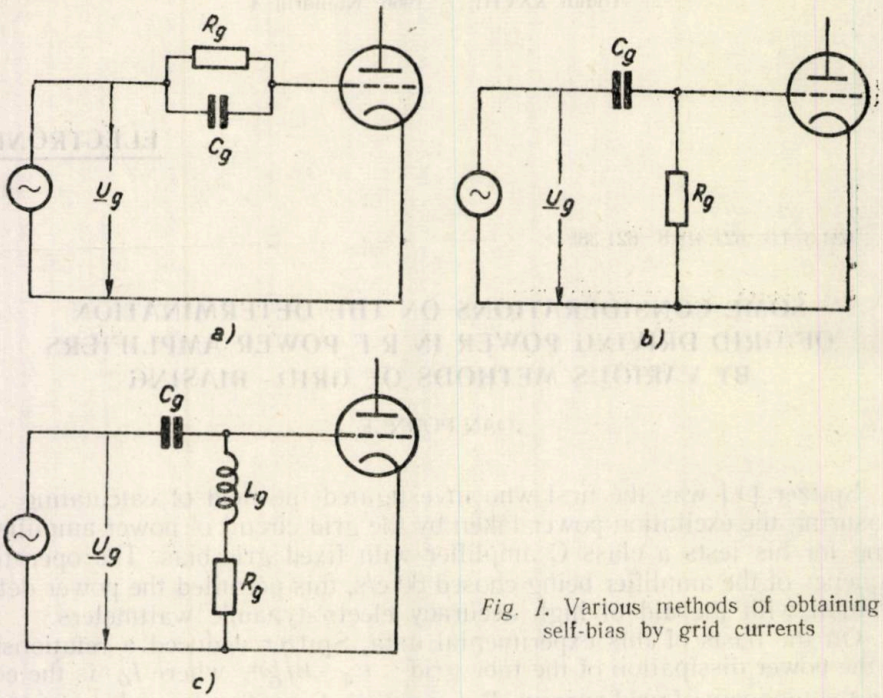


Fig. 1. Various methods of obtaining self-bias by grid currents

In the above mentioned papers the calculation of excitation power is performed considering a fixed grid-bias. Since in many case the grid-bias is obtained by grid currents, we will state the relationship of powers that intervene in the grid circuit for some types of self-bias circuit.

Ve shall consider the tube is under-excited, most frequently met in electronic generators and in power amplifiers. In this case the grid current is not influenced by the anode voltage and thus, the tube between the grid and the cathode is equivalent to a vacuum diode.

If the time constant τ_g satisfies the relation :

$$\tau_g = R_g C_g \geqslant 10\, T \tag{1}$$

where T is the period of the alternating grid voltage, it may be considered that the voltage at the capacitor terminals is maintained during a period practically constant.

Let us allow the following simplifying hypothesis :

1. We shall consider that the driving voltage is sinusoidal.
2. We neglect the internal resistance of the signal source.
3. We consider the voltage at the capacitor terminals during a period is perfectly constant.
4. We consider satisfied the condition :

$$\frac{1}{\omega C_g} \ll R_g . \tag{2}$$

1. Series Self-bias Group

The voltage between the grid and the cathode is :

$$u_G = -U_G + u_g = -U_G + U_g \cos \omega t \tag{3}$$

where U_G is the voltage at the capacitor terminals.

u_g — is the instantaneous value of the singnal source voltage.

U_g — is the amplitude of the signal.

The current flows through the tube only during the interval

$$U_g \cos \omega t \geqslant U_G . \tag{4}$$

This state is shown in the fig. 2.

The instantaneous value of the input power of the grid circuit is :

$$p_g = u_g i_G \tag{5}$$

where i_G is the instantaneous value of the grid current pulse.

The grid current pulse can be expressed according to a Fourier series :

$$i_G = I_G + I_{g1} \cos \omega t + I_{g2} \cos 2\omega t + \ldots + I_{gk} \cos k\omega t . \tag{6}$$

The average value of the grid input power is therefore :

$$P_g = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U_g \cos \omega t \, (I_G + I_{g1} \cos \omega t + I_{g2} \cos 2\omega t + \ldots + I_{gk} \cos k\omega t) \, d(\omega t). \tag{7}$$

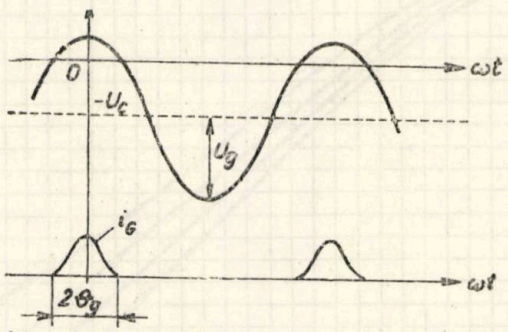


Fig. 2. Wareforms in the grid circuit

Performing the products, integrating and substituting the limits, we find:

$$P_g = \frac{1}{2} U_g I_{g1} . \tag{8}$$

It is possible to consider that all the alternating components of the grid current pass only through the capacitor C_g and that through the resistance

R_g passes only the continuous component of the grid current. (4 hypotheses). In this case the power dissipated by the grid resistance is :

$$P_R = U_G I_G . \tag{9}$$

The power dissipated by the tube grid is :

$$P_d = P_g - P_R = \frac{1}{2} U_g I_{g1} - U_G I_G . \tag{10}$$

Between the fundamental component and the continuous component we can deduce [4], [5] the relation

$$I_{g1} = 2j(\theta_g, n_g) I_G \tag{11}$$

where $j(\theta_g, n_g)$ is the grid current utilization factor.

θ_g — the semi-angle of the current pulse

n_g — the grid current exponent, its value may be taken 2.

The semi-angle θ_g of the grid current pulse results from the relation (3), for the moment corresponding to the grid current cancellation :

$$\cos \theta_g = \frac{U_G}{U_g} . \tag{12}$$

The voltage at the capacitor terminals is :

$$U_G = R_g I_G \tag{13}$$

The dependence of the grid current utilization factor on the angle θ_g is shown in fig. 3 parameter being the n_g exponent

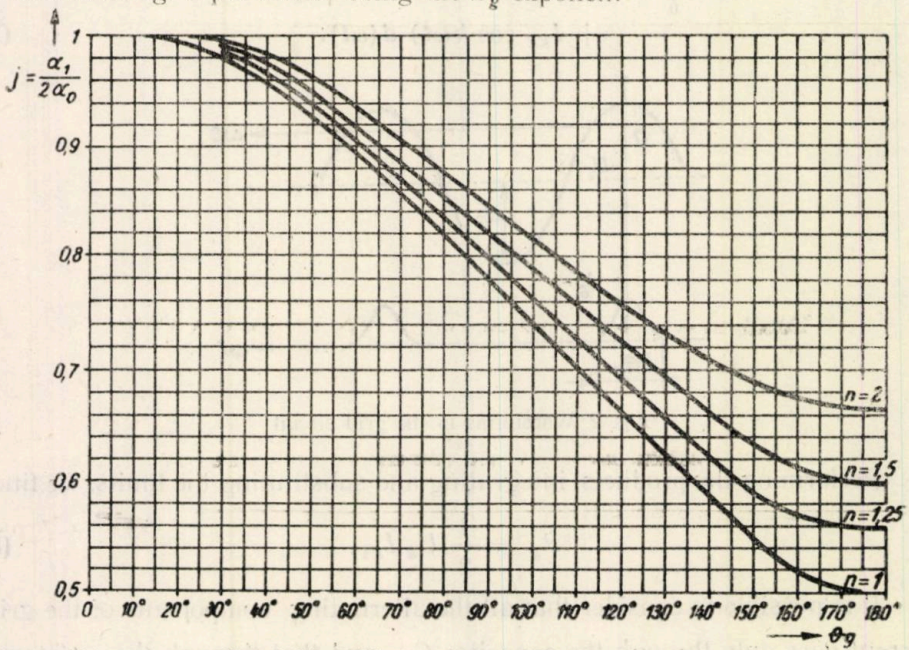


Fig. 3. The utilization factor of the grid current

On the basis of the relation (11), the expression of the grid circuit input power and the dissipated grid power become :

$$P_g = j(\theta_g , n_g)\, I_G\, U_g \tag{14}$$

$$P_d = [j(\theta_g , n_g)\, U_g - U_G]\, I_G \tag{15}$$

2. Parallel Self-bias Group

The voltage at the terminals of the resistance R_g and between the grid and the cathode is :

$$u_G = u_R = -U_G + U_g \cos \omega t \tag{16}$$

Applying the principle of the superposition, the power consumed by the grid resistance — taking into account both components of the applied voltage, is :

$$P_R = U_G I_G + \frac{U_g^2}{2R_g} \tag{17}$$

The instantaneous value of the dissipated grid power is :

$$p_d = u_G i_G \tag{18}$$

Expanding as above the grid current pulse in a Fourrier series, the average value of the dissipated grid power can be written :

$$P_d = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (-U_G + U_g \cos \omega t)(I_G + I_{g_1} \cos \omega t + $$

$$+ I_g \cos 2\omega t + \ldots + I_{gk} \cos \omega t)\, d(\omega t). \tag{19}$$

By achieving the products, after the integration and by substituting the limits results :

$$P_d = \frac{1}{2} U_g I_{g_1} - U_G I_G \tag{20}$$

or taking into account the relation (11) we have :

$$P_d = [j(\theta_g , n_g)\, U_g - U_G]\, I_G \tag{21}$$

The power input is :

$$P_g = P_R + P_d = j(\theta_g , n_g)\, U_g I_G + \frac{1}{2} \frac{U_g^2}{R_g} \tag{22}$$

Here, in the expression of the grid circuit input power, comparing to the relation (14) appears an additional term $\frac{1}{2}\frac{U_g^2}{R_g}$, which corresponds to the additional power loss in the circuit due to the flow of an alternating current produced by the signal source through the resistance R_g.

3. Parallel Self-bias Group with an Inductance in Series with the Grid Resistance.

By choosing a value for the inductance L_g so that

$$L_g \omega \geqslant 10\, R_g \tag{23}$$

it may be considered that through the resistance R_g the alternating current practically does not flow.

The direct current component of the grid current passing through the grid resistance gives:

$$P_R = U_G I_G . \tag{24}$$

The power dissipated by the tube grid is the same as in the preceeding case, i. e.:

$$P_d = \frac{1}{2} U_g I_g - U_G I_G . \tag{25}$$

The input power, on the basis of the relations (24) and (25) is:

$$P_g = P_R + P_d = \frac{1}{2} U_g I_g = j(\theta_g , n_g)\, U_g I_G . \tag{26}$$

CONCLUSIONS

The diagram in fig. 1 is equivalent to the fixed grid-bias diagram as far as the absorbed power is concerned. That't why we can compare the absorbed power value measured with high accuracy by Spitzer, to the calculated value of absorbed power, on the basis of the relation indicated by Thomas and relation (14). From the following table we can notice that the power determination error by means of the method proposed by Thomas is always positive and of a value that can reach 14,8%, whereas the power determination error on basis of relation (14) alternates around zero and does not exceed 2,89%.

Tube type	U_g (V)	I_G (mA)	U_G (V)	P_g meas. (W)	*By* [2]		*By Eq.* (14)	
					P_g. calc. (W)	error %	P_g. calc. (W)	error %
UV — 211	160	19	100	3.9	4.3	+10	3.96	+1.54
UV — 203 A	145	35	75	6.7	7.18	+ 7.2	6.53	—2.54
UV — 204 A	328	131	175	56	60.8	+ 8.4	55.5	—0.89
UV — 849	240	57	200	18	19.35	+ 7.5	18.45	+2.5
UV — 851	274	300	200	111	116.3	+ 5.0	109.5	—1.35
UV — 861	455	40	200	22.5	25.7	+14.8	23.15	+2.89

Comparing the expressions (14), (22) and (26) we see that in case of diagram 1a and 1 c the value of the absorbed power is identical and is smaller than in 1 b. The diagram in figure 1 c may be adequately used if we have to obtain the continuous component of grid voltage well filtered and grounded.

Applied Electronics Chair
Politechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucharest

REFERENCES

1. *E. E. Spitzer*: „Grid Losses in Power Amplifiers". Proc. I.R.E. vol. 17 pp. 985—1005; Iune (1929).
2. *H. P. Thomas*: „Determination of Grid Power in Radio-Frequency Power Amplifiers", Proc. I.R.E. vol. 21, Nr. 8, pp. 1134—1141, August (1933).
3. *R. W. Landee, D. C. Davis, A. P. Albrechi*: „Electronic Designers' Handbook", McGraw-Hill, New-York, 1957, pp 4—31.
4. *T. Tănăsescu*: „Manual de tuburi și circuite electronice" vol. III, Editura Academiei, București 1957 pag. 47—49.
5. *W. L. Everitt* and *Karl Spangenberg*: „Grid Current Flow as a Factor in the Design of Vacuum Tube Power Amplifiers", Proc. I.R.E., vol. 26, pp. 261, mai 1938.
6. *F. E. Terman*: „Radio Engineers' Handbook" McGraw-Hill, New-York, 1943, pg. 446—448.
7. *B. A. Smirenin*: „Spravocinik po radiotehnike: Gesenergoizdat, Moskva, 1950.
8. *F. E. Terman* and *C. W. Roake*: „Calculation and Design of Class C Amplifiers", Proc. I.R.E., vol. 24, pp. 620—632, April 1936.

ÎNTREPRINDEREA POLIGRAFICĂ „GRAFICA NOUĂ" II, BUCUREȘTI — c. 9568

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1967 APR 14

F1130

REFERATIVA

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXVIII NUMARUL 5 ANUL 1966
SEPTEMBRIE—OCTOMBRIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

apare, cu șase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice științifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" și „Buletinul Politehnicei din București".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea științifică a corpului didactic din Institutul politehnic București. În limita spațiului disponibil, se pot publica și lucrări științifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondența și schimburile de publicații cu redacția și administrația Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘT
CALEA GRIVIȚEI 132
(cu mențiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din București".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din București".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

KÖNYVTÁR

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXVIII — NUMĂRUL 5

SEPTEMBRIE — OCTOMBRIE
1966

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. Docent *I. Agârbiceanu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. Dr. Docent *I. S. Antoniu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *G. Bărănescu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. *M. Bercovici ;* Prof. Dr. Docent *E. Bratu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *Gh. Buzdugan,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. Dr. Docent *E. Carafoli ;* Conf. Dr. *S. Călin ;* Acad. Prof. Dr. Docent *D. Dumitrescu ;* Prof. *S. Gâdea ;* Conf. Dr. *I. Grădișteanu,* Prof. *C. Ionescu-Bujor ;* Prof. Dr. Docent *Gh. Manea,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *N. Manolescu ;* Prof. *St. Mantea;* Prof. Dr. *N. Marinescu ;* Acad. Prof. Dr. Docent *C. Nenițescu;* Prof. *C. Penescu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *M. Postelnicescu ;* Acad. Prof. Dr. Docent *R. Răduleț ;* Prof. *Al. Rău ;* Prof. *Al. Spătaru ;* Prof. *L. Stoicescu ;* Prof. Dr. Docent *R. Voinea,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *I. Zăgănescu.*

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
Membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

Sumar

TEHNOLOGIE CHIMICA

I. Blum, Fr. Barca, E. Cernica, M. Bucurescu

Corelații între însușirile de plastifiere ale cărbunilor și viteza de pirogenare 17

MECANICA

Al. Marinescu, C. Guță

Considerațiuni asupra simulării întîlnirii aparatelor cosmice cu comandă manuală și automată 23

TEORIA MECANISMELOR

N. I. Manolescu

Contributions à l'étude cinématique et dynamique de la suspension des bogies au passage des courbes 41

ORGANE DE MAȘINI

Gh. Manea, N. Boicu, M. Pascovici

Aspecte termice ale cuzineților pentru lagăre îndeosebi din materiale plastice 61

V. V. Jinescu, M. Renert

Asupra regimului termic al mașinii de extrudere (I) 83

AUTOVEHICULE

A. P. Stoicescu

Asupra frînării automobilului pe transmisie 93

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

I. Gavrilaș

Prelucrarea melcilor globoidali pe freza universală 107

ELECTRONICA

D. Dascălu

O imagine fizică a funcționării la semnale mici a diodelor cu curent limitat de sarcină spațială 123

TRANSPORTURI

Al. Popa

Cu privire la determinarea lucrului mecanic al forțelor ce acționează asupra trenului 139

Резюме

Д. К. 662.749.2 : 66.063.72

И. Блум, Фр. Барка, Е. Черника, М. Букуреску

Соотношения между пластифицированным усвоением и скоростью пирогенизации

Работа останавливается особо на вопросе взаимозависимости между скоростью пирогенизации и процессами формирования и разрушения пластических фаз, которые обуславливают их способность к аглютинации и коксованию.

На основе изучения материалов с разбавителями, извлеченных из угля при различных стадиях пластифицирования, были получены корреляции между скоростью пластифицирования и застывания угольной массы и скоростью пирогенизации.

Исследования, представленные в данной работе, основываются на определении показателей изменения структуры, возникающих в угольной массе в процессе пирогенизации.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

Ал. Маринеску, К. Гуцэ Д. К. 629.19 : 621-52 : 522

Некоторые соображения о симмулировании встречи космических аппаратов с ручным и автоматическим управлением

В работе рассматриваются некоторые стороны симмулирования встречи космических аппаратов.

После введения делается обзор основных гипотез и уравнений движения, допустимых для симмулирования. Указываются схемы-блоки, которые на основе уравнений движения симмулируют движения космических аппаратов в процессе сближения и стыковки.

Далее освещаются некоторые аспекты проектирования и конструирования установки симмулирования движения космических аппаратов, служащей как для тренировки космонавтов, так и для изучения параметров, которые наблюдаются в действительности.

В работе рассматриваются результаты ряда опытов по стыковке и сближения аппаратов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

Д. К. 531.1 : 531.3 : 621.8.02 : 2.01

Н. Л. Манолеску

Кинематика и динамика подвекии опор

Представлен метод выведения аналитических выражений поворота различных точек поперечной плоскости подвесного механизма опор электродизеля и подвески вагонов.

Далее демонстрируется графически и аналитически, что для подвески электродизеля и для подвески вагонов практически невозможно, чтобы центр тяжести имел прямолинейную траекторию при прохожденин через кривую.

В заключение изучается инерция поворота при прохождении подвесного механизма опор через кривую сопряжения.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

Summary

D.C. 662.749.2 : 66.063.72

I. Blum, Fr. Barca, E. Cernica, M. Bucurescu

Correlations between the Plasticizing Properties of Coals and the Pyrogenation Speed

The scope of the paper is to bring out the interdependency between the pyrogenation speed and the process of formation and destruction of the plastic phase in some Romanian coals, a proces conditioning their ability to agglutinate and coke.

Based on the study of the extractible materials with organic solvents from coals, brought — in certain conditions — to certain plastifying stages correlation have been obtained between the plastifying and solidifying speeds of the carbonous mass and the main factor the pyrogenation speed.

The studies effected within this paper are based on determinations which indicate the structural changes occurred in the carbonous mass during pyrogenation. They show the possibility of achieving plastic phase even for coals which normally are devoid of such qualities and they explain the conditions and possibilities in which this phenomenon can be induced.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

Al. Marinescu, C. Guţă D.C. 629.19.621-52 : 522

Considerations on the Simulated Meetings of Spatial Vehicles With and Automatic Control.

The authors present in the paper certain aspects of the problem of simulated meetings of spatial vehicles.

After an introduction, they expláin the main hypotheses and movement equations admitted for simulations.

They indicate certain block diagrams which, based on the movement equations, simulate the motions of spatial vehicles in the process of approach and joining.

Further, the authors present certain aspects of the designing and echievement of the installations for simulation of the movement of spatial vehicles, serving both to train cosmonauts and to study certain parameters intervening in the true process.

They bring forth certain discussions concerning the results of experiments undertaken for the study of approach and joining.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

N. I. Manolescu D.C. 531.1 : 531.3 : 621.8.02 : 625.2.01

Contributions to the Study of Kinematics and Dynamics of Bogie Suspension when Passing through Curves.

The author presents the method of determining the analytic expression of the curvature radius of different points in the suspension mechanism crosshead plane of the Diesel electric engine and of the waggon suspension.

The author subsequently demonstrates, graphically as well as analytically, that in practical cases it is impossible that the centre of gravity of Diesel-electric engine bogies and waggon suspension should have a rectilinear trajectory when circulating through curves.

Finally, the author studies the variation of the inertia torsor of the bogie suspension mechanism crosshead when passing through junction curves.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

Д. К. 621.822 : 678

Г. Маня, Н. Бойку, М. Паскович

Термические аспекты подшипниовых вкладышей, в частности пластмассовых вкладьшей

Исходя из экспериментов по распределению температуры в смазочной пленке, авторы исследуют отношения между максимальной и средней температурами для металлического вкладыша и пластмассовых вкладышей в зависимости от геометрических и функционалных параметров.

Вариация отношения $\frac{T_{max}}{T_{med}}$ в зависимости от коэффициента несущих способностей позволяет установить при проектировании максимальную температуру, которая вводится в работу, что является особенно важным для пластмассовых вкладышей.

Делается вывод с учетом существующих относительных зазоров и оптимальных отношений, специфичных для пластических материалов.

Теоретический подход к проблеме позволил выявить отношения общего характера для распределения температуры и для вариантов вязкости на фотопленке смазки.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

Д. К. 66.046 : 66.02 : 678.7 : 621.771.4

В. В. Жинеску, М. Ренерт

К вопросу о термическом режиме экструзионной машины

Прозводительность экструдера зависитне только от гидродинамического режима, но и от наличной мощности нагрева цилиндра. В статье, уставливается уравнение для определения производительности, в зависимости от термического режима, от свойств перерабатываемого материала и от геометрии червяка.

В статье, предлагается понятие „скорость теплопередачи", которое служит как критерий сравнения показателей разных машин.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

Д. К. 621-59 : 621-587 : 629.113

А. П. Стойческу

О торможении автомобиля через силовую передачу

В работе изучается с теоретической точки зрения торможение автомобиля посредством трансмиссии (колеса за мотором) в общем случае, когда колеса с обеих сторон автомобиля скользят с различным коэффициентом сцепления, а также для автомобиля с дифференциалом с повышенным трением.

Устанавливается, что торможение автмобиля через силовую передачу может иметь четыре различных случаев.

Полученные результбты объясняют определенные практические данные в сравнении с экспериментальными исследованиями ряда авторов. Эти результаты могут быть использованы для определения плоскостного момента пути и для уточнения значения мощности, замедляющей торможение, таким образом, чтобы быть достаточным при устойчивом торможении.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

D.C. 621.822 : 678

Gh. Manea, N. Boicu, M. Pascovici

Termic Aspects of Bearing Bushings, Especially Those of Plastics

Starting with the experimental researches on the temperature distribution in the lubricator film, the authors study the relation between maximum temperature and average temperature for metallic bushings and for plastic material bushings, in terms of geometric and operational parameters.

The representation of the variation of the ratio $\frac{T_{max}}{T_{aver}}$. depending on the lift coefficient, allows, when designing, to establish the maximum temperature intervening in operation and which is especially important for plastic material bushings. The author draws conclusions in relation to the existing relative plays and optimum l/d ratios, specific to plastic materials. The theoretical approach of the problem has led to obtain certain relations having a general character for the temperature distribution as well as for the variation of viscosity in the lubricator film.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

D.C. 66.046 : 66.02 : 678.7 : 621.771.4

V.V. Jinescu, M. Renert

On the Thermic Regime of the Single-screw Extruder.

The output of an extruder is hydrodynamically conditioned, but it depends also on the installed heating capacity of the barrel. An equation is established, that expresses the output as a function of the thermic regime, the processed plastic and the screw design. The concept of „rate of heat transfer" is proposed, which can also be used as a criterion for comparing the performances of different extruders.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

A. P. Stoicescu

D.C. 621-59 : 621-587 : 629.113

About Braking the Car on the Transmission System.

The author studies theoretically in this paper the braking of the car on the transmission (back drive wheels), in the most general case which also includes the situation when the wheels on either sides of the car run on tracks with different adherence coefficients, as well as the case of an automobile provided with a differential with increased friction .

The author establishes that braking the car on the transmission may lead to four different situations.

The results obtained explain certain observations from practice and agree with experimental researches made by some authors. These results may be used to determine the moment of destabilization in the plane of the track and to appreciate the amount of efficiency of the slowing down brake so that when braking, the stability of the car should be satisfactory.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

Д. К. 621.85 : 621.833 : 621.914.2

И. Гаврилаш

Обработка глобоидальных червяков на горизонтальных фрезах

Представлен метод обработки глобоидальных червяков с утончающейся ниткой и червячных колец на горизонтальной универсальной фрезе. Демонстрируется также конструирование обрабатывающего инструмента.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

Д. К. 621. 385.2 : 621.3.02

Д. Даскалу

Физическая схема функционирований при малых сигналов диелектрической диоде с моком органиченный пространственным зарядом

Автор изучает функциорование при малых сигналах вакуум-диода и диэлектрического диода, выделяя полевой компонент тока в другие два компонента, которые соответствуют модуляции скорости электронов. Получается таким образом физическая схема перемены электрического поля, концентрации и скорости электронов с частотой и расстоянием по отношению к катоду. Объясняется появление отрицательного сопротивления у вакуум-диода при высокой частоте и предусматривается возможность появления отрицательной частоты у диэлектрического диода с ловушками для электронов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

Д. К 656.2 : 625.282-81 : 625.282-833.6 : 531.4

А. Попа

Относительно определения механической работы сил, действующих на поезда

Определение механической работы силы тяги паровоза или же сил сопротивления, которые действуют на поезд, имеют особое значение.

Для решения задач по тяге в работе дается метод расчета, который позволит разрещить графо-аналитическим путем функцию $L = f(s)$ с помощью некоторых номограмм, которые снижают время работы в 15—20 раз посравнению с существующими методами, а точность расчетов остается такой же.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

D.C. 621.85 : 621.833 : 621.914.2

I. Gavrilaş

Machining of Globoid Worms on Horizontal Milling Cutter.

The author presents a method of machining globoid worms with thinned down turns, as well as worm wheels, on the universal horizontal milling cutter. The way the machining tool is designed is also described.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

D.C. 621.385.2 : 621.3.02

D. Dascălu

Physical Picture of Space-charge-limited Diodes Small-signal Operation.

A detailed study is made of the vacuum diode and dielectric diode operation at small signals, dividing the convection current component into two other components corresponding to the electron concentration modulation and to the electron velocity modulation, respectively. Thus a physical picture of the electric field, electron density and electron velocity variation as a function of the frequency and distance from the cathode is obtained. The negative resistance appearing in the vacuum diode at high frequencies is explained and the possibility for a negative resistance to appear in the dielectric diode with electron traps is predicted.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

D.C. 656.2 : 625.282-81 : 625.282-833.6 : 531.4

Al. Popa

In Relation to the Determination of the Mechanical Work of Forces Acting Upon a Train.

The determination of the mechanical work of the engine traction power or of the resisting forces acting upon a train are of particular importance in traction of trains.

To solve the traction problems, the author gives in the paper a method of calculation which permits to solve the function $L = f(s)$ in a graphical-analytic way by means of some nomograms which reduce 15—20 times the required working time with existing methods, the calculation accuracy remaining the same.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

Résumé

C.D. 662.749.2:66.063.72

I. Blum, Fr. Barca, E. Cernica, M. Bucurescu

Corrélations entre les qualités de plastification des charbons et la vitesse de pyrogénation.

Les auteurs poursuivent dans cet ouvrage la mise en évidence de l'interdépendance entre la vitesse de pyrogénation et le processus de formation et de destruction de la phase plastique, procèssus qui conditionne leur susceptibilité d'agglutination et de cokéfication. A partir de l'étude du matériel qu'on 'peut extraire par des solvants des charbons amenés à certaines étapes de plastification on a obtenu des corrélations entre les vitesses de plastification et de solidification de la masse charbonneuse et la vitesse de pyrogénation.

Les études effectuées dans cet ouvrage ont à la base des déterminations qui indiquent les modifications structurelles intervenues dans la masse charbonneuse pendant la pyrogénation. Elles démontrent la possibilité d'obtenir la phase plastique même pour des charbons qui normalement ne possèdent pas de telles qualités et expliquent les conditions et les posibilités dans lesquelles ce phénomène peut être influencé.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

Al. Marinescu, C. Guţă CD. 629.19:621-52:522

Considérations sur la simultation de la rencontre des appareils cosmiques à commande manuelle et automatique.

Les auteurs exposent dans cet ouvrage certains aspects du problème de la simultation des rencontres des appareils cosmiques.

Après une introduction, les auteurs présentent les principales hypothéses et équations de mouvement admises pour la simulation.

Ils indiquent certains schémas bloc qui, se basent sur les équations de mouvement, simulent le mouvement des appareils cosmiques servant tant à l'entraînement des cosmonautes qu'à l'étude de certains paramétres qui interviennent dans le procesus réel.

Les auteurs présentent certaines discutions concentrant les résultats des expériences entreprises pour l'étude du rapprochement et de la jonction.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

N. I. Manolescu C.D. 531.1:531.3:621.8.02:625.2.01

Contributions à l'etude cinématique et dynamique de la suspension des boggies pendant la circulation en courbes.

On expose le mode d'établir l'expression analytique du rayon de courbure des différents points du plan de la traverse du mécanisme de suspension des boggies de locomotives Diesel-electriques et pour les mécanismes de suspension des wagons.

On démontre, tant pour les boggies de locomotives que pour les suspensions des wagons, qu'il n'est pas possible que le centre de gravité ait une trajectoire rectiligne.

Enfin on étudie la variation du couple d'inertie de la traverse du mécanisme de suspension des boggies au passage des courbes de raccordements.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

Zusammenfassung

D.K. 662.749.2 : 66063.72

I. Blum, Fr. Barca, E. Cernica, M. Bucurescu

Zusammenhänge zwischen den Plastifizierungseigenschaften der Kohlen und der Pyrogenzersetzung

Der Aufsatz versucht die gegenseitige Abhängigkeit zwischen der Pyrogengeschwindigkeit und dem Enstehungs — und Zerstörungsvorgang der plastischen Phase, ein Vorgang, der ihre Empfindlichkeit zum Agglutination und Verkockung bedingt, hervorzuheben.

Nach eingehender Durchprüfung des Abbaumaterials mittels Lösungsmittel aus Kohlen bei verschiedenen Plastifizierungsstufen, wurden Zusammenhänge zwischen den Plastifizierungs — und Erstarrungsgeschwindigkeiten der Kohlenmasse und der Spaltungsgeschwindigkeit bei hohen Temperaturen erhalten.

Die im Rahmen des vorliegenden Beitrags durchgeführten Studien haben als Grundlage Bestimmungen, welche die in der Kohlenmasse, während der Spaltung bei hohen Temperaturen vorgekommenen Strukturänderungen, bedingen. Sie zeigen die Möglichkeit der Erhaltung der plastischen Plase sogar bei Kohlenarten, die normalerweise keine solche Eigenschaften besitzen und stellen die Bedingungen und Möglichkeiten unter welchen dieser Vorgang beeinflusst werden kann, fest.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

Al Marinescu, C. Guţă D.C. 629.19:621-51:522

Betrachtungen über die Vortäuschung der Begegnung der kosmischen Apparate mit automater-und Handsteuerung.

Im Beitrag werden einige Aspekte der Frage der Vortäuschung der Begegnung der kosmischen Apparate gezeigt. Nach einer Einführung werden die Bewegungsgleichungen dargestellt. Es werden einige Blockschaltbilder, die auf Grund der Bewegungsgleichungen die Bewegung der kosmischen Apparate im Annäherungs- und Verbindungsprozess vortäuschen, angedeudet.

Weiterhin werden einige Aspekte der Projektierung und Durchführung der Vortäuschungsanlagen der Bewegung der kosmischen Apparate gezeigt, welche sowohl zum Training der Astronauten als auch zum Studium einiger Parameter, die im wirklichen Prozess vorkommen, dienen, Schliessend werden einige Diskussionen über die Ergebnisse der zum Studium der Annäherung und Verbindung angestellten Versuche erwähnt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

N. I. Manolescu D.K. 531.1:531.3:621.8.02:625.2.01

Beiträge zur Kinematik und Dynamik der Drehgestellaufhängung bei der Kurvendurchfahrt.

Es wird die Methode der Bestimmung des analytischen Ausdrucks des Kurvenradius verschiedener Punktein der Ebene des Querträgers des Aufhängungsmechanismus der Drehgestelle der elektrischen Diesellokomotiven und der Aufhängung der Waggons gezeigt.

Nachfolgend wird graphisch und analytisch bewiesen, dass es sowohl bei den Drehgestellen der elektrischen Diesellokomotiven, als auch bei den Aufhängungen der Waggons praktisch unmöglich ist, dass der Schwerpunkt eine geradlinige Bahnkurve bei Durchfahrt der Kurven hat.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

Gh. Manea, N. Boicu, M. Pascovici C.D. 621.822:678

Aspects thermiques des coussinets pour paliers concernant surtout les coussinets en plastique.

A partir des recherches expérimentales sur la distribution de la temperature dans la pellicule de lubrifiant, les auteurs étudient le rapport entre la température maxima et la température moyenne pour les coussinets métalliques et pour les coussinets en plastique, en fonction des paramètres géométrique et fonctionels.

La représentation de la variation du rapport $\frac{T_{max}}{T_{moyen}}$ en dépendance du coefficient de portance, permet, au moment de l'élaboration du projet, d'établir la température maxima qui intervient lors du fonctionnement et qui est particulièrement importante pour les coussinets en plastique. Les auteurs tirent des conclusions concernant l'existence de certains jeux relatifs et de rapports optima l/d, spécifiques aux matières plastiques. La mise en discussion théorique du problème a permis d'obtenir certaines relations à caractère de généralités pour la distribution de la température ainsi que pour la variation de la viscosité dans la pellicule de lubrifiant.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

V. V. Jinescu, M. Renert C.D. 66.046:66.02:678.7:621.771.4

Sur le régime thermique des extrudeuses à une vis.

Le débit d'une extrudeuse est conditionné non seulement hydrodynamiquement, mais aussi bien par la puissance disponible pour le chauffage du corps. On établit une équation du débit, en tenant compte du régime thermique, de la nature du matériau extrudé et de la géometrie de la vis. Le concept de „vitesse de transfert thermique" est proposé, pouvant servir à comparer les performances des diverses constructions d'extrudeuses.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

A. P. Stoicescu C.D. 621—59:621—5876:29.113

Sur le freinage de l'automobile sur la transmission.

L'auteur étudie du point de vue théorique le freinage de l'automobile sur la transmission (roues arrière motrice) dans le cas le plus général qui comprend aussi la situation dans laquelle les roues d'un côte et de l autre de l'automobile roulent sur des tracés à coefficients d'adhérence différents ainsi que le cas d'une automobile à différentiel à frottement accru.

L'auteur établit que le treinage de l'automobile sur la transmission peut conduire à quatre situations différentes.

Les résultats obtenus expliquent certaines constatations faites dans la pratique et qui concordent avec les recherches expérimentales effectuées par certains auteurs. Ces résultats peuvent être utilisés pour déterminer le moment de destabilisation dans le plan de la course et pour apprécier le degré d'efficacité du freinage de ralentissement de manière que la stabilité de l'automobile soit satisfaisante au moment du freinage.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

D.K. 621.822:678

Gh. Manea, N. Boicu, M. Pascovici

Wärmeaspekte der besonders aus Kunststoffen hergestellten Lagerschalen.

Ausgehend von den experimentellen Versuchen über die Verteilung der Temperatur im Schmierstoffilm wird das Verhältnis zwischen der Höchsttemperatur und Mitteltemperatur für die Lagerschalen aus Metall und aus Kunststoffen in Abhängigkeit von den geometrischen und funktionalen Parameter studiert.

Die Darstellung der Variation des Verhältnisses $\frac{T_{max}}{T_{med}}$ in Abhängigket vom Tragkoeffizienten, gestattet bei der Projektierung die Feststellung der Höchsttemperatur, welche im Laufe des Funktionierens auftritt, die besonders für die Lagerschalen aus Kunststoffen wichtig ist.

Es werden Schlussfolgerungen über die Existenz einiger relativen Spiele und optimalen l/d Verhältnisse, die den Kunststoffen spezifisch sind, gezogen. Die theoretische Erörterung der Frage hat zur Erreichung einiger Beziehungen mit allgemeinen Charakter zur Verteilung der Temperatur, wie auch zur Variation der Viskosität des Schmierstoffilms geführt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

D.K. 66.046:66.02:678.7:621.771.4

V. V. Jinescu, M. Renert

Zur Termodynamik des Einschnecken-Extruders.

Der Ausstoss eines Extruders ist nicht nur hydrodynamisch bedingt, sondern hängt auch von der für die Zylinderheizung zur Verfügung stehenden Leistung ab.

Es wird eine Gleichung aufgestellt, die den Ausstöss in Abhängigkeit von der Heizleistung, der Art des verarbeiteten Plastes und der Schneckengeometrie angibt. Ferner wird der Begriff der „Wärmeübergangsgeschwindgkeit" vorgeschlagen, der auch als Grundlage des Vergleichs verschiedener Extruderbauarten dienen kann.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

D.K. 621-59:6211587:629.113

A. P. Stoicescu

Über das Bremsen der KW auf der Übertragung.

Im Beitrag wird theoretisch das Bremsen des KW auf der Übertragung (hintere Triebräder) im allgemeinsten Fall, der auch den Zustand einschliesst in dem die beiderseitigen Räder des KW auf Wege mit verschiedenen Haftkoeffizienten rollen wie auch der Fall des KW mit vergrösserten Reibungsdifferenzial, gezeigt.

Es wird festgestellt, dass das Bremsen des KW auf der Übertragung zu vier verschiedene Zustände führen kann.

Die erzielten Ergebnisse erklären einige Festellungen aus dem praktischen Betrieb und stimmen mit den von verschiedenen Forschern vorgenommen experimentellen Festellungen überein.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

C.D. 621.85:621.833:621.914.2

I. Gavrilaş

Usinage des vis globoïdales sur fraises horizontales.

L'auteur présente une méthode d'usinage des vis globoïdales à spire amincie, ainsi que des roues hélicoïdales, sur fraise horizontale universelle. Il explique aussi la manière dont l'outil à usiner est construit.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

C.D. 621.385.2 : 621.3.02

D. Dascălu

Image physique du fonctionnement à faibles signaux des diodes à courant limité par la charge spatiale.

On étudie en détail le fonctionnement à faibles signaux de la diode à vide et de la dioide diélectrique en séparant la composante de champ du courant en deux autres composantes qui correspondent respectivement à la modulation de la concentration et à la modulation de la vitesse des électrons. De cette manière on a obtenu une image physique de la variation du champ électrique, de la concentration et de la vitesse des électrons, avec la fréquence et la distance, par rapport à la cathode. On explique l'apparition de la résistance négative dans la diode à vide à de hautes fréquences et on prévoit la possibilité de l'apparition d'une résistance négative dans la diode diélectrique à trappes d'électrons.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

C.D. 656.2 : 625.282-833.6 :

Al. Popa

Sur la détermination du travail mécanique des forces qui agissent sur un train.

La détermination du travail mécanique de la force de traction de la locomotive ou des forces de résistance qui agissent sur le train, présentent une importance particulière dans la traction des trains.

Pour résoudre les problèmes de traction, l'auteur présente dans l'ouvrage une méthode de calcul qui permet de résoudre la fonction $L = f(s)$ par voie grapho-analytique à laide de nomogrammes, méthode qui réduit 15 à 20 fois la période de travail nécesaire par rapport aux méthodes actuelles, la précision du calcul restant la même.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

D.K. 621:85:621.813:621.914.2

I. Gavrilaş

Die Bearbeitung der globoidalen Schnecken auf waagerechten Fräsmaschinen.

Es wird eine Bearbeitungsmethode der globoidalen Schnecken mit verjungter Windung und der Schneckenräder auf der waagerechten universalen Fräsmaschine vorgestellt.

Gleichzeitig ist die Aufbauart des entsprechenden Werkzeugs dargestellt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

D.K. 621.385.2:621.3.02

D. Dascălu

Eine physikalische Darstellung des Funktionierens bei kleinen Signalen der Dioden mit beschränktem Strom räumlicher Last.

Das Funktionieren bei kleinen Signalen der Vakuumdiode und der dielektrischen Diode wird im Einzelnen untersucht, durch Scheidung der Feldkomponente des Stromes in andere zwei Komponenten, welche beziehungsweise der Modulation der Konzentration und der Modulation der Geschwindigkeit der Elektronen entsprechen.

Auf diese Weise wird ein physikalisches Bild der Variation des elektrischen Feldes, der Konzentration und Geschwindigkeit der Elektronen mit Frequenz und Distanz zur Kathode erhalten. Es wird das Erscheinen des negativen Widerstandes an der Vakuumdiode, bei hoher Frequenz erhalten und die Möglichkeit des Erscheinens lines negativen Widerstandes an der dielektrischen Diode mit Elektronenfalle vorgesehen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

D.K. 656.2:625.282-81:625.282-813.6:513.4

Al. Popa

Über die Bestimmung der auf dem Eisenbahnzug wirkenden mechanischen Arbeitskräfte.

In der Zugförderung ist die Bestimmung der mechanischen Arbeit der Zugkraft der Lokomotive oder der Widerstandskräfte, die auf dem Eisenbahnzug wirken, besonders wichtig.

Zur Lösung der Fragen der Zugförderung wird im vorstehenden Beitrag eine Berechnungsmethode vorgeschlagen, welche die grapisch-analytische Lösung der Function $L = f(s)$, mittels einiger Nomogramme gestattet, die die Arbeitszeit um das 15—20 fache gegenüber der vorhandenen Methode, mit Behaltung der Berechnungspräzision, verkürzen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 5/1966

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 5

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C Z. : 662.749.2 : 66.063.72

CORELAȚII INTRE INSUȘIRILE DE PLASTIFIERE ALE CĂRBUNILOR ȘI VITEZA DE PIROGENARE *

I. BLUM, FR. BARCA, E. CERNICA, M. BUCURESCU

Influența vitezei de pirogenare asupra calității cocsului constituie una din problemele care au mai fost dezbătute în literatura de specialitate (1, 2, 3). Deoarece studiile prezentate urmăresc în general aspecte tehnologice, această lucrare caută să pătrundă în interiorul fenomenului, să coreleze acest fenomen cu structura cărbunelui și să arate în ce măsură influențează viteza de pirogenare cantitatea de material plastifiat.

Lucrările au fost efectuate asupra unor probe de cărbuni de A n i n a (huilă de cocs) și L u p e n i (huilă de gaz) special spălați.

Caracteristicile chimico-tehnice ale cărbunilor utilizați sînt prezentate în tabela 1.

Tabela 1

Caracteristicile chimico-tehnice ale cărbunilor de Anina și Lupeni special spălați.

Număr curent	Cărbunele	Analiza tehnică						Însușiri de cocsificare			
		Raportat la proba de analiză			Raportat la proba uscată		Raportat la masa combustibilă	Indice de umflare	Indice dilatometric KBS		Cifra de cod ISO
		Umiditate	Cenușă	Materii volatile	Cenușă	Materii volatile	Materii volatile		Contracție	Dilatare	
		W^a	A^a	V^a	A^{anh}	V^{anh}	V^{mc}		a	b	
		%	%	%	%	%	%		%	%	
1	Anina	1,35	7,55	25,82	7,74	26,38	28,40	4	18	44	523
2	Lupeni	1,75	8,57	37,30	8,65	37,95	42,20	2 1/2	19	32	623

* Manuscris predat la redacției la 10 mai 1966.

Probe medii din cărbunii de A n i n a şi L u p e n i de granulaţie 0—10 mm au fost măcinate la granulaţia 0—0,2 mm. Cărbunii astfel preparaţi au fost pretrataţi termic la temperaturi în jurul temperaturii de plastifiere (350, 365, 380, 400°C) cu viteze de încălzire de 1, 2, 4, 8 şi 16°C/min. Încălzirea s-a făcut conform graficului prezentat în figura 1.

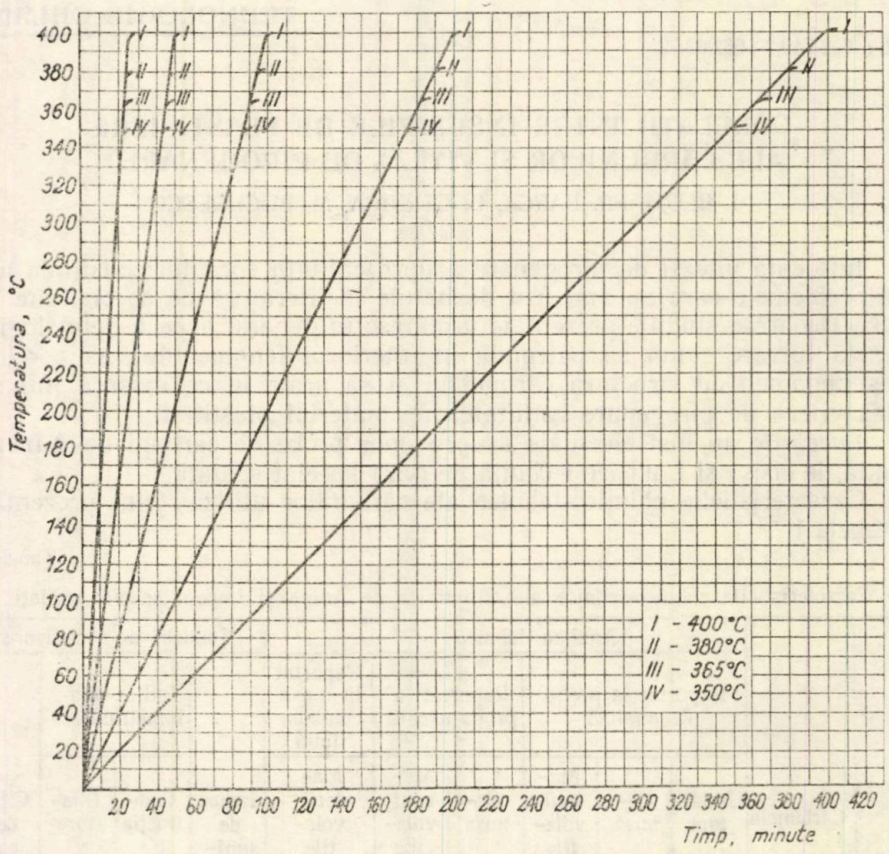


Fig. 1 — Graficul pretratări termice a probelor de cărbune

Cărbunii pretrataţi termic au fost extraşi cu cloroform. Cloroformul este solventul indicat pentru extracţia materialului plastifiat.

Variaţia cantităţii de extract obţinută din cărbunii de A n i n a pretrataţi termic, funcţie de temperatură şi viteză de pretratare rezultă din figurile 3 şi 4.

Figurile 5 şi 6 prezintă curbele de variaţie a cantităţii de extract obţinute după pretratament termic, funcţie de parametrii susmenţionaţi, pentru cărbunii de L u p e n i.

Din cercetarea figurilor rezultă următoarele concluzii :

1. Viteza de încălzire este un factor care condiţionează comportarea cărbunilor în procesul de pirogenare.

2. Creșterea vitezei de încălzire aduce după sine o creștere a cantității de material plastifiat, care se pune în evidență prin creșterea cantității de extract obținut din cărbunii pretratați termic.

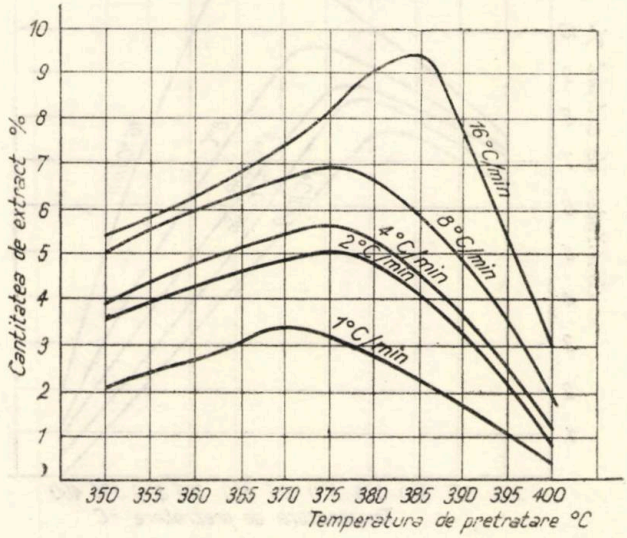


Fig. 2 — Variația cantității de extract obținută din cărbuni de Anina, funcție de temperatura de pretratament termic.

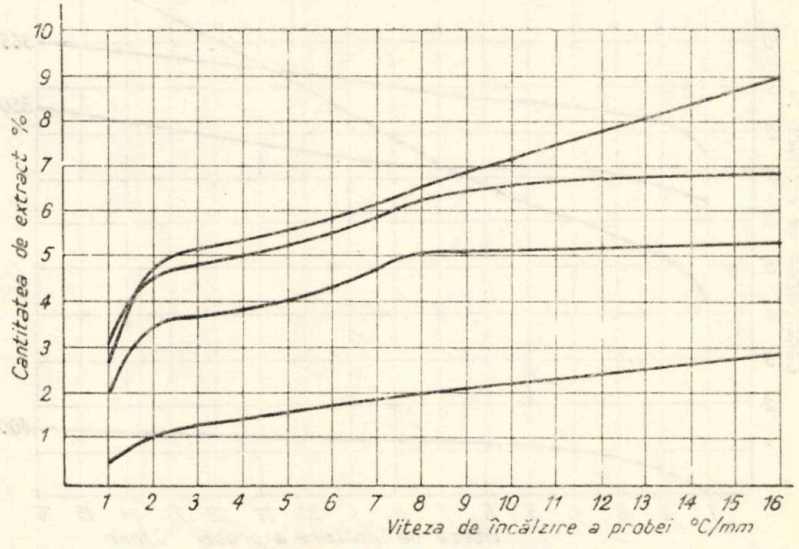


Fig. 3 — Variația cantității de extract obținută din cărbuni de Anina, funcție de viteza de încălzire a probei.

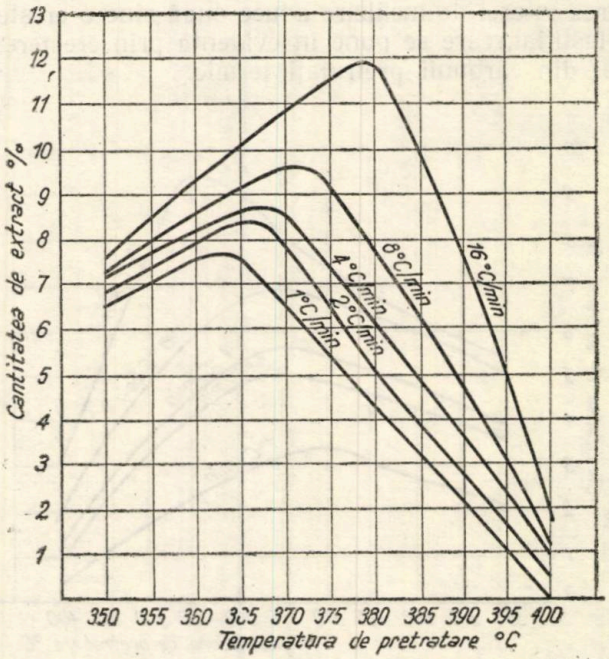


Fig. 4 — Variația cantității de extract obținută din cărbuni de Lupeni, funcție de temperatură de pretratament termic.

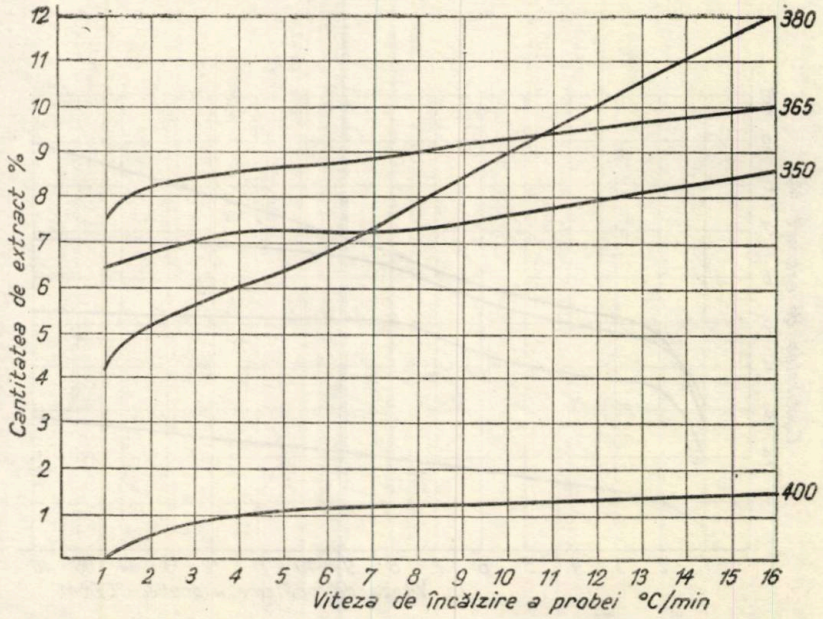


Fig. 5 — Variația cantității de extract obținută de cărbuni de Lupeni, funcție de viteza de încălzire a probei.

3. O creștere a vitezei de încălzire aduce după sine, nu numai o creștere a cantității de extract obținut, ci și obținerea cantității maxime de extract la temperaturi mai ridicate. Acest lucru se datorește diferențelor posibile între viteza de formare a fazei plastice deci de depolimerizare a cărbunelui și viteza de descompunere a produselor rezultate.

4. Creșterea vitezei de încălzire aduce după sine modificări mai importante la cărbuni tineri, față de cei mai metamrfozati. Faza plastică obținută la pirogenarea cărbunilor tineri este mai puțin stabilă, are o viteză mai mare de descompunere în raport cu cea obținută în cazul cărbunilor mai metamorfozați.

5. Incălzirea rapidă a cărbunilor mai puțin metamorfozați, utilizați în procesul de pirogenare îmbunătățește însușirile lor de cocsificare.

6. Este posibilă obținerea unor cocsuri de calitate din cărbuni slab metamorfozați prin introducerea unei tehnologii noi de cocsificare, la viteze de încălzire mari, deoarece după cum rezultă din această lucrare, în aceste condiții cărbunii slab cocsificabili plastifiază la fel de bine ca și cărbunii cocsificabili.

7. Denumirea de huilă de cocs atribuită huilelor cu bune însușiri de cocsificare, în condițiile actuale, este o denumire legată de aceste condiții, de viteza de încălzire din cuptoarele de cocs. Huilele care pot da o cantitate suficientă de material plastificat în aceste condiții sînt considerate huile de cocs. Din această lucrare rezultă că din orice cărbune se poate obține o cantitate asemănătoare de material plastifiat, deci un cocs de calitate, dacă este prelucrat în condiții specifice.

Catedra de combustibil
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *W. I. Kramers:* Formation of coke from ewakly caking coal by rapid carbonization, Fuel, 8, (1950).

2. *I. Blum, Fr. Bolchi, B. Bercovici, V, Ardeleanu:* Influența alurii termice asupra calității cocsului. I. Studiul cărbunilor de Lupeni. Studii și cercetări de energetică 1, 65—78 (1958).

3. *I.Blum, I. Nistor, C. Ionescu:* Relații între procesul de cocsificare și structura fizico-chimică a huilelor. Studii și cercetări de energetică, 3, (1962).

4. *Radcenco R. B.:* Isledovanie Kamenih uglei metodom ekstrațtii organiceskimi rasvoriteliami. Fiziceskie svoistba iskopaemii uglei. Moskva, izd A. N. S.S.S.R., (1962).

5. *H. H. Lowry:* Chemistry of coal utilisation. New-York — London (1964).

6. *I. Nistor:* Noi elemente de caracterizare a unor huile românești. Studii și cercetări de energetică, 4, (1962).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 5

MECANICĂ

C. Z.: 629.19 : 621—52 : 522

CONSIDERAȚIUNI ASUPRA SIMULĂRII ÎNTÎLNIRII APARATELOR COSMICE CU COMANDĂ MANUALĂ ȘI AUTOMATĂ *

AL. MARINESCU, C. GUȚA

Introducere

Problema întîlnirii a două aparate cosmice pe orbite sau în cosmosul îndepărtat în ceea ce privește apropierea cît și îmbinarea propriu-zisă prezintă un deosebit interes deoarece, după cum se prevede, aproape toate aparatele cosmice de mari performanțe, ale viitorului, vor trebui apropiate și îmbinate cap la cap pe orbite circumterestre.

Realizarea practică a întîlnirii ridică mari dificultăți și de aceea încercările prealabile la sol sînt de o importanță primordială.

Un aspect remarcabil al acestor încercări îl constituie simularea întîlnirii cosmice care face obiectul prezentei lucrări.

Notații:

$OXYZ$ — Sistem de axe inerțial legat de țintă astfel încît axa OZ este îndreptată după verticală locului iar planul OXZ coincide cu planul orbitei.

$Oxyz$ — sistem de axe legat de țintă astfel încît axa Ox coincide cu linia de vizare (vezi fig. 1).

$O'\xi\eta\zeta$ — sistem de axe legat de aparatul urmăritor astfel încît axa $O\xi$ coincide cu axa longitudinală a aparatului (vezi fig. 2).

$O''uv$ — sistem de axe legat de țintă astfel încît axa $O''u$ este îndreptată după linia nominală de apropiere.

r — distanța dintre aparatul urmăritor și țintă.

R — distanța de la centrul Pămîntului la țintă.

r_c, r_d — distanțele pentru care instalația de propulsie trebuie conectată sau deconectată.

T_x, T_y, T_z — componentele tracțiunii de-a lungul axelor x, y, z.

T_ξ, T_η, T_ζ — componentele tracțiunii de-a lungul axelor ξ, η, ζ.

* Manuscris predat la redacție la 15 aprilie 1966.

M_ξ, M_η, M_ζ — componentele momentului forțelor exterioare în raport cu axele ξ, η, ζ

$\Omega_\xi, \Omega_\eta, \Omega_\zeta$ — componentele vitezei unghiulare a aparatului urmăritor în raport cu axele ξ, η, ζ

I_ξ, I_η, I_ζ — momentele de inerție ale aparatului urmăritor în raport cu axele ξ, η, ζ.

Q — coeficient de reacție inversă (amortizare).

θ, ψ — unghiuri euleriene pentru trecerea de la sistemul $OXYZ$ la sistemul $Oxyz$.

$\theta_t, \psi_t, \varphi_t$ — unghiuri euleriene pentru trecerea de la sistemul ξ, η, ζ la sistemul x, y, z.

θ_a — unghiul de urmărire a țintei în momentul începerii manevrei de întîlnire.

H — unghiul dintre linia nominală de apropiere și linia de vizare.

a — accelerația datorită tracțiunii.

g — accelerația gravitației.

M — masa aparatului urmăritor.

C_y, C_z — coeficienți de proporționalitate între accelerația liniară și accelerația unghiulară.

ε_1, ε_2 — coeficienți fără dimensiuni optimizați prin simulare.

1. Ipoteze și ecuații admise pentru simulare

In privința ecuațiilor de mișcare admise pentru simulare este indicat să precizăm că în procesul de întîlnire există o fază a manevrei de apropiere a aparatului urmăritor de țintă și o fază a manevrei de îmbinare care începe în imediata apropiere a țintei. Fără a mai intra în detalii, menționăm că în folosirea ecuațiilor de mișcare pentru simulare se admit următoarele ipoteze :

a) In timpul manevrei de apropiere și îmbinare se neglijează consumul de combustibil, deci variația mesei.

b) Forțele de gravitație normale pe linia de vizare se neglijează.

c) Momentele de restabilire variază continuu.

d) Deplasările unghiulare și vitezele unghiulare ale țintei și aparatului urmăritor sînt mici.

e) Ținta se stabilizează după poziția unghiulară, nu manevrează în timpul operației de îmbinare dispune de dispozitive de semnalizare, iar aparatul urmăritor este adus într-o poziție favorabilă îmbinării printr-o manevră intermediară.

f) Devierile inițiale de la condițiile reale sînt mici astfel încît se pot utiliza aproximații lineare.

2. Ecuațiile de mișcare pentru apropierea cu comandă manuală

Cu aceste precizări admițînd că se folosește motorul principal, cu tracțiune mare, dispus după axa longitudinală pentru anularea vitezelor unghiulare ale liniei de vizare, atunci componentele tracțiunii în sistemul $Oxyz$ (fig. 1) se exprimă în funcție de cele din sistemul $O'\xi\eta\zeta$ (fig. 2) prin expresiile :

$$\begin{aligned} T_x &= T_\xi \cos\psi_t \\ T_y &= T_\xi \cos\varphi_t \sin\psi_t \\ T_z &= T_\xi \sin\varphi_t \sin\psi_t \end{aligned} \tag{1}$$

expresiile care dau unghiurile lui Euler pentru i foarte mici fiind :

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_i}{dt} &= (\Omega_\xi \cos\psi_t + \Omega_\eta \sin\psi_t)\,\theta_i + \Omega_\zeta - \frac{d\theta}{dt}\sin\varphi_i - \frac{d\psi}{dt}\cos\varphi_i \\ \frac{d\theta_i}{dt} &= -\Omega_\xi \sin\psi_i + \Omega_\eta \cos\psi_i - \frac{d\theta}{dt}\cos\varphi_i + \frac{d\psi}{dt}\sin\varphi_i \\ \frac{d\varphi_i}{dt} &= \Omega_\xi \cos\psi_i + \Omega_\eta \sin\psi_t - \frac{d\theta}{dt}\psi - \left(\frac{d\theta}{dt}\sin\varphi_i + \frac{d\psi}{dt}\cos\varphi_t\right)\theta_i . \end{aligned} \tag{2}$$

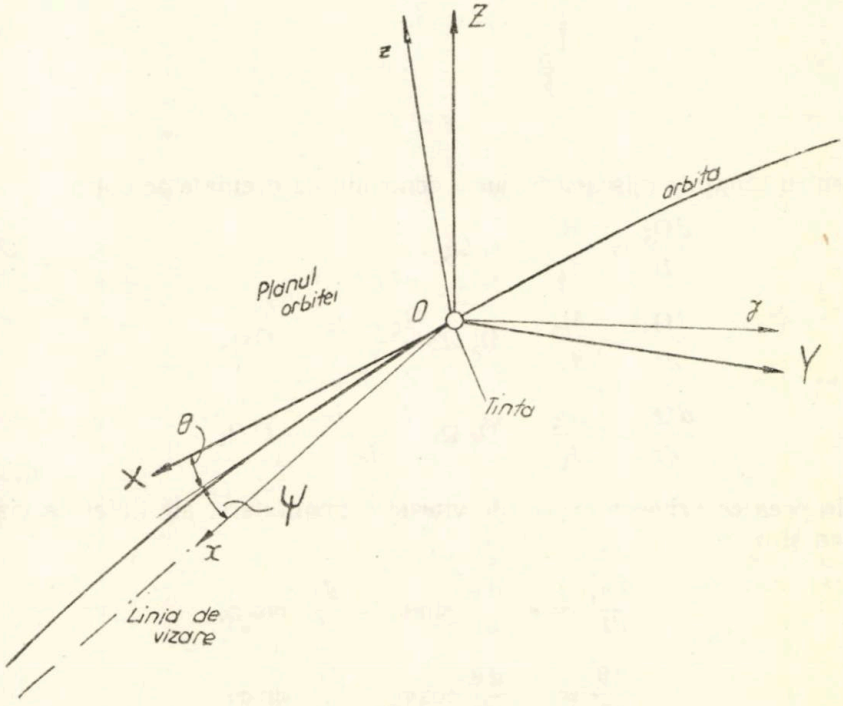


Fig. 1

Ecuațiile mișcării centrului de greutate a aparatului urmăritor se scriu sub forma :

$$\frac{d^2r}{dt} - r\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{T_x}{M} - \frac{gr}{R^3}\left[1 - 3\sin^2(\theta - \theta_a)\right]$$

$$r\frac{d^2\psi}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\psi}{dt} + r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\psi = \frac{T_y}{M} \tag{3}$$

$$r\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} - 2r\frac{d\theta}{dt}\frac{d\psi}{dt}\psi = -\frac{T_z}{M}$$

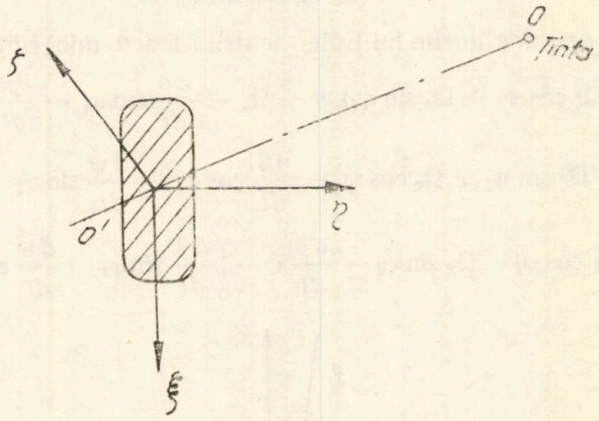


Fig. 2

iar pentru ecuațiile mișcării în jurul centrului de greutate se obține :

$$\frac{d\Omega_\xi}{dt} = \frac{M_\xi}{I_\xi} - Q\,\Omega_\xi$$

$$\frac{d\Omega_\eta}{dt} = \frac{M_\eta}{I_\eta} - \Omega_\xi\,\Omega_\zeta\,\frac{I_\xi - I_\zeta}{I_\eta} - Q\,\Omega_\eta \tag{4}$$

$$\frac{d\Omega_\zeta}{dt} = \frac{M_\zeta}{I_\zeta} - \Omega_\xi\,\Omega_\eta\,\frac{I_\eta - I_\xi}{I_\zeta} - Q\,\Omega_\zeta\,.$$

In ceea ce privește expresiile vitezelor unghiulare, ale liniei de vizare, acestea sînt :

$$\frac{d\psi_i'}{dt} = -\frac{d\theta}{dt}\sin\varphi_i - \frac{d\psi}{dt}\cos\varphi_i$$

$$\frac{d\theta_i'}{dt} = -\frac{d\theta}{dt}\cos\varphi_i + \frac{d\psi}{dt}\sin\varphi_i\,. \tag{5}$$

Deși, cu unele mici inconveniente, folosirea în ecuațiile de mișcare a componentelor tracțiunii, obținute cu transformarea (1) este destul de avantajoasă pentru simulare, atunci cînd se folosește motorul principal cu tracțiune mare. În cazul folosirii motorului principal cu tracțiune mică și a motoarelor auxiliare, transformarea (1) nu mai este valabilă.

Ecuațiile de mai sus pot fi utilizate cu succes pentru simulare mai ales în ceea ce privește aspectul apropierii, cu comandă manuală.

3. Ecuațiile de mișcare pentru apropierea și îmbinarea cu comandă automată

Obișnuit, pentru apropierea cu comandă automată, în cazul cînd mișcarea se petrece în plan și pe orbite aproape circulare se folosesc două metode și anume metoda apropierii inerțiale unde se adoptă un sistem de referință inerțial (fig. 3) și metoda apropierii orbitale paralele (fig. 4) unde se folosește orizontul local.

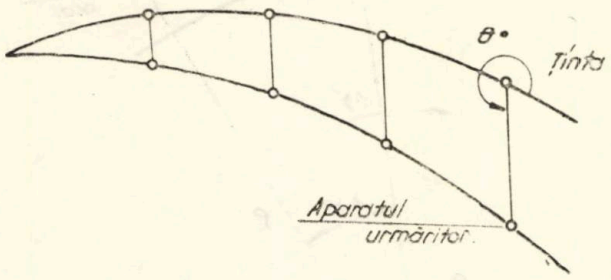


Fig. 3

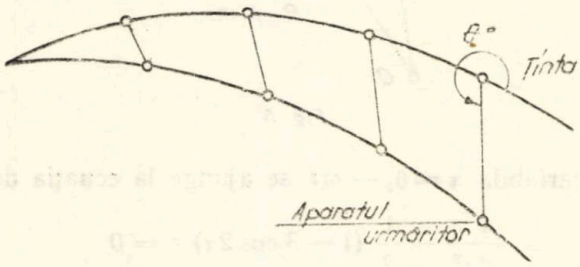


Fig. 4

Fără a mai intra în detalii, ecuațiile de mișcare în apropierea inerțială în direcția liniei de vizare și pe normală folosind notațiile din fig. 5 se scriu :

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - \omega^2 [2 \sin^2 (\theta_0 - \omega t) - \cos^2 (\theta_0 - \omega t)] r = 0$$

$$- [3 \omega^2 \sin (\theta_0 - \omega t) \cos (\theta_0 - \omega t)] r = \frac{T_n}{M} . \qquad (6)$$

Din prima ecuație (6) se poate deduce distanța r dintre aparatul urmăritor și țintă, respectiv viteza de apropiere $\frac{dr}{dt}$. Intr-adevăr observînd că această ecuație poate fi pusă sub forma :

$$\frac{d^2r}{dt^2} - \frac{\omega^2}{2}\left[1 - 3\cos 2(\theta_0 - \omega t)\right] r = 0 \tag{7}$$

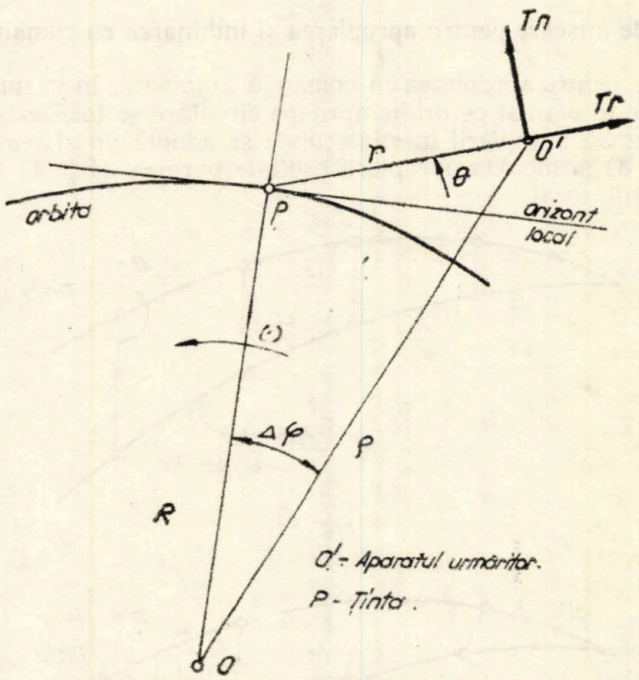


Fig. 5

și introducînd variabila $\tau = \theta_0 - \omega t$ se ajunge la ecuația de tip Mateews,

$$\frac{d^2r}{d\tau^2} - \frac{1}{2}(1 - 3\cos 2\tau)\, r = 0 \tag{8}$$

a cărei soluție este bine cunoscută.

In ceea ce privesc ecuațiile de mișcare, în cazul apropierii orbitale paralele, acestea sînt :

$$\begin{aligned} &\frac{d^2r}{dt^2} - (3\omega^2 \sin^2\theta_0)\, r = 0 \\ &2\frac{dr}{dt}\omega - (3\omega^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0)\, r = \frac{T_n}{M}. \end{aligned} \tag{9}$$

Din prima ecuație (9), notînd cu $\Omega^2 = 3\omega^2 \sin^2\theta_0$, deducem :

$$r = r_0 \, ch\,\Omega t + \left(\frac{dr_0}{dt}\,\frac{1}{\Omega}\right) sh\,\Omega t$$

$$\frac{dr}{dt} = r_0\,\Omega\, sh\,\Omega t + \frac{dr_0}{dt}\, ch\,\Omega t \tag{10}$$

distanța între aparatul urmăritor, respectiv viteza de apropiere.

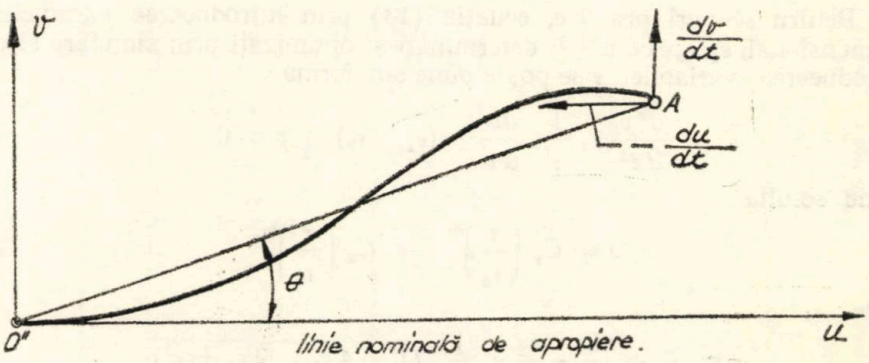


Fig. 6

Dacă vom considera îmbinarea a cărei manevră începe foarte aproape de țintă, sistemul $O''uv$ va fi astfel ales încît O'' să fie ținta, A aparatul urmăritor iar $O''u$ linia nominală de apropiere (fig. 6).

Considerînd că aparatul A s-a abătut de la linia nominală, avînd vitezele $\frac{dv}{dt}, -\frac{du}{dt}$, va trebui găsită o traiectorie netedă și accelerațiile de comandă spre a se realiza îmbinarea.

Fără a mai intra în detalii, menționăm că în acest sens notînd cu $\tau = T_f - t$ unde T_f este momentul contactului, alegîndu-se pentru funcția v o lege de forma :

$$v = \alpha_1 + \alpha_2\,\tau + \alpha_3\,\tau^2 + \alpha_4\,\tau^3 + \alpha_5\,\tau^4 \tag{11}$$

și presupunînd o viteză de apropiere constantă $\frac{du}{dt} = -V$, știind că :

$$\mathrm{H} = \frac{v}{u} = \frac{v}{V\tau} \tag{12}$$

folosindu-se condițiile inițiale și finale, în urma unor calcule, se ajunge la ecuația unică :

$$\frac{d^2 v}{dt^2} = -6\,\frac{\left(-\frac{du}{dt}\right)^2}{u}\,\mathrm{H} - 6\left(-\frac{du}{dt}\right)\frac{d\,\mathrm{H}}{dt} \tag{13}$$

unde :

$$H = \frac{1}{V\tau_0}\left[4v_0 + \tau_0\left(\frac{dv}{dt}\right)_0\right]\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2 - \frac{1}{V\tau_0}\left[3v_0 - \tau_0\left(\frac{dv}{dt}\right)_0\right]\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^3$$

$$\frac{dH}{dt} = -2\frac{1}{V\tau_0^2}\left[4v_0 + \tau_0\left(\frac{dv}{dt}\right)_0\right]\frac{\tau}{\tau_0} + 3\frac{1}{V\tau_0^2}\left[3v_0 + \tau_0\left(\frac{dv}{dt}\right)_0\right]\left(\frac{\tau}{\tau^0}\right)^2$$

In expresiile de mai sus valorile cu indice zero reprezintă valorile inițiale.

Pentru scopuri practice, ecuația (13) prin introducerea parametrilor adimensionali $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, ce pot fi determinați și optimizați prin simulare și prin introducerea variabilei τ se poate pune sub forma :

$$\frac{d^2v}{d\tau^2}\varepsilon_2\frac{1}{\tau}\frac{dv}{d\tau} + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\frac{1}{\tau^2}v = 0 \tag{14}$$

avînd soluția

$$v = C_1\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{\varkappa_1} + C_2\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{\varkappa_1} \tag{15}$$

unde :

$$\varkappa_2, \varkappa_1 = \frac{1}{2} + \frac{\varepsilon_2}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(1 - 4\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2 + \varepsilon_2^2)}$$

$$C_2, C = \pm\frac{\varkappa_2 v_0 + \tau_0\left(\frac{dv}{dt}\right)_0}{\varkappa_2 - \varkappa_1}$$

In acest fel folosind simularea se pot determina, în condiții optime, traiectoria și accelerațiile pentru îmbinare.

In imediata apropiere a țintei are loc frînarea astfel încît distanța și viteza relativă să se reducă la zero simultan. Pe aceiași cale, ca și în cazul precedent, se ajunge la următoarea ecuație de mișcare :

$$\frac{d^2v}{dt^2} = -\varepsilon\left(-\frac{du}{dt}\right)\frac{dH}{dt} \tag{16}$$

unde :

$$\frac{dH}{dt} = -2\frac{1}{A_n\tau_0^2}\left[4v_0 + \tau_0\left(\frac{dv}{dt}\right)_0\right] + \frac{4}{A_n\tau_0^3}\left[3v_0 + \tau_0\left(\frac{dv}{dt}\right)_0\right]\frac{\tau}{\tau_0}.$$

A_n fiind valoarea nominală a accelerației longitudinale. Expresia funcției v este asemănătoare cu (10), $\varkappa_1$ și $\varkappa_2$ fiind de forma :

$$\varkappa_1, \varkappa_2 = \frac{1}{2} + \varepsilon \mp \frac{1}{2}\sqrt{4\varepsilon^2 - 12\varepsilon + 1} \tag{17}$$

Se poate arăta că există legi mai generale pentru comanda frînării, deduse dintr-o ecuație de tipul (16), care conține și un termen cu H.

4. Scheme bloc pentru simulare și cîteva principii constructive a instalațiilor folosite în acest scop

In general pentru studiul mișcării a două aparate în procesul de întîlnire sînt necesare 12 grade de libertate.

Experiența a dovedit însă că sînt suficiente 6 grade de libertate și anume trei de rotație și trei de translație, astfel încît mișcarea de rotație

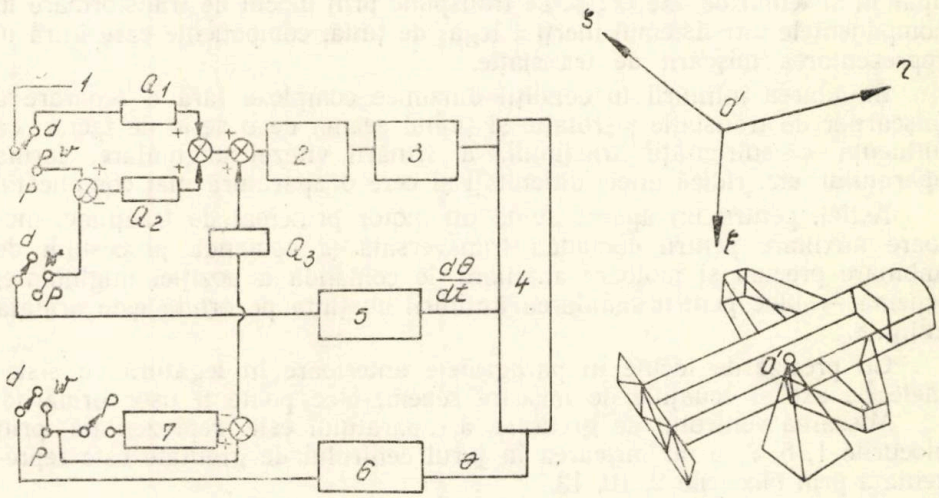


Fig. 7

să poată fi separată de cea de translație. Din punct de vedere al realizării efective această posibilitate de separație a mișcărilor prezintă mari avantaje. Punctul de vedere de mai sus a fost adoptat pentru realizarea unor instalații care simulează separat mișcarea de rotație și de translație în procesul de apropiere și îmbinare.

In fig. 7 este indicat schematic un stand dinamic (Boeing) pentru simularea mișcării de rotație împreună cu schema bloc a sistemului său de dirijare.

Aparatul echilibrat astfel încît centrul de greutate să corespundă cu centrul de rotație, poate efectua la comanda pilotului deplasări unghiulare cu slabă amortizare în jurul celor trei axe, pînă la $\pm 30°$.

Dirijarea se face cu ajutorul unor motoare reactive cu trei moduri de dirijare și anume: directă, dirijare după viteză și dirijare după viteză cu poziție susținută, însemnate în schema bloc, respectiv cu d, w, p.

Semnalele de la pilot intră prin 1 (fig. 7) și apoi releul 2 le conduce la blocul 3 al motorului.

Blocul 4 redă dinamica aparatului iar traductorii 5, 6 și 7 redau respectiv viteza unghiulară, unghiul și poziția.

In ceea ce privește simularea separată a mișcării relative de translație dintre aparat și țintă trebuie remarcat că aceasta se realizează prin suspendarea țintei astfel încît ea să poată fi deplasată în trei dimensiuni. Pentru deplasarea țintei se pot folosi procedee care recurg la operatori, dar cele mai bune rezultate le-au dat regulatorii automați care reduc întîrzierile dinamice ale țintei pînă la circa 1,5 sec.

Conectarea și deconectarea instalației de tracțiune se face de către pilot cu ajutorul instalației de comandă și componentele tracțiunii care apar în sistemul de axe $O'\xi\eta\rho$, se transpune prin blocul de transformare în componentele din sistemul inerțial legat de țintă, componente care intră în reprezentarea mișcării de translație.

Simularea întîlnirii în condiții dinamice complexe fără o separare a mișcărilor de translație și rotație și ținînd seama de o serie de factori ca influența excentricității tracțiunii, a frînării vitezei unghiulare, forma aparatului etc. ridică unele dificultăți și cere o aparatură mai complicată.

Astfel, pentru un aparat avînd un motor principal de tracțiune, motoare auxiliare pentru comanda transversală și comanda procesului de îmbinare precum și motoare auxiliare de comandă a poziției unghiulare, schema — bloc pentru simularea întîlnirii cu ținta pe orbită este arătată în fig. 8.

Cu precizările făcute în paragrafele anterioare în legătură cu sistemele de axe și ecuațiile de mișcare schema-bloc poate fi ușor urmărită.

Mișcarea centrului de greutate a aparatului este reprezentată prin blocurile 1, 5, 7, 9 iar mișcarea în jurul centrului de greutate este reprezentată prin blocurile 2, 10, 13.

Semnalele pilotului transmise prin blocul 1 duc la apariția forțelor de tracțiune T_ξ, T_η, T_ζ aplicate în raport cu axele legate care apoi prin blocul 9 se descompun în forțele T_x, T_y, T_z din sistemul legat de țintă.

Componentele T_x, T_y, T_z, care intră în reprezentarea mișcării de translație a aparatului, se introduc apoi în blocul 8 în care ecuațiile mișcării de translație se rezolvă în raport cu $\frac{dr}{dt}$, $\frac{d\theta}{dt}$, $\frac{d\psi}{dt}$. După integrarea în blocul 5 se obțin respectiv distanța pînă la țintă și unghiurile de orientare ale liniei de vizare.

În ceea ce privește mișcarea în jurul centrului de greutate, semnalele, pilotului transmise cu ajutorul blocului 2 fac să apară componentele M M_η, M_ζ ale momentului forțelor exterioare care se introduc în blocul 11 unde ecuațiile mișcării în jurul centrului de greutate sînt rezolvate în raport cu vitezele unghiulare Ω_ξ, Ω_η, Ω_ζ.

Apariția vitezelor unghiulare Ω_ξ, Ω_η, Ω_ζ este însă legată și de momentele perturbatoare datorite excentricității tracțiunii, momente ce se calculează în blocul 10. Deoarece se ține seama numai de excentricitatea tracțiunii motorului principal, momentele perturbatoare au expresiile:

$$\frac{M_{\eta p}}{I_\eta} = C_y \frac{T_\xi}{M} \; ; \; \frac{M_{\zeta p}}{I_\zeta} = C_z \frac{T_\xi}{M}. \tag{18}$$

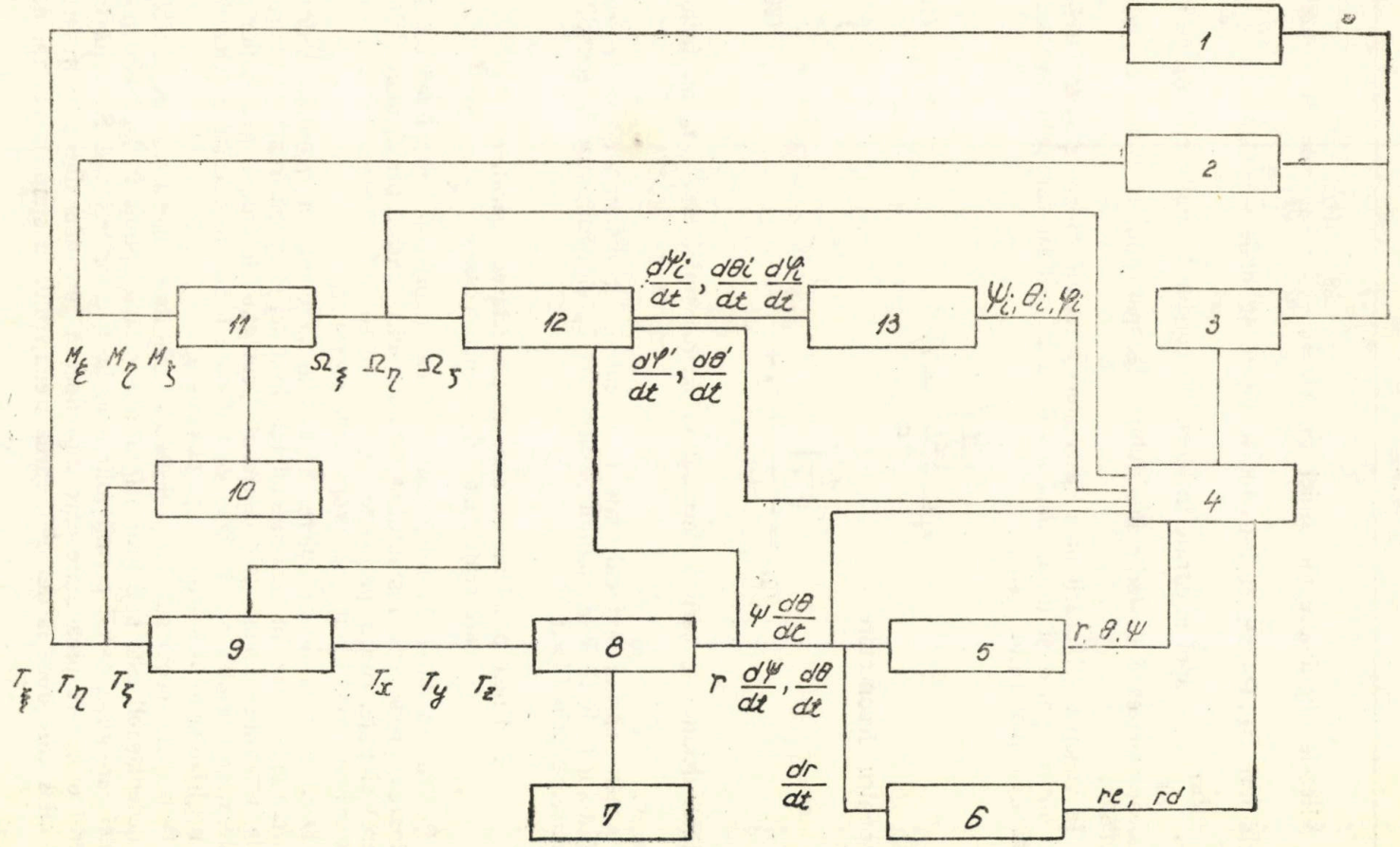

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
$\frac{d\psi_i}{dt}, \frac{d\theta_i}{dt}, \frac{d\varphi_i}{dt}$
$\psi_i, \theta_i, \varphi_i$
$M_\xi \; M_\eta \; M_\zeta$
$\Omega_\xi \; \Omega_\eta \; \Omega_\zeta$
$\frac{d\psi'}{dt}, \frac{d\theta'}{dt}$
$\psi \frac{d\theta}{dt}$
r, θ, ψ
$T_\xi \; T_\eta \; T_\zeta$
$T_x \; T_y \; T_z$
$r \frac{d\psi}{dt}, \frac{d\theta}{dt}$
$\frac{dr}{dt}$
re, rd

Fig. 8

Vitezele unghiulare ale liniei de vizare $\frac{d\theta_l'}{dt}$, $\frac{d\psi_l'}{dt}$ ca și vitezele unghiulare Ω_ξ, Ω_η, Ω_ζ se introduc în blocul 12 unde se calculează $\frac{d\psi_l}{dt}$, $\frac{d\theta_l}{dt}$, $\frac{d\varphi_l}{dt}$ care apoi integrate în blocul 13 conduc la unghiurile ψ_l, θ_l, φ_l, care caracterizează devierile unghiulare ale aparatului în raport cu linia de vizare.

În vederea asigurării unei descreșteri corespunzătoare a vitezei relative, dintre aparat și țintă, mărimea distanței pentru care este necesară conectarea motorului, este :

$$r_c = \frac{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2}{2a} + r_f \tag{19}$$

iar pentru deconectare :

$$r_{dec} = \frac{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2}{2a} + r_f + \frac{dr}{dt} t_\alpha \tag{20}$$

r_f fiind distanța la care se termină urmărirea țintei iar $\frac{dr}{dt} t_\alpha$ un factor corectiv.

Aceste mărimi sînt calculate în blocul 6, iar distanța de la centrul pămîntului la țintă R și unghiul de urmărire θ_u sînt introduse în ecuațiile de mișcare prin blocul 7.

5. Unele probleme ce apar în proiectarea aparatelor care realizează întîlnirea în cosmos

Pentru simularea întîlnirii, atît în ceea ce privește apropierea cît și îmbinarea, proiectarea instalațiilor constînd din aparate urmăritoare (trenajere) și ținte, ridică probleme delicate ce se cer rezolvate astfel încît să se asigure condiții cît mai apropiate de zborul real.

Dacă în faza de apropiere, în special la comanda manuală zborul simultan este bazat în mod special (ca de altfel și zborul real) pe instrumente, ținîndu-se seama de accelerațiile provocate de cîmpul gravitațional accelerațiile Coriolis etc. în faza de îmbinare influența acestor accelerații este neglijabilă totul bazîndu-se pe observare.

Principala problemă în proiectarea aparatului urmăritor deplasabil sau nedeplasabil este mai întîi asigurarea frecării optime în lagărele suspensiei cardanice, care-i permit rotirea în jurul celor trei axe. Se evită în general o frecare prea mare care îngreunează comanda, dar și o frecare prea mică care duce la dezechilibrarea trenajerului la simplele variații de

poziție ale pilotului. Practica a arătat că frecarea în lagărele suspensiei trebuie să fie astfel încît trenajerul să răspundă la mișcarea capului sau mîinii pilotului.

In ce privește translația fără frecare a trenajului aceasta se realizează cu ajutorul reazemelor pe pernă de aer, care să lucreze pe suprafețe netede, forța de propulsie fiind produsă cu ajutorul unor ajutaje reactive.

Ajutajele reactive sînt folosite de asemenea pentru deplasările laterale și rotirea în jurul centrului de greutate al trenajului folosindu-se de obicei ca agent activ azotul.

Acesta pătrunde atît pentru ajutaje cît și pentru perna de aer printr-un furtun flexibil de la o sursă exterioară.

Deplasarea pe verticală a trenajerului nefiind posibilă în acest procedeu de susținere pe pernă de aer și în consecință lipsind cel de al șaselea grad de libertate, în practică, acest grad de libertate se realizează prin deplasarea verticală a țintei.

După cum s-a amintit mai sus în simularea apropierii, trenajerul se prevede cu toate instrumentele necesare de control. In construcțiile deja realizate panoul din cabina trenajerului este prevăzut cu aparate pentru controlul abaterilor unghiulare (unghiurile Euleriene $(\theta_i, \psi_i, \varphi_i)$) a vitezelor unghiulare Ω_ξ, Ω_η, Ω_ζ precum și a vitezelor transversale.

De asemenea se prevăd aparate pentru informare asupra distanței curente a vitezei ei de variație a consumului de energie precum și aparate pentru indicații asupra distanței de conectare și deconectare a instalației principale de propulsie. Se pot lua unele detalii asupra panoului din lucrarea [2].

In ceea ce privește simularea îmbinării, care atunci cînd se folosește comanda manuală, se bazează în mare măsură pe observare directă, s-a constatat că pilotul nu întîmpină dificultăți speciale pînă cînd aparatul urmăritor nu se apropie la circa 6 m la viteză relativă nulă de țintă.

Considerînd că manevra de îmbinare începe de la cîțiva km de țintă, este clar că în proiectare trebuie să se țină seama de faptul că trenajerul se mișcă pe o arie experimentală destul de largă.

Totuși experiențele de simulare a îmbinării întreprinse de firma General Electric au arătat că se pot obține bune rezultate începînd în zborul simulat manevra de îmbinare de la 45 m și chiar mai mici.

Deoarece aparatura curentă de însoțire a țintei dă numai trei mărimi care determină poziția sa în sistemul legat de aparatul urmăritor, la îmbinare trebuiesc determinate încă trei mărimi legate de poziția țintei.

Datele măsurătorilor pot fi transformate cu un dispozitiv de calculat, dînd o informație asupra poziției relative și a vitezei.

6. Unele date experimentale cu privire la simularea întîlnirii cosmice

Experiențele de simulare a întîlnirii cu comandă manuală întreprinse pînă în prezent au scos în evidență faptul că este mai indicată folosirea unui singur pilot și o cît mai mare diversitate de condiții experimentale decît invers.

In această idee, pentru simularea întîlnirii în special privind aspectul apropierii, se consideră un aparat pilot de o singură persoană cu următoarele caracteristicii :

Greutate 9 tone.

Momentele de inerție $I_\xi = 4900$ kgm sec^2 și $I_\eta = 580$ kgm sec^2.

Impulsul specific al motorului principal 315 sec și impulsul specific al motoarelor pentru poziția unghiulară 280 sec.

Accelerațiile datorită tracțiunii 0,3 m/sec^2 în regim de tracțiune mică și 2,4 m/sec^2 în regim de tracțiune mare.

Acest aparat a efectuat o serie de experiențe considerîndu-se că ținta se găsește pe o orbită circulară la o înălțime de 480 km, în momentul începerii întîlnirii aparatul devansînd ținta cu 30 km și avînd o viteză de 75 m/sec în raport cu aceasta.

Aparatul a avut devieri, viteze unghiulare și viteze transversale inițiale care erau imediat anulate, după începerea fiecărei experiențe pilotul efectuînd o serie de manevre în acest sens.

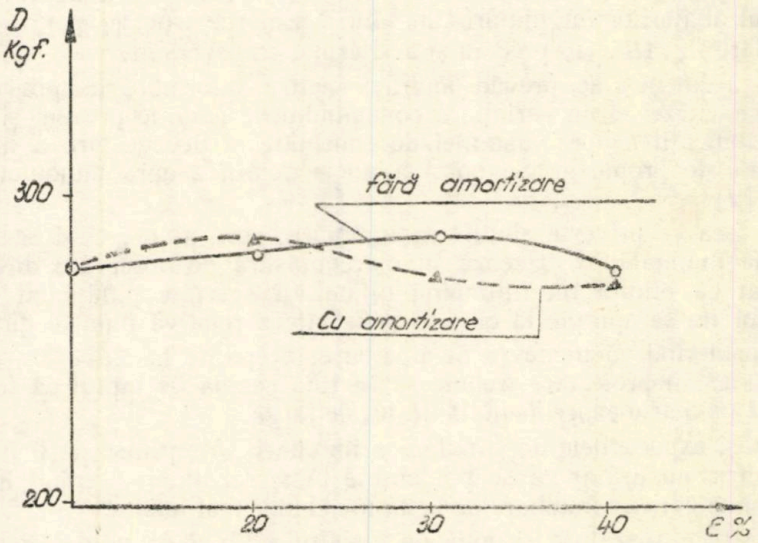


Fig. 9

Pentru un timp mediu de întîlnire de aproximativ 11,5 minute pentru două valori ale coeficientului de amortizare $Q = 0$ și $Q = 0{,}233$ și pentru patru valori ale excentricității tracțiunii $\varepsilon = 0$, $\varepsilon = 20\%$, $\varepsilon = 40\%$, $\varepsilon = 60\%$ s-au cercetat o serie de parametri intervenind în procesul de apropiere. Consumul de combustibil este parametrul esențial în astfel de evoluție.

Experiențele efectuate pe baza datelor de mai sus au arătat că pentru mișcarea de translație produsă de motorul principal consumul de combustibil în funcție de excentricitate variază ca în fig. 9. In ce privește consumul de combustibil necesar pentru conducerea poziției unghiulare totalizat pen-

tru tangaj, ruliu, și girație consumul de combustibil variază ca în fig. 10. Se poate remarca faptul că efectul amortizării are mai mare influență în conducerea poziției unghiulare.

In ceea ce privesc alți parametri, cum ar fi valorile finale ale distanței pînă la țintă, a vitezelor de-a lungul axelor y și z a unghiurilor de tangaj, ruliu și girație, cu excepția distanței pînă la țintă toți ceilalți parametri sînt puternic influențați de amortizare.

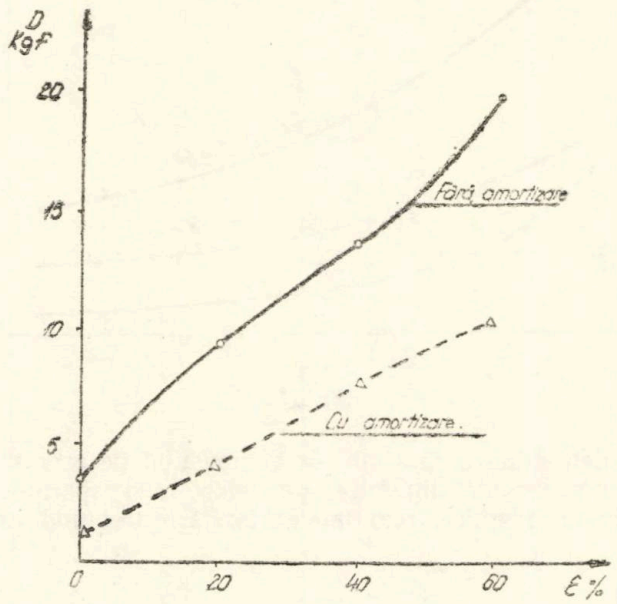


Fig. 10

In ceea ce privește simularea procesului de îmbinare experiențe efectuate pentru o rază de acțiune limitată la ultimii 25 m ai apropierii și pentru valori ale accelerației, datorită tracțiunii, cuprinse între 0,03 m/sec² și 0,15 m/sec², au arătat ca acceptabile toate valorile cuprinse între aceste limite, valorile mai mici ale accelerației necesitînd un consum mai mare de combustibil.

Pentru a avea o imagine asupra consumurilor de combustibil atît în ceea ce privește mișcarea de translație cît și de rotație se pot urmări variațiile globale ale vitezelor. Datele a 210 experiențe de îmbinare în care s-a determinat variația globală a vitezei de translație ΔV funcție de timpul de îmbinare, respectiv variația globală a vitezei unghiulare $\Delta\omega$ funcție de același parametru reprezentate în fig. 11 și fig. 12 pot da o informare și în ceea ce privește aparatele de alte dimensiuni.

Astfel, pentru cazul cînd caracteristicile dinamice ale celor două aparate sînt identice, deoarece pilotul imprimă aceleași variații ale vitezei de

translație și unghiulare combustibilul pentru aceste deplasări poate fi stabilit direct din datele ΔV, $\Delta \omega$ obținute pe imitator.

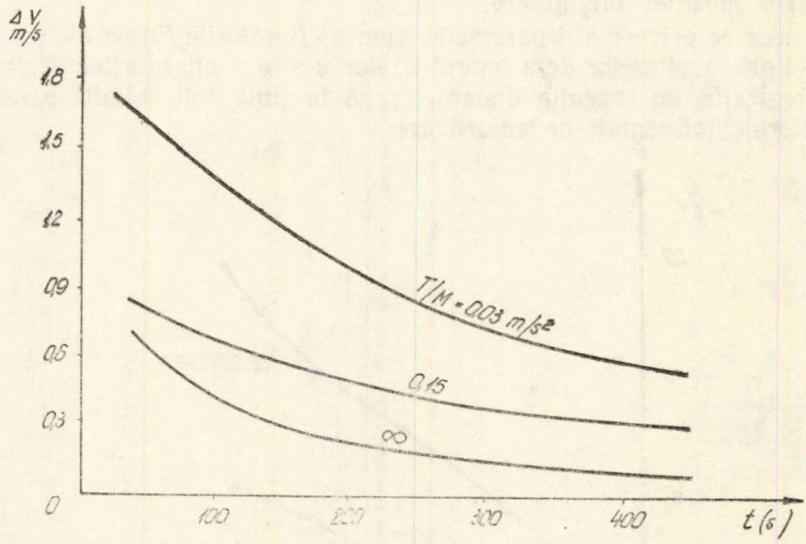


Fig. 11

Problema determinării cantității de combustibil necesar se complică în cazul cînd caracteristicile dinamice ale celor două aparate (imitator și navă) nu mai sînt identice, rezultatele simulării trebuind extrapolate cu precauție.

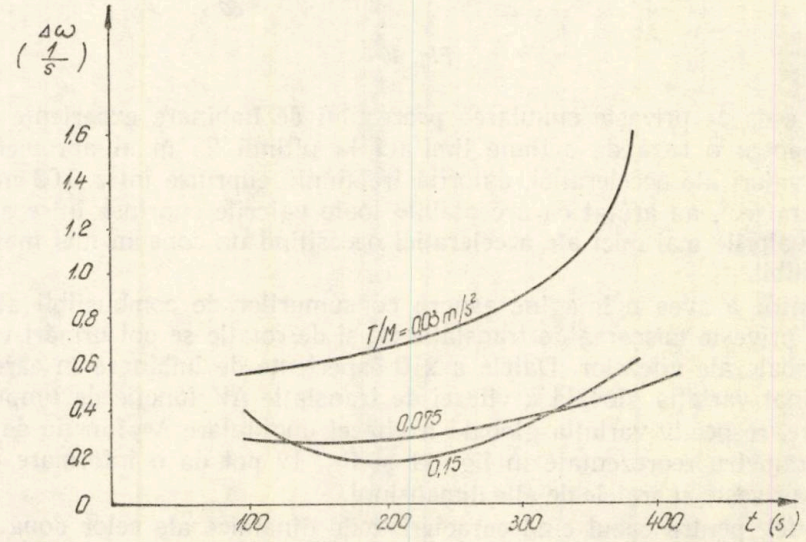


Fig. 12

În vederea realizării contactului aparatului urmăritor cu ținta o problemă deosebit de importantă este vizarea țintei prin fereastra de vizare, cîmpurile de vedere care au dat satisfacție fiind 32° × 16° și 20° × 10° pe verticală, respectiv orizontală.

În ce privesc condițiile de contact datele a 162 de încercări au arătat pentru valori ale accelerației datorită tracțiunii $0{,}03 < \frac{T}{M} < 0{,}15$ m/sec² și a timpului de apropiere între 57 sec — 400 sec că viteza relativă maximă de contact a fost de ordinul 0,25 m/sec iar deplasarea unghiulară maximă între două axe ale aparatului urmăritor și țintă de aproximativ 10°.

Concluzii

Simularea întîlnirii în cosmos de o deosebită importanță în etapa actuală a dezvoltării cosmonauticii se prezintă după cele expuse mai sus într-un stadiu care a permis remarcabilul succes înregistrat în ultima vreme prin apropierea pe orbită a aparatelor cosmice din seria Gemini.

Din experiențele ce se întreprind în prezent, ultima fază a întîlnirii și anume contactul propriu zis urmează a se realiza în curînd, deschizînd prin aceasta un drum nou în cosmonautică.

Catedra de construcții aeronautice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București

BIBLIOGRAFIE

1. *Marinescu Al.:* Sur la simulation des rendez-vous des engins. First International Space Engineering Conférence Ajaccio — 1966.
2. *Roberts J. B., Farber E. I., Larson C. A.:* Simultation of Rendezvous under Adverce Dynamic Conditions, Symp. ou Space Rendezvous, Rescue and Recovery, Edwards Air Force Base, Sept. 1963.
3. *Irish L. A.:* Basic Control Equation for Rendezvous Terminal Guidance ANE — 8 September 1961.
4. *Marinescu Al:* Contributions à l'étude de certains manoeuvres optimum pour le rendezvous des engins sur les orbites circulaires.
XVI International Astronautical Congres. Atens 1965. Materiaux du Symposium AAS.
5. * * * Voprosî raketnoi tehniki. nr. 6, 7, 12, 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 5

TEORIA MECANISMELOR

C. Z. 531.1 : 531.3 : 621.8.02 : 625.2.01

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE CINÉMATIQUE ET DYNAMIQUE DE LA SUSPENSION DES BOGIES AU PASSAGE DES COURBES *

NICOLAE I. MANOLESCU

§ 1. Introduction

Dans la littérature de spécialité sont proposées différentes expressions analytiques du rayon de courbure r_s de la trajectoire du centre de gravité de la traverse des bogies des véhicules de voie ferrée.

Ainsi, d'après Skutsch et Ronay [1] :

$$r_s = \frac{a(al - 2bh)^2}{\lambda^2 l^2 - 2b^3 l - 4ab^2 h}. \tag{1}$$

L'expression du rayon de courbure r_c du point C situé au milieu de la traverse AB, résulte de (1) dans laquelle $h = 0$ (fig. 1 et 2) :

$$r_c = \frac{a^3 l}{\lambda^2 l - 2b^3}. \tag{2}$$

D'après Pawelka [2] la formule (1) avec les mêmes notations de la fig. 1 prend la forme :

$$r_s = \frac{1}{\frac{1}{c}\operatorname{tg}\alpha + \frac{1}{a}(1 + \operatorname{tg}^2\alpha)\left(1 + \frac{d}{c}\operatorname{tg}\alpha\right)\left(1 + \frac{d}{c}\operatorname{tg}\alpha + \frac{a}{c}\operatorname{tg}\alpha\right)} \tag{3}$$

et l'expression (2) la forme :

$$r_c = \frac{1}{\frac{2a}{l}\operatorname{tg}\alpha + \frac{1}{a}(1 + \operatorname{tg}^2\alpha)\left(1 - \frac{2a}{l}\operatorname{tg}\alpha\right)}. \tag{4}$$

Les formules ci dessus — (1) et (2) — sont en realité des expressions analytiques plus complexes, en tenant compte que la majorité des dimen-

* Communiqueé à la session scientifique des cadres didactiques de l'Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest, 27—29 mai 1966.

sions dépendent de l'angle α des balanciers (les suspenseurs A_0A et B_0B) avec la verticale IC (fig. 1 et 2). Ainsi :

$$a = \lambda \cos \alpha \quad ; \quad b = \lambda \sin \alpha .$$

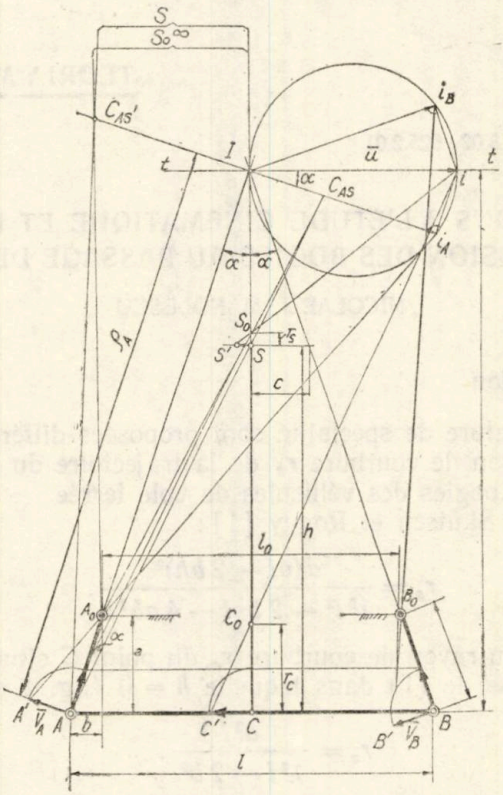


Fig. 1 — La construction graphique des centres de courbure S_0 et C_0 des trajectoires des points S et C pour le cas $l > l_0$ $(AB > A_0B_0)$.

Dans les formules (3) et (4) sont introduites d'autres dimensions (c, d) fonction du même angle α :

$$c = \frac{l}{2} - h \operatorname{tg} \alpha \quad ; \quad d = h - \lambda \cos \alpha .$$

Toutes ces formules comportent de laborieuses calculs numériques qui — quoiqu'aujourd'hui ne constituerait un problème, vu les moyens modernes de calculs à l'aide des machines électroniques de calculs, donnent toutefois la possibilité des erreurs d'interpretation, quand on passe de la formule générale qui exprime le rayon de courbure de la trajectoire du point S à un point quelconque C du plan de la traverse AB.

Les formules données ci dessus (1), (2), (3) et (4) doivent tenir compte de la position du point par rapport aux articulations fixes A_0 et B_0 de deux balanciers.

La formule que nous proposons d'établir dans ce qui suit, élimine toutes ces inconvénients.

La détérmination de cette formule est basée sur la méthode de Hartmann, parce qu'elle est la seule applicable dans les cas des mécanismes quadrilatères pour la construction graphique du centre de courbure.

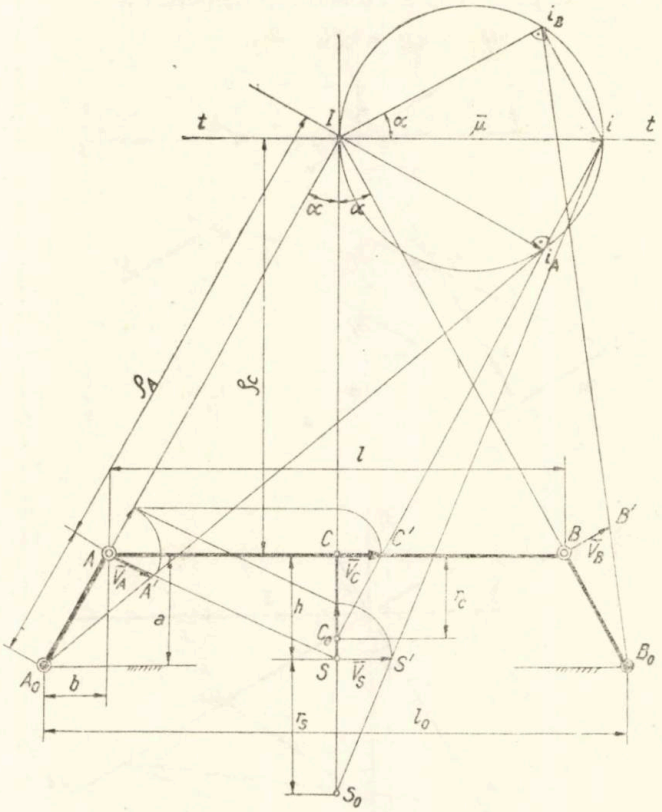


Fig. 2 — La construction graphique des centres de courbure S_0 et C_0 des trapectoires des points S et C pour le cas $l<l_0$ $(AB<A_0B_0)$.

Nous précisons d'avance (comme nous verrons dans les §§ 4 et 5) que la valeur maxima du rayon de courbure sera déterminée à l'aide des constructions graphiques, sans faire appel au calcul analytique.

§ 2. La méthode graphique pour la construction du centre de courbure d'un point situé dans le plan d'une barre en mouvement plan

Cette construction utilise la formule connue d'Euler-Savary [3] :

$$\frac{1}{R_0}+\frac{1}{R}=\left(\frac{1}{r_A-\varrho_A}+\frac{1}{\varrho_A}\right)\cos\varphi=\frac{\omega}{u} \qquad (5)$$

dans laquelle (fig. 3 a, 3 b) :

$R_0 = IO_0$ — este le rayon de courbure de la courbe-base Γ_0 ;

$R = IO$ — le rayon de courbure de la courbe-roulette Γ ;

$r_a = A_0A$ — le rayon de courbure de la trajectoire du point A dans le plan fixe, à l'instant considéré t ;

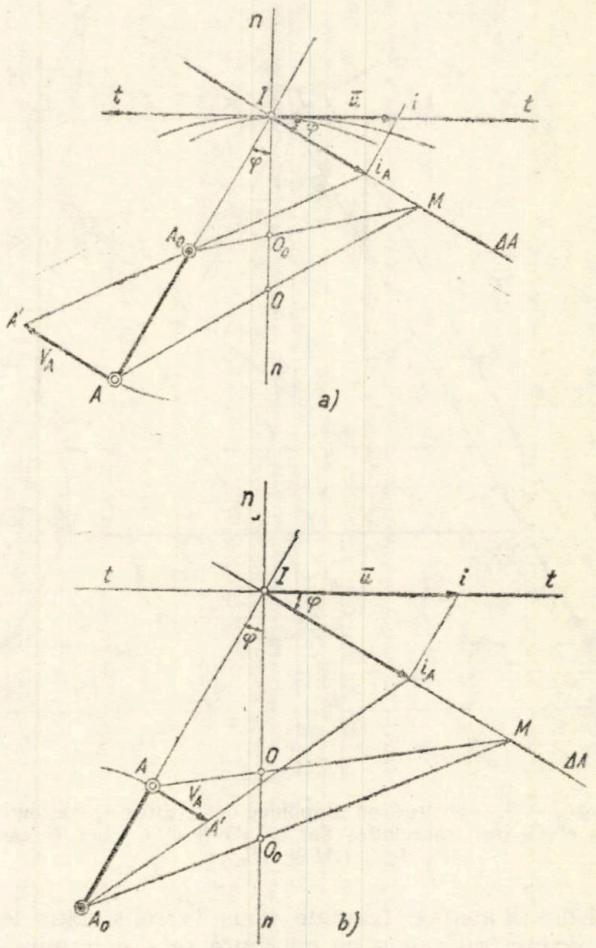


Fig. 3 — Relations métriques entre le rayon de courbure $r_A = A_0A$ et les éléments géometriques et cinématiques de la formule Euler-Savary.

$\varrho_A = IA$ — le rayon vecteur du point A (la distance du centre instantané de rotation I) ;

$\sphericalangle\varphi = \sphericalangle AIn$ — l'angle du rayon vecteur ϱ_A avec la normale commune nn au point I (point de tangence de la base et la roulette) ;

ω — la vitesse angulaire instantanée de rotation du point A;

$u = \dfrac{ds}{dt}$ — la vitesse du centre instantanné de rotation I ($ds = Rd\theta$).

Dans les figures 3 . a et 3 . b sont donnés les constructions graphiques du point A_0 (centre de courbure du point A) à l'aide de la méthode de Hartmann, pour le cas $l > l_0$ (fig. 3 . a) et $l < l_0$ (fig. 3.b).

En connaissant $\bar{u} = \bar{Ii}$ (fig. 3.a, 3.b) le centre de courbure A_0 du point A est déterminé à l'intersection des droites $A'i_a$ et IA ($AA' = \bar{v}_A$, le vecteur de la vitesse du point A; $Ii_A = u \cos \alpha$, la projection du vecteur $\underline{u}$ sur la droite $\Delta_A \perp IA$).

Étant donnés les centres de courbure A_0 et B_0 des deux points A et B (fig. 1 et 2) il est possible par l'inversion de la construction de Hartmann de déterminer les points i_A, i_B et $\bar{u}$ et puis avec cette vitesse $\bar{u}$ le centre de courbure d'un n'importe quel point (S, C etc.) situé dans le plan de la traverse AB.

La construction graphique du S_0 — le centre de courbure du S (centre de gravité de la traverse AB) est présentée dans les fig. 1 et 2.

Comme on remarque, le point S_0 est déterminé à l'intersection des droites $S'i$ ($\overline{SS'} = \bar{v}_S$) et $\underline{IS}$. (Dans ce cas particulier $i_s \equiv i$ parce que le point S est placé sur la normale $\underline{nn}$).

§ 3. Détermination de l'expression analytique du rayon de courbure du point S.

De la similitude des triangles (fig. 1) tr. $A_0AA' \sim$ tr. A_0Ii_A; tr. $B_0BB' \sim$ tr. B_0Ii_B on obtient :

$$\frac{Ii_A}{IA_0} = \frac{Ii_B}{IB_0} = \frac{v_A}{\lambda} = \frac{v_B}{\lambda}. \tag{6}$$

Dans le cas particulier qui correspond à la position moyenne de la traverse AB, on a : $IA_0 = IB_0$, donc :

$$Ii_A = Ii_B = u_A.$$

En tenant compte que :

$$IA_0 = IA - \lambda = \varrho_A - \lambda, \tag{7}$$

de la relation (6) on obtient :

$$u_A = (\varrho_A - \lambda)\frac{v_A}{\lambda}. \tag{8}$$

De la similitude des triangles

$$\text{tr. } S_0SS' \sim \text{tr. } S_0Ii$$

on a :

$$\frac{u}{IS_0} = \frac{v_S}{r_S} = \frac{u}{\varrho_S - r_S}. \tag{9}$$

Mais

$$u = \frac{u_A}{\cos\alpha} = (\varrho_A - \lambda) \cdot \frac{v_A}{\lambda \cos\alpha}. \tag{10}$$

Des relations (9) et (10) en faisant les calculs, on obtient :

$$\frac{v_s}{r_S} = \frac{\varrho_A - \lambda}{\varrho_S - r_S} \cdot \frac{v_A}{\lambda \cos \alpha}.$$

En tenant compte que :

$$\frac{v_A}{v_S} = \frac{IA}{IS} = \frac{\varrho_A}{\varrho_S}$$

on obtient :

$$\frac{\varrho_S}{r_S} = 1 + \frac{\varrho_A}{\varrho_S} \cdot \frac{\varrho_A - \lambda}{\lambda \cos \alpha}$$

d'où :

$$\frac{1}{r_S} = \frac{1}{\varrho_S}\left(1 + \frac{\varrho_A}{\varrho_S} \cdot \frac{\varrho_A - \lambda}{\lambda \cos \alpha}\right) \quad (\text{pour } l > l_0) \tag{11}$$

(la formule (11) est donc valable dans le cas où $AB > A_0B_0$).

Dans le cas $AB < A_0B_0$ la formule (11) devient (fig. 2) :

$$\frac{1}{r_S} = \frac{1}{\varrho_S}\left(-1 + \frac{\varrho_A}{\varrho_S} \cdot \frac{\varrho_A + \lambda}{\lambda \cos \alpha}\right). \tag{12}$$

La différence provient du fait qu'en ce cas on a :

$$IA_0 = IA + \lambda = \varrho_A + \lambda \tag{7'}$$

$$u_A = (\varrho_A + \lambda)\frac{v_A}{u}$$

et par suite

$$u = (\varrho_A + \lambda)\frac{v_A}{\lambda \cos \alpha} \tag{10'}$$

Des formules (11) et (12) on peut écrire :

$$\frac{1}{r_S} = \frac{1}{\varrho_S}\left(\pm 1 + \frac{\varrho_A}{\varrho_S} \cdot \frac{\varrho_A \mp \lambda}{\lambda \cos \alpha}\right) \tag{13}$$

dans laquelle :

$$\begin{pmatrix} + \ , \ - \ \text{pour} \ l > l_0 \\ - \ , \ + \ \text{pour} \ l < l_0 \end{pmatrix}$$

La formule (13) donne l'expression générale de la courbure $\left(\frac{1}{r_s}\right)$ de la trajectoire du point S au moment considéré, fonction des rayons vecteurs ϱ_A et ϱ_S, de la longueur λ du balancier (suspenseur) et de l'angle α correspondant à la position moyenne de la traversse $AB = l$.

Les formules usuelles qui en résultent de (13) en remplaçant ϱ_A et ϱ_S en fonction des dimensions qui correspondent au chaque type de vehicule, donnent la possibilité de la détermination des rayons de courbure des points situés dans le plan de la traverse pour la position moyenne.

Si au lieu du point S on prend un autre point, par exemple C (le milieu de la traverse AB), la formule (13) devient :

$$\frac{1}{r_C} = \frac{1}{\varrho_C}\left(\pm 1 + \frac{\varrho_A}{\varrho_C} \cdot \frac{\varrho_A \mp \lambda}{\lambda \cos\alpha}\right) \tag{14}$$

$$\begin{pmatrix} + \ , \ - \text{ pour } l > l_0 \\ - \ , \ + \text{ pour } l < l_0 \end{pmatrix}$$

En fonction des dimensions l, h, λ et α les expressions analytiques des trois rayons vecteurs sont :

$$\varrho_A = \frac{l}{2\sin\alpha} \tag{15}$$

$$\varrho_S = \frac{l}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha} - h = \frac{l - 2h\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha} \tag{16}$$

$$\varrho_C = \frac{l}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}. \tag{17}$$

Dans les calculs on recommande préalablement la détermination des grandeurs ϱ_A, ϱ_S et ϱ_C à l'aide des formules (15), (16), (17) et après cela on détermine avec facilité la courbure de la trajectoire du point S ou C en utilisant les formules générales (13) respectivement (14).

Application pour le cas de la locomotive Diesel-électrique 060 DA.

Dans ce cas on a :

$l = 2{,}120$ m ; $h = 2$ m ; $\alpha = 13{,}2^0$; $l_0 = A_0B_0 = 1{,}990$ m ;

$\lambda = AA_0 = BB_0 = 0{,}285$ m ; $a = \lambda \cos\alpha = 0{,}27749$ m ;

$b = a\,\mathrm{tg}\,\alpha = 0{,}04725$ m.

$$\varrho_A = \frac{l}{2\sin\alpha} = 4{,}64016 \text{ m} ; \quad \varrho_S = \frac{l}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha} - h = 2{,}52546 \text{ m} ;$$

$$\varrho_C = 4{,}52546 \text{ m}.$$

De la formule (11) on obtient :

$$\frac{1}{r_S} = \frac{1}{2{,}52546}\left[1 + \frac{4{,}64016\,(4{,}64016 - 0{,}285)}{2{,}52546 \times 0{,}27749}\right].$$

On a donc :

$$r_S = 169 \text{ mm.}$$

Le rayon de courbure du point C résulte de la formule (14) pour le cas $l > l_0$. On obtient :

$$\frac{1}{r_C} = \frac{1}{4{,}52546}\left[1 + \frac{4{,}64016\,(4{,}64016 - 0{,}285)}{4{,}52546 \times 0{,}27749}\right]$$

d'où :

$$r_C = 265 \text{ mm.}$$

§ 4. Cas particuliers pour l'application de la formule (13)

1. Si le mécanisme quadrilatère se reduit à un rectangle ($l = l_0$ et $\alpha = 0$) on voit immédiatement de la formule (13) que :

$$\varrho_S = \varrho_C = \infty \quad \text{et} \quad r_S = r_C = \lambda .$$

2. Si $r_S = 0$, on en déduit de la formule (13) $\varrho_s = 0$ ce qui signifie que l coïncide avec S.

Cette conclusion résulte de la fig. 1 aussi bien que de la formule (16) :

$$l - 2h \operatorname{tg} \alpha = 0$$

d'où :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{l}{2h} \text{ donc } \sphericalangle CSB = \sphericalangle CSA = \alpha .$$

3. Si la formule (13) est mise sur la forme suivante :

$$\varrho_S^2 \mp r_S \varrho_S - r_S \varrho_A \frac{\varrho_A \mp \lambda}{\lambda \cos \alpha} = 0 \tag{18}$$

$$\begin{pmatrix} - \ , \ - \text{ pour } l > l_0 \\ + \ , \ + \text{ pour } l < l_0 \end{pmatrix}$$

alors pour $\varrho_S = 0$, on à :

$$r_S = 0 \quad \text{et} \quad \varrho_A = \pm \lambda$$

$$\begin{pmatrix} + \text{ pour } l > l_0 \\ - \text{ pour } l < l_0 \end{pmatrix}.$$

§ 5. Détermination de la position de S dont le rayon de courbure $r_s = \infty$.

1. *La méthode analytique*

De l'équation (13) dans laquelle on remplace ϱ_A et ϱ_S par les expressions (15) et (16) on obtient, après des transformations :

$$\frac{1}{r_S} = \frac{l^2 \mp 2\lambda l \sin^3 \alpha \mp 4\lambda h \sin^2 \alpha \cos \alpha}{(l \cos \alpha - h \sin \alpha)^2 \lambda \cos \alpha} \tag{13'}$$

dans laquelle :

$$\begin{pmatrix} - \ , \ - & \text{pour } l > l_0 \\ + \ , \ + & \text{pour } l < l_0 \end{pmatrix}.$$

Si $r_S = \infty$, ce qui signifie que la trajectoire du centre de gravité S est une ligne droite (seulement sur une portion quelconque), on obtient :

$$l^2 \mp 2\lambda l \sin^3\alpha \mp 4\lambda h \sin^2\alpha \cos\alpha = 0$$

d'où :

$$h = \frac{\pm l^2 - 2\lambda l \sin^3\alpha}{4\lambda \sin^2\alpha \cos\alpha} = \pm\left(\frac{l}{2\sin\alpha}\right)^2 \cdot \frac{l}{\lambda\cos\alpha} - \frac{l}{2}\operatorname{tg}\alpha. \qquad (13')$$

En utilisant la formule (15) et l'expression $\lambda \cos\alpha = a$, on obtient :

$$h = \pm\frac{\varrho_A^2}{a} - \frac{l}{2}\operatorname{tg}\alpha \qquad (19)$$

$$\begin{pmatrix} + & \text{pour } l > l_0 \text{ conformément au fig. 1} \\ - & \text{pour } l < l_0 \text{ conformément au fig. 2} \end{pmatrix}.$$

En introduisant les valeurs numériques pour la locomotive Diesel-électrique 060 DA on a :

$$h = \pm\frac{4{,}64016^2}{0{,}27749} - \frac{2{,}120}{2} \cdot 0{,}23423 = \pm 77{,}584 - 0{,}248,$$

donc :

$$h = 77{,}336 \text{ m pour } l > l_0 \text{ (fig. 4)}$$
$$h = 77{,}832 \text{ m pour } l < l_0 \text{ (fig. 5)}$$

Conclusion. Chez la suspension des bogies des locomotives Diesel-électriques 060 DA il n'est pas possible la réalisation d'une trajectoire rectiligne du centre de gravité S pendant la circulation en courbe.

2. *Méthode graphique* (fig. 4 et 5)

Pour déterminer la position du point S pour lequel on a $r_S = \infty$ on utilise la méthode de Bobillier [4], connue sous le nom de „théorème de l'isogonalité" :

La tangente commune tt (de la base et de la roulette) et l'axe de collinéation (IC_{AB}) sont isogonales avec les rayons vecteurs ϱ_A et ϱ_B des deux points A respectivement B.

Il est connu que l'axe de collinéation des deux points A et B est la droite qui unit le centre instantanné I et le centre de collinéation C_{AB} (l'intersection de AB et A_0B_0).

Pour le cas de la figure on voit immédiatement que $C_{AB} \longrightarrow \infty$ $(AB \parallel A_0B_0)$.

Si on choisit (fig. 5) le groupe des points A et S' (cette position étant inconnue) avec leur centres de courbure A_0 et S'_0 (ce dernier dans la direc-

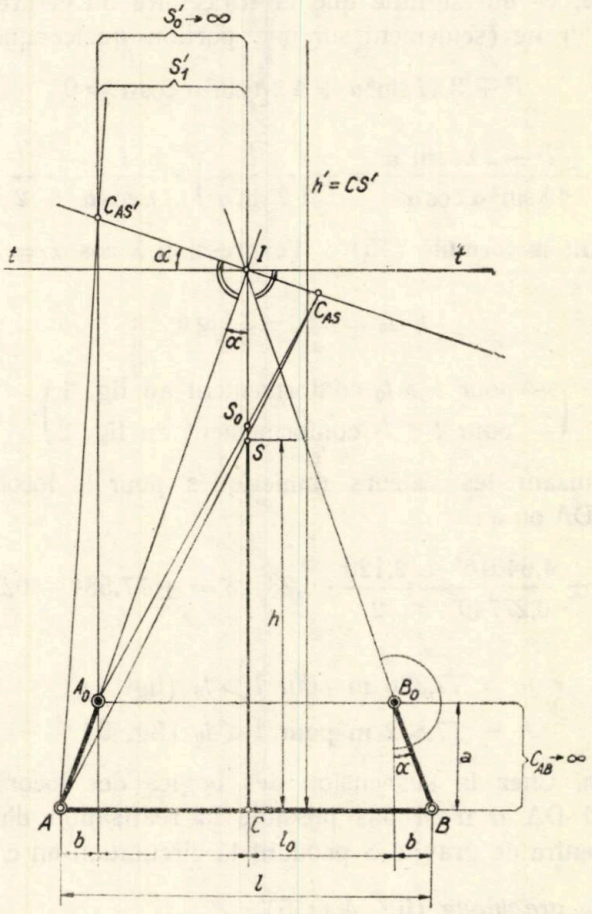


Fig. 4 — La détermination du centre de courbure S_0, du centre de gravité S et de la position de celui ci (S') pour que sa trajectorie soit rectiligne $(S'_0 \to \infty)$ (le cas $l_0 \angle l$).

tion de la normale principale nn), on détermine l'axe de collinéation en construisant :

$$\measuredangle \beta = \measuredangle AIC_{AS'} = \frac{\pi}{2} = \measuredangle S'It$$

(Les deux angles, sont mésurés en sens inverse).

Le centre de collinéation $C_{AS'}$ est determiné à l'intersection de l'axe de collinéation avec la droite $A_0S'_0 \parallel CI$.

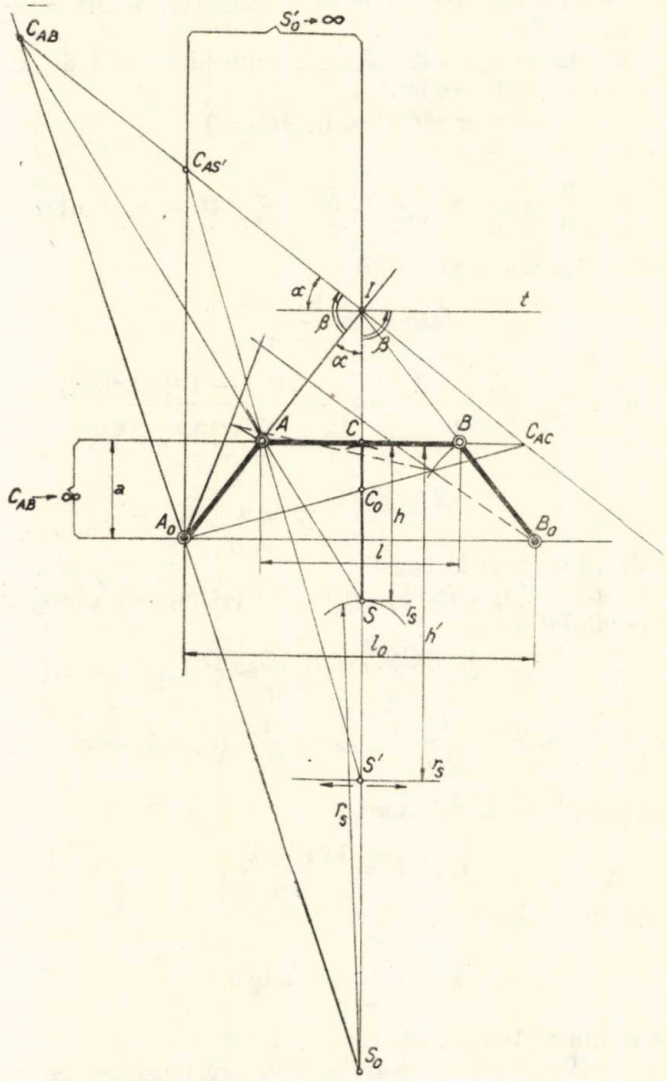


Fig. 5 — La détermination du centre de courbure S_0 du centre de gravité S et de la position de celui ci (S'), pour que sa trajectoire soit rectiligne $(S'_0 \to \infty)$ (Le cas $l_0 > l$).

L'intersection de la droite $AC_{AS'}$ avec le rayon vecteur CI du S' détermine le point S'.

La même construction est valable pour les deux cas présentés dans les fig. 4 et 5.

Dans le premier (la locomotive Diesel-électrique 060-DA) le point S' est placé *au dessus* de la ligne A_0B_0 ; dans le deuxième (la suspension des vaggons des marchandises à deux essieux) le point S' est placé *au dessous* de la ligne A_0B_0.

L'expression analytique (19) résulte immédiatement de la fig. 4.

De la similitude des triangles :

$$\text{tr. } ACS' \sim \text{tr. } AC_{AS'}D$$

on obtient :

$$\frac{h'}{C_{AS'}A_0 + a} = \frac{l}{2b} \therefore h' = \frac{l}{2b}(C_{AS'}A_0 + a).$$

Du triangle $A_0 I C_{AS'}$ on déduit :

$$C_{AS'}A_0 = \frac{\varrho_A - \lambda}{\cos\alpha}$$

$$h' = \frac{l}{2b}\left(\frac{\varrho_A - \lambda}{\cos\alpha} + a\right) = \frac{l(\varrho_A - \lambda + a\cos\alpha)}{2\lambda \sin\alpha \cdot \cos\alpha}$$

d'où :

$$h' = \frac{\varrho_A^2}{a} - \frac{l}{2}\operatorname{tg}\alpha \qquad (19)$$

donc la formule (19) pour le cas $l > l_0$.

Dans le cas où $l < l_0$ (fig. 5) on utilise les mêmes triangles.

Ainsi de la similitude :

$$\text{tr. } ACS' \sim \text{tr. } AC_{AS'}D$$

résulte :

$$|h'| = CS' = \frac{l}{2b} C_{AS'}D = \frac{l}{2b}(C_{AS'}A_0 - a).$$

En tenant compte de la relation :

$$C_{AS'}A_0 = \frac{\varrho_A + \lambda}{\cos},$$

après les opérations on déduit :

$$|h'| = \frac{\varrho_A^2}{a} + \frac{l}{2}\operatorname{tg}\alpha$$

donc la même formule (19) pour le cas $l < l_0$.

La formule (19) donne une indication précieuse en ce qui concerne l'ordre de grandeur de la distance h pour que la trajectoire du centre de gravité soit une ligne droite.

On remarque que h este proportionnel avec le carré du rayon vecteur ϱ_A, donc h' croit en sens inverse avec l'angle α.

Dans les constructions existentes la valeur de l'angle α correspond avec celle des bogies des locomotives Diesel-électriques. On conclut donc que l'affirmation faite [1] q'un guidage en ligne droite est possible à l'aide des „balanciers divergènts" ($l > l_0$) n'est pas valable dans les cas

pratiques, comme on a été mise en évidence dans l'exemple précédent ($h = 77{,}336$ m).

Il est évident que pour la stabilité du bogie et de la machine pendant la circulation en courbe il est nécéssaire que le rayon de courbure du centre de gravité S, ait une valeur finie.

Dans le cas $l > l_0$ nous nous proposons de résoudre le problème inverse suivant :

Déterminer l'angle α pour que la trajectorie du point S' soit une ligne droite [La position de S peut être connue $h = h$ (-6)].

En remplaçant $x = \sin \alpha$, l'équation (13″) devient :

$$4\lambda^2(l^2 + 4h^2)\,x^6 - 16h^2\lambda^2\,x^4 \pm 4l^3\lambda\,x^3 + l^4 = 0$$

$$\begin{pmatrix} - \text{ pour } l > l_0 \\ + \text{ pour } l < l_0 \end{pmatrix},$$

ou :

$$x^6 - \frac{4h^2}{l^2 + 4h^2}\,x^4 \pm \frac{l^3}{\lambda(l^2 + 4h^2)}\,x^3 + \frac{l^4}{4\lambda^2(l^2 + 4h^2)} = 0$$

avec les notations :

$$\beta = \frac{l}{2h} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{l}{\lambda}$$

l'équation ci dessus devient :

$$x^6 - \frac{1}{\beta^2 + 1}\,x^4 \pm \frac{\beta^2\gamma}{\beta^2 + 1}\,x^3 + \frac{\beta^2\gamma^2}{4(\beta^2 + 1)} = 0 \qquad (20)$$

Pour le cas du bogie de la locomotive Diesel-électrique ($l > l_0$) :

$$\gamma = 7{,}4386 \quad ; \quad \gamma^2 = 55{,}332$$

$$\beta = 0{,}53 \quad ; \quad \beta^2 = 0{,}2809$$

l'équation (20) devient :

$$f(x) = x^6 - 0{,}7807\,x^4 - 1{,}6313\,x^3 + 3{,}0335 = 0 \qquad (20')$$

La racine réelle de l'équation derivée (type Cardan) :

$$f'(x) = x^3 - 0{,}52046\,x - 0{,}81565 = 0$$

est :

$$x = 1{,}1193$$

pour laquelle l'équation (20′) a une valeur minima positive.

En conséquence l'équation (20′) est toujours positive pour toutes les valeurs possibles de la variable $x = \sin \alpha$ entre -1 et $+1$.

Cette conclusion confirme l'affirmation qu'il n'est pas possible la construction d'un bogie ($l > l_0$) dont la trajectoire du centre de gravité (S) de sa suspension soit une ligne droite (dans la position moyenne) pendant la circulation en courbe.

§ 6. **Détermination du couple d'inértie actionnant sur la traverse du mécanisme de suspension pendant la circulation en courbe de la locomotive Diesel-électrique.**

La durée de la traversée d'un vehicule en courbe dépend de la longueur de la courbe de racordement et de la vitesse de circulation.

À l'aide de la formule connue :

$$V_{max} = 4{,}6\sqrt{R} \text{ km } h^{-1} \tag{21}$$

et pour $R = 500$ m on obtient $V_{max} = 103$ km h^{-1} d'où resulte qu'une portion de raccordement parabolique de 90 m sera parcourue en $t = 3$ secondes [6].

Pendant ce temps, le plan de la traverse du mécanisme de suspension de la locomotive Diesel-électrique tourne par rapport à la position moyenne avec un angle dont la valeur est :

$$\varphi_2 = 0{,}0031 \text{ rad } (\varphi_2 = 10'50''). \tag{22}$$

Cette valeur résulte de l'expression :

$$\text{tg } \varphi_2 = \frac{\delta S_c - \delta S_s}{h} = \frac{17{,}35 - 11{,}06}{2000} = 0{,}003145 \text{ rad} \tag{23}$$

dans laquelle :

δS_c — est le déplacement du point C sur le cercle de rayon r_c calculé à l'aide de la formule (14) pour le cas $l > l_0$;

δS_s — le deplacement du point S (le centre de gravité de la traverse) sur le cercle de rayon r_S calculé à l'aide de la formule (11). (étant donné que l'angle φ_2 est très petit, on peut considérer $\text{tg } \varphi_2 \cong \varphi_2$).

Dans ce cas la vitesse angulaire moyenne pendant la première période (en considèrant dans une première approximation que cette durée est la moitié du parcours total de la portion de raccordement) a la valeur :

$$\omega_{2m} = \frac{2\varphi_2}{t} = \frac{2 \times 0{,}003145}{3} = 0{,}0021 \text{ rad } s^{-1}.$$

Durant le même intervalle, l'accélération angulaire moyenne est :

$$\varepsilon_{2m} = \frac{2\omega_{2m}}{t} = \frac{2 \times 0{,}0021}{3} = 0{,}0014 \text{ rad } s^{-2}$$

Le couple d'inértie correspondant est :

$$M_i = -\varepsilon_{2m} I_G \text{ kgfm}^2 \tag{24}$$

dans lequel :

$$I_G = \frac{G_2}{g} \cdot \frac{H^2 + L^2}{12} \text{ kgfms}^2 \tag{25}$$

est le moment d'inértie de la locomotive par rapport à l'axe qui passe par le centre de gravité et est parallèle à l'axe de la voie ferrée.

On considère seulement la moitié de cette valeur pour un bogie.

Dans le cas de la locomotive Diesel-électrique 060-DA, la valeur de I'_G (pour un bogie) s'obtient de la formule (25) dans laquelle on introduit H et L avec les valeurs (approximatives) :

$$I'_G = \frac{1}{2} I_G = \frac{1}{2} \cdot \frac{70.000}{9{,}81} \cdot \frac{2{,}25^2 + 10^2}{12} = 31589{,}75 \text{ kgfms}^2.$$

Le couple d'inértie de la traverse a donc la valeur :

$$M_i = 0{,}0014 \times 31589{,}75 = 44{,}225 \text{ kgfm}.$$

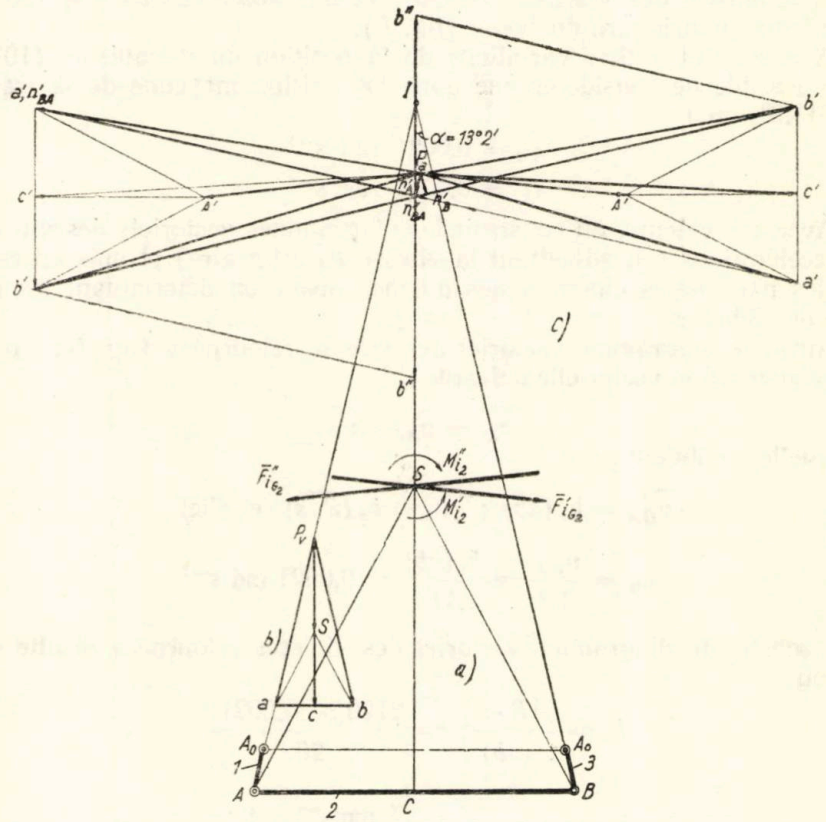


Fig. 6 — Le calcul graphique de l'accélération $\bar{a}_s$ du centre de gravité S de la traverse du mécanisme de suspension du bogie de la locomotive Diesel-électrique : *a)* le diagramme du mécanisme : *b)* le diagramme vectoriel des vitesses retournées de 90° : *c)* le diagramme vectoriel des accélérations retournées de 180°.

Ce couple s'oppose au couple de la force centrifuge incompensée qui tend à apporter la caisse de la locomotive dans la position d'équilibre, correspondant au passage dans la courbe de rayon R.

Dans la deuxième période (qui correspond au décroissement de la vitesse angulaire ω_2 de la travérse) le couple d'inértie M_i a le même sens que le couple d'inértie de la force centrifuge incompensée.

Dans le cas de la locomotive Diesel-électrique ce couple d'inértie est très petit en comparaison avec celui de la force centrifuge incompensée.

Pour mieux pouvoir apprécier l'ordre de grandeur de ces forces (centrifuge et d'inertie) on déterminera la position de la droite support de la résultante équivalente, du point de vue de l'effet, avec le couple d'inértie donné par la relation (23).

On détermine dans ce qui suit, l'accélération a_S du centre de gravité en construisant les équations vectorielles, d'Euler : les diagrammes vectoriels retournés des vitesses (de 90^0) et des accélérations (de 180^0) du mécanisme quadrilatère du bogie (fig. 6).

A cause des petites variations de la position du mécanisme (10'50''), il est possible de considérer que dans la position moyenne de la traverse ($\alpha = 13{,}2^0$) on a :

$$\omega_2 = 0{,}0021 \text{ rad } s^{-1}$$

$$\varepsilon_2 = 0{,}0014 \text{ rad } s^{-2}$$

Avec ces valeurs, on construit les diagrammes vectoriels des vitesse et des accélérations (en admettant la vitesse v_A arbitraire) et puis on calcule tous les paramètres cinématiques du mécanisme en déterminant les grandeurs des échelles.

Ainsi, le diagramme vectoriel des vitesse retournées (fig. 6 a) résulte de la construction vectorielle suivante :

$$\overline{v_B} = \overline{v_A} + \overline{v_{BA}} \tag{26}$$

de laquelle on obtient :

$$\overline{v_{BA}} = k_v(\overline{ab}) \; ; \quad \overline{v_S} = k_v(\overline{P_v s}) \text{ et d'ici :}$$

$$\omega_2 = \frac{v_{BA}}{AB} = \frac{k_v(ab)}{AB} = 0{,}0021 \text{ rad } s^{-1}$$

L'échelle du diagramme vectoriel des vitesses retournées résulte de la rélation :

$$k_v = \frac{AB \cdot \omega_2}{(ab)} = \frac{2120 \times 0{,}0021}{26}$$

ou :

$$k_v = 0{,}1712 \left[\frac{\text{mms}^{-1}}{\text{mm}} \; . \right] \tag{27}$$

A l'aide de (27) on a :

$$v_A = v_B = k_v(P_v a) = 0{,}1712 \times 58 = 9{,}930 \text{ mms}^{-1}$$

et :

$$v_{BA} = k_v(ab) = 0{,}1712 \times 26 = 4{,}451 \text{ mms}^{-1} .$$

On construit (fig. 6 c) le diagramme vectoriel des accelérations à une échelle arbitraire k_a, et on déterminera $\overline{a_A^t}$ en posant la condition pour que $\varepsilon_2 = 0{,}0014$ rad s^{-2}.

L'équation vectorielle :

$$\bar{a}_B = \bar{\bar{a}}_B^n + \bar{a}_B^t = \bar{\bar{a}}_A^n + \bar{\bar{a}}_{BA}^n + \bar{\bar{a}}_{BA}^t + \bar{a}_A^t \tag{28}$$

devienne dans le diagramme vectoriel des accélérations retournées de 180° :

$$(\overline{P_a b'}) = (\overline{P_a n'_B}) + (\overline{n'_B b'}) = (\overline{P_a n'_A}) + (\overline{n'_A n''_{BA}}) + (\overline{n''_{BA} b''}) + (\overline{b'' b'})$$

Les vecteurs de l'équation (28) soulignés avec deux lignes sont connus en valeur, diréction et sens comme suit :

$$a_B^n = a_A^n = \frac{v_A^2}{A_0 A} = \frac{9{,}93^2}{285} = 0{,}346 \text{ mms}^{-2} \tag{29}$$

$$a_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{AB} = \frac{4{,}451^2}{2120} = 0{,}00934 \text{mms}^{-2} \tag{30}$$

$$a_{BA}^t = AB \cdot \varepsilon_2 = 2120 \cdot 0{,}0014 = 2{,}968 \text{ mms}^{-2}. \tag{31}$$

En admettant l'échelle des accélérations :

$$k_a = 0{,}05 \left[\frac{\text{mms}^{-2}}{\text{mm}}\right]$$

on obtient les ségments correspondants du diagramme vectoriel des accélérations :

$$(P_a n'_A) = (P_a n'_B) = \frac{a_A^n}{k_a} = \frac{0{,}346}{0{,}05} = 6{,}92 \text{ mm},$$

$$(n'_A n''_{BA}) = \frac{a_{BA}^n}{k_a} = \frac{0{,}00934}{0{,}05} = 0{,}187 \text{ mm},$$

$$(n''_{BA} b'') = \frac{a_{BA}^t}{k_a} = \frac{2{,}968}{0{,}05} = 59{,}360 \text{ mm},$$

$$\text{tg } \mu_2 = \frac{a_{BA}^t}{a_{BA}^n} = \frac{\varepsilon_2}{\omega_2^2} = \frac{0{,}0014}{0{,}00212} = 317{,}46,$$

d'où

$$\mu_2 = 89°48',$$

ce qui signifie que J (le centre instantanné des accelérations) et I (le centre instantanné des vitesses) sont presque confondus.

À l'aide des ségments calculés plus haut on construit enfin le diagramme vectoriel des accélérations.

Pratiquement sur le diagramme le segment $(n'_A n''_{BA})$ est un point confondu avec le point n'_A.

De cette construction (fig. 6 c) résulte :

$$a_A = k_a(P_a a') = 0{,}05 \cdot 131 = 6{,}55 \text{ mms}^{-2},$$

$$a_B = k_a(P_a b') = 0{,}05 \cdot 134 = 6{,}70 \text{ mms}^{-2},$$

$$a_C = k_a(P_a c') = 0{,}05 \cdot 128{,}5 = 6{,}425 \text{ mms}^{-2},$$

$$a_S = k_a(P_a s') = 0{,}05 \cdot 72 = 3{,}600 \text{ mms}^{-2}.$$

La force d'inértie de la traverse y compris la partie de la caisse de la locomotive Diesel-électrique a la valeur :

$$F_{iG} = \frac{G_2}{2g} a_S = \frac{70\,000}{2.9{,}81} \cdot \frac{3{,}600}{1000} = 12{,}84 \text{ kgf.}$$

Le torseur des forces d'inértie de la traverse et de la caisse, pendant la circulation dans la portion de raccordement est donc :

$$M_i = 44{,}225 \text{ kgfm} \quad , \quad F_{iG} = 12{,}84 \text{ kgf}.$$

L'éffet du torseur peut être remplacé par celui d'une résultante unique, dont son support est défini par la distance :

$$h = \frac{M_i}{F_{iG}} = \frac{44{,}225}{12{,}84} = 3{,}444 \text{ m}$$

donc à 1,444 m sous la traverse *AB*.

Le diagramme vectoriel des accélérations retournées de 180° (fig. 6c) est construit comme suit :

— dans la partie gauche le diagramme vectoriel correspondant à la deuxième période du mouvement de la traverse (quand elle s'approche de la position extrême d'équilibre) ;

— dans la partie droite, ce qui correspond à la première période.

L'approximation faite dans la construction des diagrammes vectoriels des vitesses et des accélérations, en considérant les mêmes positions pour le mécanisme de suspension, n'influence pas l'ordre des grandeurs des forces d'inértie.

Dans le cas de la première période du déplacement de la traverse (quand le mouvement est accéléré) le diagramme vectoriel des accélérations se modifie à cause du changement de sens du $\overline{a_{BA}^t}$ ($\overline{n_{BA}'' b''}$ étant dirijé en haut). Il est clair donc, que dans le cas de la figure 6c le torseur (M_i, F_{iG}) a le même éffet que la force centrifuge incompensée qui tend à rapporter la traverse dans la position d'équilibre, l'éffet étant inverse dans la première période.

La conclusion importante qui se dégage de cette analyse sommaire est que le mouvement du mécanisme de suspension de la locomotive Diesel électrique pendant la circulation dans la portion de raccordement n'influence ni le confort, ni la stabilité de route.

L'étude similaire pour les véhicules de voie ferrée circulant à grande vitesse ($v > 200$ kmh^{-1}) s'impose, d'après notre opinion, avec nécéssité.

L'importance de la position du pôle d'inértie [7], [8] dans le plan de la traverse, pendant la circulation dans la portion de raccordement, pourra être mise en évidence par les enregistrement des diagrammes de variations de l'angle φ_j : $\varphi_1 = \varphi_1(t)$; $\varphi_2 = \varphi_2(t)$; $\varphi_3 = \varphi_3(t)$ φ_1; φ_2; φ_3 étant les paramètres de position des éléments AA_0; AB; BB_0 du mécanisme de suspension.

Les dérivations de ces diagrammes donneront succesivement : ω_j et ε_j $(j = 1, 2, 3)$.

L'influence sur le confort ou sur la stabilité de route du véhicule sera déterminé du rapport qui existe entre la force centrifuge incompensée et la force d'inértie dans l'ensemble du mécanisme de suspension du vehicule.

Le problème est ouvert à toutes les recherches scientifiques.

La chaire de théorie de mécanisme
Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Ronai Gyula:* A vasúti járomii vek forgóalváz himbafelfüggesztésénk mechaniskaja (sur la mécanique des suspenseurs des balanciers des bogies); Skutsch l'article publié dans Glasers Annalen 15.11.1927 p. 1192.
2. *Pawelka Erwin:* Hundert Ubungen aus der Mechanik (Übung 9). Wien Springer Verlag 1948.
3. *Manolescu, N. I., Erceanu I., Pelmuș M., Antonescu P.:* Culegere de probleme de teoria mecanismelor și a mașinilor. București, Editura didactică și pedagogică, 1963, p, 381.
4. *Manaĭu V.:* Structura și cinematica mecanismelor, București, Editura Tehnică, 1959, p. 372—374.
5. *Krauss R.:* Geradführungen durch des Gelenkviereck. Düsseldorf, Deutscher Ingenieur-Verlag, GmbH 1955.
6. *Lefterescu D.:* Curbe de cale ferată parcurse cu viteze mari. Revista Căilor Ferate nr. 2/1965.
7. *Manolescu, N. I., Stoenescu Al., Boiangiu D.:* Polul de inerție în mișcarea cicloidală și interpretarea lui în mișcarea de șurub. Bulet. Inst. polit. București Tom. XXIV, fasc. 2, 1962, p. 59 ... 79.
8. *Manolescu, N. I., Dranga M.:* Asupra ecuației curbei polului de inerție în cinematica și dinamica mecanismelor. Bulet. Inst. polit. „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXVII, nr. 4/1965 p. 47 ... 66.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 5

ORGANE DE MAŞINI

C.Z.: 621.822 : 678.

ASPECTE TERMICE ALE CUZINEŢILOR PENTRU LAGĂRE ÎNDEOSEBI DIN MATERIALE PLASTICE *

GH. MANEA, N. BOICU, M. PASCOVICI

1. Cercetările experimentale asupra cîmpului de temperatură în filmul de lubrifiant au scos în evidenţă diferenţe între repartiţia temperaturii la cuzineţii metalici faţă de cea aparentă la bucşele din poliamidă, expli-

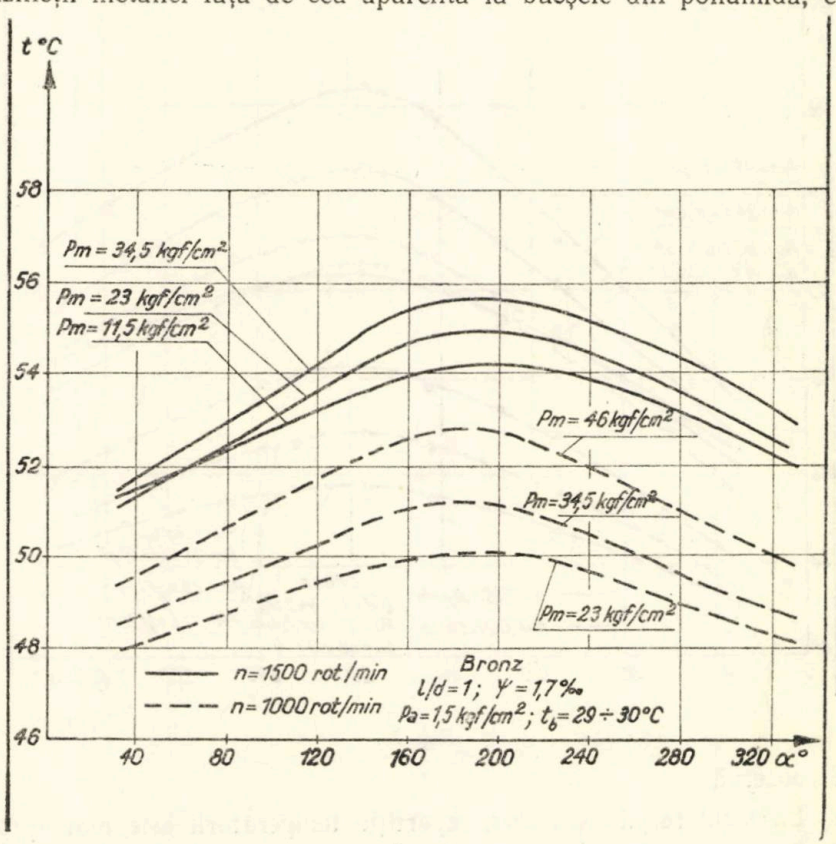


Fig. 1

* Lucrarea comunicată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, 27—29 mai 1966.

cabile atît prin proprietățile *izolante ale acestora* din urmă, prin deformațiile macrogeometrice în timpul funcționării, cu efect asupra proceselor hidrodinamice, cît și prin procesele diferite în zonele limită lubrifiant-bucșă [1].

Astfel, pentru cuzinetul din bronz cu raportul $\frac{l}{d} = 1$ (l — lungimea cuzinetului, d — diametrul fusului), la jocurile relative $\psi = 1{,}7‰$ și $\psi = 2{,}5‰$, la vitezele periferice de 1,88 m/s și 2,82 m/s, sarcina aplicată vertical variind între 11,5—46 kgf/cm², variația temperaturii în pelicula de lubrifiant în direcție periferică apare ca în figurile 1 și 2.

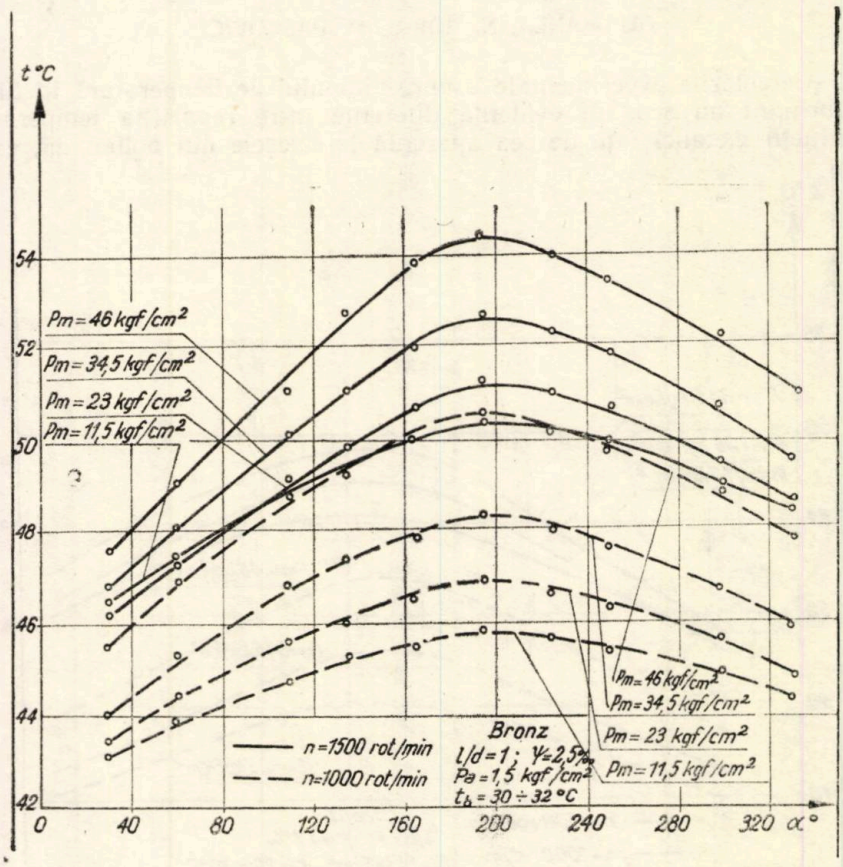


Fig. 2

Se observă :

a) La jocul relativ ψ *redus*, repartiția temperaturii este mai apropiat simetrică.

b) Fluxul mai activ de lubrifiant, favorizat de creșterea jocului relativ ψ, are ca efect o micșorare a vîrfului de temperatură.

c) La jocurile mari, diferența dintre temperaturile extreme crește datorită faptului că, în zona descărcată, se face un amestec mai abundent cu uleiul proaspăt introdus în lagăr și, totodată, circulația laterală a uleiului este mai activă.

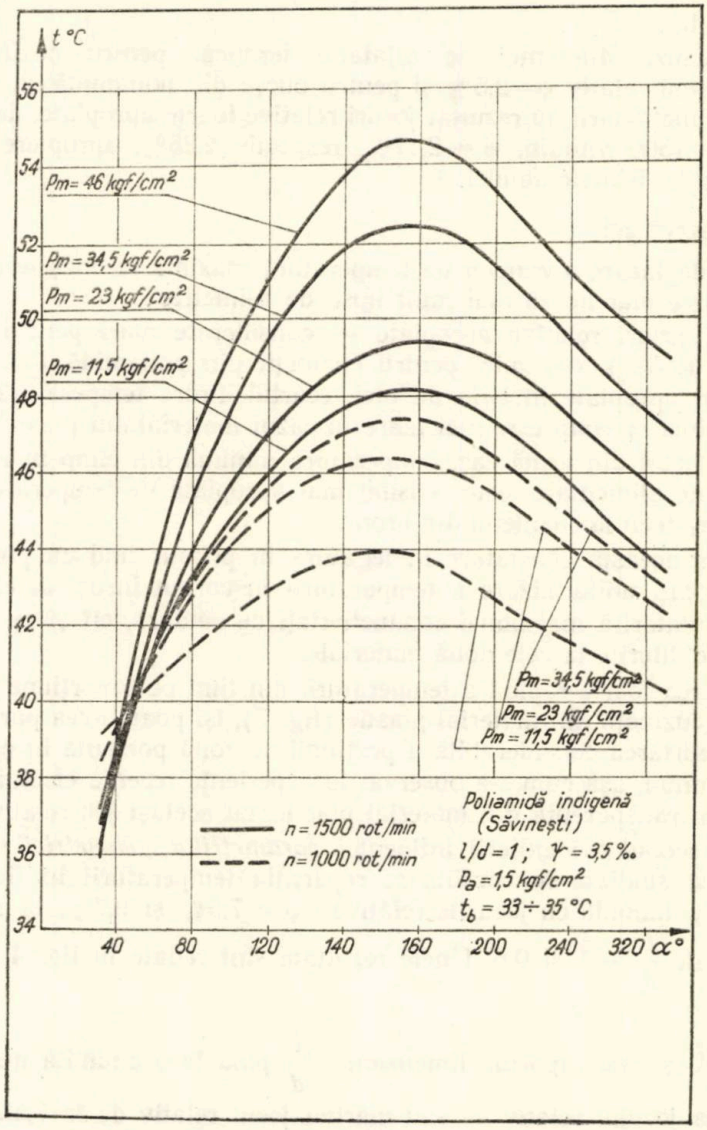


Fig. 3

Scăderea diferenței dintre temperaturile extreme, precum și aplatisarea curbelor de temperatură la valori mici ale jocului relativ, ridică temperatura medie.

In aceleaşi condiţii de încărcare, de viteză şi de alimentare, pe acelaşi stand de încercare, pentru bucşa din poliamidă cu raportul dimensional $\frac{l}{d} = 1$ şi cu jocul relativ $\psi = 3{,}5‰$, s-a obţinut variaţia temperaturii în film din fig. 3.

Din cauza diferenţei de dilataţie termică, pentru cuzinetul din bronz cu jocul relativ $\psi = 2{,}5\%$ şi pentru bucşa din poliamidă cu $\psi = 3{,}5‰$, în timpul funcţionării au rezultat jocuri relative foarte apropiate, de exemplu pentru $n = 1500$ rot/min, $\psi = 2{,}17‰$, respectiv $2{,}25\%$, apropiere care s-a constatat şi la debitele de ulei.

Se observă aci:

a) O deplasare a zonelor de temperatură maximă la bucşele din poliamidă, ceea ce marchează mai mult lipsa de asimetrie;

b) La jocuri relative apropiate — considerate mari pentru cuzineţii din bronz ($2{,}5‰$), dar mici pentru cuzineţii din poliamidă ($3{,}5‰$) şi la temperaturi apropiate în baia de ulei, ecartul dintre temperatura maximă şi cea minimă *în cîmp* este mai mare în cazul materialului plastic.

c) În acest din urmă caz, temperatura minimă din cîmp în apropierea orificiului de alimentare este sensibil mai apropiată de temperatura uleiului din baie, decît la cuzinetul din bronz.

Punem această constatare în legătură în primul rînd cu posibilitatea de mai uşoară uniformizare a temperaturii în corpul însuşi al cuzinetului din bronz, datorită mai bunei conductivităţi de căldură, cît şi cu procesele superficiale diferite la cele două materiale.

Creşterea foarte rapidă a temperaturii din film pe o porţiune periferică redusă, la cuzineţii din material plastic (fig. 7), îşi poate avea parţial explicaţia în scurtarea considerabilă a porţiunii de zonă portantă în care există filmul continuu, aşa cum s-a observat la experienţe recente efectuate de noi cu o bucşă transparentă din material plastic, cu acelaşi joc relativ ($7{,}5‰$).

2. În scopul evidenţierii influenţei *parametrilor geometrici* şi *funcţionali*, a fost studiată în continuare repartiţia temperaturii în film pentru bucşe din poliamidă cu jocurile relative $\psi = 7{,}5‰$ şi $9{,}7‰$, la rapoartele dimensionale $\frac{l}{d} = 1$ şi 0.6. Unele rezultate sînt redate în fig. 4 şi 5, respectiv 6 şi 7.

2.1. Micşorînd raportul dimensional $\frac{l}{d}$ pînă la o anumită limită — cu menţinerea jocului relativ — sau mărind jocul relativ de la $7{,}5‰$ la $9{,}7‰$ pentru acelaşi raport dimensional $\frac{l}{d}$, chiar dacă nu se schimbă mult temperatura maximă, se micşorează totuşi temperatura medie, datorită condiţiilor mai bune de răcire.

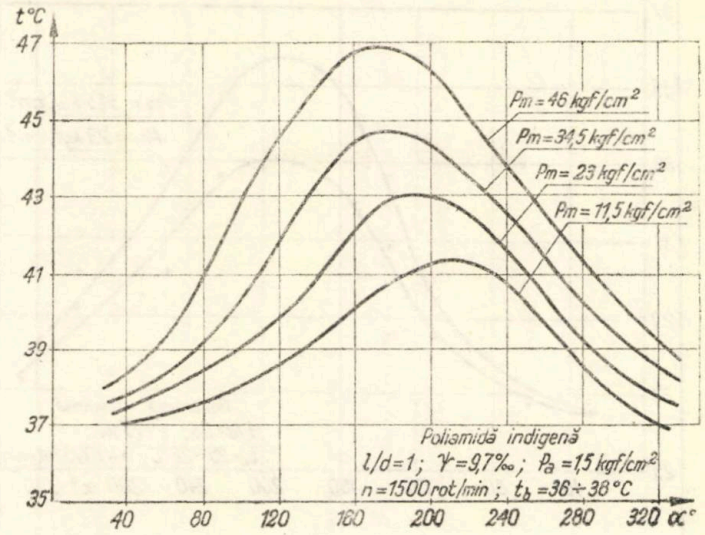


Fig. 4

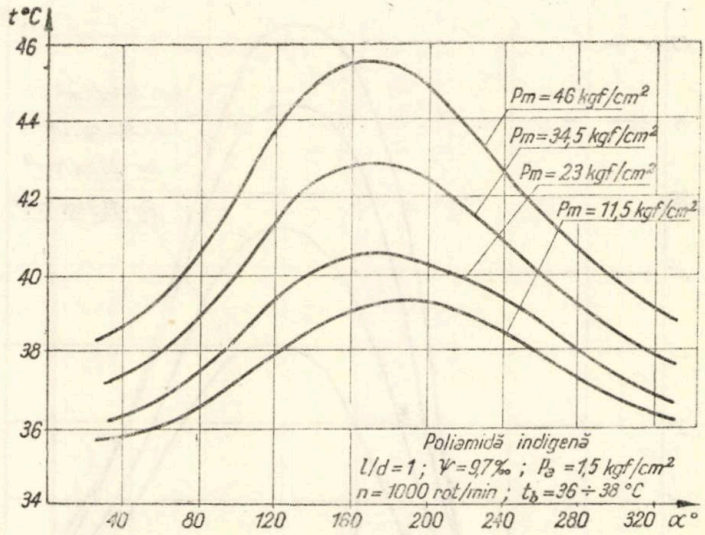


Fig. 5

In fig. 8 și 9 este redată variația raportului dintre temperatura *maximă* și temperatura *medie* a filmului, în dependență de încărcare, la vitezele periferice de 1,88 m/s și 2,82 m/s, interesantă pentru cunoașterea condițiilor locale. La cuzinetul metalic, temperatura medie a fost depășită cu cel mult 5% ; dimpotrivă, la cuzinetul din poliamidă, depășirea temperaturii medii

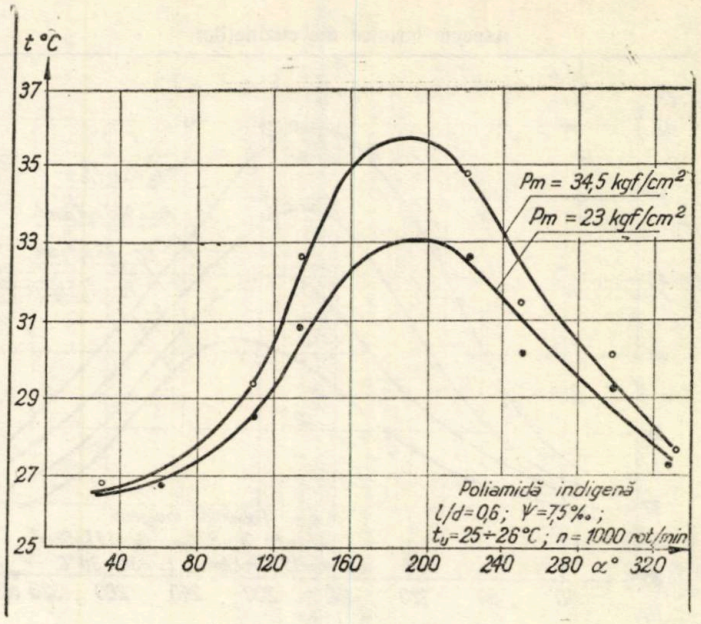

t °C
37
35
33
31
29
27
25
40
80
120
160
200
240
280
α° 320
Pm = 34,5 kgf/cm²
Pm = 23 kgf/cm²
Poliamidă indigenă
l/d = 0,6 ; Ψ = 7,5 ‰ ;
t_u = 25÷26 °C ; n = 1000 rot/min

Fig. 6

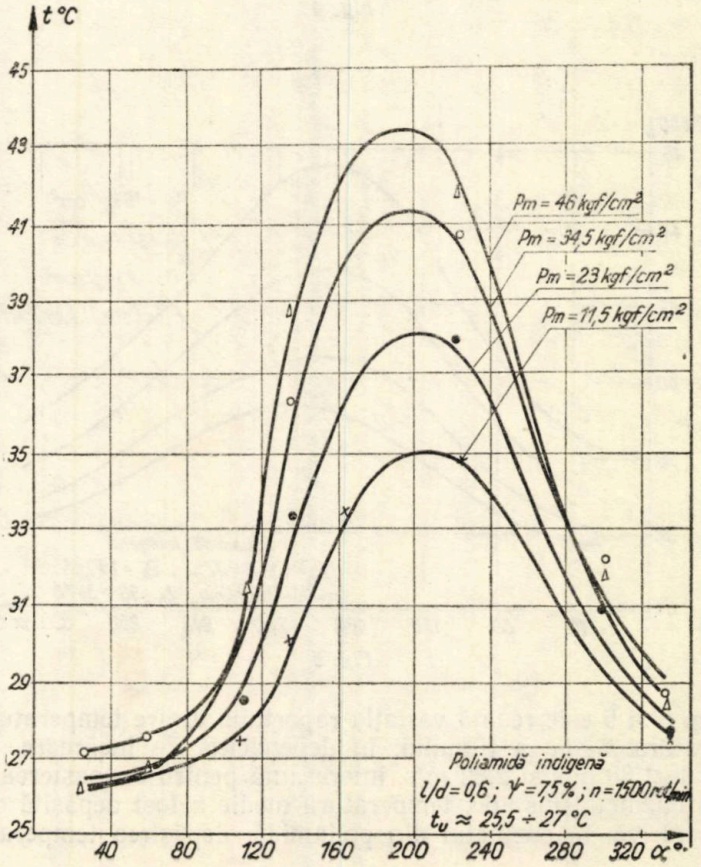

t °C
45
43
41
39
37
35
33
31
29
27
25
40
80
120
160
200
240
280
320 α°
Pm = 46 kgf/cm²
Pm = 34,5 kgf/cm²
Pm = 23 kgf/cm²
Pm = 11,5 kgf/cm²
Poliamidă indigenă
l/d = 0,6 ; Ψ = 7,5 % ; n = 1500 rot/min
t_u ≈ 25,5 ÷ 27 °C

Fig. 7

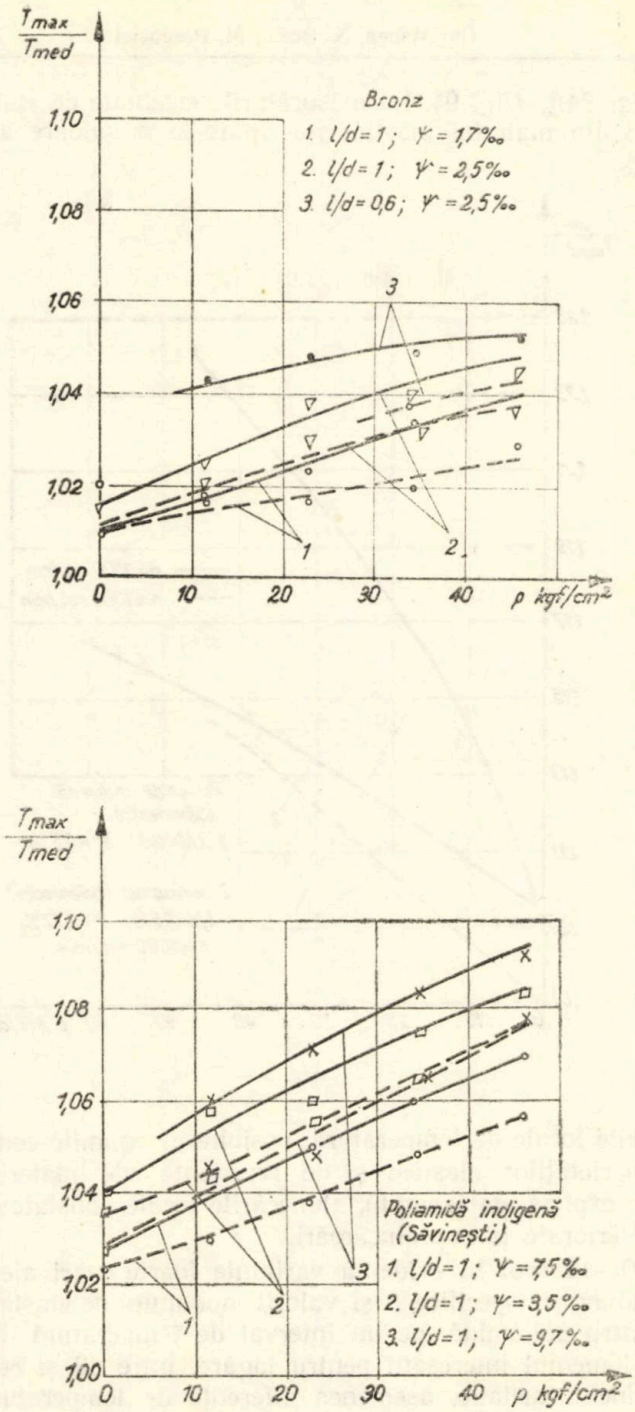

Tmax / Tmed
Bronz
1. l/d = 1 ; Ψ = 1,7‰
2. l/d = 1 ; Ψ = 2,5‰
3. l/d = 0,6 ; Ψ = 2,5‰
1,10
1,08
1,06
1,04
1,02
1,00
0
10
20
30
40
p kgf/cm²
Poliamidă indigenă
(Săvinești)
1. l/d = 1 ; Ψ = 7,5‰
2. l/d = 1 ; Ψ = 3,5‰
3. l/d = 1 ; Ψ = 9,7‰
n = 1500 rot/min
n = 1000 rot./min

Fig. 8

a *atins* chiar 24% (fig. 9). La măsurătorile efectuate de Baiborodov cu un *semicuzinet* din material plastic, s-a ajuns la o valoare a acestei depășiri de 16%.

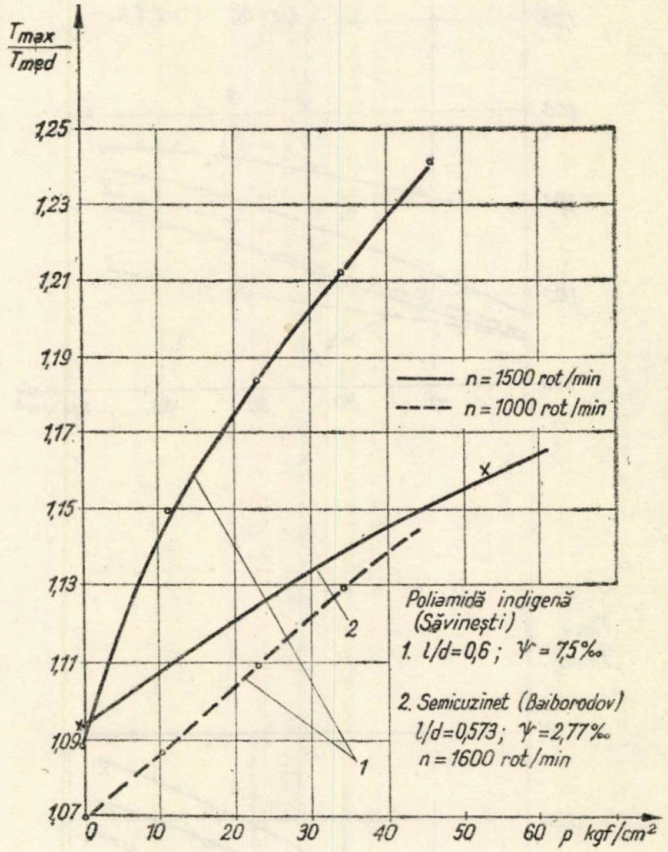


Fig. 9

Creşterile locale de temperatură, posibile în anumite condiții, *au* efecte asupra proprietăților elastice şi de rezistență ale materialului plastic. Acestea pot explica, de exemplu, alunecările locale constatate pe suprafața bucşelor deteriorate la supraîncărcări.

Fig. 10—12 scot în evidență variațiile foarte mari ale rezistenței la rupere σ_r, alungirii specifice δ şi valorii modulului de elasticitate transversală G, pentru poliamidă, pe un interval de temperatură de numai 40°C tocmai în domeniul interesant pentru lagăre, între 40 şi 80°C [2]. Dacă pentru cuzinetul metalic, asemenea diferențe de temperatură sînt lipsite de importanță în legătură cu proprietățile mecanice, apare evident faptul că, pentru completa apreciere a comportării termice a lagărelor intere-

seză mai ales la cuzineții din materiale plastice, nu numai temperatura *medie*, ci și temperatura *maximă* care poate interveni în filmul de lubrifiant.

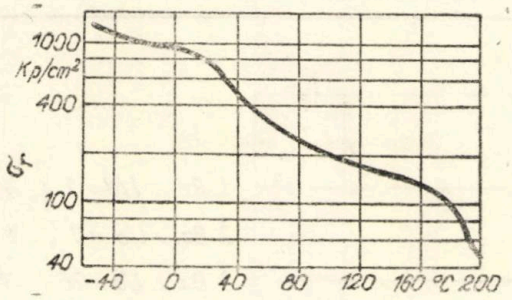


Fig. 10

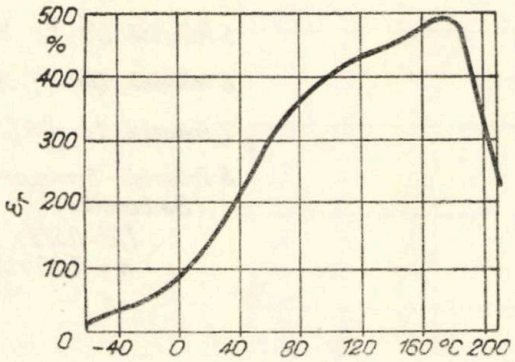


Fig. 11

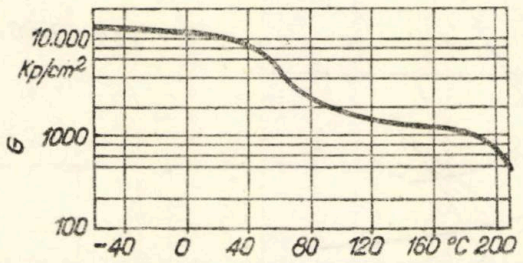


Fig. 12

2.2. In fig. 13 s-a reprezentat raportul $\frac{T_{max}}{T_{med}}$ în dependență de coeficientul de portanță $C_p = \frac{\eta \cdot \omega}{p_m \cdot \psi^2}$ ca sinteză a unui număr mare de măsurători asupra variației temperaturii medii cu presiunea și cu viteza, precum și a variației temperaturii în cîmpul de lubrifiant în dependență de parametrii geometrici și funcționali.

Efectul prezenței materialului plastic se manifestă sub două aspecte: pe de o parte sub acela al unei neuniformități mai mari a cîmpului de temperatură în film și, totodată, în cuzinetul însuși; iar pe de altă, în

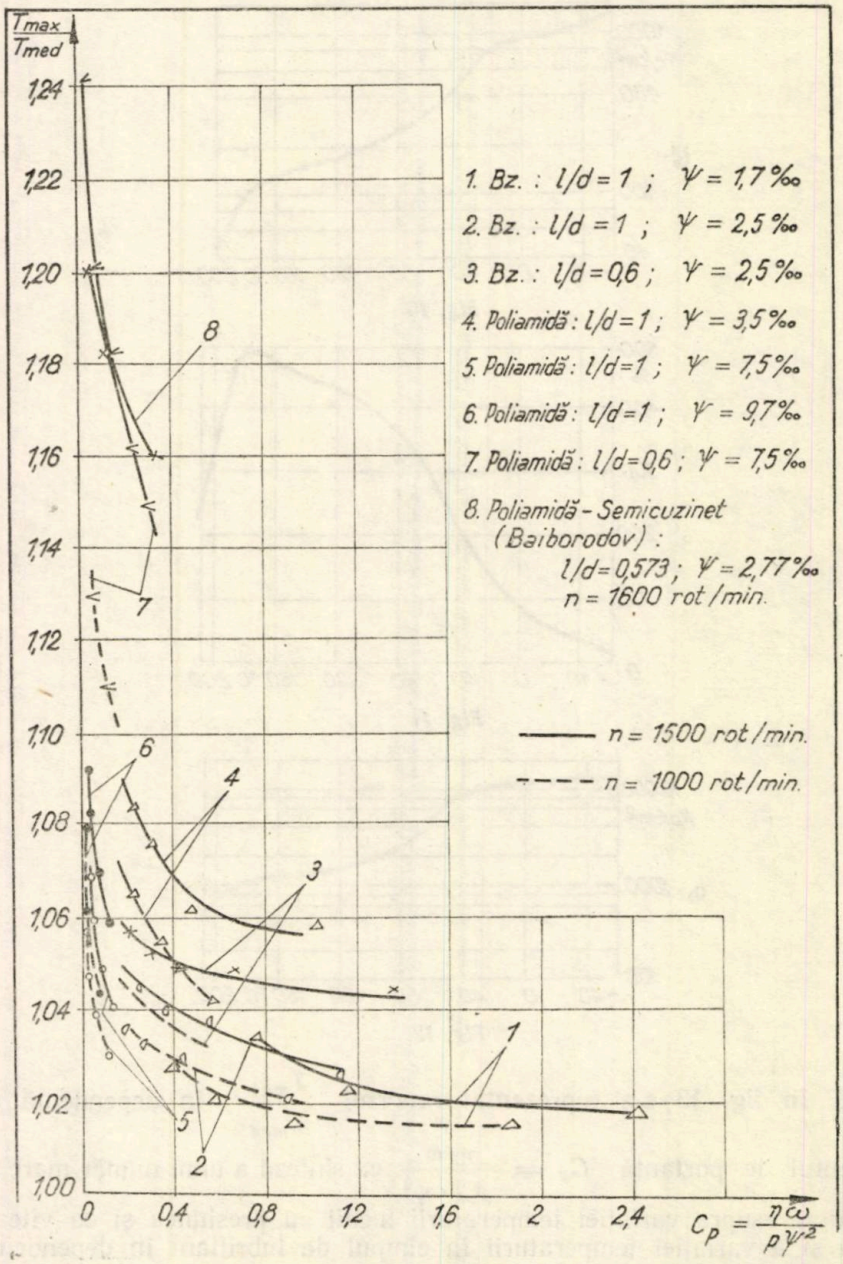


Fig. 13

cedarea de căldură spre exterior, diferită în raport cu cuzinetul metalic, atît prin coeficientul de conductivitate mai redus, cît și prin căderile de temperatură între film și mediul ambiant, cu valori locale mai diferite.

Este posibil ca, de exemplu la bucșele subțiri, în final, căderea mai mare de temperatură să compenseze în anumită măsură efectul coeficientului mai ridicat de conductivitate termică, astfel încît diferența dintre temperaturile medii să nu devină prea importantă. Aceasta întărește necesitatea cunoașterii temperaturilor locale.

Reprezentarea grafică din fig. 13 confirmă atît pentru cuzinetul metalic, cît și pentru cel din material plastic, valabilitatea concluziilor cunoscute, că sub anumită valoare a raportului dimensional $\frac{l}{d}$, la același joc relativ, comportarea cuzinetului din punct de vedere termic devine defavorabilă : curbele pentru $\frac{l}{d} = 0{,}6$ și $\psi = 7{,}5‰$ se plasează sensibil mai sus față de cele valabile pentru $\frac{l}{d} = 1$ și același joc relativ.

Devine totodată aparentă existența unui joc *relativ optim ;* la raportul dimensional $\frac{l}{d} = 1$, jocul relativ de 7,5‰ se dovedește a fi din punct de vedere termic mai favorabil decît 9,7‰, fapt constatat de noi și în alte cercetări.

La cuzinetul din bronz, poziția superioară a curbelor 1 față de curbele 2, se explică prin aceea că, la temperaturi maxime apropiate, la jocuri mici temperatura medie crește, ceea ce duce la scăderea raportului $\frac{T_{max}}{T_{med}}$.

2.3. Temperatura este, în final, elementul indicator și totodată determinant pentru comportarea lagărului în exploatare. Toate metodele de calcul cunoscute, elaborate pentru cuzineții metalici, conțin în desfășurarea lor temperatura *„medie"* a lagărului, înțelegînd de fapt prin aceasta, temperatura medie în filmul de lubrifiant.

O metodă analitică precisă și, totodată, sub aspect fenomenologic, apropiată de lagărul real prin considerarea *încărcării specifice* a lagărului și a *capacității specifice* de evacuare a căldurii, a fost dată în lucrarea [3]. În cadrul acestei metode, natura materialului cuzinetului este luată în considerație prin valoarea coeficientului *global* de transfer de căldură.

Considerăm că familiile de curbe conform fig. 13 constituie o întregire utilă pentru oricare metodă de calcul care duce la cunoașterea temperaturii *medii,* întrucît permite determinarea temperaturii *maxime,* în dependență de coeficientul de încărcare $C_p = \frac{\eta \cdot \omega}{p_m \cdot \psi^2}$ folosit în calculul hidrodinamic al lagărelor.

Mai cu seamă în cazul cuzineților din material plastic, temperatura maximă apare ca un parametru util de cunoscut.

3. Urmărirea analitică a proceselor termice de producere a căldurii în lagăr și de cedare a ei către mediul ambiant este legată de dificultăți deosebite care n-au permis pînă în prezent obținerea unei soluții precise, cu caracter de generalitate. Cuprinderea tuturor aspectelor hidrodinamice, în paralel cu cele termice, în relații matematice, cu considerarea variației vîscozității, a coeficientului de conductivitate termică și a stării fluidului, face necesară rezolvarea unui sistem de opt ecuații, valabile pentru particula elementară din masa fluidului, compresibil, bun conducător de căldură, și anume [3]:

— trei ecuații ale cantității de mișcare, în forma

$$\varrho\left(v_x\frac{\partial v_i}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_i}{\partial y}+v_z\frac{\partial v_i}{\partial z}+\frac{\partial v_i}{\partial t}\right)=\varrho F_i+$$

$$+2\frac{\partial}{\partial i}\left(\eta\cdot\frac{\partial v_i}{\partial i}\right)+\frac{\partial}{\partial j}\left[\eta\left(\frac{\partial v_j}{\partial i}+\frac{\partial v_i}{\partial j}\right)\right]+$$

$$+\frac{\partial}{\partial k}\left[\eta\left(\frac{\partial v_j}{\partial i}+\frac{\partial v_i}{\partial y}\right)\right]-\left[\frac{\partial p}{\partial i}+\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial i}\eta\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)\right] \quad (1)$$

în care se înlocuiește succesiv, $i, j, k = x, y, z$:

— ecuația conservării energiei pentru particula cu masă constantă și temperatura T:

$$\varrho\left(v_x\frac{\partial E}{\partial x}+v_y\frac{\partial E}{\partial y}+v_z\frac{\partial E}{\partial z}+\frac{\partial E}{\partial t}\right)-\frac{1}{A}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right)\right]=Q^*-p\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)+\eta\left\{\left(\frac{\partial v_z}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)^2+\right.$$

$$+\left(\frac{\partial v_x}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v_y}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2+2\left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)^2+\right.$$

$$\left.\left.+\left(\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)^2\right]\right\}-\frac{2}{3}\eta\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)^2 \quad (2)$$

— ecuația exprimînd condiția conservării masei

$$\frac{\partial(\varrho v_x)}{\partial x}+\frac{\partial(\varrho v_y)}{\partial y}+\frac{\partial(\varrho v_z)}{\partial z}+\frac{\partial\varrho}{\partial t}=0 \quad (3)$$

— relația de variație a vîscozității cu temperatura și cu presiunea

$$\eta=\eta(T,p) \quad (4)$$

— variația coeficientului de conductivitate termică cu temperatura și cu presiunea

$$\lambda=\lambda(T,p) \quad (5)$$

— ecuația de stare a fluidului

$$p = f(\varrho, T). \tag{6}$$

S-a notat în aceste ecuații prin:

$v_{x,y,z}$ — componentele vitezei particulei de fluid pe direcțiile x, y, z ale sistemului de coordonate;

p — presiunea;

η — vîscozitatea lubrifiantului;

E — energia interioară a unității de masă;

λ — coeficientul de conductivitate termică;

A — echivalentul caloric $A = \frac{1}{427} \frac{\text{Kcal}}{\text{Kgf} \cdot \text{m}}$

Q^* — transferul de căldură pentru unitatea de volum în unitatea de timp, din cauze diferite de conductivitatea termică, de exemplu prin radiație;

T — temperatura;

ϱ — densitatea fluidului;

t — timpul.

Soluțiile obținute pînă în prezent au îmbrățișat, în general, cazuri particulare, ocolirea dificultăților fiind realizată, în primul rînd, prin ipoteze simplificatoare referitoare la geometrie: film cu grosime constantă, plăci plane cu lungime infinită. Recent, lucrarea [4] a adus o soluție apreciabil generalizată, menținînd însă condiția pereților solizi perfect izolanți, ipoteză acceptată și de cercetătorii anteriori.

Lucrarea de față pune în evidență, pe o parte dificultățile care apar în cazul considerării cedării căldurii prin convecție lubrifiant-cuzinet și a conductivității pereților solizi, iar pe de alta, face posibilă aprecierea măsurii în care introducerea acestor elemente în calcul influențează rezultatele.

3.1. In ipotezele uzuale, general acceptate pentru ungerea cu lichide: fenomene staționare, fluid incompresibil, și facilitările care decurg din faptul că grosimea filmului este foarte redusă, dacă se consideră realitățile fizice legate de procesele termice și anume că:

— pe direcțiile x și z transportul de căldură se produce în principal pe calea circulației fluidului, iar transferul de căldură prin conductivitate, pe aceste direcții, foarte mic din cauza valorii reduse a gradientului de temperatură, este neglijabil față de cel pe direcția y;

— transferul de căldură prin radiație termică a particulei de lubrifiant este neglijabil;

— în film nu se produc fenomene chimice exotermice sau endotermice;

— în domeniul respectiv de presiuni, vîscozitatea variază în principal numai cu temperatura;

— căldura specifică a lubrifiantului nu variază apreciabil, sistemul de ecuații (1) ... (6) se înlocuiește prin:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\eta\frac{\partial v_x}{\partial y}\right);\ \frac{\partial p}{\partial y}=0;\\ &\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\eta\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)\end{aligned}\right\} \tag{1'}$$

$$\varrho\left(v_x\frac{\partial E}{\partial x}+v_z\frac{\partial E}{\partial z}\right)-\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\eta\left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2\right] \tag{2'}$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0 \tag{3'}$$

$$\eta=\eta(T). \tag{4'}$$

În modul cunoscut, ecuațiile (1') și (3') duc la ecuația lui Reynolds:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial z}\right)+6v\frac{\partial h}{\partial z}=0. \tag{7}$$

v fiind viteza relativă de deplasare a pereților solizi.

În ecuația (2'), se poate înlocui $E = c_0T$ (c_0 — căldura specifică a lichidului), în marea majoritate a cazurilor energia internă E corespunzînd energiei termice a fluidului incompresibil, astfel încît această ecuație ia forma:

$$\frac{\gamma}{A}\left(v_z\frac{\partial c_0T}{\partial x}+v_z\frac{\partial c_0T}{\partial z}\right)-\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\eta\left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2\right] \tag{8}$$

Aplicînd această relație la o coloană elementară de fluid cu înălțimea h (fig. 14) rezultă:

$$\gamma c_0\int_0^h\left(v_x\frac{\partial T}{\partial x}+v_z\frac{\partial T}{\partial z}\right)dy-\int_0^h\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)dy=$$

$$=A\eta\int_0^h\left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2\right]dy$$

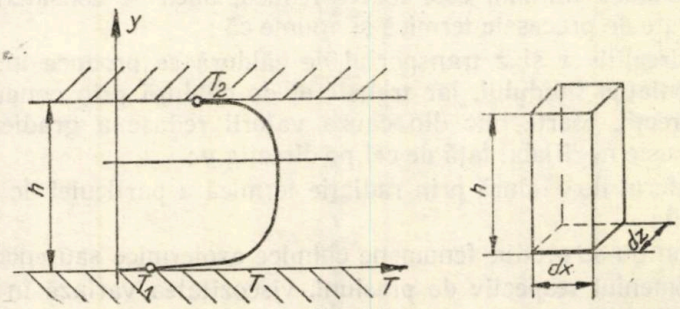


Fig. 14

Cu excepția zonelor din imediata vecinătate a pereților solizi temperatura T pe grosimea filmului este apropiat constantă. Pe de altă parte, evacuarea căldurii la capetele coloanei este determinată prin convecția film-perete solid. Notînd cu y_1^* înălțimea la care este atinsă în mod real temperatura T, se observă că :

$$-\int_0^h \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) dy = -\left[\int_0^{y_1^*} \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) dy + \right.$$

$$\left. + \int_{y_1^*}^h \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) dy\right] = [\alpha_1 (T - T_1) + \alpha_2 (T - T_2)]$$

relație în care α_1 și α_2 reprezintă coeficienții de convecție film de lubrifiant-perete solid, iar T_1 și T_2 temperaturile suprafețelor interioare ale celor doi pereți.

Ecuația valabilă pentru coloana de lubrifiant considerată ia forma :

$$\gamma c_0 \left[\frac{\partial T}{\partial x}\int_0^h v_x \cdot dy + \frac{\partial T}{\partial z}\int_0^h v_z\, dy\right] + \alpha_1 (T - T_1) +$$

$$+ \alpha_2 (T - T_2) = A\,\eta \int_0^h \left[\left(\frac{\partial v_x}{dy}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2\right] dy$$

la a cărei integrare finală urmează a se ține seama de condițiile la limită.

În urma înlocuirii componentelor vitezelor v_x, v_z și integrării pe înălțimea h [5] rezultă :

$$-\gamma c_0 \left[\left(\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{vh}{2}\right)\frac{\partial T}{\partial x} + \left(\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial z}\right)\frac{\partial T}{\partial z}\right] + \alpha_1 (T - T_1) +$$

$$+ \alpha_2 (T - T_2) = A\left\{\frac{h^3}{12\eta}\left[\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2\right] + \eta\frac{v^2}{h}\right\} \qquad (9)$$

Pentru pereții cu grosime finită s_1 și s_2 cu valabilitate ecuațiile lui Laplace, în forma lor generală :

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 T_1^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_1^*}{\partial z^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 T_2^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_2^*}{\partial z^2} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

în care T_1^*, respectiv T_2^* reprezintă temperatura variabilă în cei doi pereți solizi (fig. 15).

Condițiile la limită, înțelegînd prin aceasta frontierele — de fapt cu structura complexă a straturilor adsorbite — dintre pelicula de lubrifiant și suprafețele solide se exprimă prin :

$$\alpha_1 (T - T_1) = \lambda_1 \frac{\partial T_1^*}{\partial y^*} \Big|_{\text{la suprafața 1}}$$

$$\alpha_1' (T_1' - T_{01}) = \lambda_1 \frac{\partial T_1^*}{\partial y^*} \Big|_{\text{la suprafața 1'}}$$

$$\alpha_2 (T - T_2) = \lambda_2 \frac{\partial T_2^*}{\partial y^*} \Big|_{\text{la suprafața 2}} \qquad (11)$$

$$\alpha_2' (T_2' - T_{02}) = \lambda_2 \frac{\partial T_2^*}{\partial y^*} \Big|_{\text{la suprafața 2'}}$$

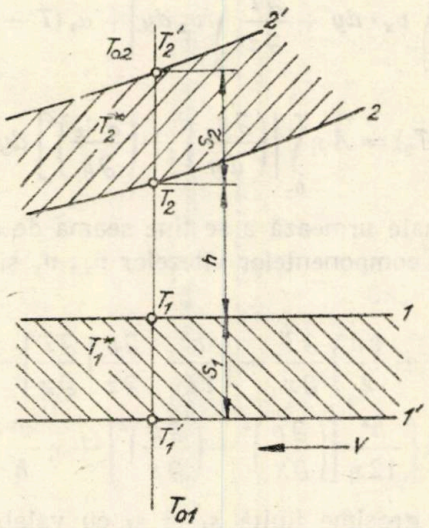


Fig. 15

λ_1, λ_2 fiind coeficienții de conductivitate termică în cei doi pereți solizi, α_1 și α_2 coeficienții respectivi de convecție pereți solizi-mediu exterior cu temperaturile T_{01} și T_{02}, iar prin y^* înțelegîndu-se direcția normală la suprafață.

Pentru dependența vîscozității de temperatura dată de ec. (4') urmează a se adopta în prima aproximație o formă convenabilă :

$$\left.\begin{array}{ll} \text{exponențială} & \eta = \eta_0 \left(\dfrac{T_0}{T}\right)^n \\ \text{sau liniarizată} & \\ \text{pe domenii restrînse} & \eta = \eta_{0} - k\,(T - T_0) \\ \text{de temperatură} & \end{array}\right\} \tag{12}$$

Sistemul de ecuații (7)—(12) leagă în formă generală aspectul hidrodinamic de variația temperaturii în filmul de lubrifiant și din pereții solizi (cuzinet, arbore). Aparent mai puțin complicat decît sistemul dat de relațiile (1) ... (6), prezintă totuși dificultăți matematice deosebite în rezolvare.

3.2 .*Filmul de lubrifiant mărginit de doi pereți conductibili de căldură, cu lungime infinită.* Aspectul plan al problemei, conjugat cu constatarea că grosimea reală mică a pereților în raport cu lungimea lor orientează practic cedarea de căldură prin convecție și conductivitate numai pe direcția y, permite scrierea ecuațiilor (8)—(12) în forma :

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{h^3}{\eta}\,\frac{\partial p}{\partial x}\right) + 6\,v\,\frac{dh}{dx} = 0 \tag{13}$$

$$-\gamma c_0 \left(\frac{h^3}{12\,\eta}\,\frac{dp}{dx} + \frac{vh}{2}\right)\frac{dT}{dx} + \alpha_1 (T - T_1) +$$

$$+ \alpha_2 (T - T_2) = A\left[\frac{h^3}{12\,\eta}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + \eta\,\frac{v^2}{h}\right] \tag{14}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{d^2 T_1^*}{dy^2} = 0 \\ \dfrac{d^2 T_2^*}{dy^2} = 0 \end{array}\right\} \tag{15}$$

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_1 (T - T_1) = \lambda_1 \dfrac{dT_1^*}{dy}\Big|_{\text{la suprafața 1}} = \lambda\,\dfrac{T - T_1'}{s_1} \\ \alpha_1' (T_1' - T_{01}) = \lambda_1 \dfrac{dT_1^*}{dy}\Big|_{\text{la suprafața 1'}} = \lambda_1\,\dfrac{T_1 - T_1'}{s_1} \\ \alpha_2 (T - T_2) = \lambda_2 \dfrac{dT_2^*}{dy}\Big|_{\text{la suprafața 2}} = \lambda_2\,\dfrac{T_2 - T_2'}{s_2} \\ \alpha_2' (T_2' - T_{02}) = \lambda_2 \dfrac{dT_2^*}{dy}\Big|_{\text{la suprafața 2'}} = \lambda_2\,\dfrac{T_2 - T_2'}{s_2} \end{array}\right\} \tag{16}$$

Pentru vîscozitatea η se admite pentru ecaturile de temperatură uzuale de 20—30°C, o dependență liniară, panta fiind dată de porțiunea corespunzătoare a curbei de variație reală, astfel încît în locul ecuației (12) se poate scrie :

$$\frac{\eta_l - \eta}{T - T_l} = k \quad (k > 0) \tag{17}$$

T_l și η_l reprezintă valorile temperaturii, respectiv vîscozității la începutul zonei considerate.

Introducînd în relația (14), valoarea obținută pentru $\frac{dp}{dx}$ din prima integrare a ecuației (13), rezultă

$$-\gamma c_0 \frac{v h_m}{2} \frac{dT}{dx} + \alpha_1 (T - T_1) + \alpha_2 (T - T_2) =$$

$$= A \frac{\eta v^2}{h} \left[1 + 3 \left(\frac{h_m}{h} - 1\right)^2\right] \tag{18}$$

Pe de altă parte, grupele de ecuații (15) și (16), în ipoteza constanței coeficienților de convecție α_1 și α_2 pe direcția x și $T_{01} = T_{02} = T_0$, duc la sistemul

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= m_1 T + n_1 T_0 \\ T_2 &= m_2 T + n_2 T_0 \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

în care :

$$\left.\begin{aligned} m_i &= \frac{\alpha_i \cdot \alpha_i' \cdot s_i + \alpha_i \cdot \lambda_i}{\alpha_i \cdot \alpha_i' \cdot s_i + \alpha_i \lambda_i + \alpha_i' \lambda_i} \\ n_i &= \frac{\alpha_i' \lambda_i}{\alpha_i \alpha_i' s_i + \alpha_i \lambda_i + \alpha_i' \lambda_i} \\ m_i + n_i &= 1 \quad ; \quad i = 1,2 \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Cu valorile (19) și considerarea relației (17), ecuația (18) ia forma

$$-\gamma c_0 \frac{v h_m}{2} \frac{dT}{dx} + (\alpha_1 n_1 + \alpha_2 n_2)(T - T_0) =$$

$$= A \frac{\eta_l - k(T - T_l)}{h} v^2 \left[1 + 3 \left(\frac{h_m}{h} - 1\right)^2\right] \tag{21}$$

sau, observînd că $dT = d(T - T_i)$, printr-o schimbare de origină, și în urma efectuării unor calcule simple :

$$\frac{\gamma c_0 h_m}{2} \frac{d(T-T_i)}{dx} - \left\{ \frac{\alpha_1 n_1 + \alpha_2 n_2}{v} + \frac{A v k}{h} \left[1 + 3 \left(\frac{h_m}{h} - 1 \right)^2 \right] (T - T_i) = \right.$$

$$= \frac{\alpha_1 n_1 + \alpha_2 n_2}{v} (T_i - T_0) - \frac{A v}{h} \eta_i \left[1 + 3 \left(\frac{h_m}{h} - 1 \right)^2 \right].$$

Forma finală a acestei ecuații ia o structură simplă dacă se introduc notațiile :

$$\left.\begin{aligned} \frac{2(\alpha_1 n_1 + \alpha_2 n_2)}{\gamma c_0 v h_m} &= a_1 \\ \frac{2 A v}{\gamma c_0 h_m} &= a_2 \\ \frac{1}{h} \left[1 + 3 \left(\frac{h_m}{h} - 1 \right)^2 \right] &= \Omega(h) \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

în care h_m este înălțimea filmului în punctul în care presiunea are valoarea maximă și $\Omega(h)$ o funcție dependentă de h, rezultînd

$$\frac{d(T-T_i)}{dx} - [a_1 + a_2 k \Omega(h)] (T - T_i) -$$

$$- a_1 (T_i - T_0) + a_2 \eta_i \Omega(h) = 0 \tag{23}$$

ecuație diferențială liniară de ordinul I, neomogenă, cu coeficienți variabili.

3.3. *Filmul de lubrifiant mărginit de pereți plani, conducători de căldură.*

Dat fiind că, în acest caz $dx = \frac{dh}{a}$, a fiind panta peretelui înclinat (fig. 16), cu notațiile $\frac{a_i}{a} = A_i$, $i = 1, 2$, relația (23) devine :

$$\frac{d(T-T_i)}{dh} - [A_1 + A_2 k \Omega(h)] (T - T_i) -$$

$$- (A_1 (T_i - T_0) + A_2 \eta_i \Omega(h) = 0 \tag{24}$$

avînd ca soluție

$$T - T_i = e^{\int [A_1 + A_2 k \Omega(h)] dh} \left\{ C - \int [A_2 \eta_i \Omega(h) - \right.$$

$$\left. - A_1 (T_i - T_0)] \, e^{-\int [A_1 + A_2 k \Omega(h)] dh} \cdot dh \right\} \tag{25}$$

Din condiția ca pentru $h = h_l$, să devină $T = T_l$ și alegînd limitele de integrare în mod adecvat, rezultă $C = 0$, deci

$$T = T_l - e^{\int_{h_l}^{h} [A_1 + A_2 k \Omega(h)]\, dh} \int_{h_l}^{h} [A_2 \eta_l \Omega(h) - A_1 (T_l - T_0)] \cdot e^{-\int_{h_l}^{h} [A_1 + A_2 k \Omega(h)]\, dh} \cdot dh \tag{26}$$

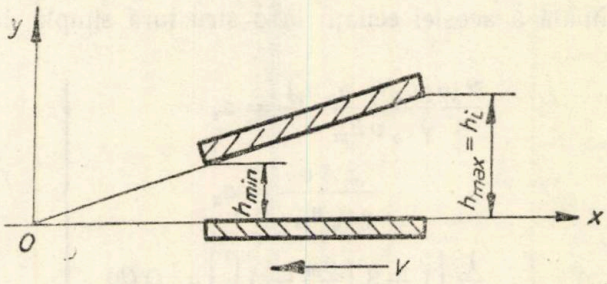


Fig. 16

Introducerea valorii concrete h_m, a pantei corespunzătoare curbei $\eta = f(T)$ în domeniul considerat și a valorilor date de expresiile (22) permite efectuarea integralelor și determinarea variației temperaturii în cîmpul de lubrifiant.

În cazul peretelui perfect izolant devine $A_1 = 0$ și temperatura în cîmp T^{**}

$$T^{**} = T_l - e^{\int_{h_l}^{h} A_2 k \Omega(h)\, dh} \int_{h_l}^{h} A_2 \eta_l \Omega(h) \cdot e^{-\int_{h_l}^{h} A_2 k \Omega(h)\, dh} \cdot dh \tag{27}$$

sau

$$\frac{T^{**} - T_l}{T - T_l} = e^{-A_1 (h - h_l)} \cdot \frac{\int_{h_l}^{h} A_2 \eta_l \Omega(h) \cdot e^{-\int_{h_l}^{h} A_2 k \Omega(h) \cdot dh} \cdot dh}{\int_{h_l}^{h} [A_2 \eta_l \Omega(h) - A_1 (T_l - T_0)]\, e^{-\int_{h_l}^{h} [A_1 + A_2 k \Omega(h)]\, dh} \cdot dh} \tag{28}$$

Modul în care a fost abordată problema a permis stabilirea unei relații generale, pentru variația vîscozității în cîmpul de lubrifiant, în funcție de h și de parametrii termici.

Considerînd un ulei dat, cu variația vîscozității conform relației (17), în ecuația (21) se poate substitui:

$$T = T_l + \frac{1}{k} (\eta_l - \eta) \quad \text{și} \quad \frac{dT}{dx} = -\frac{1}{k} \frac{d\eta}{dx} \; ; \; k > 0 .$$

Cu notațiile anterioare rezultă :

$$\frac{d\eta}{dx} - [a_1 + a_2 k\,\Omega(h)]\,\eta + a_1 k\left[(T_i - T_0) + \frac{\eta_i}{k}\right] = 0 \qquad (29)$$

sau, transpunînd variabila x, în h

$$\frac{d\eta}{dh} - [A_1 + A_2 k\,\Omega(h)]\,\eta + A_1 k\left[(T_i - T_0) + \frac{\eta_i}{k}\right] = 0. \qquad (30)$$

Punînd și aci condiția ca, pentru $h = h_i$ să devină $\eta = \eta_i$, soluția ecuației (30) este :

$$\eta = e^{\int_{h_i}^{h} [A_1 + A_2 k\,\Omega(h)]\,dh} \left\{\eta_i - \int_{h_i}^{h} A_1 k\left[(T_i - T_0) + \frac{1}{k}\eta_i\right] e^{-\int_{h_i}^{h} [A_1 + A_2 k\,\Omega(h)]\,dh} \cdot dh\right\} \qquad (31)$$

In cazul de față se rezolvă cu ușurință integrala

$$\int_{h_i}^{h} [A_1 + A_2 k\,\Omega(h)]\,dh = 4\,A_2\,k \ln\frac{h}{h_i} + \Omega_1(h)$$

în care

$$\Omega_1(h) = A_1(h - h_i) - \frac{3}{2} A_2 k h_m^2\left(\frac{1}{h^2} - \frac{1}{h_i^2}\right) + 6\,A_2 k h_m\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{h_i}\right)$$

devenind

$$\eta = e^{4A_2 k \ln\frac{h}{h_i} + \Omega_1(h)} \left\{\eta_i - A_1 k\left[(T_i - T_0) + \frac{\eta_i}{k}\right] \cdot \int_{h_i}^{h} e^{-\left[4A_2 k \ln\frac{h}{h_i} + \Omega_1(h)\right]} \cdot dh\right.$$

și în final

$$\eta = \eta_i \left(\frac{h}{h_i}\right)^{4A_2 k} \cdot e^{\Omega_1(h)} \left\{1 - A_1\left[\frac{k}{\eta_i}(T_i - T_0) + 1\right] \times \right.$$

$$\left. \times \int_{h_i}^{h} \left(\frac{h}{h_i}\right)^{-4A_2 k} \cdot e^{-\Omega_1(h)} \cdot dh\right\} \qquad (32)$$

Dacă pereții sînt perfect izolați, deci $A_1 = 0$, expresia vîscozității se simplifică luînd forma :

$$\eta = \eta_i \left(\frac{h}{h_i}\right)^{4A_2 k} \cdot e^{\Omega_1^*(h)} \qquad (33)$$

în care s-a notat prin

$$\Omega_1^*(h) = \frac{3}{2} A_2 k \cdot h_m\left[4\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{h_i}\right) - h_m\left(\frac{1}{h^2} - \frac{1}{h_i^2}\right)\right].$$

Concluzii

Pentru aprecierea comportării termice a cuzineților, îndeosebi din materiale plastice, este importantă nu numai cunoașterea temperaturii medii, ci și a temperaturii maxime în filmul de lubrifiant.

Rezultatele cercetărilor de pînă acum arată că relațiile analitice pentru fusul real, stabilite chiar cu desconsiderarea fluxului de căldură prin cuzinet devin foarte greu de folosit practic. Introducerea efectului transportului de căldură prin pereți, fie numai pe direcția normală a lor și în cazuri simple, implică dificultăți și mai mari.

Considerăm deci că, în etapa actuală, familiile de curbe $\frac{T_{max.}}{T_{med.}} = f(C_p)$ deduse pe cale grafo-analitică, cu folosirea curbelor de temperatură ridicate experimental, constituie un suport concret pentru cunoașterea temperaturii maxime, de utilitate practică.

Relațiile obținute pentru variația vîscozității în filmul de lubrifiant arată complexitatea dependenței ei de h și de parametrii calorici, și reprezintă o extindere respectiv generalizare a relațiilor cunoscute pînă acum.

Catedra de organe de mașini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Gh. Manea, M. R. Mustafa, D. Tudor, Gh. Vasilca*: Aspecte ale comportării poliamidei ca bucșe pentru lagăre cu alunecare. Bul. Inst. Polit. Buc. Tom XXVI — Fascicola 1, Ian. Febr. 1964, p. 79.

2. *H. Hachmann und E. Strickle*: Polyamide als Zahnradwerkstoffe. Konstruktion, 18 Jahrg. 1966, H. 3, p. 81.

3. *Gh. Manea, M. R. Mustafa, M. Pascovici*: Asupra temperaturii lagărelor cu alunecare și efectul izolant al cuzineților din mase plastice. Bul. Inst. polit. „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXVII, Nr. 5, Sept. Oct. 1965, p. 51.

4. *N. Țipei și Al. Nica*: Cîmpul de temperaturi în stratul de lubrifiant al lagărelor cu alunecare. Studii și Cercetări de Mecanică Aplicată nr. 2 Tom 21 — 1966, p. 427.

5. *Gh. Manea, L. Săveanu, Gh. Buzdugan, A Chișu*: Organe de mașini vol. I. Ed. Tehnică 1956.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 5

C. Z.: 66.046 : 66.02 : 678.7 : 621.771.4

ASUPRA REGIMULUI TERMIC AL MAȘINII DE EXTRUDERE (I)*

V. V. JINESCU, M. RENERT

Desfășurarea procesului de extrudere în condiții care să asigure realizarea unui produs de calitate, impune asigurarea unei fluidități corespunzătoare a materialului în timpul prelucrării. Aceasta se obține prin încălzire.

După cum se știe, extruderea este un proces condiționat de numeroși parametri, caracterizînd regimul de lucru, natura polimerului prelucrat și mașina utilizată.

Cercetările teoretice și experimentale efectuate pînă în prezent se referă îndeosebi la regimul hidrodinamic al mașinii de extrudere. Regimul termic este mai puțin studiat. În cele ce urmează, se urmărește interacțiunea dintre ambele laturi ale problemei, adică dintre regimul hidrodinamic și cel termic. Fenomenele sînt complexe; pe lungimea canalului elicoidal se întîlnesc în același timp regimuri de funcționare foarte apropiate de regimurile limită, adiabatic și izoterm, de asemenea zone cu regim politropic.

Sub aspect hidrodinamic, dintre numeroasele studii publicate se relevă aici lucrările [1]; [2]; [3]; [4]; [5], care pornesc de la ecuația Navier-Stokes pentru fluide vîscoase și introducînd unele ipoteze simplificatoare, ajung la rezultate valabile pentru zona de capăt a melcului, în care materialul se află sub formă de topitură.

În ceea ce privește regimul termic, mai puțin cercetat, sînt de relevat lucrările [4]; [6] și [7].

Regimul termic este condiționat de schimbul de căldură prin peretele cilindrului (răcire sau încălzire) și de dezvoltarea de căldură datorită frecării în însăși masa de material.

Debitul caloric necesar materialului, pe parcursul său de la intrarea în canalul elicoidal și pînă la ieșirea din acesta (fără a se lua în considerație pierderile de căldură) se exprimă sub forma

$$Q_n = Q_e + Q_f. \tag{1}$$

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 27—29 mai 1966.

Valoarea raportului dintre mărimile Q_e și Q_f variază în limite largi, în funcție de natura materialului prelucrat și de regimul de lucru al mașinii. Cazurile limită sînt :

a) $Q_f \approx 0$; $Q_e \approx Q_n$, cînd mașina lucrează la viteze periferice ale melcului mici ;

b) $Q_e \approx 0$; $Q_f \approx Q_n$, cînd mașina lucrează la viteze periferice mari — regim autoterm.

Pentru Q_n din relația (1) se poate scrie

$$Q_n = \bar{c}_v \cdot \Pi_v \cdot (\Delta T)_{ei} . \tag{2}$$

Pentru o porțiune de canal de lungime elementară, relația (2) ia forma

$$dQ_n = c_v \cdot \Pi_v \cdot dT , \tag{3}$$

unde c_v este căldura specifică „locală" : $c_v = c_v(T) = c_v(z)$. Debitul caloric specific, exprimat de asemenea pentru o secțiune de canal de coordonată z (fig. 1), poate fi pus sub forma :

$$q_{nz} = \frac{dQ_n}{dA_c} , \tag{4}$$

unde

$$dA_c = f_z \, d_z = f_z \cdot v_{zm} \cdot dt . \tag{5}$$

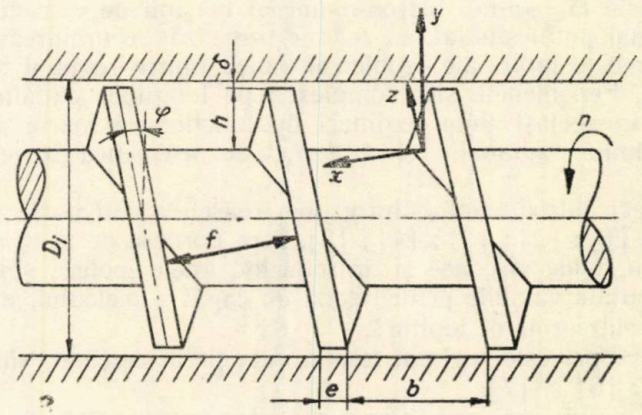


Fig. 1 — Schema cuplului melc — cilindru. D_i — diametrul interior al cilindrului ; δ — joc la vîrful spirei ; h — înălțimea flancului spirei ; e — grosimea aparentă a spirei ; b — lățimea aparentă a canalului ; f — lățimea (normală) a canalului ; n — turația melcului ; φ — înclinarea filetului.

Regimul termic al mașinii de extrudere trebuie astfel stabilit, încît să fie evitată suprasolicitarea termică a materialului prelucrat. Aceasta este cu deosebire valabil pentru polimerii cu stabilitate termică limitată, ca de exemplu P. C. V. neplastifiată, policlorura de viniliden, poliacetalii, de asemenea pentru reactoplaste, pentru care începe să fie utilizată extru-

derea. În acest scop este necesară limitarea temperaturii maxime la care este încălzit materialul sau stabilirea timpului maxim de încălzire, adică a *timpului de reținere*. La materialele cu stabilitate termică limitată temperatura maximă admisibilă scade cu creșterea timpului de solicitare termică (curba 1, fig. 2).

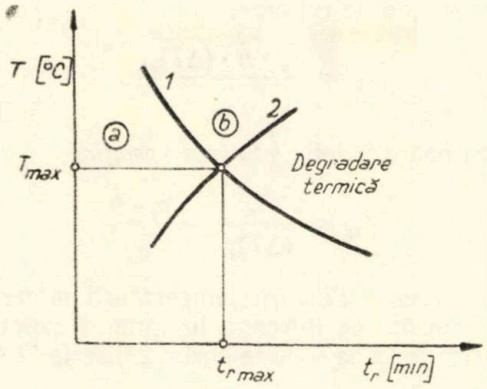


Fig. 2 — Timpul de reținere în funcție de temperatura de prelucrare la polimerii cu stabilitate termică limitată. *1* — Curba de delimitare a domeniului de prelucrare (*a*) de domeniul de descompunere termică a polimerului *(b)* *2* — Curba de variație a timpului de reținere funcție de temperatura materialului [relația (12)].

Debitul exprimat pentru secțiunea de coordonată z este

$$\Pi_v = f_z \cdot h_z \cdot v_{zm} , \tag{6}$$

de unde

$$v_{zm} = \frac{\Pi_v}{f_z \cdot h_z} . \tag{7}$$

Este de observat că, dacă ecuația profilului vitezelor pe adîncimea canalului este cunoscută [2], viteza medie în secțiunea de cotă z se mai poate scrie

$$v_{zm} = \frac{1}{h_z} \int_0^{h_z} v_z \cdot dy$$

adică poate fi calculată analitic sau numeric, pentru un debit dat.

Ținînd seama de relațiile (3), (5) și (7) relația (4) devine

$$q_{nz} = \frac{c_v \cdot h_z \cdot dT}{dt} \tag{8}$$

sau, în medie luată pe întreaga lungime a canalului sau pe porțiuni ale acestuia,

$$\bar{q}_n = \frac{\bar{c}_v \cdot \bar{h} \cdot (\Delta T)_{ei}}{t_r} . \tag{9}$$

Rezultă, pentru timpul de reținere,

$$t_r = \frac{\bar{c}_v \cdot \bar{h} \cdot (\Delta T)_{ei}}{\bar{q}_n} . \tag{10}$$

Pe această bază poate fi definit *timpul specific*

$$t_{sp} = \frac{t_r}{(\Delta T)_{ei}} = \frac{\bar{c}_v \cdot \bar{h}}{\bar{q}_n} \tag{11}$$

reprezentînd timpul necesar ridicării temperaturii materialului din canalul elicoidal cu 1 grad (medie pe întreaga lungime a canalului).

Relația (10) permite să se traseze curba 2 din fig. 2 :

$$T = T_i + (\Delta T)_{ei} = T_i + \frac{\bar{q}_n}{\bar{c}_v \cdot \bar{h}} t_r , \tag{12}$$

care prin intersectare cu curba 1, dă temperatura maximă admisibilă și timpul maxim de reținere, $t_{r\,max}$ corespunzător.

Revenind la relația (6), mărimile ce intră în compunerea ei se explicitează în modul următor (fig. 1) :

— Lățimea canalului este :

$$f_z = \zeta \cdot \pi \cdot D_i \cdot \operatorname{tg} \varphi_z \cdot \cos \varphi_z = \zeta \cdot \pi \cdot D_i \cdot \sin \varphi_z \tag{13}$$

unde, la melcul cu un singur început,

$$\zeta = \frac{f_z \cdot \cos \varphi_z}{\pi \cdot D_i \cdot \operatorname{tg} \varphi_z} . \tag{14}$$

Viteza medie locală este :

$$v_{zm} = \frac{dz}{dt}$$

și, deoarece

$$z = \frac{\lambda}{\sin \varphi_z} ,$$

$$v_{zm} = \frac{1}{\sin \varphi_z} \cdot \frac{d\lambda}{dt} . \tag{15}$$

Relația (6) devine astfel :

$$\Pi_v = \zeta \cdot \pi \cdot D_i \cdot h_z \cdot \frac{d\lambda}{dt} . \tag{16}$$

Egalînd valorile pentru dt ce rezultă din relațiile (8) și (16) se obține

$$dt = \frac{c_v \cdot h_z \cdot dT}{q_{nz}} = \frac{\zeta \cdot \pi \cdot D_i \cdot h_z \cdot d\lambda}{\Pi_v}$$

de unde

$$\Pi_v = \frac{\zeta \cdot \pi \cdot D_i \cdot q_{nz}}{c_v} \cdot \frac{1}{dT/d\lambda}. \tag{17}$$

Pentru o porțiune de canal de lungime Λ:

$$\Pi_v \approx \frac{\zeta \cdot \pi \cdot D_i \cdot \bar{q}_n}{\bar{c}_v} \cdot \frac{1}{\Delta T/\Lambda}. \tag{18}$$

Notînd

$$\Lambda = i D_i \tag{19}$$

relația (18) ia forma

$$\Pi_v = \zeta \cdot \pi \cdot i \cdot D_i^2 \cdot \frac{\bar{q}_n}{\bar{c}_v \cdot \Delta T}. \tag{20}$$

Expresia $\frac{\bar{q}_n}{\bar{c}_v \cdot \Delta T}$, din relația (20) are semnificația unei *„viteze de transfer termic"*, medie pe porțiunea considerată și exprimă debitul caloric specific, necesar pentru a ridica cu un grad temperatura materialului în condiții de lucru date $\left(\text{cînd } \bar{c}_v = 1 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3 \cdot \text{grd.}}\right)$:

$$\bar{v}_t = \frac{\bar{q}_n}{\bar{c}_v \cdot \Delta T}. \tag{21}$$

Relația (20) devine astfel:

$$\Pi_v = \zeta \cdot \pi \cdot i \cdot D_i^2 \cdot \bar{v}_t. \tag{22}$$

În caz că relația (22) se aplică la toată lungimea canalului

— diferența de temperatură ΔT devine $(\Delta T)_{el}$;

— lungimea relativă i, devine $i_M = \varkappa i$,

— $\varkappa$ fiind numărul porțiunilor egale în care se împarte lungimea canalului;

— viteza de transfer termic $\bar{v}_t$ se înlocuiește cu mărimea medie pe lungimea mașinii

$$\bar{v}_{tM} = \frac{1}{\varkappa} \sum_{\varkappa} \bar{v}_t \tag{23}$$

În consecință, relația (22) se scrie pentru acest caz sub forma

$$\Pi_v = \zeta \cdot \pi \cdot i_M \cdot \bar{v}_{tM} \cdot D_i^2. \tag{24}$$

Pentru cazul frecvent $\zeta = 0{,}9$, relația (24) devine

$$\Pi_v = 2{,}826 \cdot i_M \cdot \bar{v}_{tM} \cdot D_i^2 . \tag{25}$$

Relația (22) scoate în evidență faptul, că debitul mașinii crește cu creșterea debitului caloric specific, adică cu creșterea diferenței dintre temperatura peretelui și temperatura materialului dacă, în primă aproximație, se consideră că aportul căldurii degajate prin frecare este mic, în comparație cu căldura furnizată din exterior;

$$q_f \approx 0 \quad \text{și} \quad \bar{v}_t \approx \frac{\bar{q}_e}{\bar{c}_v \cdot \Delta T} . \tag{26}$$

Calitativ, această dependență este confirmată experimental [8].

Dat fiind că valorile vitezei de transfer termic sînt limitate datorită necesității de a nu degrada termic materialul prelucrat, relațiile (22) și (25) scot în evidență și limitarea debitului din aceste considerente. Utilizînd valorile numerice pentru $\bar{q}_e$, $\bar{c}_v$ și $(\Delta T)_{ei}$, luate pe întreaga lungime încălzită a canalului elicoidal, indicate în literatură [1] se obține $\bar{v}_{tM} = 0{,}1 \ldots 1 \left[\frac{\text{m}}{\text{h}}\right]$. Practic, în cele mai multe cazuri, $\bar{v}_{tM} = 0{,}1 \ldots 0{,}5$ [m/h]. În aceste condiții, este util ca relația (22) să fie exprimată sub forma:

$$\Pi_v = C_1 \cdot D_i^2 \tag{27}$$

unde factorul

$$C_1 = \zeta \cdot \pi \cdot i \cdot \bar{v}_t \tag{28}$$

caracterizează mașina și materialul prelucrat. În expresie gravimetrică,

$$\Pi_G = C_2 \cdot D_i^2 , \tag{29}$$

unde

$$C_2 = \gamma C_1 . \tag{30}$$

În literatură [15]; [16], se întîlnește relația stabilită empiric

$$\Pi_G = C \cdot D_i^{\psi} \left[\frac{\text{kgf}}{\text{h}}\right] \tag{31}$$

indicîndu-se $\psi = 2 \ldots 2{,}5$ și $C = 2{,}1 \times 10^{-3}$ în general sau $C = 2{,}8 \times 10^{-3}$ pentru extruderea P.C.V. plastifiate, pentru izolații de cablu, unde $[D_i] = \text{mm}$.

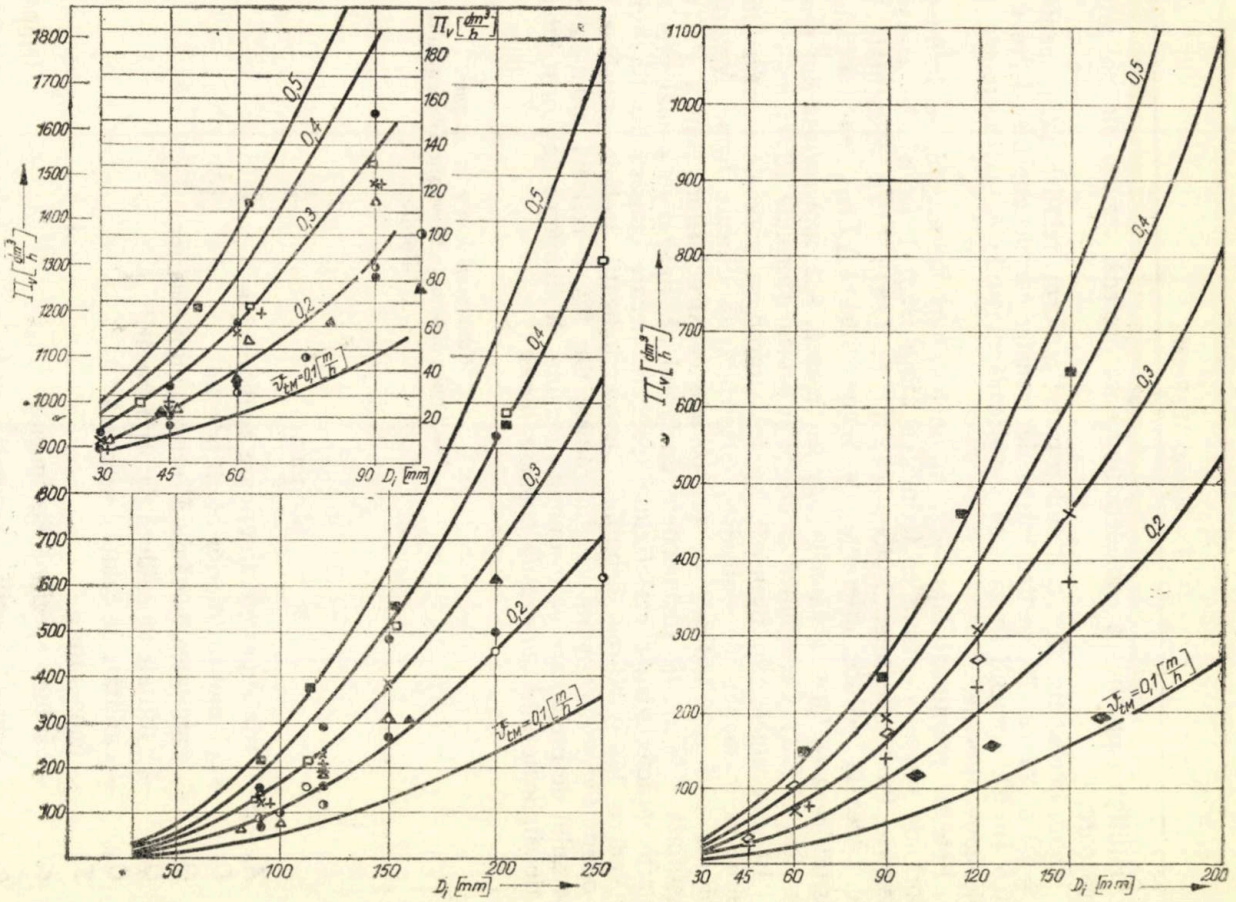
* * *

(1) Pentru $\bar{q}_e$ — [9]; [10]; pentru $\bar{c}_v$ — [11]; [12]; [13]; pentru $(\Delta T)_{ei}$ — [11]; [14].

Fig. 3 — Diagrame de debit ale mașinilor de extrudere, pentru diferite valori ale vitezei de transfer:

a — pentru $i_M = L_t/D_t = 20$;

b — pentru $i_M = L_t/D_t = 24$ (25 ; 26)



○ — The Japan Steel Works Ltd. (Japonia)

● — P. Troester (RFG)

◑ — Fimsai (Italia)

× — Reifenhäuser K. G. (RFG)

\+ — Samafor (Franța)

△ — Yvroud (Franța)

▲ — Luigi Bandera (Italia)

■ — F. W. Egan & Co (SUA)

□ — Waldron Hartig Division (SUA)

◆ — Kleinewefers Söhne (RFG)

◇ — Henschel — Werke Gmbh (RFG)

Utilitatea practică a considerațiilor care precedă, rezultă din aplicația următoare.

Diagramele din figura 3 sînt trasate conform relației (25), pentru $i_M = 20$ și 24 ... 26, pentru viteze de transfer termic cuprinse între 0,1 și 0,5 [m/h], domenii în care se încadrează mașinile de extrudere cu un melc, convenționale.

Este de menționat faptul că, la unele tipuri de mașini, se întîlnesc valori ale vitezei de transfer termic ce ating chiar 1 [m/h]. În această categorie intră mașinile „Rotomeltor" [17]; [18]; [19], alimentate la cald. Aceasta reduce diferența de temperatură $(\Delta T)_{el}$, pe lungimea mașinii, ceea ce face ca valorile $\bar{v}_{tM}$ să crească, așa cum rezultă din relațiile (21) și (23). Corespunzător crește și debitul [formula (25)].

În diagramele din figura 3, au fost introduse punctele reprezentînd debitul unor mașini de extrudere construite de diferite firme. Valorile debitului sînt cele indicate de prospectele constructorilor, pentru P.C.V. plastifiată [14]; [20]. Independent de faptul că, lipsind date mai precise asupra caracteristicilor materialului pe care fiecare constructor l-a avut în vedere la stabilirea debitului, aceste indicații trebuie considerate ca orientative, se constată că diagramele din fig. 3 reflectă intensitatea procesului de prelucrare pe o anumită mașină, de diametru dat, prin intermediul indicatorului *„viteză de transfer termic"*.

Catedra procedee și aparate
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

Notații

A_c — aria suprafeței interioare a cilindrului
D_i — diametrul interior al cilindrului
Q_e — cantitatea de căldură furnizată din exterior
Q_f — cantitate de căldură datorită frecării
Q_n — cantitate de căldură necesară
T — temperatură
c_v — căldură specifică volumică :
$\bar{c}_v$ — căldură specifică volumică medie pe un interval de temperatură
f_z — lățimea canalului melcului, în planul normal pe axa canalului, la cota z
h_z — adîncimea canalului melcului la cota z
$\bar{h}$ — adîncimea medie a canalului
$i = \frac{\Lambda}{D_i}$ — lungimea relativă a unei porțiuni încălzite, pe axa cilindrului

$i_M = \frac{L_l}{D_l}$ — lungimea relativă încălzită a întregii mașini

q_{nz} — debitul caloric specific necesar în secțiunea de la cota z

$\bar{q}_n$ — debitul caloric specific necesar, mediu

t — timp

t_r — timp de reținere

t_{sp} — timp specific

$\bar{v}_t$ — viteza de transfer medie pe o porțiune de canal

$\bar{v}_{tM}$ — viteza de transfer medie pe întreaga mașină

v_{zm} — viteza medie a materialului în canalul melcului, la cota z

z — coordonata în lungul axei canalului melcului

ΔT — diferența dintre temperatura de ieșire și temperatura de intrare a materialului într-o porțiune a canalului

$(\Delta T)_{ei} = T_e - T_i$ — diferența dintre temperatura de ieșire din canalul melcului și temperatura de intrare în zona încălzită a canalului melcului

Π_v — debit volumic

Π_G — debit gravimetric

Λ — coordonata în direcția axei melcului

γ — greutatea specifică

$\varkappa$ — numărul porțiunilor în care s-a împărțit canalul

φ_z — înclinarea filetului la cota z.

BIBLIOGRAFIE

1. *Renert M.*: Calculul și construcția utilajului chimic, vol. III, București, Ed. didactică și pedagogică, 1962, pp. 259—280.

2. *Renert M., Ionescu H.*: Contribuții la teoria mașini de extrudere cu un melc. Buletinul Institutului politehnic Gheorghe Gheorghiu-Dej, Tom XXVII, nr. 4, 1965, pp. 79—80.

3. *Schenkel G.*: Kunststoff — Extrudertechnik — Carl Hanser Verlag, München, 1963, p. 103.

4. *Riabinin D. D., Lucaci E. Iu*: Cerviacinîe mașini dlia perekabotka plasticeskih mass i rezinovîh smesei-Moscova, Izd. Mașinostroenie, 1965.

5. *Bernhardt C. E.*: Pererabotka termoplasticeskih materialov, Moscova, Goshimizdat, 1962.

6. *Janeschitz — Kriegl H.*: Einige Bertrachtungen über die Grundlagen des Strangpressens von Polymeren. Kautschuk und Gummi — Kunststoffe, 17, nr. 1, 1964, p. 21.

7. *Marshall I. D., ș.a.*: Metering Screw Performance With Temperature Gradients —SPE Journal, 21, nr. 10, 1965, pp. 1192—1202 și nr. 11, 1965, pp. 1299—1304.

8. *Maddock P. H.*: SPE Journ., 16 Nr. 4, 1960, p. 373—378.

9. *Domininghaus H.*: L'extrusion des thermoplastiques — Ind. des plast. mod. et elastom. 16, nr. 7, 1964 pp. 141—143.

10. *Haiasida K.*: Metod rasceta șneka extruderov pri pomoșci nomogramm — Voprosî ekstruzii termoplastov, Sbornik perevodov, Moscova, Izd. inn. lit. 1963, p. 164.

11. * * * Erwärmung und Abkühlung von Hochpolymeren, Kautschuk und Gummi — Kunststoffe, 17, nr. 10, 1964, p. 591.

12. *Tautz H. ș.a.*: Die spezifische Wärme von Hochpolymeren in Abhängigkeit von der Vorgeschichte des Materials.
Plaste und Kautschuk, 10, nr. 10, 1963, p. 648, și 11, nr. 11 — 1964, p. 657.

13. *Staub B. R.*: Effect of Basic Polymer Properties on Injection Molding Behavior, SPE — Journal, 17, nr. 4, 1961, p. 345.

14. *Schenkel G.*: Șnecovîe pressî dlia plastmass — Leningrad, Goshimizdat, 1962 — pp. 133, 227—248, 458—459.

15. *Schenkel G.*: Internat. Plastics Eng. Nr. 8, 1961, p. 371.

16. *Bodonsky J.*: Modern Plastics, 38, nr. 6, 1961, pp. 114, 119, 120.

17. *Romanovski A.*: Stand der Extruder — Technik für die Verarbeitung von Kautschuk und thermoplastischen Kunststoffen. Kautschuk und Gummi — Kunststoffe, 17, nr. 12, 1964, p. 719.

18. *Engel T.*: Zür Verflussigung thermoplastischer Kunststoffe. Kunststoffe, 49, nr. 8. 1959, pp. 406—407.

19. *Engel T.*: Der Schmeltzteller — Extruder Rotomeltor. Kunstsoffe 53, nr. 4, 1963, pp. 215—217.

20. *Zavgorodnîi K. V.*: Mehanizațiia i avtomatizația pererabotki plasticeskih mass. Moscova, Izd. Mașinostroenie, 1964, p. 320.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 5
BUCUREȘTI

AUTOVEHICULE

C. Z.: 621—59: 621—587: 629.113

ASUPRA FRÎNĂRII AUTOMOBILULUI PE TRANSMISIE *

AUREL P. STOICESCU

1. Introducere

Frîna pe transmisia automobilului se poate utiliza în două scopuri diferite, și anume: ca frînă de parcare și ca frînă încetinitoare. Frîna de parcare pe transmisie se instalează la autocamioane și autobuze, ea putîndu-se folosi, în cazuri excepționale, și pentru frînarea în timpul deplasării.

Frîna încetinitoare se folosește ca frînă suplimentară pentru limitarea vitezei automobilului, permițînd coborîrea lui pe pante lungi cu viteze aproape constante, fără utilizarea frînelor pe roți. În ultimul timp, aceste frîne se aplică din ce în ce mai mult, pe autocamioane și autobuze cu capacitate de încărcare medie și mare.

Frînarea pe transmisie face ca automobilul frînat să aibă o altă comportare decît în cazul folosirii frînelor obișnuite pe roți. Aceasta din cauză că momentul de frînare se transmite la roți prin intermediul diferențialului; în cazul frînelor încetinitoare electrodinamice, hidraulice și a frînei de motor momentul de frînare scade o dată cu scăderea turației arborelui cardanic, din care cauză aceste frîne nu sînt folosite pentru oprirea automobilului și imobilizarea lui.

Ca o consecință directă și stabilitatea la frînare are un caracter deosebit față de cazul frînării obișnuite. Această problemă a fost examinată detaliat din punctul de vedere experimental de către A. B. Gredeskul și O. K. Sahbazov [1], în care prezintă ca rezultate o serie de curbe experimentale care pun în evidență comportările foarte diferite ale automobilului frînat pe transmisie.

În cele ce urmează se urmărește a se stabili pe cale teoretică care sînt situațiile în care se poate găsi automobilul frînat pe transmisie și a se preciza condițiile ce trebuiesc îndeplinite pentru fiecare situație în parte; de asemenea să se deducă relațiile pentru calcularea parametrilor ce caracterizează mișcarea automobilului frînat pe transmisie.

Se are în vedere cazul cel mai general care include și situația cînd roțile de pe o parte și de alta a automobilului rulează pe căi cu coeficienți de aderență diferiți, precum și cazul automobilului cu diferențial cu frecare mărită.

* Manuscris predat la redacție la 3 mai 1966.

Se face presupunerea că frînarea automobilului are loc pe un drum orizontal, în linie dreaptă şi că momentul de frînare redus la caseta diferenţialului are o valoare constantă. Nu se ţine seama de faptul că momentul de frînare redus la caseta diferenţialului se micşorează din cauza inerţiei pieselor în mişcarea de rotaţie pentru a nu complica prea mult problema, fără ca prin aceasta să se introducă erori prea mari. De asemenea, se presupune că roţile din spate sînt roţi motoare, iar reacţiunele verticale la cele două roţi din spate (dreapta şi stînga) sînt egale. Această condiţie este îndeplinită numai dacă frîna se montează corespunzător [1].

In toate calculele, din motive bine cunoscute, rezistenţa aerului şi rezistenţa la rulare se neglijează.

Se folosesc următoarele notaţii :

a — distanţa de la centrul de greutate al automobilului pînă la planul vertical ce trece prin axa roţilor din faţă.
h_g — înălţimea centrului de greutate al automobilului faţă de sol.
L — ampatamentul
r — raza de rulare a roţilor (se va considera că este aceeaşi pentru toate roţile şi, în plus, egală cu raza dinamică)
G_a — greutatea automobilului
m_a — masa automobilului
J_1, J_2 — momentele de inerţie totale pentru ambele roţi din faţă, respectiv din spate.
M_2 — momentul de frînare redus la caseta diferenţialului ;
M_2', M_2'' — momentul de frînare preluat de roata din stînga şi respectiv din dreapta, din spate
K — coeficientul de blocare (nefuncţionare) al diferenţialului ;
M_f — momentul de frecare din diferenţial
Z_2 — reacţiunea verticală asupra roţilor din spate
X_2', X_2'' — reacţiunile orizontale la roţile din spate, respectiv stînga şi dreapta ;
X_1 — reacţiunea orizontală la roţile din faţă
φ', φ'' — coeficienţii de aderenţă pentru porţiunile de teren pe care rulează roţile din stînga, respectiv dreapta.
φ_a', φ_a'' — coeficienţii de aderenţă corespunzători alunecării roţilor.
f — coeficientul de rezistenţă la rulare
v — viteza automobilului
ω_1 — viteza unghiulară a roţilor din faţă
ω_2', ω_2'' — vitezele unghiulare ale roţilor din spate, respectiv stînga şi dreapta.

Notaţiile $\dot{v}$, $\dot{\omega}_1$, $\dot{\omega}_2'$, $\dot{\omega}_2''$ înseamnă derivatele în raport cu timpul ale funcţiilor respective.

In examinarea care se face se vor deosebi 2 cazuri :

a) $\varphi' = \varphi'' = \varphi$

b) $\varphi' > \varphi''$

Vom începe cu primul caz, ca fiind cel mai simplu.

2. Cazul $\varphi' = \varphi'' = \varphi$

In această situație, roțile din spate ale automobilului au viteza unghiulare egale, deoarece :

a) în momentul aplicării frînei vitezele unghiulare sînt egale, automobilul deplasîndu-se în linie dreaptă ;

b) pentru ca să apară diferențe de viteze unghiulare ar trebui ca diferențialul să funcționeze, deci să apară momente de frînare diferite la cele două roți, ceea ce nu se întîmplă datorită simetriei geometrice și mecanice a automobilului în raport cu axa sa longitudinală și datorită faptului că f și φ sînt aceiași pentru toate roțile.

Se pot deosebi 2 cazuri : cazul rulării roților fără alunecare și cazul rulării cu alunecare, cînd se ajunge la blocarea roților. Din aceste 2 cazuri se va trata numai ultimul, deoarece primul se tratează ca o chestiune de frînare pe 2 roți în orice lucrare de mecanica automobilului.

2.1. *Cazul rulării cu alunecare*

Ecuațiile de mișcare se pot scrie astfel :

$$J_2 \dot{\omega}_2 = -M_2 + \varphi_a Z_2 r, \text{ unde } \dot{\omega}_2 = \dot{\omega}_2' = \dot{\omega}_2'' \tag{1}$$

$$-m_a \dot{v} = \varphi_a Z_2 + X_1 \tag{2}$$

$$X_1 = \frac{J_1}{r} \dot{\omega}_1, \quad \dot{\omega}_1 = \frac{\dot{v}}{r} \tag{3}$$

reacțiunea normală a căii la roțile din spate este [2]

$$Z_2 = \frac{(a + f r) G_a + m_a h_g \dot{v} + J_1 \dot{\omega}_1 + J_2 \dot{\omega}_2}{L} \tag{4}$$

Ținînd seama de (4) și de faptul că $fr << a$, se ajunge la următorul sistem de ecuații

$$\begin{aligned} &\dot{\omega}_2 \left(J_2 - J_2 \frac{r \varphi_a}{L} \right) - \frac{\varphi_a}{L} (J_1 + m_a h_g r) \dot{v} = -M_2 + \frac{r a \varphi_a G_a}{L} \\ &\dot{\omega}_2 \frac{\varphi_a J_2}{L} + \left[m_a + \frac{J_1}{r^2} + \frac{\varphi_a}{L} \left(m_a h_g + \frac{J_1}{r} \right) \right] \dot{v} = -\frac{a \varphi_a G_a}{L} \end{aligned} \tag{5}$$

din care se obțin expresiile celor două necunoscute $\dot{\omega}_2$ și $\dot{v}$. Se poate calcula apoi timpul după care are loc blocarea roților din spate cunoscînd viteza unghiulară de la care se începe frînarea.

Ecuațiile de mișcare, valabile după blocarea roților din spate, se obțin din (1), (2) și (3) în care se înlocuiește $\omega_2 = 0$.

3. **Cazul $\varphi' > \varphi''$**

3.1. *Reacțiunea orizontală la roata din dreapta a ajuns la limita de aderență, iar diferențialul este încă blocat* (nu funcționează).

Ecuațiile de mișcare se scriu :

$$\frac{J_2}{2}\dot{\omega}_2 = -M_2'' + \varphi_2'' \cdot \frac{Z_2}{2} r \quad \text{pentru roata din spate, dreapta} \tag{6}$$

$$\frac{J_2}{2}\dot{\omega}_2 = -M_2' + r X_2', \text{ cu } X_2' \leqslant \varphi' \frac{Z_2}{2} \text{ pentru roata din spate, stînga} \tag{7}$$

$$M_2 = M_2' + M_2'' \tag{8}$$

$$-\left(m_a + \frac{J_1}{r_2}\right)\dot{v} = X_2' + \varphi_a'' \frac{Z_2}{2}, \text{ pentru mișcarea automobilului} \tag{9}$$

Cum roata din stînga se rostogolește fără alunecare, există relația $\dot{v} = r\dot{\omega}_2$, unde ω_2 — viteza unghiulară comună a roților din spate.

Adunînd (6) cu (7) și ținînd seama de (8) și de (9) rezultă

$$\dot{v} = -\frac{M_2}{m_a r + \dfrac{J_1 + J_2}{r}} \tag{10}$$

Folosirea expresiei lui Z_2 dată de (4), relațiile precedente devin :

$$\dot{v}\left[\frac{J_2}{2r} - \left(\frac{J_1 + J_2}{r} + m_a h_g\right)\frac{\varphi_a'' r}{2L}\right] = \frac{r\varphi_a''}{2L} a G_a - M_2'' \tag{6'}$$

$$\frac{J_2}{2r}\dot{v} = -M_2' + X_2' r \tag{7'}$$

$$-\left[m_a + \frac{J_1}{r} + \frac{\varphi_a''}{2L}\left(\frac{J_1 + J_2}{r} + m_a h_g\right)\right]\dot{v} = \frac{a\varphi_a'' G_a}{2L} + X_2' \tag{9'}$$

Înlocuind pe $\dot{v}$ dat de (10) în aceste relații, se obțin următoarele expresii ale momentelor de frînare la roțile din spate

$$M_2' = M_2\left[1 + \frac{\dfrac{J_1 + J_2}{r} + m_a h_g}{m_a r + \dfrac{J_1 + J_2}{r}} \cdot \frac{r\varphi_a''}{2L} - \frac{J_2}{2r\left(m_a r + \dfrac{J_1 + J_2}{r}\right)}\right] - \frac{ar\varphi_a'' G_a}{2L} \tag{11}$$

$$M_2'' = \frac{M_2}{m_a r + \dfrac{J_1 + J_2}{r}}\left[\frac{J_2}{2r} - \left(\frac{J_1 + J_2}{r} + m_a h_g\right)\cdot\frac{r\varphi_a''}{2L}\right] + \frac{ar\varphi_a'' G_a}{2L} \tag{12}$$

Reacțiunea orizontală la roata din stînga este

$$X'_2 = \frac{0{,}5\,M_2}{m_a r + \frac{J_1 + J_2}{r}} \left[m_a + \frac{J_1}{r} + \frac{\varphi''_a}{2L}\left(\frac{I_1 + J_2}{r} + m_a h_g \right) \right] - \frac{a\,\varphi''_a\,G_a}{2L} \quad (13)$$

Condiția ca roata din stînga să ruleze fără alunecare este $X'_2 \leq \varphi' \frac{Z_2}{2}$.

Dacă se ține seama de (4), (10) și (13), această condiție devine

$$M_2 \left[\frac{m_a}{m_a r + \frac{J_1 + J_2}{r}} + \frac{\frac{J_1 + J_2}{r} + m_a h_g}{2L\left(r m_a + \frac{J_1 + J_2}{r} \right)} (\varphi'_a + \varphi''_a) \right] \leq (\varphi'_a + \varphi''_a) \frac{a\,G_a}{2L} \quad (14)$$

În plus, mai este necesară și condiția

$$M_2 \geq M_{2\varphi''} \quad (15)$$

unde $M_{2\varphi''}$ este momentul de frînare corespunzător începutului alunecării (vezi 2.1.) calculat pentru $\varphi = \varphi''$.

Condiția ca diferențialul să rămînă blocat (să nu funcționeze) este

$$M'_2 - M''_2 \leq M_f . \quad (16)$$

Dacă se ține seama de (4) condiția aceasta devine

$$M'_2 \leq 0{,}5\,(M_2 + M_f) . \quad (17)$$

Avînd în vedere faptul că momentul de frecare din diferențial este dat de relația cunoscută

$$M_f = \frac{K - 1}{K + 1} \cdot M_2 \quad (18)$$

se obține în final următoarea condiție de nefuncționare a diferențialului:

$$M_2 \leq \frac{r a \varphi''_a G_a}{2L\left(\frac{1}{K+1} + \frac{h_g + \frac{J_1 + J_2}{r m_a}}{2L} \cdot \frac{\varphi''_a}{1 + \frac{J_1 + J_2}{m_a r^2}} - \frac{J_2}{2 m_a r^2 + J_1 + J_2} \right)} \quad (19)$$

3.2. *Cazul cînd roata din dreapta rulează cu alunecare, iar roata din stînga rulează fără alunecare.*

În această situație este îndeplinită condiția (15); diferențialul fiind deblocat, condiția (19) nu este îndeplinită.

Ecuațiile de mișcare sînt

$$\frac{J_2}{2} \dot{\omega}'_2 = - M'_2 + X'_2 r \ , \quad \text{cu} \quad X'_2 \leq \varphi' \frac{Z_2}{2} \quad (20)$$

$$\frac{J_2}{2} \dot{\omega}''_2 = - M''_2 + \varphi''_a \frac{Z_2}{2} r \quad (21)$$

$$M_2' + M_2'' = M_2 \tag{22}$$

$$M_2' - M_2'' = M_f \tag{23}$$

$$-\left(m_a + \frac{J_1}{r^2}\right)\dot{v} = \varphi_a'' \frac{Z_2}{2} + X_2' \tag{24}$$

$$Z_2 = \frac{(a+fr)\,G_a + \left(\frac{J_1}{r} + m_a h_g\right)\dot{v} + 0{,}5\,J_2\,\dot{\omega}_2' + 0{,}5\,J_2\,\dot{\omega}_2''}{L} \tag{25}$$

Adunînd (20) cu (21) și ținînd seama de (23), (24) și de faptul că $\dot{v} = \dot{\omega}_2' r$, se obține relația

$$\left(m_a r + \frac{J_1}{r} + \frac{J_2}{2r}\right)\dot{v} + 0{,}5\,J_2\,\dot{\omega}_2'' = -M_2 \tag{26}$$

Introducînd pe Z_2 dat de (25) în relația (21) și utilizînd relațiile (22) și (23) se obține încă o ecuație :

$$\frac{r\varphi_a''}{2L}\left(\frac{J_1}{r} + m_a h_g + \frac{J_2}{2r}\right)\dot{v} + \left(\frac{rJ_2\varphi_a''}{4L} - \frac{J_2}{2}\right)\dot{\omega}_2'' = -M_2\frac{r\varphi_a''}{2L}\left(\frac{J_1}{r} + \tag{27}$$

$$+ m_a h_g + \frac{J_2}{2r}\right) - 0{,}5\,(M_2 - M_f)\left(m_a r + \frac{J_2}{2r}\right) + \frac{r\varphi_a''}{2L}(a+fr)\left(m_a r + \frac{J_2}{2r}\right) G_a .$$

Din cele 2 ecuații (26) și (27) rezultă necunoscutele $\dot{\omega}_2''$ și $\dot{v}$, ale căror expresii se dau direct, mai jos :

$$\dot{v} = \frac{-M_2\left(\frac{rJ_2\varphi_a''}{4L} - \frac{3J_2}{4}\right) + \frac{J_2}{4}M_f + \frac{rJ_2\varphi_a''}{4L}(a+fr)\,G_a}{\left(m_a r + \frac{J_1+J_2}{r}\right)\left(\frac{rJ_2\varphi_a''}{4L} - \frac{J_2}{2}\right) - \frac{rJ_2\varphi_a''}{2L}\left(\frac{J_1}{r} + \frac{J_2}{2r} + m_a h_g\right)}$$

$$\dot{\omega}_2'' = \frac{\frac{r\varphi_a''}{2L}(a+fr)\left(m_a r + \frac{J_1}{r} + \frac{J_2}{2r}\right)G_a - 0{,}5\,(M_2 - M_f)\left(m_a r + \frac{J_1}{r} + \frac{J_2}{2r}\right) -}{\frac{r\varphi_a'' J_2}{4L}\left(\frac{J_1}{r} + \frac{J_2}{2r} + m_a h_g\right) -}$$

$$\frac{- M_2\frac{r\varphi_a''}{2L}\left(\frac{J_1}{r} + \frac{J_2}{2r} + m_a h_g\right)}{-\left(m_a r + \frac{J_2}{2r}\right)\left(\frac{rJ_2\varphi_a''}{4L} - \frac{J_2}{2}\right)}$$

Evident, aceste expresii mai pot fi simplificate ținînd seama că

$$rf \ll a,\ \frac{J_1}{r} \ll m_a r,\ \frac{J_2}{r} \ll m_a r,\ \frac{J_1}{r} \ll m_a h_g,\ \frac{J_2}{r} \ll m_a h_g.$$

Notînd $|\dot{v}| = d$, $|\dot{\omega}''| = \varepsilon$ și cu v_0 viteza automobilului de la care începe frînarea se poate calcula timpul pentru care $\omega_2'' = 0$. Acesta este

$$t_1 = \frac{v_0}{r\varepsilon}. \tag{28}$$

Viteza automobilului pentru care $\omega_2'' = 0$ este

$$v_1 = v_0\left(1 - \frac{d}{r\varepsilon}\right). \tag{29}$$

După timpul t_1 se pot ivi două situații:

a) roata din stînga continuă a se rostogoli fără alunecare, iar roata din dreapta se rotește în sens invers celeilalte.

b) roata din stînga continuă a se rostogoli fără alunecare, iar roata din dreapta rămîne blocată.

Se va demonstra că situația b) nu poate avea loc. Pentru aceasta se presupune că ar exista o asemenea situație. În acest caz ecuațiile mișcării se scriu.

$$\frac{J_2}{2}\dot{\omega}_2' = -0{,}5\,(M_2 + M_f) + X_2' r \tag{30}$$

$$0 = -0{,}5\,(M_2 - M_f) + \varphi_a'' r\,\frac{Z_2}{2} \tag{31}$$

$$-\left(m_a + \frac{J_1}{r^2}\right)\dot{v} = X_2' + \varphi_a''\,\frac{Z_2}{2}. \tag{32}$$

Procedînd în mod asemănător ca în celelalte cazuri se obține

$$\dot{v} = -\frac{M_2}{r\left(m_a + \frac{J_1}{r^2} + \frac{J_2}{r^2}\right)},\quad \dot{\omega}_1 = \dot{\omega}_2' = \frac{-M_2}{r^2\left(m_a + \frac{J_1}{r^2} + \frac{J_2}{r^2}\right)} \tag{33}$$

Utilizînd formulele (33) se obține următoarea expresie pentru

$$Z_2 = \frac{(a + fr)\,G_a - M_2\,\dfrac{m_a h_g + \frac{J_1}{r} + \frac{J_2}{2r}}{r\left(m_a + \frac{J_1}{r^2} + \frac{J_2}{r^2}\right)}}{L}$$

Ținînd seama de relația (31), după calcule simple se obține următorul rezultat :

$$M_2 = \frac{r\varphi_a''(a+fr)\,G_a}{2L\left[\frac{1}{K+1}+\frac{r\varphi_a''\left(\frac{h_g}{r}+\frac{J_1}{m_a r^2}+\frac{J_2}{2m_a r^2}\right)}{2L\left(1+\frac{J_1}{m_a r^2}+\frac{J_2}{2m_a r^2}\right)}\right]} \tag{34}$$

Din această relație rezultă evident că, pentru condițiile date (toate mărimile din membrul doi sînt constante), situația presupusă n-ar putea avea loc decît pentru o singură valoare a lui M_2.

Fie, de asemeni și expresia :

$$\frac{r\varphi_a''}{2L}\cdot\frac{\frac{h_g}{r}+\frac{J_1}{m_a r^2}+\frac{J_2}{2m_a r^2}}{1+\frac{J_1}{m_a r^2}+\frac{J_2}{2m_a r^2}}.$$

Fracția a doua din această expresie are forma generală

$$\alpha(x)=\frac{\frac{h_g}{r}+\frac{J_1}{m_a r^2}+x}{1+\frac{J_1}{m_a r^2}+x}.$$

Se observă că $\alpha(0) > 1$, deoarece $h_g > r$. De asemeni $\lim_{x\to\infty}\alpha(x)=1$. Cum funcția omografică este o funcție monotonă, rezultă că $\alpha(x)$ este monoton descrescătoare.

În continuare se va examina numitorul expresiei din membrul din dreapta al relației (19). Se observă că există un factor de forma $\frac{r\varphi_a''}{2L}\cdot\alpha(x)$, în care $x=\frac{J_2}{m_a r^2}$. Din cele demonstrate mai sus rezultă că $\alpha\left(\frac{J_2}{m_a r^2}\right) < \alpha\left(\frac{J_2}{2m_a r^2}\right)$.

Prin urmare, se poate conchide că valoarea lui calculată cu formula (34), satisface relația (19) ceea ce ar însemna că diferențialul este blocat. Însă această concluzie contrazice ipoteza făcută la 3.2.; prin urmare situația b) nu poate avea loc în realitate.

Se va trata acum cazul a), singurul caz real așa cum s-a arătat mai înainte. Ecuațiile de mișcare vor fi aceleași ca cele scrise la începutul punctului 3.2. (păstrîndu-se aceleași sensuri pozitive ale vitezelor unghiulare). Deci, $\dot{v}$ și ω_2'' au aceleași expresii care au mai fost deduse, însă roata din dreapta se va roti în sens invers celeilalte și uniform accelerat. Roata din dreapta se va roti în sens invers și uniform accelerat, pînă cînd caseta

diferențialului va avea viteza unghiulară nulă, deci cînd $\omega_2' = -\omega_2''$. După aceea, caseta diferențialului fiind blocată, cele două roți vor avea viteză unghiulară egală și de sens invers. Roata din dreapta nu se poate roti în sens invers cu o viteză unghiulară mai mare decît cealaltă, deoarece ar însemna ca momentul M_2 să-și schimbe sensul, întrucît și caseta diferențialului își modifică sensul de rotație. Or, schimbînd în relația (26) pe $-M_2$ în M_2, se ajunge la concluzia că $\dot{v} > 0$ ceea ce, evident, contrazice realitatea.

Timpul măsurat din momentul cînd $\omega_2'' = 0$, pînă cînd se blochează caseta diferențialului se deduce ușor din egalitatea $\varepsilon t_2 = \frac{v_1 - t_2 d}{r}$ adică, $t_2 = \frac{v_1}{d + r\varepsilon}$. Sau, dacă se ține seama de (29)

$$t_2 = v_0 \frac{1 - \frac{d}{r\varepsilon}}{d + r\varepsilon}. \tag{33}$$

După acest timp, ecuațiile de mișcare vor fi date tot de relațiile (20) — (24), dar la care se adaugă condiția $\omega_2' = -\omega_2''$, iar M_2 nu mai este momentul care-l poate realiza frîna pe transmisie (în anumite condiții date și independent de factori exteriori), ci momentul care solicită frîna și a cărui valoare se va calcula mai departe.

Adunînd (20) cu (21), ținînd seama de (22) și de faptul că $\omega_2' = -\omega_2''$, rezultă

$$M_2 = -\left(m_a r + \frac{J_1}{r}\right)\dot{v} \tag{36}$$

iar relația (21), avînd în vedere (22) și (23), se va scrie

$$-J_2\dot{\omega}_2' = \left(m_a r + \frac{J_1}{r}\right)\dot{v} + M_f + r\varphi_a'' \cdot \frac{(a + fr)\,G_a + \left(\frac{J_1}{r} + m_a h_g\right)\dot{v}}{L}$$

și cum $v = r\omega_2'$, rezultă

$$\dot{v} = -\frac{\frac{r\varphi_a''}{L}(a + fr)\,G_a}{\frac{2K}{K+1}\left(m_a r + \frac{J_1}{r}\right) + \frac{J_2}{r} + \frac{r\varphi_a''}{L}\left(\frac{J_1}{r} + m_a h_g\right)} \tag{37}$$

Avînd pe $\dot{v}$, se calculează direct $\dot{\omega}_2'$ și $\dot{\omega}_2''$. Din (36) și (37) rezultă

$$M_2 = \frac{r\varphi_a''(a + fr)\,G_a}{2L\left[\frac{K}{K+1} + \frac{J_2}{m_a r + \frac{J_1}{r}} + \frac{r\varphi_a''}{L} \cdot \frac{\frac{J_1}{r} + m_a h_g}{\frac{J_1}{r} + m_a r}\right]} \tag{38}$$

Condiția ca viteza unghiulară a casetei diferențialului să fie nulă este ca valoarea momentului dat de (38) să fie mai mică decît valoarea momentului ce-l poate realiza frîna (în sensul în care s-a arătat mai sus). Procedîndu-se în mod asemănător ca la demonstrația precedentă, se poate arăta că M_2 dat de (38) este mai mic decît membrul al doilea al inegalității (19), ceea ce confirmă faptul că este îndeplinită condiția de mai sus, deoarece diferențialul este deblocat (vezi condiția de la 3.2).

Prin urmare, cu datele obținute se pot calcula ușor timpul și spațiul de frînare, sau se poate urmări viteza în funcție de timp.

3.3. *Cazul cînd roțile din spate rulează cu alunecare, diferențialul fiind deblocat.*

Ecuațiile de mișcare sînt date de relațiile (20)—(25), cu deosebirea că în locul lui X_2' se va scrie $\varphi_a' \frac{Z_2}{2}$. Procedîndu-se în același mod ca și pînă acum, se ajunge la următorul sistem de ecuații:

$$\frac{J_2}{2}\left(1+\frac{r\varphi_a'}{2L}\beta\right)\dot{\omega}_2' + \frac{J_2 r\varphi_a'}{4L}\beta\dot{\omega}_2'' = -M_2\cdot\frac{K}{K+1} - M_2\frac{(\beta-1)r\varphi_a'}{2L} + \frac{r\varphi_a'(a+fr)G_a}{2L}$$

$$\frac{J_2 r\varphi_a''}{4L}\beta\dot{\omega}_2' + \frac{J_2}{2}\left(1+\beta\frac{r\varphi_a''}{2L}\right)\dot{\omega}_2'' = -M_2\frac{1}{K+1} - M_2\frac{(\beta-1)r\varphi_a''}{2L} + \frac{r\varphi_a''(a+fr)G_a}{2L} \tag{39}$$

unde s-a notat

$$\beta = \frac{\frac{J_1}{r}+m_a h_g}{m_a r L} - \frac{1}{L}.$$

Din aceste ecuații se pot calcula valorile lui $\dot{\omega}_2'$ și $\dot{\omega}_2''$, iar decelerația este dată de formula.

$$\dot{v} = -\frac{M_2+\frac{J_2}{2}(\dot{\omega}_2'+\dot{\omega}_2'')}{m_a r+\frac{J_1}{r}}. \tag{40}$$

Valoarea minimă a momentului M_2 pentru care roțile din spate se rostogolesc cu alunecare se determină din condiția $X_2' = 0{,}5\varphi' Z_2$ ținînd seama

și de cele arătate la 3.2. In condițiile date, prin ipotezele inițiale, în acest caz $|\omega_2'| < |\omega_2''|$, adică roata din dreapta ajunge prima la viteza unghiulară nulă. Folosind datele de mai sus se poate calcula timpul cînd are loc anularea vitezei unghiulare a roții din dreapta. După acest timp se pot ivi două situații :

a) roata din stînga rulează cu alunecare, roata cealaltă fiind blocată, după care, la un interval determinat de timp, se blochează și prima roată.

b) roata din stînga rulează cu alunecare, iar cealaltă se rotește în sens invers, uniform accelerat, pînă cînd se blochează caseta diferențialului, după care mișcarea ei este uniform încetinită.

Se va demonstra că în realitate situația b) nu poate avea loc. Pentru aceasta se va presupune că s-a ajuns în situația cînd caseta diferențialului este blocată.

Ecuațiile mișcării sînt

$$\begin{aligned} J_2\dot{\omega}_2' &= -(M_2 + M_f) + \varphi_a' Z_2 r \\ J_2\dot{\omega}_2'' &= -(M_2 - M_f) + \varphi_a'' Z_2 r \\ -\left(m_a + \frac{J_1}{r^2}\right)\dot{v} &= (\varphi_a' + \varphi_a'')\frac{Z_2}{2} \quad \text{și} \quad \omega_2' = -\omega_2'' \end{aligned} \tag{41}$$

Adunînd primele două relații (41) și ținînd seama de relația a treia se obține

$$Z_2 = \frac{2M_2}{r(\varphi_a' + \varphi_a'')}.$$

Cu această expresie a lui Z_2, primele două relații (41) devin

$$\begin{aligned} J_2\dot{\omega}_2' &= -2M_2\left(\frac{K}{K+1} - \frac{\varphi_a'}{\varphi_a' + \varphi_a''}\right) \\ J_2\dot{\omega}_2'' &= -2M_2\left(\frac{1}{K+1} - \frac{\varphi_a''}{\varphi_a' + \varphi_a''}\right) \end{aligned} \tag{42}$$

Notîndu-se $\frac{\varphi_a'}{\varphi_a''} = \Phi$, relațiile de mai sus iau forma

$$\begin{aligned} J_2\dot{\omega}_2' &= -2M_2\left(\frac{K}{K+1} - \frac{\Phi}{\Phi+1}\right) \\ J_2\dot{\omega}_2'' &= -2M_2\left(\frac{K}{K+1} - \frac{1}{\Phi+1}\right) \end{aligned} \tag{43}$$

Condiția ca diferențialul să fie deblocat este ca $\Phi > K$, așa cum se va demonstra mai departe. Dacă este satisfăcută această inegalitate atunci au loc și inegalitățile :

$$\frac{K}{K-1} - \frac{\Phi}{\Phi-1} < 0, \quad \frac{1}{K+1} - \frac{1}{\Phi+1} < 0.$$

Din aceste inegalități ar rezulta că $\dot{\omega}_2' > 0$, $\dot{\omega}_2'' < 0$, ceea ce evident, este în contradicție cu realitatea, deoarece în momentul opririi automobilului, viteza unghiulară a roților este nulă. In felul acesta s-a demonstrat inexistența situației b).

Deducerea parametrilor mișcării în cazul a) se face în același mod ca și pentru celelalte cazuri, avînd grijă ca în ecuații să se înlocuiască $\omega_2'' = 0$ (roata din dreapta blocată) la care se adaugă și $\omega_2' = 0$ (și roata cealaltă blocată).

3.4. *Cazul cînd ambele roți rulează cu alunecare, diferențialul fiind blocat.*

Prin urmare $\omega_2' = \omega_2'' = \omega$.

Ecuațiile de mișcare se scriu

$$\begin{aligned} \frac{J_2}{2}\dot{\omega}_2 &= -M_2' + \varphi_a' \frac{Z_2}{2} r \\ \frac{J_2}{2}\dot{\omega}_2 &= -M_2'' + \varphi_a'' \frac{Z_2}{2} r \\ M_2 &= M_2' + M_2'' \\ -\left(m_a + \frac{J_1}{r^2}\right)\dot{v} &= (\varphi_a' + \varphi_a'')\frac{Z_2}{2}. \end{aligned} \tag{44}$$

Din aceste ecuații rezultă

$$\dot{v} = \frac{(a + fr)\, G_a - M_2}{2L\left[m_a + \frac{J_1}{r^2} + \frac{\frac{J_1}{r} + m_a h_g - m_a r}{2L}\cdot(\varphi_a' + \varphi_a'')\right]} \cdot (\varphi_a' + \varphi_a'') \tag{45}$$

$$\dot{\omega} = -\frac{M_2}{J_2} - \frac{m_a + \frac{J_1}{r^2}}{J_2} \cdot r\dot{v} \tag{46}$$

Se caută condițiile de blocare a diferențialului. Pentru aceasta se va presupune, deocamdată, că rularea se face fără alunecare, iar reacțiunile orizontale au ajuns la limita de aderență. Ecuațiile de mișcare sînt date tot de (44), dar se adaugă condiția $v = r\omega$. Condiția de blocare este dată de inegalitatea (16). Prin scăderea primelor două relații (44), condiția aceasta se scrie

$$r(\varphi_a' - \varphi_a'')\frac{Z_2}{2} < M_f.$$

Din (46) rezultă

$$\dot{v} = -\frac{M_2}{m_a r + \frac{J_1 + J_2}{r}}. \tag{47}$$

Folosind ultima relație (44), relația (18) și expresia lui v dată de (47), condiția amintită se scrie

$$\frac{\varphi_a' - \varphi_a''}{\varphi_a' + \varphi_a''} \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{J_2}{J_1 + m_a r^2}} < \frac{K-1}{K+1}. \tag{48}$$

Cu notațiile adoptate anterior, relația (48) ia forma

$$\frac{\Phi - 1}{\Phi + 1} \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{J_2}{J_1 + m_a r^2}} < \frac{K-1}{K+1}. \tag{49}$$

Condiția necesară și suficientă ca să fie satisfăcută inegalitatea (49) este $\Phi < K$, deoarece funcția $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ este monoton crescătoare pentru $x > 0$; tocmai aceasta este condiția ca diferențialul să fie blocat ($J_2 \ll J_1 + m_a r^2$, prin urmare factorul al doilea din membrul întîi se poate considera 1).

Pentru condițiile arătate la 3.2, condiția de blocare a diferențialului ia forma finală.

$$E(p) = \frac{(2m + 2n + p)\Phi + (2n - 2m + p)}{(2m + 2n - p)\Phi + (2n - 2m + p)} < K \tag{50}$$

unde s-a notat

$$m = \frac{1}{\varphi_a' - \varphi_a''}, \quad n = \frac{h_g - r + \dfrac{J_1}{r m_a}}{2L}, \quad p = \frac{(a + fr) G_a r}{M_2 L} - \frac{r}{L}.$$

Se observă că $p = f(M_2)$. Dacă se notează cu p_0 valoarea lui p pentru care M_2 corespunde situației limită examinată mai sus, atunci $E(p_0, \Phi) = \Phi$, deoarece altfel n-ar fi îndeplinită condiția de blocare (demonstrată pentru cazul limită ca necesară și suficientă).

Funcția $E(p)$ este monoton crescătoare și acest lucru se verifică examinînd derivata ei. Calculele simple conduc la următorul rezultat.

$$\frac{dE(p)}{dp} = \frac{(4n - p)^2}{[(2m + n - p)\Phi + (2n - 2m + p)]^2} > 0$$

Deci

$$E(p, \Phi) < E(p_0, \Phi) = \Phi.$$

Prin urmare diferențialul este blocat dacă $\Phi < K$.

4. Concluzii.

a) Formulele deduse permit ca pe baza datelor ce caracterizează automobilul şi drumul să se stabilească situaţia în care se poate găsi automobilul frînat pe transmisie şi să se determine parametrii mişcării în funcţie de momentul total de frînare.

b) Rezultatele obţinute pot fi utilizate pentru a determina momentul destabilizator din planul căii şi pentru a aprecia cît de eficace trebuie să fie frîna încetinitoare în aşa fel ca la frînare stabilitatea automobilului să fie satisfăcătoare, în cazul diferenţialului cu frecare mărită.

c) Comportarea automobilului frînat pe transmisie este foarte diferită de cea corespunzătoare frînării cu sistemul normal (pe roţi), din cauză că transmiterea momentului de frînare se face prin diferenţial.

d) Rezultatele teoretice obţinute sînt în concordanţă cu anumite constatări din practică. De asemenea, ele sînt în concordanţă cu cercetările experimentale efectuate de A. B. Gredeskul şi O. K. Sahbazov [1].

Este de observat însă că [1] s-a înregistrat încă o situaţie: roata de pe partea cu aderenţa mai mare rulează fără alunecare, iar cealaltă roată rulează cu alunecare, ajungînd să aibă viteza unghiulară nulă, după care se roteşte un timp foarte scurt în sens invers şi apoi se blochează; prima roată continuă să ruleze fără alunecare pînă la oprirea automobilului. S-a arătat însă, adoptînd ipotezele arătate la început, că o asemenea situaţie nu poate avea loc. Existenţa ei se poate explica astfel: în momentul cînd viteza unghiulară a roţii de pe partea cu coeficient de aderenţă mai mic s-a anulat, ea intră pe o porţiune de drum cu coeficient de aderenţă mai mare decît cel care era înainte, ceea ce face ca decelerаţia unghiulară să se anuleze şi în felul acesta să se rotească puţin în sens invers şi apoi să se blocheze (vezi relaţia (21)).

Conform explicaţiei date mai sus, această situaţie este posibilă în cazul cînd decelerаţiile sînt relativ mici, la un grad de neuniformitate a coeficientului de aderenţă relativ mic. Acest lucru este în concordanţă atît cu diagrama experimentală [1], cît şi cu afirmaţia din text, potrivit căreia, în timpul încercărilor, situaţia aceasta a fost întîlnită excepţional de rar.

Catedra de autovehicule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Гредескул, А. Б., Шахбазов, О. К.* Исследование боковой устойчивости автомобиля при торможении через силовую передачу în Автомобильная промышленность 30, nr. 7, iulie — 1964, p. 13 — 16.

2. *Фалкевуч, Б. С.* Теория автомобиля, Машгиз, Москва, 1963, p. 37—39.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 5

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

C. Z.: 621.85 : 621.833 : 621.914.2

PRELUCRAREA MELCILOR GLOBOIDALI PE FREZA UNIVERSALĂ*

IONEL GAVRILAȘ

Sînt cunoscute în construcția de mașini transmisiile cu angrenaje melcate cu melci cilindrici sau globoidali. Dintre aceste două tipuri de angrenaje precum și altele existente (transmisii spiroidale etc.), o largă răspîndire au căpătat-o angrenajele cu melci cilindrici, datorită faptului că tehnologia de execuție a melcilor cilindrici cît și a roților melcate respective a atins o însemnată perfecțiune.

Angrenajele cu melc se deosebesc de alte angrenaje prin aceea că viteza relativă de alunecare a suprafețelor în contact este mare *(fig. 1, a* și *b)*,

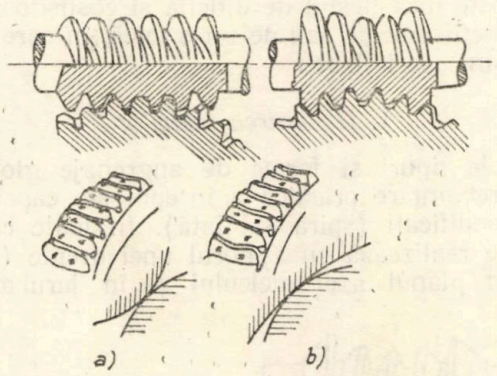


Fig. 1

frecarea care ia naștere între suprafețele de contact, servind drept criteriu de bază, care determină pierderile prin agrenare, precum și capacitatea de încărcare a transmisiei.

Ca umare, este necesar ca la proiectarea unei astfel de transmisii să se acorde o atenție deosebită alegerii materialului, calității suprafețelor conjugate, sistemului de ungere, precum și tipului de angrenaj melcat. Este necesar ca prin specificul elementelor constructive precum și prin sistemul de ungere să se asigure o pană de ulei corespunzătoare între suprafețele în contact.

* Brevet de invenție 44626 aparținînd autorului.

La alegerea unui tip de angrenaj cu melc cît și la stabilirea tehnologiei de prelucrare, trebuie pornit în primul rînd de la geometia de angrenare și de la tipul constructiv al angrenajului ținînd seama de material și tratamentul său, de toleranțele de fabricare și montaj, precum și de tehnologia de execuție a lor.

Angrenajul globoidal este cunoscut de mulți ani în urmă prima construcție fiind descrisă în anul 1824. Totuși pînă în momentul de față, acest tip de angrenaj nu are aceeași răspîndire în construcția de mașini, ca și angrenajele cu melci cilindrici. Aceasta din cauză că tehnologia de execuție a melcilor globoidali cît și a roților melcate respective este dificilă și greoaie. Datorită acestui fapt, sînt evitate în construcția de mașini folosirea acestor angrenaje care prezintă o serie întreagă de avantaje, în comparație cu angrenajele cu melci cilindrici, printre care enumerăm:

— transmiterea de puteri mult mai mari decît în cazul angrenajelor cu melci cilindrici de aceleași dimensiuni.

— asigurarea unui contact pe suprafață mai mare.

— un randament mai ridicat

— dimensiuni și greutăți mai reduse și ca urmare o construcție de gabarit mai redus.

Perfecționările tehnologiei de execuție a melcilor globoidali care au survenit în ultimul timp, au făcut ca angrenajele globoidale să capete o răspîndire pe zi ce trece mai mare. Totuși și în momentul de față tehnologia de execuție este încă destul de dificilă și costisitoare, mai cu seamă în cazul unei producții unicate sau de serie mică, în care nu este rentabilă folosirea unor mașini specializate.

1. *Generarea melcilor*

Dintre diversele tipuri și forme de angrenaje globoidale existente, cea mai largă întrebuințare practică a început s-o capete angrenajele cu melci globoidali modificați (spira subțiată). In toate cazurile generarea suprafeței elicei, se realizează cu ajutorul unei drepte (muchia cuțitului) care se rotește în planul axei melcului și în jurul axei roții melcate

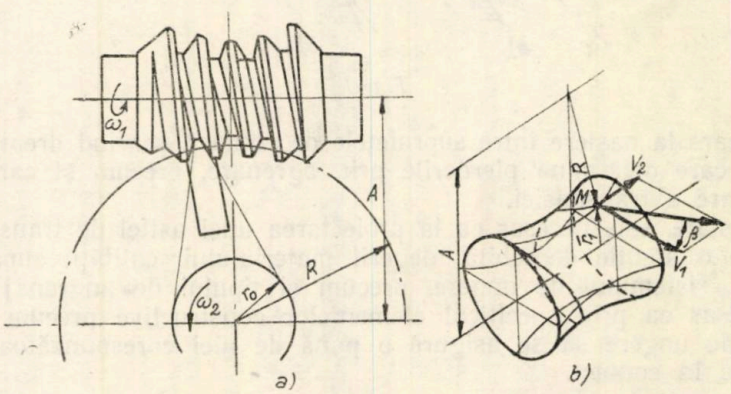
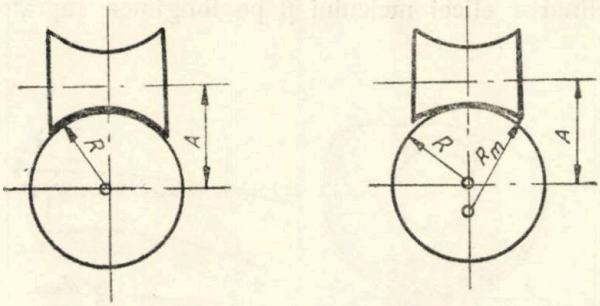


Fig. 2

(fig. 2, a), spre deosebire de generarea elicei pe cilindru unde dreapta (muchia sculei) se deplasează paralel cu axa melcului. Dreapta care generează elicea melcului globoidal trebuie să fie tangentă la cercul de bază r_0 *(fig. 2, a)*.

Acest mod de generare a elicei pe suprafața globoidală permite ca melcul să înfășoare o zonă mai mare a roții melcate, înfășurare care poate fi totală sau parțială *(fig. 3, a, b)*, în funcție de tipul de angrenaj globoidal



a) *Fig. 3* *b)*

ales. In practică în ultima vreme este folosită mai mult înfășurarea parțială, care asigură ungerea cea mai corespunzătoare.

Numărul de dinți z_t pe care îi înfășoară melcul globoidal sînt recomandați [3] în tabela 1.

Tabela 1

Nr. de dinți al roții z_r melcate	28—40	41—50	51—60	61—120	Distanța dintre axe diferă în funcție de modul
Nr. de dinți înfășurați de melc z_t	4	5	6	7	

Datorită formei pe care o are melcul unghiul de înclinare al elicei β pe suprafața globoidală, nu se menține constant, el este variabil; din relațiile cinematice ale angrenării, rezultă că raportul vitezelor unghiulare ω_1 și ω_2 este constant. După cum se observă pe figura 2, b, unghiul elicei este determinat de direcția vectorului viteză în punctul dat M, astfel se poate exprima tangenta:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{v_2}{v_1} \tag{1}$$

$$v_1 = \varrho\,\omega_1 \qquad \text{iar} \qquad v_2 = R\,\omega_2$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{R\,\omega_2}{\varrho\,\omega_1} = \frac{R}{i\,\varrho}, \tag{2}$$

unde:

ϱ este raza în diverse zone ale globului
R — raza de divizare a roții

ω_1 — viteza unghiulară a melcului
ω_2 — viteza unghiulară a roții
i — raportul de transmitere.

Raza melcului globoidal ϱ fiind variabilă între valoarea minimă de la gîtul melcului și valoarea maximă la capete, în mod corespunzător variază și înclinarea elicei melcului β pe lungimea suprafeței globoidale *(fig. 4)*.

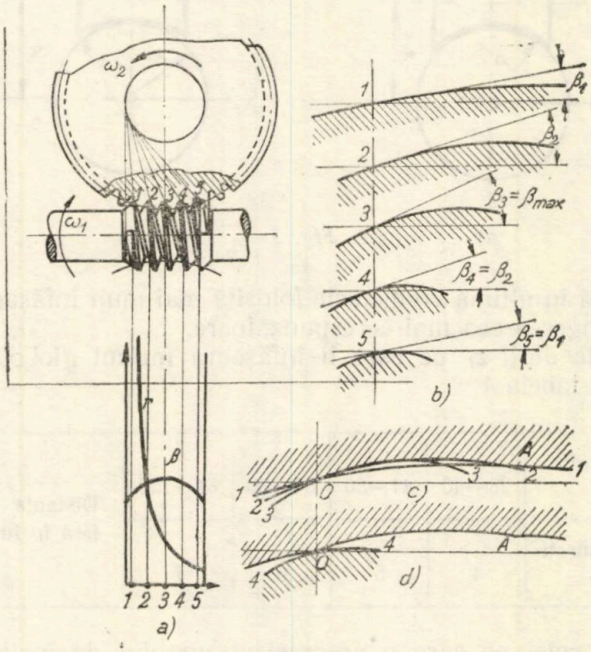


Fig. 4

Valoarea maximă a înclinării elicei rezultă la gîtul melcului și se exprimă sub forma :

$$\beta_{max} = \text{arc tg} \frac{iR}{A - R} \tag{3}$$

iar valoarea minimă este la capetele melcului și este dată de formula :

$$\beta_{min} = \text{arc tg} \frac{iR}{A - \sqrt{R^2 - r_m^2}}, \tag{4}$$

unde :

A este distanța dintre axe
r_m — raza la gîtul goboidului.

Rezultă că mărimea variației de înclinare va fi diferența dintre mărimea înclinării maxime și minime.

$$\Delta\beta = \beta_{max} - \beta_{min}.$$

Din relațiile (3) și (4) se observă că această diferență este cu atît mai mică cu cît raportul de transmitere „*i*" este mai mare.

Inclinația elicei este influențată și de numărul de începuturi; astfel cu cît numărul de începuturi este mai mic și diferența $\Delta\beta$ este mai mică. Această diferență poate scădea cu micșorarea lungimii melcului, adică cu micșorarea diametrelor de la capete.

Aceasta se realizează în cazul melcilor globoidali, dar nu este posibil în cadrul melcilor toroidali, unde lungimea nu se poate micșora, întrucît în acest caz crește presiunea specifică pe suprafețele de contact, deci scade capacitatea de încărcare a angrenajului.

De asemenea variația unghiului de înclinare a elicei se micșorează cu creșterea diametrului de divizare a roții, cu condiția ca distanța dintre axe *A* să se mențină constantă (rel. 3).

Această variație a unghiului de înclinare a elicei are o influență negativă asupra procesului de angrenare și în mod deosebit asupra contactului dintre flancul elicei și dinții roții melcate.

Pentru îmbunătățirea angrenării, a contactului dintre flancuri este necesar ca melcul și roata melcată să fie corijată.

2. *Stabilirea legăturii cinematice directe*

Prelucrarea melcilor globoidali se realizează pe mașini-unelte pe care se execută de obicei roți dințate. Mașina unealtă poate fi universală sau mașină specială de danturat roți prin rulare. Prelucrarea unor angrenaje globoidale pe mașinile speciale de prelucrat roți dințate prin rulare, nu este economică din cauza duratei foarte mari a prelucrării melcilor globoidali, ceea ce conduce la o productivitate scăzută, cît și din punct de vedere al dispozitivelor care trebuie adoptate.

De aceea este indicat, să se folosească frezele universale mai cu seamă la o producție de unicate sau de serie mică, caz în care pot fi înlăturate unele din lipsurile arătate mai sus.

Astfel pentru prelucrarea unor angrenaje globoidale de la mașinile de rulat bile de la uzina Rulmentul din Brașov, în laboratorul Tehnologia Construcții de Mașini de la Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, s-a experimentat cu rezultate pozitive prelucrarea acestor angrenaje pe freza universală FU-1 Cugir.

Această freză universală FU-1 nu are un lanț cinematic care să poată sincroniza mișcarea de rotație a axului mașinii cu mișcarea mesei frezei. Atît axul principal cît și masa frezei au lanțuri cinematice independente, acționate de electromotoare individuale.

Pentru a asigura sincronizarea între piesă și sculă în timpul prelucrării, s-a realizat o legătură cinematică directă (fig. 5). Mișcarea se ia de la axul principal al mașinii, pe care este fixată roata z_1, iar prin intermediul altor

roți dințate se ajunge la roata z_2 a capului divizor. In aceste condiții au putut fi corelate mișcările piesei fixată pe axul principal al frezei și scula care este montată la capul divizor, *(fig. 6 a, b)*.

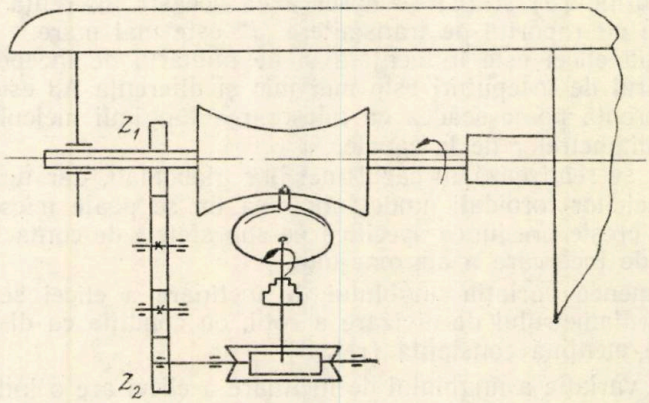


Fig. 5

Turațiile celor două mișcări sînt corelate astfel ca să rezulte pasul circular al melcului. Din relația de transfer a mișcării se obține:

$$n_s \cdot z_s = n_r z_r \qquad (6)$$

$$\frac{n_s}{n_r} = \frac{z_r}{z_s}$$

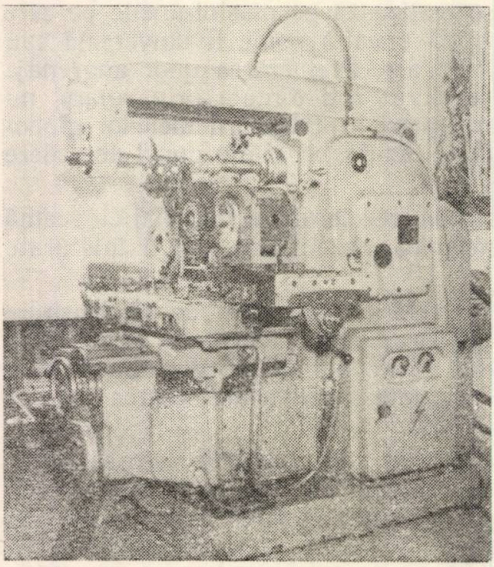
unde:

n_s este turația sculei
n_r este turația semifabricatului
z_s este numărul de începuturi al sculei
z_n este numărul de dinți ai roții.

Ținînd seama de raportul de transmitere a capului divizor $i = \frac{1}{40} \ldots \frac{1}{90}$ relația (6) se scrie sub forma:

$$\frac{n_s}{n_r} = \frac{z_r}{z_s} \cdot \frac{1}{i}. \qquad (7)$$

In cazul concret al angrenajelor globoidale de la mașinile de rulat bile, raportul de reducere este de $\frac{1}{50}$, iar

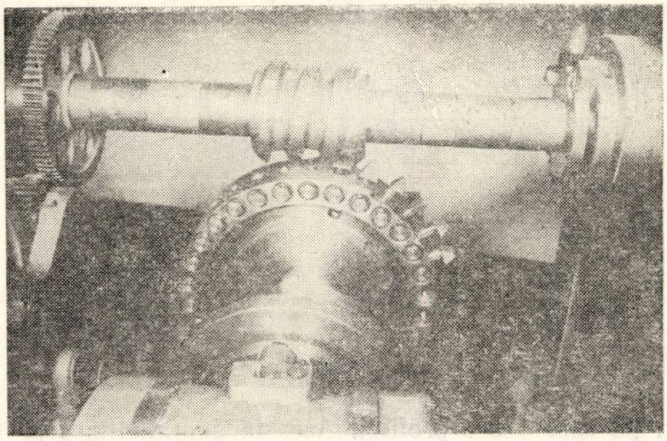


a)
Fig. 6

raportul de transmitere al capului divizor este $\frac{1}{40}$ deci rezultă că:

$$\frac{n_s}{n_r} = \frac{z_r}{z_s} \cdot \frac{1}{i} = \frac{50}{1} \cdot \frac{1}{40} = \frac{50}{40}.$$

Astfel roata $z_r = 50$ s-a montat pe axa mașinii, fig. 6 a iar roata $z_s = 40$ s-a montat la capul divizor, iar între ele s-au folosit două roți inter-



b)
Fig. 6

mediare care să asigure sensul necesar de mișcare a semifabricatului cît și legătura cinematică dintre cele două axe.

Determinările experimentale au arătat că această legătură cinematică, dă rezultate bune în exploatare, lanțul cinematic fiind scurt, influența diverselor erori cinematice, se micșorează simțitor.

3. *Prelucrarea melcilor globoidali*

Tehnologia de execuție a melcilor globoidali cît și a roților melcate ridică un număr de probleme, legate de precizia de prelucrare, de rugozitatea suprafeței flancurilor, precum și probleme legate de productivitate.

În acest scop au fost încercate diverse variante tehnologice care să înlăture pe cît este posibil unele din inconvenientele amintite mai sus.

În cadrul laboratorului nostru prelucrarea melcilor globoidali cît și a roților melcate s-a făcut pe freza universală. La execuția melcilor s-au folosit două variante tehnologice:

I. Prelucrarea melcului s-a făcut prin metoda variației distanței A dintre axe. Acesta este de fapt procedeul clasic; scula se deplasează în planul axei melcului pînă atinge disanța dintre axe, indicată cu ajutorul unui comparator fixat de batiul frezei. În cazul concret această deplasare între axe a avut o mărime de 9,5—10 mm corespunzător adîncimii filetului t.

Prelucrarea s-a făcut prin rulare în 3 etape dinstincte în prima etapă scula are 2—3 sau mai multe cuțite profilate care joacă rolul de dinți ai roții melcate, (fig. 6 b). Astfel s-a făcut degroșarea spirei, după ce în

prealabil, tot pe freză s-a strunjit forma globoidală. In a doua etapă s-au finisat în parte fiecare flanc al spirei. Iar în a treia etapă s-a făcut subțierea la capetele spirei fig. 10 b.

II. Prelucrarea melcului s-a făcut prin broșare, la acest procedeu, distanța dintre axe A este reglată în prealabil, iar cuțitele au fost dispuse în felul următor:

a) cu supraînălțare t (pe dinte), fig. 7 a din schema tehnologică; se poate observa că adîncimea t de lucru trebuie să fie mică datorită

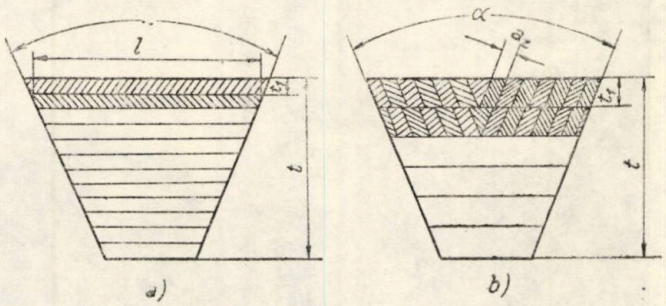


Fig. 7

lățimii mari pe care o are profilul. Această supraînălțare pe dinte crește spre fundul dintelui, unde lățimea se micșorează mult.

Așa de exemplu la început, la primul cuțit, adîncimea t, a variat între 0,06—0,1 mm pe lățimea de 10—12 mm, iar la fundul spirei adîncimea de așchiat a ajuns de 0,2—0,3 mm. Lățimea mare pe care o are cuțitul de așchiat, precum și rigiditatea slabă, a acestui tip de mașină, dă naștere la vibrații foarte puternice, fapt ce face ca procesul de prelucrare să decurgă în condiții necorespunzătoare.

Datorită acestei cauze nu pot fi angajate simultan în piesă mai mult de 1—2 cuțite, fapt ce atrage după sine micșorarea productivității și complică construcția sculelor (broșelor circulare).

b) folosirea broșării progresive, (fig. 7 b) schema tehnologică de prelucrare are ca bază, luarea unor adîncimi mari de așchiere t cu lățimi variabile ale cuțitelor așezate pe grupe de 3—4, ajungînd la ultimile straturi de la fundul spirei cîte un singur cuțit.

In acest caz pot fi angajate în piesă 2—3 cuțite simultan, fără să mai apară vibrații atît de puternice ca în primul caz iar productivitatea crește de 3—4 ori, datorită faptului că viteza de așchiere poate să fie mărită.

In ambele cazuri după operația de degroșare și finisare s-a făcut operația de subțiere a spirelor, în două moduri. In primul caz, cel utilizat întotdeauna constă în aceia de a modifica distanța dintre axe cu o mărime ΔA (fig. 8) și apoi modificarea concentricității sculei cu a melcului prin deplasarea laterală Δx într-o parte și alta față de axă pînă ce cuțitul în poziția de la gîtul melcului vine în contact cu o parte a flancului, apoi și cu cealaltă parte realizîndu-se astfel subțierea spirei la intrare și ieșire.

Această subțiere are ca scop în primul rînd asigurarea unei ungeri corespunzătoare, adică formarea unei pene de ulei, iar în al doilea rînd micșorarea în parte a diferenței de înclinare a unghiului spirei „$\Delta\beta$".

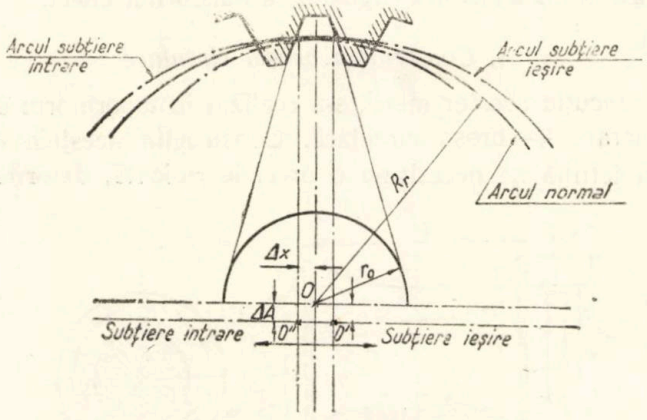


Fig. 8

In al doilea caz subțierea s-a realizat într-un mod nou și anume prin aceia că s-a făcut o singură modificare a distanței dintre axe „ΔA". *fig. 9* iar cu aceiași mărime au fost ridicate treptat cuțitele de finisare care au venit în contact numai cu cîte un flanc.

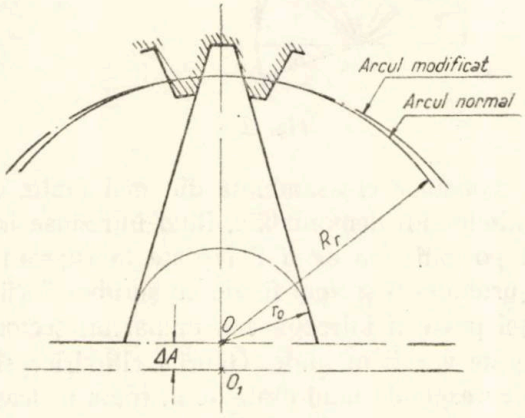


Fig. 9

In acest mod subțierea spirei se realizează numai după un singur arc, ceea ce are influență pozitivă asupra profilului elicei, de la gîtul melcului. De asemenea subțierea este uniformă la ambele capete ale spirei datorită faptului că se face o singură reglare a sculei și nu două ca în primul caz.

Viteza de așchiere cu care s-au executat melcii la degroșare a variat în limite de 8—10 m/min la finisare ea a scăzut pînă la 5 m/min dată

de turația cea mai mică a frezei. În ambele cazuri viteza de așchiere este variabilă după aceeași curbă (parabolă) pe care o are și melcul (fig. 9). Această diferență de viteză la așchiere apare între capetele și gîtul melcului, și influențează în mică măsură rugozitatea flancurilor elicei.

4. *Construcția broșei circulare*

Pentru execuția acestor melci, s-a realizat în laboratorul amintit, scula pentru prelucrare — broșa circulară. Construcția acesteia este deosebit de simplă și ieftină ne necesitînd o precizie ridicată, datorită faptului că

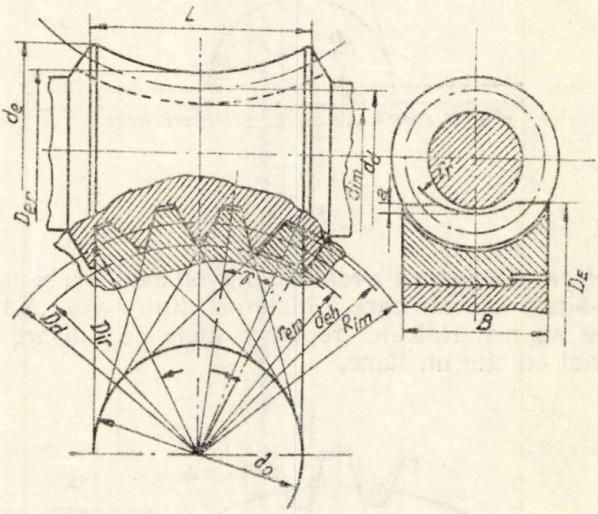


Fig. 10 a

ea nu se execută monobloc ci asamblată din mai multe elemente (fig. 11 a, și b). Toate cuțitele sînt demontabile, fiind introduse în găurile rotunde din coroana 1 cu posibilitatea de a fi reglate la supraînălțarea necesară, prin intermediul șurubului 6 și apoi fixate cu șurubul 7 (fig. 11 b).

Coroana broșei poate fi întreagă sau numai un sector din ea, aceasta depinde de cîte cuțite vor fi montate. Găurile cilindrice sînt radiale astfel ca fiecare cuțit să corespundă unui dinte de la roata melcată.

Muchiile tăietoare a cuțitelor trebuie să fie tangente la cercul de bază (fig. 10 a), mărimea acestui cerc se determină [6] cu relația :

$$d_0 = D_d \sin \alpha \qquad (8)$$

unde :

D_d este diametrul de divizare al roții melcate
2α este unghiul de înfășurare al melcului pe roată

Grosimea spirei S_m a melcului (fig. 10 b) se recomandă a fi mai mică decît grosimea dintelui roții S_r datorită necesității asigurării unei ungeri corespunzătoare cît și a egalării parțiale a rezistenței dinților, avînd în vedere că în general melcul se face din oțel iar roata din bronz. Raportul dintre aceste grosimi pe diametrul de divizare, este

$$\frac{S_R}{S_m} = K \tag{9}$$

K — fiind coeficient de grosime al dintelui. Coeficientul K depinde de mărimea modulului. Din calculul de grosime a dintelui rezultă că :

$$S_R = S_m \cdot K$$

cum

$$S_m + S_R = m\pi$$

rezultă

$$S_m \cdot (K + 1) = m\pi \tag{10}$$

și din egalitatea (10) se obține că :

$$S_m = \pi m \frac{1}{K+1} \tag{11}$$

$$S_R = \pi m \frac{K}{K+1} \tag{12}$$

După unii autori [8] se recomandă ca valoarea coeficientului de grosime să se ia în limitele :

$K = 1{,}1 - 1{,}2$ pentru module $m = 6 - 15$

$K = 1{,}3 - 1{,}4$ pentru module $m = 15 - 22$

In cazul lucrărilor experimentale efectuate s-a luat valoarea lui $K = 1{,}1$ pentru modulul $m = 5$.

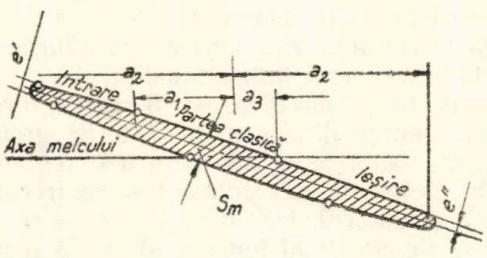


Fig. 10

Unghiul de ascuțire al cuțitelor în cazul broșării progresive trebuie făcut astfel ca muchiile tăietoare să rămînă tangente la cercul de bază d_0. Pentru aceasta este necesară determinarea valorii unghiului 2α. Astfel valoarea lui α rezultă din fig. 10 a în radiani ;

$$\alpha = \Psi + \gamma \frac{X - 1}{2} \tag{13}$$

unde :

Ψ — jumătatea unghiului din grosimea dintelui roții
γ — pasul circular
χ — nr. de dinți înfășurați de melc (tabel 1).

Mărimea pasului circular rezultă :

$$\gamma = \frac{2\pi}{Z_R} \tag{14}$$

iar jumătatea unghiului din grosimea dintelui :

$$\Psi = \frac{S_R}{D_d}. \tag{15}$$

Exprimînd valoarea lui S_r (relația 9) și D_d în funcție de modul rezultă:

$$\Psi = \frac{S_r}{D_d} = \frac{\pi m}{Z_R \cdot m} \cdot \frac{K}{K+1} = \frac{\pi}{Z_R} \cdot \frac{K}{K+1}. \tag{16}$$

Inlocuind în expresia (13) relațiile (14) și (16) rezultă :

$$\alpha = \frac{\pi}{Z_R}\left(\frac{K}{K+1} + X - 1\right) = \frac{\pi}{Z_R}\left(X - \frac{1}{K+1}\right). \tag{17}$$

In cazul concret citat mărimea diametrului de bază este $d_0 = 93{,}2$ mm ceea ce a permis determinarea unghiului de ascuțire a muchiilor tăietoare la cuțite.

Indiferent că cuțitele sînt de degroșare sau finisare muchiile lor tăietoare trebuie să rămînă tangente la cercul de bază d fig. 10 a.

In scopul ușurării construcției cuțitelor unghiul de degajare s-a ales zero, astfel nu apar probleme deosebite, privind ascuțirea cuțitelor la unghiul indicat. Totuși avînd în vedere că aceste cuțite se ascut independent și se montează în coroană, este necesar ca găurile din coroană cît și cozile cuțitelor fig. 11 b să fie executate cît mai precis.

Cuțitele în coroana broșei circulare pot fi reglate direct pe mașină, sau independent, această operație fiind posibilă datorită greutății mici a sculei care poate fi deplasată la orice aparat pentru o reglare cît mai precisă.

Din fig. 11 a, b se observă că coroana 1 se centrează pe discul 2, care se fixează pe axul 3 și pana 9, iar cu piulița 4 se realizează strîngerea.

Axul 3 trebuie să fie ceva mai lung ca să poată fi fixat în universalul capului divizor și vîrf, asigurîndu-se astfel o mai bună rigiditate a sculei. Precizia de execuție a acestor elemente poate fi în clasa 4—5, numai găurile coroanei și cozile de la cuțite trebuie să fie executate în clasa 2 de precizie.

La prelucrarea melcilor cu 1 sau 2 începuturi cu modulul $m = 9$ mm și distanța dintre axe $A = 180$ mm, s-a construit o broșă circulară cu 30 de cuțite fig. 11 al căror găuri au fost Ø 16 mm.

La prelucrarea melcilor cu un singur început la care $m = 5$ mm și distanța dintre axe de $A = 154{,}5$ mm, au fost necesare 18—21 de cuțite cu

Ø 12 mm. In ambele cazuri cu aceste cuțite s-a făcut numai degroșarea. Pentru finisare și subțierea flancurilor spirei s-au folosit numai 2—3 cuțite.

Finisarea flancurilor elicei s-a realizat la acest tip de melci și prin metoda întoarcerii melcului cu 180°. Folosindu-se un singur cuțit cu care s-a finisat un flanc, apoi s-a întors melcul și s-a finisat celălalt flanc.

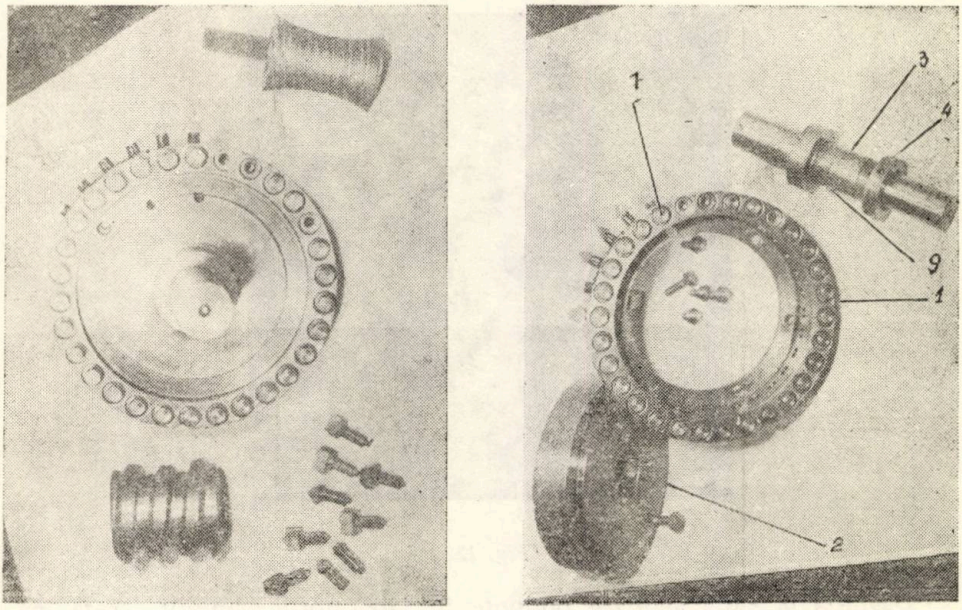


Fig. 11

De subliniat că jocurile din capul divizor au o influiență negativă, asupra preciziei de prelucrare, cît și asupra decurgerii procesului de așchiere. Pozițiile diferite pe care le ocupă cuțitele în timpul prelucrării, fac ca componentele de așchiere să-și schimbe și ele poziția. Ca urmare și jocurile din capul divizorului se aleg într-o parte și alta, mai cu seamă la intrare și la ieșirea cuțitelor. De aceea se recomandă ca la degroșare să fie angajate în piesă 2—3 cuțite, iar la finisare 2 cuțite care trebuiesc să fie dispuse în așa fel, că în timp ce un cuțit iese din piesă celălalt să intre pentru a anula această alegere a jocului. Datorită acestui joc din capul divizor, spirele pot ieși mai groase la intrare și ieșire, deci cu o precizie necorespunzătoare.

Este cunoscut că la prelucrarea melcilor o atenție deosebită trebuie acordată calității suprafețelor conjugate, îndeosebi rugozității flancurilor, care au un rol hotărîtor asupra durabilității în funcționare asupra angrenajelor. In acest scop, după operația de finisare, melcul globoidal a fost supus unei rodări care s-a realizat tot pe freza universală (fig. 12).

Așa cum se observă, melcul angrenează cu o roată melcată din bronz (fontă) care a fost ușor frînată pentru a realiza presiune între flancuri iar legătura cinematică directă a fost întreruptă, nefiind nevoie de ea în acest caz.

Pentru realizarea rodării s-a folosit ulei amestecat cu un praf abraziv cu granulație foarte fină. Rodarea a durat în total 60 min. pe ambele flancuri obținîndu-se o rugozitate $R_a = 3{,}2$ mm.

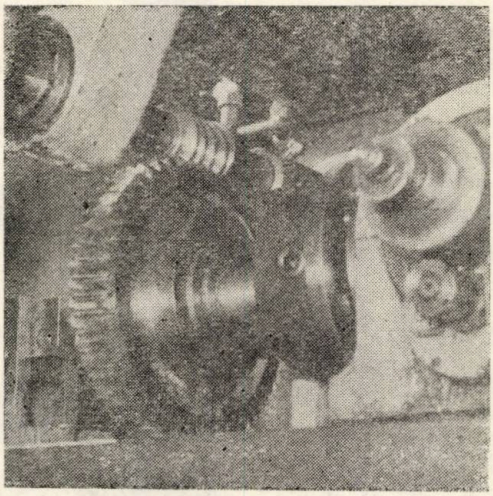


Fig. 12

Rezultatele satisfăcătoare obținute în laboratorul amintit arată că melcii globoidali cu unul sau mai multe începuturi pot fi realizați în condiții satisfăcătoare pe orice freză universală, care are lanțuri cinematice directe sau independente, asigurîndu-se precizia și calitatea suprafețelor corespunzătoare cerințelor funcționale.

Procedeul poate fi aplicat în orice uzină, fără să fie nevoie de noi dispozitive și scule complicate, folosindu-se exclusiv accesoriile la freza universală.

Prin aceasta se poate evita folosirea neeconomică a unor mașini specializate, mai cu seamă în cazurile cînd este o producție de unicate sau serie mică.

Experiențele efectuate în laboratorul nostru demonstrează că teoretic cît și practic procedeul prezintă interes pentru mai multe uzine din țară. Folosirea în condițiile solicitate actualmente de industria constructoare de mașini din țara noastră, se poate asigura obținerea unor angrenaje melcate de calitate, în condiții tehnico-economice avantajoase.

Catedra de tehnologia construcțiilor de mașini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București

BIBLIOGRAFIE

1. *E. Botez:* Bazele generării suprafețelor Edit. Tehn. 1966.

2. *E. Botez:* Cinematica mașinilor-unelte Ed. Tehn. 1960.

3. *I. I. Diker:* Transmisii globoidale „Vestnik Mașinostroenie" Nr. 23/1947.

4. *A. K. Kartev:* Praizvodstva globoidnih peredaci — Mașghiz 1954.

5. *A. N. Sagiu:* Maşchinenbau Tehnic Nr. 3/1958.

6. *P. S. Zach:* Globoidnî peredaci — Mașghiz 1962.

7. *F. Drăgănescu:* Prelucrarea melcilor globoidali prin vîrtej (comunicare în sesiunea științifică a Institutului 1963).

8. *I. Gavrilaș:* Prelucrarea melcilor globoidali (comunicare în sesiunea științifică a Institutului 1965).

9. *V. I. Rudnițkii:* Zubciatîe i cernviacinîe peredaci — Kiev 1962.

10. *I. Gavrilaș:* Considerațiuni în legătură cu creșterea preciziei de prelucrare, în cazul așchierii cu secțiune variabilă. Buletinul Institutului politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej", București. Tom. XXVII — 1965 nr. 6.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 5

ELECTRONICĂ

C. Z. : 621.385.2 : 621.302

O IMAGINE FIZICĂ A FUNCȚIONĂRII LA SEMNALE MICI A DIODELOR CU CURENT LIMITAT DE SARCINĂ SPAȚIALĂ. *

DAN DASCALU

I. Introducere.

În ultimii ani se fac cercetări în legătură cu crearea unor dispozitive electronice de circuit bazate pe curenți limitați prin sarcină spațială. Aceste dispozitive îmbină în mod fericit avantajele tuburilor electronice cu vid și ale dispozitivelor semiconductoare [1]. Cel mai simplu dintre ele este *dioda dielectrică.*

Efectul timpului de trecere asupra răspunsului diodei dielectrice la semnale mici a fost studiat de J. SHAO și G. T. WRIGHT [2], care au aplicat o metodă analoagă celei folosite de F. B. LLEWELLYN pentru studiul diodei cu vid [3]. Același rezultat a fost obținut de M. DRAGĂNESCU [4] pe o cale mai simplă.

Un studiu de detaliu al efectului timpului de trecere a fost inițiat de M. DRAGĂNESCU pentru dioda cu vid [5] și dioda dielectrică [6], prin separarea curentului prin diodă în două componente : curentul de convecție și curentul de deplasare. Schema echivalentă la frecvențe joase arată că dioda nu se comportă cvasistaționar : capacitatea „statică" a diodei corespunde curentului de deplasare, iar curentului de convecție îi corespunde rezistența internă în paralel cu o *capacitate negativă* care marchează efectul inductiv al inerției electronilor. În lucrarea de față se studiază în detaliu mecanismul răspunsului diodei cu vid și diodei dielectrice la semnale mici. Se separă curentul de convecție în două componente : una datorită modulației concentrației și alta datorită modulației vitezei electronilor. A treia componentă a curentului alternativ prin diodă este curentul de deplasare. S-a calculat variația celor trei componente cu frecvența și distanța față de catod. În acest mod se poate urmări variația cîmpului electric, a concentrației și a vitezei electronilor : a) la o frecvență dată, în funcție de distanța față de catod ; b) într-o secțiune a diodei, în funcție de frecvență.

Se poate evidenția astfel efectul timpului de trecere asupra modulației concentrației electronilor, efect care se manifestă similar la dioda cu vid și

*Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 28—30 mai 1965.

dioda dielectrică. Se arată că modulația vitezei electronilor se face însă în mod diferit la dioda cu vid și dioda dielectrică deoarece legea de mișcare a electronilor este diferită în vid și în dielectric. Se explică apariția efectului de rezistență negativă la dioda cu vid prin rămînerea în urmă a variației vitezei electronilor în raport cu variația cîmpului electric în punctul respectiv. Se prevede posibilitatea apariției rezistenței negative la frecvențe înalte și la diodele dielectrice la care efectul trapelor (capcanelor) de electroni este important.

NOTAȚII

Indicele „0" se referă la componentele de curent continuu, iar indicele „1" la cele de curent alternativ (prima armonică în regim sinusoidal). Fazorii corespunzători sînt subliniați.

x = variabila spațială (distanța față de catod)
t = timpul
E = cîmpul electric
u = tensiunea electrică
n = concentrația (densitatea) electronilor
v = viteza electronilor în vid sau dielectric
J = densitatea de curent (se va numi prescurtat: curent)
U = tensiunea aplicată diodei
Q = sarcina cuprinsă între catod și o secțiune a diodei, pe unitatea de suprafață.
R_i = rezistența internă (diferențială) a diodei, pe unitate de suprafață.
Z = impedanța diodei pe unitate de suprafață.
$\overline{Z}$ = impedanța diodei, normată la rezistența internă.
ω = frecvența unghiulară a tensiunii aplicate diodei
T = perioada tensiunii aplicate
τ = timpul de zbor al electronilor de la catod la anod (în curent continuu)
τ_x = timpul de zbor al electronilor de la catod pînă la distanța x
Θ = unghiul de zbor al electronilor de la catod la anod
Θ_x = unghiul de zbor al electronilor de la catod la secțiunea x
d = distanța între catod și anod
m = masa electronului
e = sarcina electronului
ε = permitivitatea mediului în care are loc conducția curentului: dielectric sau vid ($\varepsilon = \varepsilon_0$)
μ = mobilitatea electronilor în dielectric
ξ = baza logaritmilor neperieni
i = $\sqrt{-1}$ (unitatea imaginară)

II. Dioda cu vid și dioda dielectrică. Răspunsul la semnale mici

Dioda cu vid și dioda dielectrică au aceeași geometrie : doi electrozi plani și paraleli (catodul și anodul) separați de mediul în care are loc conducția (vidul, respectiv dielectricul). Admitem că dimensiunile electrozilor sînt mult mai mari decît distanța dintre ei și notăm cu x distanța de la catod la plan paralel cu catodul ($x = 0$ la catod și $x = d$ la anod). Dioda are o geometrie unidimensională în sensul că toate mărimile ce intervin în continuare sînt funcția de o singură variabilă spațială (x), care determină o *secțiune* în diodă.

Catodul constituie un rezervor practic inepuizabil de electroni. Admitem că electronii părăsesc catodul cu viteze inițiale nule și cîmpul este nul la catod :

$$v(0, t) = 0 \; ; \quad E(0, t) = 0 . \tag{1}$$

Curentul este același în orice secțiune dacă timpul de propagare al undei electromagnetice prin diodă este cu mult mai mic decît perioada semnalului aplicat.

$$J(t) = e n(x, t)\, v(x, t) + \varepsilon \frac{\partial E(x, t)}{\partial t} . \tag{2}$$

De asemenea cîmpul electric în diodă poate fi considerat un cîmp potențial*).

$$\frac{\partial x(x, t)}{\partial x} = E(x, t). \tag{3}$$

Ecuația Poisson se scrie sub forma

$$\frac{\partial E(x, t)}{\partial x} = \frac{e n(x, t)}{\varepsilon} . \tag{4}$$

Ecuațiile (1)—(4) sînt variabile atît pentru dioda cu vid ($\varepsilon = \varepsilon_0$) cît și pentru dioda dielectrică.

În schimb, *ecuația de mișcare* a electronilor este diferită.

Pentru dioda cu vid vom scrie legea lui Newton sub forma :

$$\frac{dv(x, t)}{dt} = \frac{e E(x, t)}{m} \tag{5}$$

în timp ce pentru dioda dielectrică este valabilă relația

$$v(x, t) = \mu E(x, t) . \tag{6}$$

Mecanismul conducției în dioda dielectrică este mai complex. S-a neglijat curentul de difuzie și captarea electronilor în trape. S-a presupus că anodul este un contact redresor iar catodul un contact ohmic. Nu s-a ținut seama de dependența mobilității de cîmpul electric etc. Modelul de mai sus este cel admis de J. SHAO și G. T. WRIGHT [2], M. DRĂGĂNESCU [4].

---

* Ecuațiile sînt scrise în valori absolute.

O metodă simplă pentru calculul impedanței a fost aplicată de M. DRĂGĂNESCU la *dioda dielectrică* [4]. Ea constă, pe scurt, în următoarele.

Presupunem că diodei i se aplică un semnal sinusoidal de amplitudine mică în comparație cu componenta de curent continuu.

$$U(t) = U_0 + \underline{U}_1 \epsilon^{i\omega t} \; ; \quad |\underline{U}_1| \ll U_0 . \tag{7}$$

Curentul ce trece prin diodă are aceeași formă (semnal mic)

$$J(t) = J_0 + \underline{J}_1 \epsilon^{i\omega t} \; ; \quad |\underline{J}_1| \ll J_0 \tag{8}$$

De asemenea

$$E(x,t) = E_0(x) + \underline{E}_1(x) \epsilon^{i\omega t} \; ; \quad |\underline{E}_1(x)| \ll E_0(x) \tag{9}$$

iar $u(x,t)$, $v(x,t)$, $n(x,t)$ se pun sub aceeași formă.

Astfel ecuațiile (2) (3) (4) (6) se separă fiecare în două : corespunzător soluției de c.c. și de c.a., iar dependența de timp este eliminată, deci se obțin ecuații diferențiale ordinare. Prin integrare obținem $\underline{u}_1(d) = \underline{U}_1$ iar impedanța este $Z = \dfrac{\underline{U}_1}{\underline{J}_1}$.

Aceeași metodă permite determinarea impedanței *diodei cu vid*. Rezultatele obținute prin aplicarea acestei metode nu diferă de cele cunoscute anterior [2], [3]

Ele se pot pune sub forma

$$\bar{Z} = \frac{Z}{R_l} = \frac{12}{\Theta^4} [2(1 - \cos\Theta) - \Theta \sin\Theta] -$$

$$- i \left\{ \frac{2}{\Theta} + \frac{12}{\Theta^4} [\Theta(1 + \cos\Theta) - 2\sin\Theta] \right\} \tag{10}$$

pentru dioda cu vid, și

$$\bar{Z} = \frac{Z}{R_l} = \frac{6}{\Theta^2} \left(1 - \frac{\sin\Theta}{\Theta} \right) - i \frac{3}{\Theta} \left[1 - \frac{2}{\Theta^2} (1 - \cos\Theta) \right] \tag{11}$$

pentru dioda dielectrică.

Impedanța normată $\bar{Z}$ depinde de frecvența ω prin intermediul unghiului de zbor

$$\Theta = \omega\tau = 2\pi \frac{\tau}{T} . \tag{12}$$

Dependența $\bar{Z} = \bar{Z}(\Theta)$ este reprezentată în fig. 1 pentru dioda cu vid și în fig. 2 pentru dioda dielectrică. Această dependență este esențial aceeași pentru ambele tipuri de diode. La frecvențele la care timpul de zbor al electronilor τ devine comparabil cu perioada semnalului aplicat T, se manifestă un efect capacitiv care crește cu frecvența. La frecvențe mai înalte ($T \ll \tau$) dioda se comportă practic ca o capacitate.

Pentru dioda cu vid este însă caracteristic un efect de *rezistență negativă* (fig. 1 : $R_e \bar{Z} < 0$) la anumite frecvențe.

După cum am văzut mai sus, cele două tipuri de diode cu curent limitat prin sarcină spațială pot fi descrise prin aceleași ecuații, cu o singură excep-

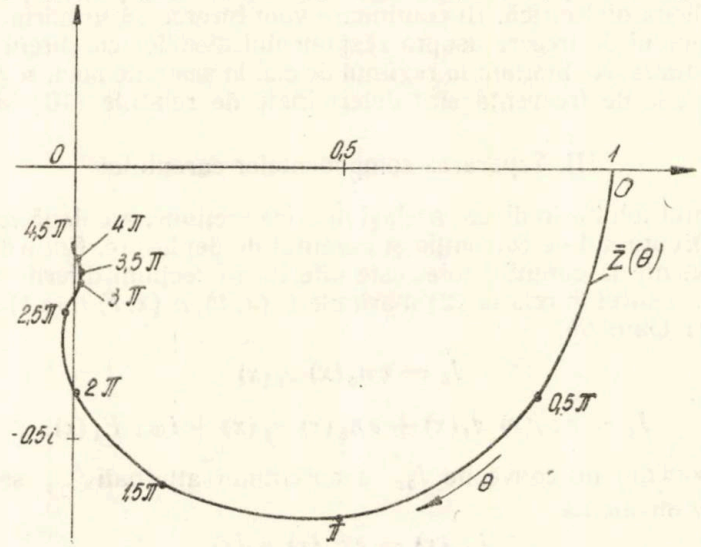


Fig. 1. Dioda cu vid. Variația impedanței normate $\bar{Z} = Z/R_i$ în raport cu unghiul de zbor al electronilor $\theta = \omega\tau$

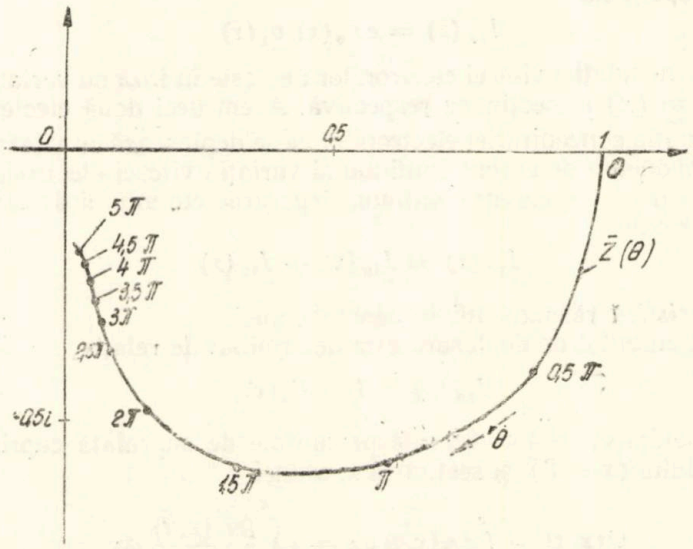


Fig. 2. Dioda dielectrică. Variația impedanței normate $\bar{Z} = Z/R_i$ în raport cu unghiul de zbor al electronilor $\theta = \omega\tau$

ție: ecuația de mișcare a electronilor este diferită. Ca urmare, în timp ce la dioda cu vid se aplică „legea 3/2" ($J_0 \sim U_0^{3/2}$) dioda dielectrică are o caracteristică patratică ($J_0 \sim U_0^2$).

Mai interesant pare studiul regimului variabil, în paralel pentru dioda cu vid și dioda dielectrică. În continuare vom încerca să urmărim în detaliu efectul timpului de trecere asupra răspunsului diodelor cu curent limitat de sarcina spațială. Ne limităm la regimul de c.a. la semnale mici, regim în care caracteristicile de frecvență sînt determinate de relațiile (10) și respectiv (11).

III. Separarea componentelor curentului

Curentul total prin diodă, același în orice secțiune, are două componente (relația 2): curentul de convenție și curentul de deplasare. Contribuția acestor componente la curentul total este diferită în secțiuni diferite ale diodei.

Vom substitui în relația (2) mărimile $E(x, t)$, $n(x, t)$ $v(x,t)$ sub forma dată de (9). Obținem

$$J_0 = e\, n_0(x)\, v_0(x) \tag{13}$$

$$J_1 = e\, v_0(x)\, \underline{n}_1(x) + e\, n_0(x)\, \underline{v}_1(x) + i\omega\varepsilon\, \underline{E}_1(x). \tag{14}$$

Componenta de convecție $\underline{J}_{1c}$ a curentului alternativ $\underline{J}_1$ se divide în două. O componentă

$$\underline{J}_{1n}(x) = e\, v_0(x)\, \underline{n}_1(x) \tag{15}$$

se datorește modulației concentrației electronilor. Această componentă este în fază cu variația concentrației electronilor $\underline{n}_1(x)$ în secțiunea respectivă. A doua componentă

$$\underline{J}_{1v}(x) = e\, n_0(x)\, \underline{v}_1(x) \tag{16}$$

se datorește modulației vitezei electronilor; ea este în fază cu variația vitezei electronilor $\underline{v}_1(x)$ în secțiunea respectivă. Avem deci două efecte ale semnalului: variația concentrației electronilor ce se deplasează cu viteza determinată de componenta de curent continuu și variația vitezei electronilor injectați de componenta de curent continuu. Separarea curentului de convecție în două componente

$$\underline{J}_{1c}(x) = \underline{J}_{1n}(x) + \underline{J}_{1v}(x) \tag{17}$$

este *caracteristică* răspunsului la semnale mici.

În fine, curentul de deplasare este determinat de relația

$$\underline{J}_{1d}(x) = i\omega\varepsilon\, \underline{E}_1(x). \tag{18}$$

Dacă notăm cu $Q(x)$ sarcina pe unitate de suprafață cuprinsă între planul catodului ($x = 0$) și secțiunea x, atunci

$$Q(x, t) = \int_0^x e\, n(x, t)\, dx = \varepsilon \int_0^x \frac{\partial E(x, t)}{\partial x}\, dx. \tag{19}$$

Admitem

$$Q(x, t) = Q_0(x) + \underline{Q}_1(x)\, \epsilon^{i\omega t} \tag{20}$$

și, ținînd seama de relația (9) și de condiția la limită (1),

$$Q_0(x) = \varepsilon E_0(x) \; ; \quad \underline{Q}_1(x) = \varepsilon \underline{E}_1(x) \tag{21}$$

$$\underline{J}_{1d}(x) = i\omega \underline{Q}_1(x). \tag{22}$$

Ideea calculului care urmează este următoarea. Cunoscînd cum variază componentele J_{1n}, J_{1v}, J_{1d} cu frecvența și poziția în diodă putem urmări cum variază concentrația electronilor (n_1, în fază cu J_{1n}), viteza lor (v_1, în fază cu J_{1v}), cîmpul electric (defazat cu $\frac{\pi}{2}$ în urma lui J_{1d}).

Am calculat *ponderea* componentelor în curentul total

Pentru dioda cu vid :

$$\frac{\underline{J}_{1n}}{\underline{J}_1} = f_n(\Theta_x) = \frac{2}{\Theta_x^2}\left[2\cos\Theta_x + \Theta_x \sin\Theta_x - \frac{2\sin\Theta_x}{\Theta_x}\right] + i\,\frac{2}{\Theta_x^2}\left[\frac{2}{\Theta_x}(1-\cos\Theta_x) + \Theta_x\cos\Theta_x - 2\sin\Theta_x\right] \tag{23}$$

$$\frac{\underline{J}_{1v}}{\underline{J}_1} = f_v(\Theta_x) = \frac{2}{\Theta_x^2}\left[\frac{2\sin\Theta_x}{\Theta_x} - 1 - \cos\Theta_x\right] + i\,\frac{2}{\Theta_x^2}\left[\sin\Theta_x + \frac{2(\cos\Theta_x - 1)}{\Theta_x}\right] \tag{24}$$

$$\frac{\underline{J}_{1d}}{\underline{J}_1} = f_d(\Theta_x) = 1 + \frac{2}{\Theta_x}\left[\frac{1}{\Theta_x}(1-\cos\Theta_x) - \sin\Theta_x\right] + i\,\frac{2}{\Theta_x^2}[\sin\Theta_x - \Theta_x\cos\Theta_x]. \tag{25}$$

Curbele $f_n(\Theta_x)$, $f_v(\Theta_x)$, $f_d(\Theta_x)$ au fost reprezentate în fig. 3

Pentru dioda dielectrică se obține în mod analog :

$$\frac{\underline{J}_{1n}}{\underline{J}_1} = f_n(\Theta_x) = \frac{1}{\Theta_x}\left[\sin\Theta_x - \frac{1}{\Theta_x}(1-\cos\Theta_x)\right] + i\,\frac{1}{\Theta_x}\left(\cos\Theta_x - \frac{\sin\Theta_x}{\Theta_x}\right) \tag{26}$$

$$\frac{\underline{J}_{1v}}{\underline{J}_1} f_v = (\Theta_x) = \frac{1}{\Theta_x^2}(1-\cos\Theta_x) + i\,\frac{1}{\Theta_x}\left(\frac{\sin\Theta_x}{\Theta_x} - 1\right) \tag{27}$$

$$\frac{\underline{J}_{1d}}{\underline{J}_1} = f_d(\Theta_x) = 1 - \frac{\sin\Theta_x}{\Theta_x} + i\,\frac{1}{\Theta_x}(1-\cos\Theta_x). \tag{28}$$

Curbele $f_n(\Theta_x)$, $f_v(\Theta_x)$, $f_d(\Theta_x)$ pentru dioda dielectrică sînt reprezentate în fig. 4.

În expresiile de mai sus Θ_x este unghiul de zbor al electronilor de la catod la secțiunea x

$$\Theta_x = \omega \tau_x = \Theta \frac{\tau_x}{\tau} \tag{29}$$

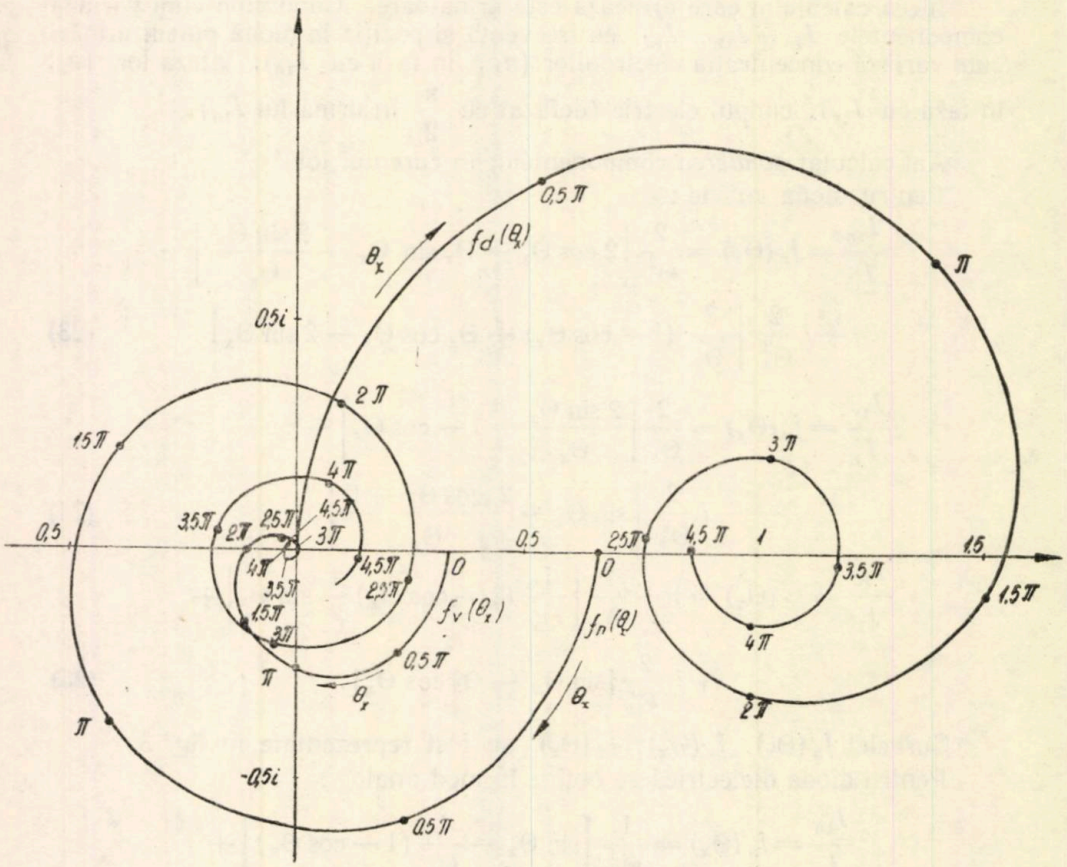


Fig. 3. Variația componentelor curentului alternativ la dioda cu vid

unde τ_x este timpul de zbor al electronilor pînă la distanța x de catod. Se arată că

$$\Theta_x = \Theta \left(\frac{x}{d}\right)^p \tag{30}$$

unde $p = \frac{1}{3}$ pentru dioda cu vid și $p = \frac{1}{2}$ pentru dioda dielectrică.

Prin intermediul unghiului de zbor Θ_x ponderea componentelor în curentul total depinde de frecvența ω și de secțiunea x. Putem scrie (relațiile 23—28)

$$\frac{\underline{J}_{1n}(x,\omega)}{\underline{J}_1(\omega)} = f_n(\Theta_x)\,;\quad \frac{\underline{J}_{1v}(x,\omega)}{\underline{J}_1(\omega)} = f_v(\Theta_x)\,;\quad \frac{\underline{J}_{1d}(x,\omega)}{\underline{J}_1(\omega)} = f_d(\Theta). \qquad (31)$$

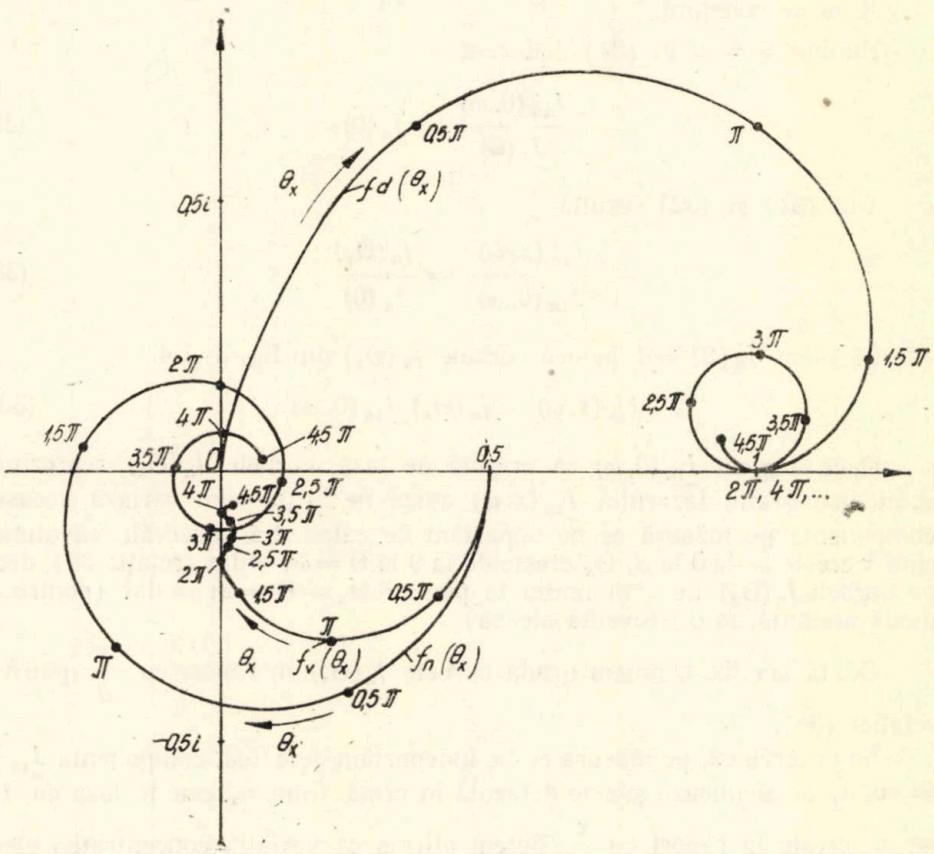


Fig. 4. Variația componentelor curentului alternativ la dioda dielectrică

Ținînd seama de curbele din fig. 3 și 4 precum și de relația (30) putem face cîteva observații simple. Astfel observăm că la frecvențe joase ($\omega \to 0$) curentul de deplasare este neglijabil în diodă. Curentul de convecție se împarte astfel : $\underline{J}_{1n} = \frac{2}{3}\underline{J}_1$; $\underline{J}_{1v} = \frac{1}{3}J_1$ în dioda cu vid și $\underline{J}_{1n} = \underline{J}_{1v} = \frac{1}{2}\underline{J}_1$ în dioda dielectrică. La frecvențe foarte înalte ($\Theta \gg 2\,\pi$) în apropierea anodului ($\Theta_x \lesssim \Theta$) curentul de convecție este neglijabil în comparație cu cel de

deplasare. Dacă ne referim însă la situația din apropierea catodului ($x \ll d$), aici ponderea principală o are curentul de convecție (modulația vitezei și concentrației electronilor)

Să urmărim acum mai sistematic cum variază componentele curentului în diodă în raport cu frecvența și cu distanța față de catod. Continuăm să urmărim în paralel dioda cu vid și dioda dielectrică.

A. ω = constant.

Punînd $x = 0$ în (31) deducem

$$\frac{\underline{J}_{1n}(0, \omega)}{\underline{J}_1(\omega)} = f_n(0) \tag{32}$$

Din (31) și (32) rezultă

$$\frac{\underline{J}_{1n}(x, \omega)}{\underline{J}_{1n}(0, \omega)} = \frac{f_n(\Theta_x)}{f_n(0)} \tag{33}$$

Să luăm $f_n(0) = 1$ pentru curbele $f_n(\Theta_x)$ din fig. 3 și 4

$$\underline{J}_{1n}(x, \omega) = f_n(\Theta_x)\ \underline{J}_{1n}(0, \omega). \tag{33'}$$

Dacă alegem $\underline{J}_{1n}(0, \omega)$ ca origină de fază, curbele $f_n(\Theta_x)$ reprezintă acum hodograful fazorului $\underline{J}_{1n}(x, \omega)$ adică ne arată cum variază această componentă pe măsură ce ne depărtăm de catod. Să observăm că atunci cînd x crește de la 0 la d, Θ_x crește de la 0 la $\Theta = \omega\tau =$ dat (relația 30), deci pe curbele $f_n(\Theta_x)$ ne vom limita la punctul $\Theta_x = \Theta = \omega\tau =$ dat (pentru o diodă anumită, la o frecvență aleasă)

Odată $\omega\tau$ fixat, putem grada curbele $f_n(\Theta_x)$ în raport cu $\frac{x}{d}$ potrivit relației (30).

Se observă că, pe măsură ce ne îndepărtăm de catod, componenta $\underline{J}_{1n} = e\, v_0\, \underline{n}_1$ se atenuează și este defazată în urmă. Cum $\underline{n}_1$ este în faza cu $\underline{J}_{1n}$ iar v_0 crește în raport cu $\frac{x}{d}$, putem afirma că variația concentrației electronilor este mai mică și defazată mai în urmă pe măsură ce ne îndepărtăm de catod. Acest efect al timpului de zbor al electronilor apare atît la dioda cu vid cît și la dioda dielectrică. Urmărind curbele $f_n(\Theta_x)$ din fig. 3 și 4 vom observa că dacă frecvența este suficient de mare, încît timpul de zbor al electronilor este mult mai mare decît perioada semnalului aplicat ($\Theta \gg 2\pi$), atunci pe măsură ce ne depărtăm de catod vom întîlni succesiv regiuni în care concentrația electronilor variază în antifază. Astfel spus, la un moment dat, în diodă vom întîlni succesiv regiuni în care avem un exces sau un deficit de electroni în raport cu concentrația corespunzătoare regimului staționar (curent continuu). Pe măsură ce ne apropiem de anod variațiile

sarcinii datorite semnalului sînt din ce în ce mai puțin importante. Este limpede că sarcina variabilă $Q_1(x)$ cuprinsă între catod și secțiunea x nu va varia monoton cu distanța la un moment dat. Ținînd seama că

$$\underline{E}_1(x) = \frac{1}{\varepsilon}\,\underline{Q}_1(x) = \frac{e}{\varepsilon}\int_0^x \underline{n}_1(x)\,dx \tag{34}$$

putem preciza cum variază defazajul cîmpului $E_1(x)$ cu distanța ($\Theta \gg 2\pi$). Defazajul în urmă al cîmpului electric va avea o serie de maxime și minime, din ce în ce mai puțin diferite, cu cît ne depărtăm de catod. Cîmpul electric este însă defazat cu $\frac{\pi}{2}$ în urma curentului de deplasare și afirmația de mai sus se verifică ușor pe curbele $f_d(\Theta_x)$ din fig. 3 și fig. 4, pentru dioda cu vid și dioda dielectrică.

Analog se poate urmări variația componentei datorate modulației vitezei electronilor cu distanță față de catod.

Putem scrie :

$$\frac{\underline{J}_{1v}(x,\omega)}{\underline{J}_{1v}(0,\omega)} = \frac{f_v(\Theta_x)}{f_v(0)} \tag{35}$$

și curbele $f_v(\Theta_x)$ din fig. 3 și 4 vor reprezenta hodograful lui $\underline{J}_{1v}(x,\omega)$ dacă luăm $f_v(0) = 1$. Curbele se pot grada în raport cu $\frac{x}{d}$ de la $\Theta_x = 0$ ($x = 0$) pînă la $\Theta_x = \Theta = \omega\tau$ ($x = d$). Variația componentei $\underline{J}_{1v} = e\,n_0\,\underline{v}_1$ în raport cu distanța este întrucîtva diferită la cele două tipuri de diode și aici este evident că ecuația de mișcare este diferită.

Pentru dioda dielectrică putem scrie

$$\underline{v}_1 = \mu\,\underline{E}_1 \tag{36}$$

deci viteza variază în fază cu cîmpul electric în punctul respectiv. Din (18) și (36) deducem că $\underline{v}_1$ este proporțional cu $\underline{J}_{1d}$ și defazat în urmă cu $\frac{\pi}{2}$ la o frecvență anumită. Cunoscînd cum variază $\underline{J}_{1d}$ cu x (curba $f_d(\Theta_x)$ fig. 4) și știind că $n_0(x)$ scade pe măsură ce ne depărtăm de catod, putem explica modul de variație al componentei $\underline{J}_{1v}$ cu distanța față de catod în dioda didelectrică.

Variația componentei $\underline{J}_{1v}$ la dioda cu vid este mai complicată (fig. 3). Este caracteristică rămînerea în urmă a vitezei în raport cu cîmpul electric în punctul respectiv. Dacă $\Theta \gg 2\pi$, în unele secțiuni ale diodei viteza este în antifază cu cîmpul electric.

B. x = constant

Să considerăm acum o secțiune anumită în diodă și să urmărim cum variază componentele cu frecvența. Din (31), considerînd $Z(0) = R_t = 1$

$$\frac{\underline{J}_{1n}(x, \omega)}{\underline{U}_1} = \frac{f_n(\Theta_x)}{\underline{U}_1} \frac{\underline{J}_1(\omega)}{\underline{U}_1} = \frac{f_n(\Theta_x)}{\overline{Z}(\Theta)} \tag{37}$$

Vom urmări situația de *la anod* ($x = d$, $\Theta_x = \Theta$)

$$\frac{\underline{J}_{1n}(d, \omega)}{\underline{U}_1} = \frac{f_n(\Theta)}{\overline{Z}(\Theta)} \tag{38}$$

Analog

$$\frac{\underline{J}_{1v}(d, \omega)}{\underline{U}_1} = \frac{f_v(\Theta)}{\overline{Z}(\Theta)} \; ; \quad \frac{\underline{J}_{1d}(d, \omega)}{\underline{U}_1} = \frac{f_d(\Theta)}{\overline{Z}(\Theta)} \tag{39}$$

Curbele $\frac{f_n(\Theta)}{\overline{Z}(\Theta)}$, $\frac{f_v(\Theta)}{\overline{Z}(\Theta)}$ și pe o mică porțiune $\frac{f_d(\Theta)}{\overline{Z}(\Theta)}$ sînt reprezentate

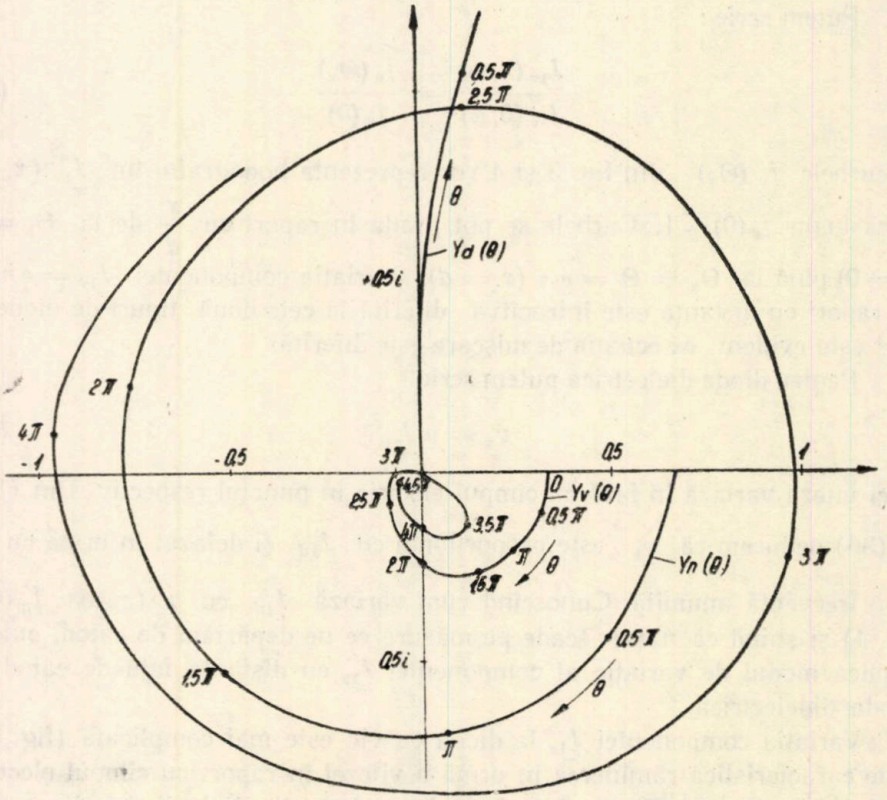


Fig. 5. Dioda cu vid. Variația admitanțelor corespunzătoare componentelor curentului la anod

în fig. 5 pentru dioda cu vid și în fig. 6 pentru dioda dielectrică. Să admitem că fiecărei componente a curentului la anod îi corespunde o admitanță. Vom avea

$$Y_n(\Theta) = \frac{\underline{J}_{1n}(d, \omega)}{\underline{U}_1} = G_n(\Theta) + i\,B_n(\Theta) = \frac{\underline{f}_n(\Theta)}{\underline{Z}(\Theta)} \tag{40}$$

$$Y_v(\Theta) = \frac{\underline{J}_{1v}(d, \omega)}{\underline{U}_1} = G_v(\Theta) + i\,B_v(\Theta) = \frac{\underline{f}_v(\Theta)}{\underline{Z}(\Theta)} \tag{41}$$

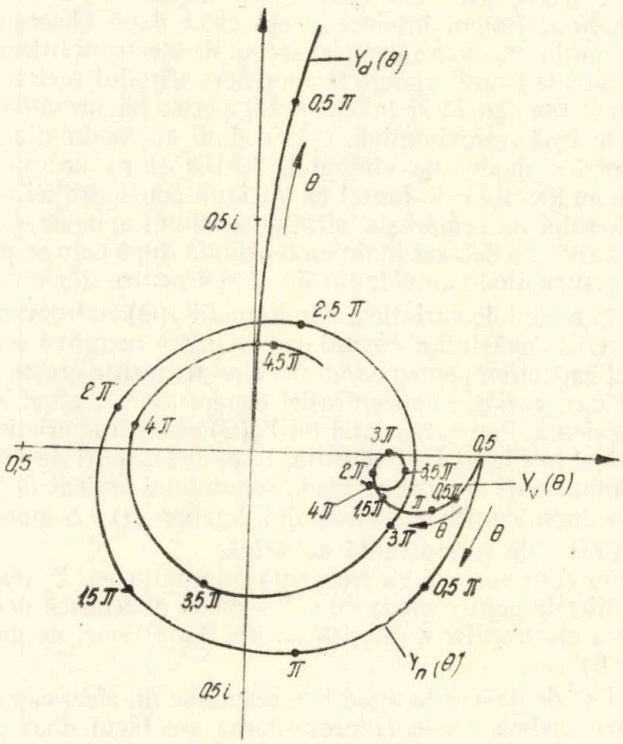


Fig. 6. Dioda dielectrică. Variația admitanțelor corespunzătoare componentelor curentului la anod

$$Y_d(\Theta) = \frac{\underline{J}_{1d}(d, \omega)}{\underline{U}_1} = G_d(\Theta) + i\,B_d(\Theta) = \frac{\underline{f}_d(\Theta)}{\underline{Z}(\Theta)} \tag{42}$$

Din fig. 5 și 6 se poate observa că $Y_n(\Theta)$ variază similar cu frecvența la dioda cu vid și dioda dielectrică. La început efectul timpului de trecere se manifestă printr-o componentă inductivă a admitanței $\left(\frac{T}{2} \geqslant \tau\right)$. Cu creșterea

frecvenței efectul inductiv scade și apare o conductanță negativă (rezistență negativă). În general, pentru $T = \frac{\tau}{k}$ unde $k = 1,2,3...$, modulația concentrației electronilor la anod dă un efect de rezistență negativă atît la dioda cu vid cît și la dioda dilectrică. Cu alte cuvinte, atunci cînd perioada semnalului aplicat devine comparabilă cu timpul de zbor al electronilor de la catod la anod, inerția electronilor în transport se manifestă printu-un efect inductiv (variația concentrației la anod este defazată în urma tensiunii aplicate). Cînd perioada semnalului continuă să scadă și e apropiată de timpul de zbor al electronilor τ, transportul electronilor în timpul $\tau \ll T$ dă un efect de *rezistență negativă*. Putem înțelege acest efect dacă observăm că atunci cînd T este cu puțin mai mare decît τ excesul de electroni injectat la începutul unei perioade a tensiunii ajunge la anod spre sfîrșitul aceleiași perioade și *anticipează* creșterea tensiunii la începutul perioadei următoare. Imaginea de mai sus este însă aproximativă, căci o dată cu modulația concentrației electronilor are loc modulația cîmpului electric și ca urmare și a vitezei electronilor. Semnificativ este faptul că variația concentrației electronilor în apropierea catodului nu urmărește variația tensiunii aplicate diodei ci variația curentului, care este defazat înaintea tensiunii, după cum se poate constata din fig. 1 și 3 pentru dioda cu vid, din fig. 2 și 4 pentru dioda dielectrică.

Revenind la modul de variație a admitanței $Y_n(\Theta)$ cu frecvența, observăm că atunci cînd Θ a depășit 2π efectul de rezistență negativă scade și se manifestă un efect capacitiv, pentru ca atunci cînd frecvența crește mai de parte, la un moment dat, variația concentrației electronilor la anod să fie în fază cu tensiunea aplicată. Pentru variația lui $Y_n(\Theta)$ este caracteristică cvasiperiodicitatea variației în raport cu frecvența, la ambele tipuri de diode (fig. 3 și 4). Spre exemplu, ori de cîte ori perioada semnalului aplicat (T) este aproximativ egală cu un submultiplu al timpului de zbor (τ), componentei $\underline{J}_{1n}$ îi corespunde un efect de conductanță negativă.

Să urmărim cum variază cu frecvența admitanțele $Y_v(\Theta)$ și $Y_d(\Theta)$. Variația va fi diferită pentru dioda cu vid și dioda dielectrică pentru că ecuația de mișcare a electronilor e diferită la cele două tipuri de diode (relațiile 5 și respectiv 6).

Curentului de deplasare la anod îi corespunde un efect capacitiv la orice frecvență pentru ambele diode (reprezentarea s-a făcut doar pentru prima porțiune deoarece curbele ies din cadrul figurii). Spre deosebire de dioda dielectrică, la dioda cu vid curentul de deplasare dă un efect de rezistență negativă la unele frecvențe (de exemplu la $\Theta = 2,5\pi$). Dacă ținem seama că sarcina variabilă totală din diodă este defazată cu $\frac{\pi}{2}$ în urma curentului de deplasare la anod

$$\underline{Q}_1(d) = \frac{\underline{J}_{1d}(d, \omega)}{i\omega} \tag{22'}$$

vom observa că efectul de rezistență negativă amintit corespunde situației cînd variația sarcinii în diodă $Q_1(d)$ este defazată înaintea tensiunii aplicate

diodei. Această situație apare numai la dioda cu vid și numai la unele frecvențe.

Variația cu frecvența a admitanței $Y_v(\Theta)$ ne arată că modulației vitezei electronilor îi corespunde un efect inductiv atît la dioda cu vid cît și la dioda dielectrică. Caracteristic pentru dioda cu vid, unde, după cum am văzut mai sus, viteza rămîne în urma cîmpului electric, este prezența unui efect de rezistență negativă pe anumite domenii de frecvență.

IV. Rezistența negativă la frecvențe înalte

Rezultatele obținute în secțiunea precedentă ne permit să discutăm posibilitatea apariției rezistenței negative la frecvențe înalte. Admitanța diodei este suma admitanțelor corespunzătoare componentelor curentului.

$$Y(\Theta) = Y_n(\Theta) + Y_v(\Theta) + Y_d(\Theta). \tag{43}$$

Poate apare un efect de rezistență negativă pe anumite domenii de frecvență ($Re\, Y(\Theta) < 0$) doar dacă cel puțin unei componente a curentului îi corespunde un efect de rezistență negativă (conductanță negativă). Vom folosi curbele din fig. 5 (dioda în vid) și fig. 6 (dioda dielectrică).

Din studiul de detaliu făcut mai înainte am văzut că, la ambele diode, modulației concentrației electronilor îi corespunde un efect de rezistență negativă pe anumite domenii de frecvență și că putem explica acest efect prin *inerția electronilor în transport*. Această inerție în transport este legată în fond de timpul finit (τ) de deplasare a electronilor de la catod la anod și se manifestă în același mod atît la dioda cu vid, cît și la dioda dielectrică.

În ceea ce privește celelalte componente ale curentului alternativ situația este diferită la cele două tipuri de diode. Într-adevăr, la dioda dielectrică admitanțele Y_v și Y_d au partea reală pozitivă la orice frecvență. În acest mod este compensată partea reală negativă a admitanței Y_n. Altfel spus, efectul de rezistență negativă corespunzător componentei $\underline{J}_{1n}$ este mascat de celelalte componente ($\underline{J}_{1v}$ și $\underline{J}_{1d}$), astfel că în ansamblu dioda dielectrică prezintă o rezistență pozitivă la orice frecvență (fig. 2).

La dioda cu vid admitanțele Y_v și Y_d au partea reală negativă la anumite frecvențe și aceasta determină apariția unui efect *global* de rezistență negativă (fig. 1). Fizic, apariția rezistenței negative în dioda cu vid este legată de ecuația de mișcare a electronilor. Într-adevăr, am văzut că în dioda cu vid electronii răspund cu o oarecare inerție la variațiile cîmpului electric. Aceasta face ca variața vitezei ($\underline{v}_1$), să fie defazată în urma variației cîmpului electric ($\underline{E}_1$) în punctul respectiv și determină efectul de rezistență negativă corespunzător componentelor $\underline{J}_{1v}$ și $\underline{J}_{1d}$.

J. SHAO și G. T. WRIGHT [2] iau în considerare doar inerția vitezei în raport cu cîmpul electric, aspect legat de ecuația de mișcare a electronilor în vid (ecuația 5) și afirmă că rezistența negativă nu poate apare la dioda dielectrică unde această inerție nu există, ecuația de mișcare fiind diferită.

Calculul dezvoltat în lucrarea de față arată că există și o altă cauză care poate determina apariția rezistenței negative la frecvențe înalte în dio-

dele cu curent limitat de sarcina spațială. Este vorba de inerția electronilor în transport, fenomen care apare atît la dioda cu vid, cît și la dioda dielectrică.

Virtual și dioda dielectrică ar putea prezenta un efect de rezistență la frecvențe înalte, căci acest efect ese profund legat de mecanismul răspunsului diodei.

Dacă componenta $\underline{J}_{1n}$ a curentului ar deveni preponderentă, putem presupune că efectul de rezistență negativă corespunzător acestei componente va face ca dioda dielectrică în ansamblu să aibă o rezistență negativă.

O astfel de situație poate avea loc, în anumite condiții, în *dioda dielectrică cu trape de electroni* [7].

Se poate arăta că, la frecvențele înalte, trapele reduc componenta $\underline{J}_{1v}$, lăsînd nemodificată componenta $\underline{J}_{1n}$. Dacă efectul trapelor este puternic, rezistența negativă dată de $\underline{J}_{1n}$ predomină și dioda dielectrică poate prezenta *real* o rezistență negativă. Această ipoteză a fost verificată prin calcul în lucrarea [7].

Catedra de tuburi electronice și tranzistoare
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.

BIBLIOGRAFIE

1. *G. T. Wright:* J. Instn. Electr. Engers. 8, Nr. 96 (1962) pp. 450—453.
2. *J. Shao, G. T. Wright:* Solid State, Electronics, 3 (1961) pp. 291—303.
3. *F. B. Llewellyn:* Electron inertia effects, Cambridge, 1941.
4. *M. Drăgănescu:* Частотные свойства идеального диэлектрического диода при малых сигналах. Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej, XXVII, Nr. 4, pp. 131—138 (1965).
5. *M. Drăgănescu:* Revue de Physique (Acad. R.P.R.) IV, I, pp. 61—68, (1959).
6. *M. Drăgănescu, D. Dascălu:* A detailed equivalent scheme for the dielectric diode. Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" XXVII, Nr. 5, pp. 145—151 (1966).
7. *D. Dascălu:* Proiect de diplomă Facultatea de Electronică, Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București, 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 5

TRANSPORTURI

C. Z.: 656.2 : 625.282—81 : 625.282—833.6 : 531.4

CU PRIVIRE LA DETERMINAREA LUCRULUI MECANIC AL FORȚELOR CE ACȚIONEAZĂ ASUPRA TRENULUI *

ALEXANDRU POPA

In exploatarea căilor ferate, determinarea lucrului mecanic al forței de tracțiune sau al forțelor rezistente este necesar pentru determinarea consumului de combustibil al locomotivelor cu abur și Diesel sau consumului de energie electrică al locomotivelor electrice, pentru stabilirea cheltuielilor de exploatare, în scopul determinării eficienței tehnico-economică a sistemelor de tracțiune, precum și pentru rezolvarea unor probleme legate de proiectarea noilor linii de cale ferată.

In calculele de tracțiune, lucrul mecanic al forțelor care acționează asupra trenului, în timpul deplasării acestuia pe un profil variabil, se poate determina folosindu-se ecuația de mișcare a trenului, scrisă sub forma ei generală:

$$\frac{dV}{dt} = \varphi \cdot (f_0 - r_t - r_c \mp i - f_f), \tag{1}$$

în care:

φ este accelerația specifică imprimată trenului de către o forță de 1 kgf/t, în km/h²;

f_0 — forța specifică de tracțiune, în kgf/t;

r_t — rezistența specifică la mers în palier și aliniament a trenului, în kgf/t;

r_c — rezistența specifică la mers în curbe, în kgf/t;

i — declivitatea profilelor (rampe sau pante), în ‰;

f_f — forța specifică de frînare a trenului, în kgf/t;

Din ecuația (1) se obține forța specifică de tracțiune:

$$f_0 = \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{dV}{dt} + r_t + r_c \pm i + f_f \text{ (kgf/t)}. \tag{2}$$

Lucrul mecanic specific elementar se poate determina cu relația:

$$dl = f_0\, ds = \left(\frac{1}{\varphi} \cdot \frac{dV}{dt} + r_t + r_c \pm i + f_f\right) ds. \tag{3}$$

* Manuscris predat la redacție la 20 mai 1966.

Prin integrarea acestei relații într-un interval de spațiu $(s_2 - s_1)$, se obține lucrul mecanic specific

$$l = \int_{s_1}^{s_2} f_0 \, ds = \frac{1}{\varphi} \int_{s_1}^{s_2} \frac{dV}{dt} ds + \int_{s_1}^{s_2} r_t \, ds + \int_{s_1}^{s_2} r_c \, ds \pm \int_{s_1}^{s_2} i ds + \int_{s_1}^{s_2} f_f \, ds \text{ (kgfm/t)}. \quad (4)$$

Lucrul mecanic al forțelor ce acționează asupra trenului se poate calcula cu relația :

$$L = (G_v + G_1)\, l = (G_v + G_1) \int_{s_1}^{s_2} f_0 \, ds = (G_v + G_1) \left[\frac{1}{\varphi} \int_{s_1}^{s_2} \frac{dV}{dt} ds + \right.$$

$$\left. + \int_{s_1}^{s_2} r_t \, ds + \int_{s_1}^{s_2} r_c \, ds \pm \int_{s_1}^{s_2} i \, ds + \int_{s_1}^{s_2} f_f \, ds \right] \text{ (kgfm)}. \quad (5)$$

în care :

G_v este greutatea totală a convoiului de vagoane, în t_b ;

G_1 — greutatea locomotivei în serviciu, în t_b .

Din relația (5) rezultă că lucrul mecanic consumat în deplasarea trenului se poate calcula fie ca lucrul mecanic al forței de tracțiune, fie ca lucrul mecanic al forțelor rezistente.

Lucrul mecanic al forței de tracțiune

Forța de tracțiune a locomotivelor, în general, este determinată de mai mulți factori, în funcție de tipul locomotivei și sursa de energie a acestora. La locomotivele cu abur forța de tracțiune este determinată de către generatorul de abur (cazanul), de către mașină cu abur și de către aderența dintre roți și șine.

Forța de tracțiune a locomotivelor electrice și a locomotivelor Diesel cu transmisie electrică este determinată de puterea mașinilor de tracțiune și de alternanță. In unele cazuri, forța de tracțiune a acestor locomotive este determinată și de valoarea curentului maxim admis de mașinile electrice de tracțiune.

In tracțiunea feroviară interesează în mod deosebit forța de tracțiune ce acționează asupra roților motoare, pe suprafețele de contact dintre acestea și șine și care se numește forța de tracțiune la obada roților motoare. Această forță de tracțiune este cunoscută sub denumirea de caracteristica de tracțiune a locomotivei și se prezintă sub forma unei familii de curbe $F_0 = f(V)$.

Lucrul mecanic al forței de tracțiune a locomotivei, în timpul unui parcurs, se poate calcula cu relația :

$$L = \int_{s_1}^{s_2} F_0 \, ds \quad \text{(kgfm)}. \quad (6)$$

Pentru rezolvarea acestei relații este necesar să se cunoască funcția $F_0 = f(s)$.

In cazul deplasării trenului pe un profil de cale ferată variabil, forța de tracțiune nu rămîne constantă, ci variază în funcție de mai mulți factori, motiv pentru care nu se poate stabili pe cale analitică. Din acest motiv, în calculele de tracțiune se folosesc metode grafoanalitice sau metode grafice, pentru determinarea lucrului mecanic a forței de tracțiune.

Determinarea lucrului mecanic al forței de tracțiune pe cale grafoanalitică. Pentru determinarea lucrului mecanic prin metoda grafoanalitică se trasează curba $F_0 = f(s)$ cu ajutorul curbelor $F_0 = f(V)$ și $V = f(s)$. Curba $V = f(s)$ se împarte în mai multe intervale, cu ajutorul unor spații elementare Δs_1, Δs_2, . . . , Δs_n, alese în mod convenabil. Vitezele V_1, V_2, . . . , V_n de la limitele intervalelor de spațiu, le corespund pe diagrama $F_0 = f(v)$ valorile F_{01}, F_{02}, ... , F_{0n}, după cum se vede din figura 1.

Prin eliminarea vitezei V între curbele $F_0 = f(V)$ și $V = f(s)$ se construiește prin puncte curba $F_0 = f(s)$, figura 1.

Se observă că lucrul mecanic efectuat cu forța de tracțiune a locomotivei este dat de aria cuprinsă între curba $F_0 = f(s)$ și axa spațiilor.

Această arie se poate măsura fie prin planimetrare, fie prin însumarea ariilor elementare, corespunzătoare intervalelor de spațiu.

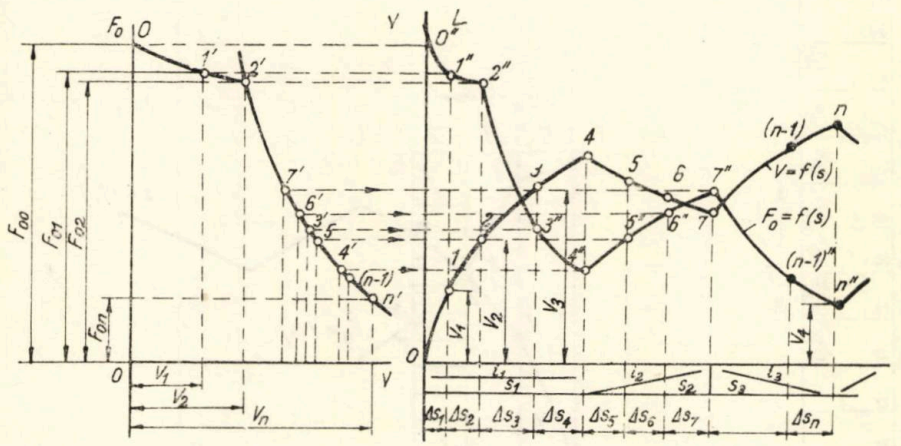


Fig. 1

In cazul planimetrării, dacă se notează cu A aria, în mm, lucrul mecanic se determină cu relația :

$$L = \frac{A}{m_s\, m_f} \text{ (kgf/km)}, \tag{7}$$

m_s este scara spațiilor, în mm/km ;

m_f — scara forțelor, în mm/kgf.

Pentru cazul cînd se folosesc ariile elementare, relația cu ajutorul căreia se determină lucrul mecanic se prezintă sub forma :

$$L = F_{0m1}\,\Delta s_1 + F_{0m2}\,\Delta s_2 + \ldots + F_{0mn}\,\Delta s_n = \sum_{i=1}^{i=n} F_{0mi}\,\Delta s_i \quad [\text{kgf km}]. \qquad (8)$$

Construirea curbei $F_0 = f(s)$ *cu ajutorul nomogramelor.* Lucrul mecanic al forței de tracțiune, după cum rezultă din relația (8) se poate determina și pentru cazul particular, cînd intervalele de spațiu adoptate au aceeași valoare, adică $\triangle\ s$ = constant.

În acest caz construirea curbei forței de tracțiune în funcție de spațiu se poate realiza cu ajutorul unei nomograme construită în baza curbelor $V = f(s)$ și $F_0 = f(V)$.

În scopul construirii acestei nomograme, se adoptă mai multe valori pentru viteza de mers $V_0, V_1, \ldots, V_n$, convenabil alese, și cu ajutorul curbei $F_0 = f(V)$ se determină valorile corespunzătoare ale forței de tracțiune $F_{00}, F_{01}, \ldots, F_{0n}$. Cunoscîndu-se scările m_v, m_s, m_f și adoptîndu-se o valoare constantă $\triangle\ s$, pentru intervalele de spațiu, cu ajutorul acestor valori, se construiește o nomogramă după cum se vede din figura 2.

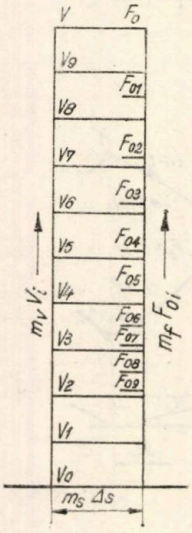


Fig. 2

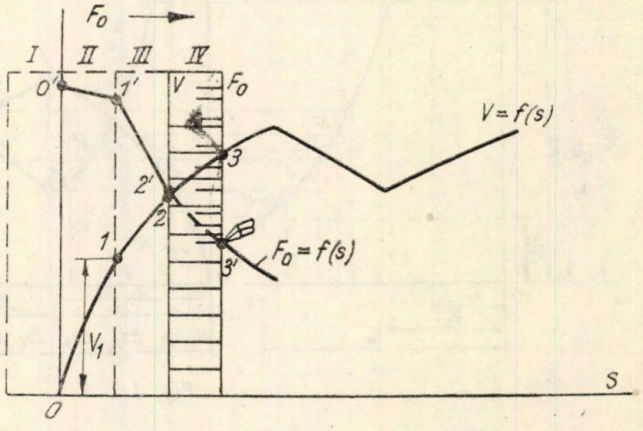


Fig. 3

Pentru construirea nomogramei, valorile vitezei de mers se poate lua din 10 în 10 km/h sau din 5 în 5 km/h.

Cu ajutorul acestei nomograme, se construiește curba $F_0 = f(s)$, prin suprapunerea acesteia peste curba $V = f(s)$ și deplasarea sa în sensul indicat în figura 3.

Construirea curbei $F_0 = f(s)$ se începe din originea sistemului $V\,O\,s$, prin aşezarea şablonului în aşa fel încît latura din partea dreaptă să se suprapună peste axa OF, (poziţia I figura 3). Viteza de circulaţie fiind egală cu zero, se notează cu un vîrf de creion punctul o', corespunzător forţei de tracţiune. Şablonul se deplasează spre dreapta pînă cînd latura din partea stîngă se suprapune peste punctul o' (figura 3 poziţia II). La intersecţia laturii din partea dreaptă cu curba $V = f(s)$, se determină valoarea vitezei V_1. Viteza fiind acum cunoscută, se citeşte pe şablon valoarea forţei de tracţiune ce-i corespunde, şi se obţine punctul 1'. Următoarele puncte se determină analog, iar prin unirea lor se obţine curba $F_0 = f(s)$. Ca şi în cazul precedent, valoarea lucrului mecanic se obţine prin planimetrarea ariei A, cuprinse între curba $F_0 = f(s)$ şi axa spaţiului, astfel

$$L = \frac{A}{m_f\, m_s}. \tag{9}$$

Rezultă că unui mm^2 de arie îi corespunde $\frac{1}{m_f\, m_s}$ t. km. Precizia de calcul este cu atît mai mare, cu cît este mai mic intervalul de spaţiu adoptat.

Această nomogramă are caracter universal, deoarece ea se construieşte o singură dată pentru fiecare locomotivă şi se poate folosi pentru toate variantele de profil şi tonaj.

In scopul simplificării trasării curbei $F_0 = f(s)$ cu ajutorul acestei nomograme, se recomandă să se construiască, pentru fiecare locomotivă, nomograme sub formă de şablon din material plastic. La construirea acestei nomograme se are în vedere şi scările :

$$m_v = \frac{1\text{ mm}}{1\text{ km/h}}\ ;\quad m_s = \frac{40\text{ mm}}{1\text{ km/h}}\ ;\quad m_f = \frac{4\text{ mm}}{1\text{ tf}}.$$

Determinarea lucrului mecanic al forţei de tracţiune pe cale grafică. Lucrul mecanic al forţei de tracţiune se mai poate determina şi prin construirea curbei $L = f(s)$, pe baza curbelor vitezei $V = f(s)$ şi puterii $P = f(V)$.

Curba $V = f(s)$ se împarte în elemente de curbă, cu ajutorul spaţiilor elementare $\triangle\ s_1$, $\triangle\ s_2$, . . . , $\triangle\ s_n$, convenabil alese, şi se determină vitezele medii V_{m1}, V_{m2}, . . . , V_{mn}, după cum se vede din fig. 4.

Pentru construirea grafică a curbei $L = f(s)$, curba puterii $P = f\,(V)$ se roteşte cu 90^0, în sensul invers sensului acelor de ceasornic, în aşa fel încît axa puterii să fie în prelungirea axei spaţiului (figura 4).

Cu ajutorul unor drepte paralele cu axa absciselor, duse prin punctele $a, b, \ldots, z$ corespunzătoare vitezelor medii se determină valorile medii ale puterii locomotivei, care sînt definite de punctele $a', b', \ldots, z'$, de pe curba $P = f\,(V)$. Se unesc aceste puncte cu originea sistemului VOP., determinîndu-se segmentele $Oa', Ob', \ldots, Oz'$.

Construirea curbei $L = f(s)$ se începe din originea sistemului $LO's$, care se suprapune peste sistemul $VO's$, prin ducerea unor drepte perpen-

diculare pe segmentele de dreapta Oa', Ob', ..., Oz, pînă la intersecția acestora cu verticalele ce limitează intervalele corespunzătoare de spațiu. In acest fel se obțin punctele 1', 2', ... n', prin unirea cărora se obține curba $L = f(s)$.

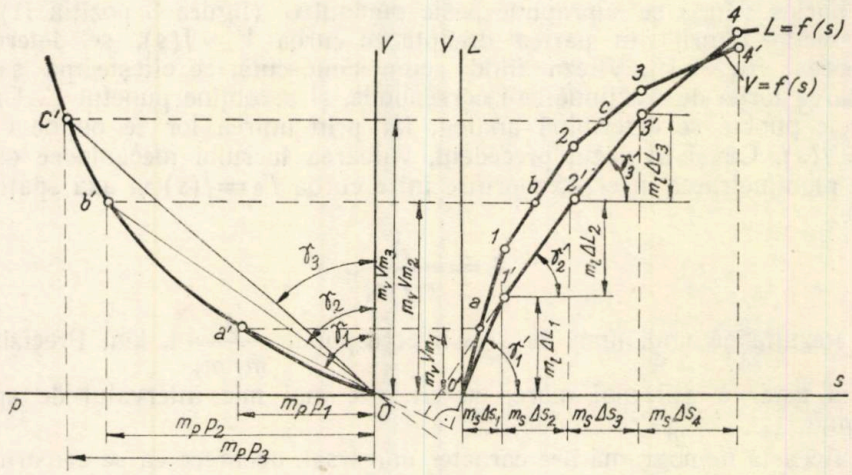


Fig. 4

Din figura 4 rezultă că segmentele de dreaptă Oa', Ob', ..., Oz', fac cu axa vitezei unghiurile γ_1, γ_2, ..., γ_n, care sînt egale cu unghiurile γ_1', γ_2', ..., γ_n', pe care le fac segmentele $0'1'$, $1'2'$, ..., $(n-1)'n'$, ale curbei $L = f(s)$ cu axa spațiului.

Unghiurile fiind egale, rezultă că și tangentele lor sînt egale, adică :

$$\operatorname{tg} \gamma_l = \operatorname{tg} \gamma_l' .$$

In baza acestei relații rezultă :

$$\frac{m_p P_{ml}}{m_v V_{ml}} = \frac{m_1 \Delta L_1}{m_s \Delta s_l} .$$

Dacă se are în vedere că puterea locomotivei se poate calcula cu relația :

$$P = \frac{F_0 V}{270} ,$$

se obține :

$$m_1 \Delta L_l = \frac{m_p m_s}{m_v} \frac{F_{0ml} \Delta s_l}{270} . \tag{10}$$

Deoarece :

$$\Delta L_l = F_{0ml} \Delta s_l ,$$

rezultă că între scări (scara lucrului mecanic m_l, scara puterii m_p, scara spațiului m_s și scara vitezei m_v) există relația :

$$m_l = \frac{m_p\, m_s}{270\, m_v} \left[\frac{\text{mm}}{1\ \text{kgf}\cdot\text{km}}\right] \tag{11}$$

Pentru determinarea lucrului mecanic la un moment dat, în kgfkm, ordonata punctului de pe curba $L = f(s)$ (în mm), corespunzător acestui moment, se înmulțește cu $\frac{270\, m_v}{m_p\, m_s}$, iar pentru cazul cînd se cere lucrul mecanic în tfkm, se înmulțește cu $\frac{0{,}27\, m_v}{m_p\, m_s}$.

Determinarea lucrului mecanic al forței de tracțiune cu ajutorul curbei $V = f(s)$. Lucrul mecanic, consumat pentru deplasarea trenului pe un element de profil $\triangle s$, se poate stabili, dacă se consideră că forța de tracțiune a locomotivei se menține constantă și egală cu valoarea sa medie pe toată lungimea elementului, cu relația :

$$\Delta L = F_m\, \Delta s \tag{12}$$

de unde :

$$\Delta s = \frac{\Delta L}{F_m}. \tag{13}$$

Această relație arată că se poate determina spațiul elementar $\triangle s$, parcurs de tren într-un interval de timp $\triangle t$, cu o viteză medie V_m, timp în care asupra trenului a acționat o forță F_m, dezvoltînd un lucru mecanic $\triangle L$.

Pentru cazul cînd se consideră lucrul mecanic al forței de tracțiune constant, adică $\triangle L =$ const., trenul va parcurge un anumit spațiu $\triangle s$, determinat de valoarea medie a forței de tracțiune F_m, valoare ce corespunde unei anumite viteze medii de circulație V_m.

Rezultă că valoarea forței de tracțiune se poate determina dacă se cunoaște valoarea medie a vitezei de circulație în intervalul considerat.

Legătura ce există între valoarea medie a forței de tracțiune și valoarea medie a vitezei de circulație se poate stabili cu ajutorul curbei $F_0 = f(V)$. Pentru aceasta, se împarte curba $F_0 = f(V)$ în mai multe segmente de curbă, cu ajutorul unor intervale de viteză convenabil alese și apoi se stabilește valoarea medie a forței de tracțiune, corespunzătoare fiecărui interval de viteză, figura 5.

Cunoscîndu-se valorile medii ale forței de tracțiune $F_{1m}, F_{2m} \ldots F_{nm}$, corespunzătoare vitezelor medii de circulație $V_{m1}, V_{m2} \ldots V_{mn}$ cu ajutorul relației (13), se pot determina spațiile $\Delta s_1, \Delta s_2, \ldots, \Delta s_n$, parcurse de tren corespunzător unui lucru mecanic al forței de tracțiune ΔL constant.

Cu ajutorul perechilor de valori $V_{m1}\, \Delta s_1, V_{m2}\, \Delta s_2, \ldots, V_{mn}\, \Delta s_n$, se construiește o nomogramă de forma celei din figura 6.

Pentru determinarea lucrului mecanic, această nomogramă se construieşte sub formă de şablon din material plastic şi cu ajutorul curbei $V = f(s)$ se poate determina lucrul mecanic astfel : se suprapune şablonul

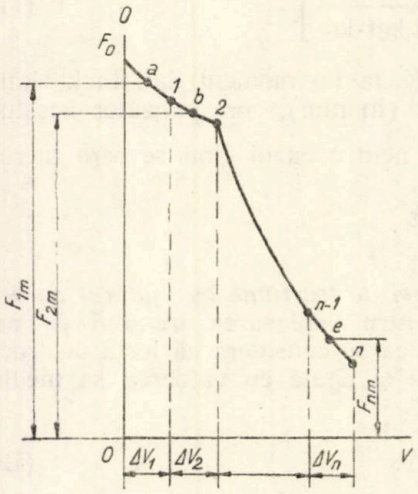


Fig. 5

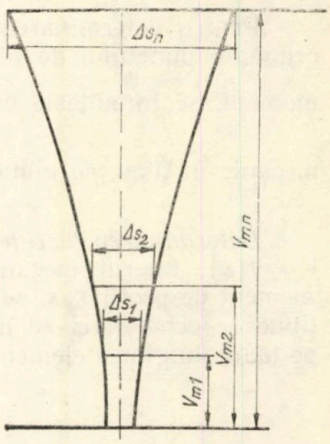


Fig. 6

peste diagrama $V = f(s)$, în aşa fel încît latura din partea stîngă a şablonului să treacă prin originea axelor de coordonate VOs ; se notează punctul de intersecţie a laturii din partea dreaptă cu un creion bine ascuţit obţinîndu-se punctul 1 din figura 7.

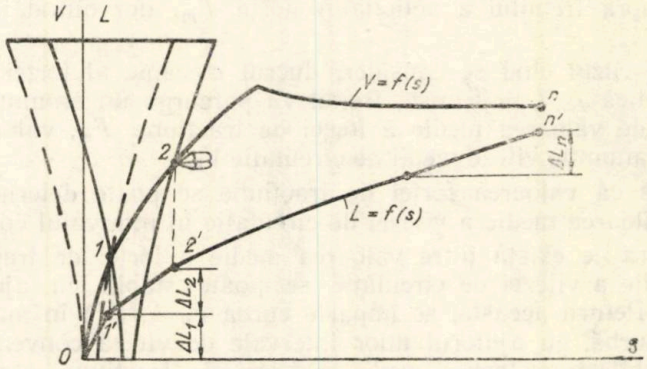


Fig. 7

Se deplasează şablonul spre dreapta, pînă ce latura din partea stîngă a şablonului se suprapune peste punctul 1 şi la intersecţia laturii din dreapta cu curba $V = f(s)$ se obţine punctul 2, ş.a.m.d.

Pentru determinarea lucrului mecanic total se stabileşte numărul de intervale de spaţiu în care s-a consumat acelaşi lucru mecanic şi se înmulţeşte cu valoarea adoptată pentru $\triangle$ L.

Cu ajutorul acestei nomograme se poate trasa și curba $L = f(s)$, după cum se vede din figura 7, prin stabilirea punctelor $1', 2' \ldots n'$ cu ajutorul lucrului mecanic elementar $\triangle L$ și a poziției intervalului considerat față de origine O.

Lucrul mecanic al forțelor rezistente.

Lucrul mecanic specific elementar al forțelor rezistente se determină, plecîndu-se de la ecuația :

$$dl = \frac{1}{\varphi} \frac{dV}{dt} ds + r_t ds + r_c ds \pm i ds + f_f ds , \tag{14}$$

care prin integrare în intervalul de spațiu $(s_2 - s_1)$ devine :

$$l = \frac{1}{\varphi} \int_{s_1}^{s_2} \frac{dV}{dt} ds + \int_{s_1}^{s_2} r_t ds + \int_{s_1}^{s_2} r_c ds \pm \int_{s_1}^{s_2} i ds + \int_{s_1}^{s_2} f_f ds . \tag{15}$$

Integrîndu-se primul termen al ecuației (15), rezultă :

$$l_1 = \frac{1}{\varphi} \int_{s_1}^{s_2} \frac{dV}{dt} ds = \frac{1}{\varphi} \int_{V_1}^{V_2} V dV = \frac{1}{\varphi} \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} , \tag{16}$$

unde :

V_1 și V_2 — vitezele de circulație, corespunzătoare spațiilor. s_1 și s_2

Se observă că l_1, reprezintă cantitatea de energie cinetică a unității de masă a trenului, în cazul creșterii vitezei de la valoarea V_1 la V_2. Pentru cazul cînd vitezele inițiale și finale sînt egale cu zero, integrala primului termen este egală cu zero, ceea ce înseamnă că energia cinetică înmagazinată în timpul accelerării se consumă în timpul decelerării.

Al doilea termen :

$$l_2 = \int_{s_1}^{s_2} r_t ds ,$$

caracterizează lucrul mecanic al forței specifice rezistenței la mers în palier și aliniament. După cum s-a arătat, integrarea analitică a acestui termen prezintă unele dificultăți și de obicei pentru rezolvarea acesteia se folosesc metode grafo-analitice sau grafice.

Pentru determinarea lucrului mecanic l_2 prin metoda grafoanalitică se presupun construite curbele $r_t = f(V)$ și $V = f(s)$, figura 8. Cu ajutorul unor spații elementare, $\triangle s_1$, $\triangle s_2, \ldots,$ $\triangle s_n$ se împarte curba $V = f(s)$ în porțiuni elementare, ce permit determinarea vitezelor medii V_{1m}, $V_{m2}, \ldots,$ V_{mn}, pentru fiecare interval de spațiu.

Corespunzător acestor viteze medii, pe curba $r_t = f(V)$, se obțin valorile rezistențelor specifice r_{t1}, $r_{t2}, \ldots, r_{tn}$.

Lucrul mecanic specific elementar al forței rezistente pentru fiecare interval de spațiu, se determină cu relația :

$$\Delta l_{2i} = r_{ti}\,\Delta s_i\,, \tag{17}$$

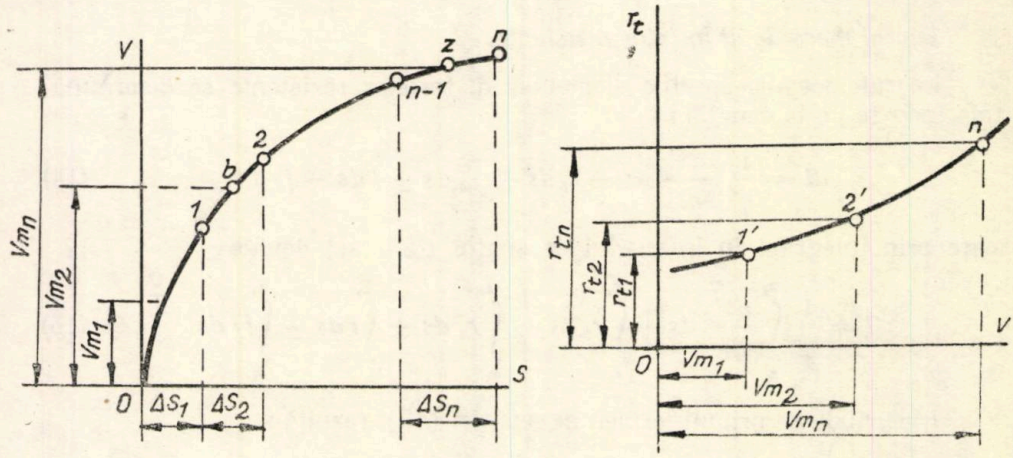


Fig. 8

iar lucrul mecanic specific se determină :

$$l_2 = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \ldots + \Delta l_n = r_{t1}\Delta s_1 + r_{t2}\Delta s_2 + \ldots + r_{tn}\Delta s_n = \sum_{i=i}^{i=n} r_{ti}\,\Delta s_i\,. \tag{18}$$

Pentru cazul cînd se adoptă intervale de spațiu egale, lucrul mecanic se calculează cu relația :

$$l_2 = \Delta s \sum_{i=1}^{i=n} r_{ti}\,. \tag{18'}$$

Metoda grafică constă în construirea curbei $l_2 = f(s)$ cu ajutorul curbelor $V = f(s)$ și $V\ r_t = f(V)$.

Curbele $V\ r_t = f(V)$ se construiesc cu ajutorul curbelor $r_t = f(V)$, pentru cazul cînd locomotiva funcționează în regim de tracțiune, fără regim de tracțiune sau cu frîne. Aceste curbe se construiesc rotite cu 90°, în sens invers acelor de ceasornic, în partea stîngă a curbei $V = f(s)$, care se presupune cunoscută (fig. 9).

Curba $V = f(s)$ se împarte în elemente cu ajutorul unor spații $\triangle s_1$ $\triangle s_2, \ldots, \triangle s_n$, se stabilesc vitezele medii V_{m1}, V_{m2}, . . . , V_{mn}. Prin punctele $a, b, \ldots, z$, ce corespund, vitezelor medii de pe curba $V = f(s)$ se duce cîte o paralelă la axa Os, pînă la intersecția cu curba $Vr_t = f(V)$ obținîndu-se astfel punctele $a', b', \ldots, z'$. Prin unirea acestora cu originea O' a sistemului de coordonate Vr_t O' V, se obțin dreptele $O'a$, $O'b', \ldots$ $O'z$, care fac cu axa vitezei unghiurile $\beta'_1, \beta'_2, \ldots, \beta'_n$.

Construirea curbei $l_2 = f(s)$ se realizează ducîndu-se prin originea O a sistemului de coordonate l_2 O s o perpendiculară pe segmentul de dreaptă O' a', pînă la intersecția cu verticala, care limitează intervalul de spațiu Δs_1 ; se obține astfel punctul 1'. Prin punctul 1', se duce o perpendiculară

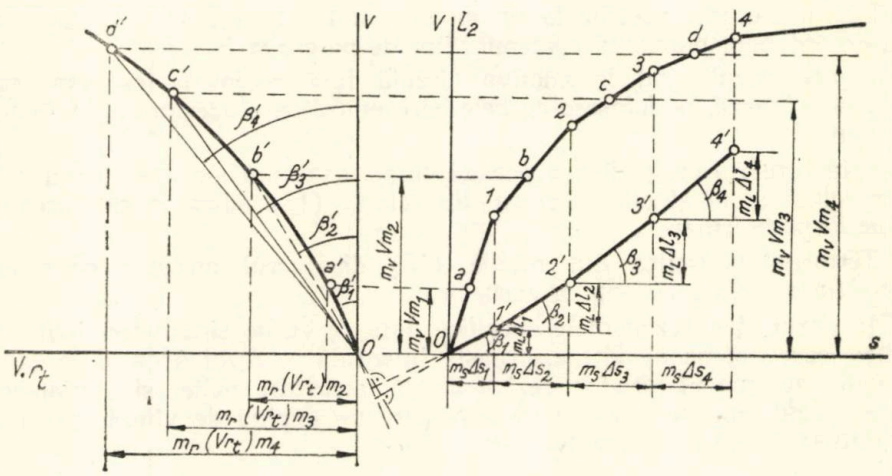


Fig. 9

pe segmentul de dreaptă $O'b'$, pînă la intersecția cu verticala, care limitează intervalul de spațiu Δs_2, obținîndu-se punctul 2'. In mod analog, se obțin și următoarele puncte 3', 4', ..., n'. Prin unirea acestora, se obține curba $l_2 = f(s)$.

Relația geometrică pe care se bazează construirea curbei $l_2 = f(s)$ prin această metodă, se deduce astfel :

Unghiurile β' sînt egale prin construcție cu unghiurile β, făcute de segmentele 01', 1,2', ... $(n-1)$ n', cu axa spațiului. Deci, rezultă că și $\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta'_i$. Din figura 11, se observă că :

$$\operatorname{tg} \beta'_i = \frac{r_{ti} V_{mi} m_r}{V_{mi} m_v} = r_{ti} \frac{m_r}{m_v} ;$$

și :

$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{\Delta l_i m_1}{\Delta s_i m_s} .$$

Ținîndu-se seama de valoarea tangentei unghiului β' și de cea a unghiului β, egalitatea $\operatorname{tg} \beta'_i = \operatorname{tg} \beta_i$ se mai poate scrie :

$$\Delta l_i m_1 = \frac{m_r}{m_v} m_s r_{ti} \Delta s_i . \qquad (19)$$

Valoarea lucrului mecanic specific elementar fiind :

$$\Delta l_i = r_{ti} \Delta s_i ,$$

rezultă relația dintre scări :

$$m_l = \frac{m_r}{m_v} m_s . \tag{20}$$

Lucrul mecanic specific la un moment dat este dat, la scara respectivă, de ordonata punctului corespunzător de pe curba $l_2 = f(s)$.

Pentru cazul cînd locomotiva circulă fără regim de tracțiune, sau trenul se frînează, se folosesc curbele corespunzătoare acestor regimuri ale locomotivei.

Prin construirea grafică a acestei curbe, așa cum s-a arătat mai sus, s-a rezolvat și al cincilea termen din relația (15) adică lucrul mecanic dat de forța de frînare.

Termenul al treilea din relația (15) dă lucrul mecanic consumat pentru învingerea rezistențelor curbelor.

In cazul cînd rezistențele specifice date de curbe sînt determinate cu formele care depind de viteză, această integrală se rezolvă ca și în cazul lucrului mecanic al forțelor rezistente la mers în palier și aliniament. Pentru cazul cînd se folosesc formule care nu depind de viteză, caz mai des întîlnit, integrala se rezolvă astfel :

$$l_3 = \int_{s_1}^{s_2} r_c \, d_s = \int_{s_1}^{s_2} \frac{A}{\varrho - C} \, ds = \frac{A}{\varrho - C} \int_{s_1}^{s_2} ds = \frac{A}{\varrho - C} (s_2 - s_1) . \tag{21}$$

Dar curbele avînd raze diferite, coeficienții A și C au valori diferite ; în acest caz, lucrul mecanic se calculează :

$$l_3 = \sum_{i=1}^{i=n_1} \frac{A_i}{\varrho_i - C_i} s_{ci} , \tag{21'}$$

unde :

n_1 — numărul curbelor

s_{ci} — lungimea curbei măsurată pe axul căii.

Dar :

$$s_c = 2 \pi \varrho \frac{\alpha^0}{360}$$

de unde rezultă că lucrul mecanic, pentru cazul cînd curba este dată prin unghiul la centru α^0 și raza de curbură ϱ, este :

$$l_3 = 0{,}01745 \sum_{i=1}^{i=n_1} \frac{A_i \, \alpha_i^0}{1 - \frac{C_i}{\varrho_i}} . \tag{22}$$

Lucrul mecanic specific dat de declivități se calculează cu relația :

$$l_4 = \int i\,ds = \int_{s_0}^{s_1} i_1\,ds + \int_{s_1}^{s_2} i_2\,ds + \ldots + \int_{s_{m-1}}^{s_m} i_m\,ds\,. \tag{23}$$

Declivitățile fiind constante pe elementele considerate și lungimile acestora notîndu-se cu $s_1, s_2, \ldots, s_m$ se poate scrie :

$$l_4 = s_1 i_1 + s_2 i_2 + \ldots + s_n i_n = \sum_{i=1}^{i=m} s_i i_i\,, \tag{24}$$

în care :

m — numărul elementelor de profil.

Dacă se are în vedere că :

$$s_1 i_1 = h_1 - h_0\,;\quad s_2 i_2 = h_2 - h_1\,;\quad \ldots;\quad s_n i_n = h_m - h_{m-1}\,,$$

atunci formula 24 devine :

$$l_4 = 1000\,(h_1 - h_0) + 1000\,(h_2 - h_1) + \ldots + 1000\,(h_m - h_{m-1})$$

sau :

$$l_4 = 1000\,(h_m - h_0) = 1000\,h \tag{25}$$

In aceste relații $h_0, h_1, \ldots, h_n$ reprezintă cotele de la începutul și respectiv sfîrșitul elementelor de profil, iar h reprezintă diferența dintre cota de la sfîrșitul ultimului element de profil și cea de la începutul primului element de profil.

Toți termenii din relația (15) fiind cunoscuți, lucrul mecanic specific al forțelor rezistente se obține prin însumarea acestora :

$$l = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 = \frac{1}{2\varphi}\,(V_s^2 - V_i^2) + \sum_{i=1}^{i=n} r_{ti}\,\Delta s_i + \\ + 0{,}01745 \sum_{i=1}^{i=n_1} \frac{A_i}{1 - \dfrac{C_i}{\varrho_i}}\,\alpha_i^0 \pm 1000\,h\,. \tag{26}$$

Pentru cazul cînd $V_i = V_s$ sau $V_i = V_s = 0$ relația (26) devine :

$$l = \sum_{i=1}^{i=n} r_{ti}\,\Delta s_i + 0{,}01745 \sum_{i=1}^{i=n_1} \frac{A_i}{1 - \dfrac{C_i}{\varrho_i}}\,\alpha_i^0 \pm 1000\,h\,. \tag{27}$$

Deoarece pentru calculele de tracțiune se folosesc profile simplificate, lucrul mecanic rezistent la circulația în curbe, este cuprins în lucrul mecanic al declivităților rezultate prin simplificarea profilului.

Pentru această situație, lucrul mecanic specific se determină cu relația :

$$l = \frac{1}{2\varphi}(V_s^2 - V_i^2) + \sum_{i=1}^{i=n} r_{ti}\,\Delta s_i \pm 1000\,h\,. \qquad (28)$$

Lucrul mecanic specific, fiind determinat așa cum s-a arătat mai sus, lucrul mecanic total se determină prin înmulțirea acestuia cu greutatea trenului $(G_l + G_v)$, deci :

$$L = l\,(G_l + G_v). \qquad (29)$$

Concluzii

Determinarea lucrului mecanic cu ajutorul primei variante, adică utilizîndu-se curba $F_0 = f(v)$, prezintă unele greutăți, deoarece funcționarea locomotivei este influențată de mai mulți parametri, care îngreunează calculele. Această variantă prezintă însă avantajul că lucrul mecanic se calculează numai pentru cazul cînd locomotiva circulă în regim de tracțiune.

Utilizarea celei de a doua variante nu prezintă dificultăți în afară de faptul că se utilizează trei curbe : $r_t = f(V)$, $r'_t = f(V)$ și $f_f = f(V)$. Folosirea sa este ușurată de faptul că aceste funcții sînt deja cunoscute de la construirea curbei $V = f(s)$.

Rezultatele obținute prin aceste două variante nu diferă esențial.

Metodele clasice pentru determinarea lucrului mecanic al forței de tracțiune sau al forțelor rezistente, dau aproximații, care satisfac necesitățile exploatării căilor ferate. Aplicarea lor însă necesită un volum mare de lucru.

Pentru rezolvarea problemelor de tracțiune și de exploatare, precum și pentru calculele tehnico-economice, se recomandă să se folosească nomogramele prezentate în această lucrare, care permit reducerea timpului, față de metodele existente cu 15—20 ori, iar precizia de calcul este aceiași. O astfel de nomogramă se poate construi și pentru rezolvarea termenului 2 din relația (15), utilizîndu-se în acest scop relația (17) și curbele $r'_t = f(v)$ și $V = f(s)$.

Catedra de material rulant
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

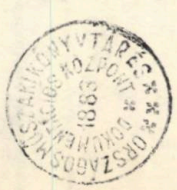
BIBLIOGRAFIE

1. *A. Popa, N. Chimu, A. Neagu :* Tracțiunea trenurilor. Editura Didactică și Pedagogică — 1965.

2. *A. Popa* : Determinarea vitezelor și timpilor de mers al trenurilor prin metoda nomogramelor. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.

3. *B. E. Peisahzon :* Ves i scorosti gruzovîh poezdov. Transjeldorizdat — Moscova — 1957.

4. *A. V. Gorinov* : Proektirovanie jeleznîh dorog. Moscova 1963.



INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1967 c7fp 3

F 1130

REFERAT

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXVIII NUMARUL 6 ANUL 1966
NOIEMBRIE—DECEMBRIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXVIII — NUMĂRUL 6

NOIEMBRIE — DECEMBRIE

1966

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. Docent *I. Agârbiceanu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. Dr. Docent *I. S. Antoniu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *G. Bărănescu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. *M. Bercovici ;* Prof. Dr. Docent *E. Bratu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *Gh. Buzdugan,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. Dr. Docent *E. Carafoli ;* Conf. Dr. *S. Călin ;* Acad. Prof. Dr. Docent *D. Dumitrescu ;* Prof. *S. Gâdea ;* Conf. Dr. *I. Grădișteanu,* Prof. *C. Ionescu-Bujor ;* Prof. Dr. Docent *Gh. Manea,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *N. Manolescu ;* Prof. *St. Mantea;* Prof. Dr. *N. Marinescu ;* Acad. Prof. Dr. Docent *C. Nenițescu;* Prof. *C. Penescu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *M. Postelnicescu ;* Acad. Prof. Dr. Docent *R. Răduleț ;* Prof. *Al. Rău ;* Prof. *Al. Spătaru ;* Prof. *L. Stoicescu ;* Prof. Dr. Docent *R. Voinea,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *I. Zăgănescu.*

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
Membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România

Sumar

MATEMATICA

M. St. Botez

Ein System konformer ebener Darstellung 17

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

H. Betnar, I. Manu

Contribuții la elucidarea mecanismului de reacție dintre ionul de fier trivalent și anionul tartric 31

REZISTENȚA MATERIALELOR

V. Bogdan, O. Bogdan, F. Haltay

Caracteristici mecanice ale materialelor abrazive cu liant de bachelită. 39

CENTRALE ELECTRICE

C. Dinculescu, D. Cristescu

L'emploi des calculateurs numeriques dans l'analyse des schémas de protection des stations contre les surtensions 63

REȚELE ELECTRICE

Gh. Iacobescu

Alegerea parametrilor L și C ai lanțului de cuadripoli circuit echivalent al înfășurării unui alternator pentru calculul procesului de restabilire a tensunii la bornele intreruptoarelor 81

AUTOMATICA

A. Петреску

Система управления аналоговой вычислительной машины МАС-1 . . 107

ELECTRONICA

I. Ponner

Theoretical and Experimental Study of the Sensitivity of a Class of Short-circuit Detectors 113

TRANSPORTURI

Al. Popa

Cu privire la determinarea tonajelor și vitezelor optime ale trenurilor de marfă remorcate cu locomotive Diesel 060 D.A. 123

Резюме

Д. К. 517

М. Ст. Ботез

О системе подобного изображения

Автор находит плоскостную модель пространства с тремя измерениями, учитывая плоскость π изображений и неподвижную точку ω на этой плоскости.

Через каждую точку M пространства проходит одна сфера с центром в ω.

Проецируя две инверсии точки через отношение к полюсам полученной окружности как сечение в сфере с плоскостью π, получим двойную точку (m, m_1), которая является изображением точки M на плоскости π.

В данной части работы доказывается необходимость теоремы изображения точек, прямых и плоскостей. Цель работы — изучение начертательнои геомерии Лобачевского — Bolyai.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

Д. К. 541.132 : 546.723 : 544.17

Х. Беднар, И. Ману

К вопросу о выяснении механизма реакции между ионом Fe^{3+} и анионом виннокаменной кислоты

В работе показывается протилоречия, присутствюшие в анионом специальности по вопросу с ссоотношеним комбинирования Fe^{3+} и анионом винокаменной кислоты. Доказывается, что из иона Fe^{3+} и аниоиа винокаменной кисчоты образуются только две комбинации, которые соответствуют коренному отношению 1 : 1 в кислой и нейтральной среде и 3 тартрата : 1 Fe^{3+} щелочной среде.

Поочеркивается тот факт, что в случае примененя физик-химических методов не всегда бывают совпадения между стехиметрией реакции и соотношением комбинирования.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

Д. К. 621.921 : 691.5 : 539.4 : 666.96 : 621.315.616

В. Богдан, О. Богдан, Ф. Хелтай

Механические характеристики абразивных материалов с бакелитовым лаком

Устанавливаются некоторые механические характеристики образивных материалов с бакелитовым лаком, необходимые для расчета их сопротивления.

Из испытаиий на растяжение, сжате и изгиб устанавливаются характерные кривые материалов и постоянная, когда с практической точки зрения применим закон Наоке $\sigma = E \times \varepsilon$, в котором модуль упругости охватывает значения между

$$E = (1{,}3 \div 2{,}6) \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

Устанавливается так же коэффициент

$$\mu = 0{,}18 \div 0{,}28$$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

Summary

M. St. Botez D.C. 517

About a System of Congruent Representation

The author finds a plane pattern of three dmensional space, considering a plane π of the images and a point ω contained in this plane. Through every point M of the space passes a single sphere having the centre in ω. Applying two inversions to point M in relation to the poles of the circle obtained as a section of the sphere with plane π, we obtain a dipoint (m, m_1), which is the image of the point considered on the plane π.

In this first the author (establishes) the theorems required to construct the images of the points, straight lines and planes. The scope of the paper is the descriptive study of the Lobatcewschi-Bolyai geometry.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

H. Bendar, I. Manu D.C. 541.132 : 546.723 : 544.17

Contributions for Elucidating the Reaction Mechanism Fe^{3+} Ion and Tartric Anion.

The paper presents the contradictory aspects in the literature of speciality regarding the ratios of combination between Fe^{3+} ion and tartric anion. Proof is given that between Fe^{3+} ion and tartric anion only two combinations are possible, corresponding to the mole ratio of 1 : 1 in acid and neutral medium and of 3 tartrate : Fe^{3+} in alkaline medium.

It is also mentioned that when applyng physical-chemical methods, there is not always agreement between the reaction stochiometrics and the combination ratio.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

D.C. 612.921 : 691.5 : 539.4 : 666.96 : 621.315.616

V. Bogdan, O. Bogdan, F. Heltay

Mechanical Charactedistics of Abrasive Material swith Bakelite Binder.

Some mechanical characteristics of abrasive materials with bakelite binder are investigated, these characteristics being necessary to compute their resistance.

The investigations on stretching, compression and bending esta blish their characteristic curves and, from a practical point of view, it has been found that Hooke's law is applied.

$$\sigma = E \times \varepsilon$$

where the elasticity modulus has values within the limits :

$$E = (1{,}3 \div 2{,}6) \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

Poisson s factor is also established :

$$\mu = 0{,}18 \div 0\,28.$$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

Д. К. 621.311 : 621.3.015 : 621.316.93

К. Динкулеску, Д. Кристеску

Использование теловых счетчиков при анализе защитных схем от перенапряжения

Предствлена теория защитных схем, охватывающих трансформаторы и разрядники с переменным сопротивлением с учетом расстояния между этими приборами, индуктивность соединений разрядников, нелиненйное функционирование защитных приборов и характеристик подающей волны.

Числовые данные для цифрового счетчика CIFA 102 включают изменения максимального напряжения на зажимах трансформатора, фрнкцию наклона падающей волны, учитывая как параметр расстояние туансформатор-разрядник.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej'' Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

Д. К. 621.3.027 : 621.3.05 : 621.3.09 : 621.316.54 : 621.372.5 : 621.313.12

Г. Якобеску

Выбор параметров L и C цепи квадриполов эквивалентной схемы обмотки синхронного генератора, для расчёта процесса востановления напряжения на контактах выключателя

В работе представлены эквивалентные схемы, наиболее подходящие для обмотки генератора переменного тока, для расчета переходных напряжений восстановления с учетом влияния высоких частот при процессе прерывания.

Средняя величина индуктивности, повторно получаемая при экспериментальных испытаниях и рекомендуемая при расчете, равна 70% сверхпереходной индуктивности машины.

Эквивалентная мощность обмотки зависит от соединения машины и от наличия или отсутствия связи нейтральной точки с землей и дефекта.

Определение ее предусматривает все возможные ситуации.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej'' Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

D.C. 621.311 : 621.3.015 : 621.316.93

C. Dinculescu, D. Cristescu

Digital Computers Used in the Analysis of the Diagrams of Protection against Overvoltage in Powerstations.

The theoretical results of protection diagrams, comprising transformers and dischargers with variable resistence are shown taking into account the distance between these devices, the inductance of the connections in the discharger. The nonlinear working of the protection device, and the incidental wave characteristic.

Numerical data supplied by a CIFA 102 digetal computer contains the maximum voltage variation at the transformer terminals, function of the incidental wave slope, taking as parameter the distance between the transformer and the discharger.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

D.C. 621.3.027 : 621.3.06 : 621.3.09 :
621.316.54 : 621.372.5 : 621.313.12

Gh. Iacobescu

The Selection of Parameters L and C for the Chain of Quadripols Formung the Equivalent Circuit of Generator Winding, for the Computation of Process of Restriking Voltage at Surtch Terminals.

The paper shows the most adequate equivalent diagrams for alternator winding for the calculation of the restriking voltage, taking into acount the influence of high frequencies, which occur within the breaking of processes.

The inductance average value obtained by experimental tests, recommended in calculus is equal to 70% of the unit longitudinal overtransitory inductance.

The winding equivalent capacity is a funciton of the unit connection and of the fact that the neutral point and the fault are or are not earth connected. This determination is carried out in the paper for all possible situations.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

Д. К. 621-52-681.14

А. Петреску

Система управления аналоговой машины МАС—1.

В работе рассматриваются схемы и принципы работы системы управления операционных усилителей аналоговой машины, построенной в Политехническом институте имени Георге Георгиу-Деж.

Показаны меры по устранению паразитных сигналов, которые появлются в суммирующей точке при срабатывании реле управления, и меры по упрощения регулирования коэффициентов передаточных функций.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

Д. К. 621.38 : 621.3.014 : 621.317.7

И. Поннер

Теоретический и экспериментальный анализ чувствительности класса детекторов короткозамкнутых витков

На основе некоторых упрощенных гипотез, не влияющих на достоверность окончательных результатов, выводится выражение чувствительности для двух частных идеализированных случаев :

1) нулевое сопротивление короткозамкнутых витков :

2) единичный коэффициент связи.

Из этих двух выражений выводится влияние различных параметров на чувствительность прибора и меры, которые можно принять для повышения чувствительности.

Экспериментальные результаты полностью подтверждают выводы, сделанные на основе теоретических соотношений.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

Д. К. 625.24 : 625 282 843.6 : 656.2

Ал. Попа

Относительно определения оптимального веса и скорости товарных поездов, буксированных тепловозами 060 Д. А.

Обычно в расчетах тяги определяется вес поездов только из условия использования мощности паровоза без учета способности хода и себестоимости транспорта.

В настоящей работе дается метод определения оптимального веса и соответствующей ему с точки зрения осуществления максимальной перевозки товаров и минимальных расходов эксплуатации скорости хода для буксировки грузовых поездов тепловозами 060 ДА.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

D.C. 621—52 : 681.14

A. Petrescu

Control System of the Analogue Computer M.A.C. 1.

The author presents in the paper the diagrams and operating principle of the operational amplifier control system of the analogue computer manufactured at the Polytechnic Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej".

He indicates the solutions adopted to remove stray signals induced in the totalization point at the moment of actuating the control relays, as well as the solutions for simplifyng the setting of the transfer functions coefficients.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

D.C. 621.38 : 621.3.014 : 621.317.7

I. Ponner

Theoretical and Experimental Study of the Sensitivity of a Class of Shortcircuit Detectors.

The expression of the sensitivity of the device is deduced on the basis of some simplifying hypothesis, which do not change the validity of the final conclusions. Then this is particularized for two cases : 1) Null resistance of the short-circuited turns ; 2) Unitary coupling factor.

From these two idealised expressions results the influence of different parametres upon the sensitivity of the device as well as the measures to be taken fon increasing the sensitivity.

The experimental results confirm wholly the conclusions drawn from the theorical relations.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

D.C. 625.24 : 625.282—843.6 : 656.2

Al. Popa

On the Determination of Goods Traim Tonnage and Optimum Speeds, when Trailed by Diesel 060 D.A. Engines

Traction computations usually determine the train tonnage only from the standpoint of the use of the engine power, without taking into account traffic capacity and the cost price of transport.

This paper gives a method to determine the optimum tonnages and their coresponding traffic speed, from the point of view of obtaining maximum goods traffic at minimum operation expenses, for goods trains trailed by Diesel 060 D.A. engines.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

Resumé

M. Şt. Botez C.D. 517

Sur un système de représentation conforme.

L'auteur trouve un modèle plan de l'espace à trois dimensions, en considérant un plan π et un point fixe ω contenu dans ce plan. Par chaque point M de l'espace passe une seule sphère ayant ω comme centre. En appliquant deux inversions au point M par rapport aux deux pôles du cercle obtenu comme section de la sphère avec le plan π on obtient de cette manière un bipoint (m, m_1) qui est l'image sur le plan π, du point M.

Dans cette première partie on établit les theorème nécessaires pour construire les images des points, des droites et des plans.

Le but du travail est l'étude descriptive de la Géometrie de Lobacewski-Boylai.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

H. Bednar, I. Manu C.D. 541.132 : 546.723.544.17

Contributions à l'elucidation du mécanisme de réaction entre l'ion Fe^{3+} et l'anion tartrique.

Le travail présente les aspects contradictoires de la litérature de spécialité concernant les rapports de combinaison entre l'ion de Fe^{3+} et l'anion tartrique. On prouve également qu'entre l ion de F^{3+} et l'anion tartrique il y a seulement deux combinaisons, qui correspondent au rapport molaire de 1 : 1 dans un milieu acide et neutre et de 3 tartrate : 1 Fe^{3+} en milieu alcalin.

On rélève le fait que dans le cas de l'application des méthodes physico chimiques, il n'y a pas toujours de concordance entre la stoechiométrie de réaction et le rapport de combinaison.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

C.D. 621.921 : 691.5 : 539.4 : 666.96 : 621.315.616

V. Bogdan, O. Bogdan, F. Heltay

Caractéristiques mécaniques des matériaux abrasifs, à liant de bakélite.

Les auteurs étudient quleques caractéristiques mécaniques des matériaux abrasifs á liant de bakelite, caractéristiques nécesaires au calcul de leur résistance.

A partir des recherches sur l'extension, la compression et la flexion, les auteurs établissent leurs courbes caractéristiques et constatent que du point de vue pratique, la loi de Hooke est appliquée,

$$\sigma = E \times \varepsilon$$

dans laquelle le module d'élasticité prend des valeurs comprises entre

$$E = (1{,}3 \div 2{,}6) \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

Les auteurs établissent également le coefficient de Poisson

$$\mu = 0{,}18 \div 0{,}28.$$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

Zusammenfassung

D.K. 517

M. Şt. Botez

Ein System konformer ebener Darstellung.

Der Autor findet ein ebenes Model des Raumes, indem er eine Bilderebene π und einen auf dieser Ebene gelegenen fixen Punkt ω annimmt. Durch jeden Punkt des Raumes geht eine einzige Kugel, die den Mittelpunkt ω hat. Die Umwandlung durch Invers'on des entsprechenden Punktes, die von den zwei Polen der Kugel aus angewendet wird, ergibt auf der Bilderebene π ein Punktepaar, welches das Bild des betreffenden Punktes ist.

In diesem ersten Teil findet man die nötigen Sätze zur Konstruktion der Punkte, Geraden und Ebeden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

D.K. 541.132 : 546.723 : 544.17

H. Bednar, I. Manu

Beitrage zur Klärung des Reaktionsmechanismus zwischem dem Fe^{3+} Ion und dem Weinsäureanion.

In diesem Beitrag werden die widersprechenden Angaben der Fachliteratur mit Bezug auf die Kombinierungsbeziehungen zwischen dem dreiwertigem Eisenion und dem Weinsäureanion angegeben. Es wird der Beweis erbracht, dass sich nur zwei Verbindungen, entsprechend den Verhältnissen 1 : 1 im saurem Mittel und 1 : 3 im basischen Mittel, bilden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

D.K 621.921 : 691.5 : 539.4 : 666.96 : 621.315.616

V. Bogdan, O. Bogdan, F. Heltay

Mechanische Daten der Schleifmaterialien mit Bakelitbindemittel.

Es werden einige mechanische Daten der Schleifmaterialien mit Bakelitbindemittel geprüft die zur Festigkeitsberechnung derselben notwendig sind.

Aus den Zugversuch-, Druckversuch- und Biegungsversuchsproben, werden die charakteristischen Kurven derselben bestimmt und festgestellt, dass vom praktischen Standpunkt aus Hooks Gesetz

$$\delta = E \times \varepsilon$$

in dem das Elastizitätsmodul Werte annimmt, die zwischen

$$E = (1{,}3 \div 2{,}6) \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

enthalten sind, anwendbar ist.

Die Poisson-Zahl wird gleichfalls festgesetzt

$$\mu = 0{,}18 \div 0{,}28.$$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

C.D. 621.311 : 621.3.015 : 621.316.93

C. Dinculescu, D. Cristescu

L'emploi des calculatrices numériques dans l'analyse des schémas de protection des stations contre les surtensions.

On présente les résultats théoriques des schémas de protection comportant des transformateurs et des déchargeurs à résistance variable en tenant compte de la distance entre ces appareils, de l'inductance des liaisons du déchargeur, du fonctionnement nonlinéaire de l'appareil de protection et des caractéristiques de l'onde incidente.

Les donées numériques fournies par un calculateur numérique CIFA 102 comportent la variation de la tension maximum aux bornes du transformateur fonction de la pente de l'onde incidente en considérant la distance transformateur-déchargeur comme paramètre.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

C.D. 621.3.027 : 621.3.06 : 621.3.09 : 621.316.54 : 621.372.5 : 621.313.12

Gh. Iacobescu

L'élection des paramètres L et C du chaîne des quadripoles formant circuit équivalent d'un enrolement d'alternateur pour le calcul du processus de rétablissement de la tension aux bornes des interrupteurs.

L'auteur étudie dans l'auvrage les schémas equivalents les plus indiqués de l'enroulement de l'alternateur pour le calcul de la tension transitoire de rétablissement compte tenu de l'influence des hautes fréquences auxquelles se produisent les processus d'interruption.

La valeur moyenne de l'inductance, déduite des recherches expérimentales recommandées dans les calculs est égale à 70% de l'inductance surtransitoire longitudinale de la machine.

La capacité équivalente de l'enroulement dépend de la connexion de la machine de ce que le point neutre et le défaut sont, ou bien ils ne sont pas reliés à la terre. Cette connexion est déterminée dans l'ouvrage pour toutes les situations possibles.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

D.K. 621.311 : 621.3.015 : 621.316.93

C. Dinculescu, D. Cristescu

Anwendung der Digitalrechner zur Analyse der Schutzschaltungen für Umformerwerke gegen Überspannungen.

Es werden die theoretischen Ergebnisse der Schutzschaltungen vorgeführt welche Umformer und Ableiter mit veränderlichem Widerstand enthalten, unter Berücksichtigung der Entfernung swischen diesen Geräten, der Induktivität der Leitungen zum Ableiter, der unlinearen Arbeitsweise des Schutzgerätes und der Charakteristik der Eingangswelle.

Die von einem CIFA 102 Digitalrechner angegebenen Daten enthalt die höchste Spannungsänderung an den Klemmen des Umformers, in Abhägigkeit vom Gefälle der Eingangswelle, mit Annahme der Entfernung Umformer-Ableiter als Parameter.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

D.K. 621.3.027 : 621.3.06 : 621.3.09 : 621.316.54 : 621.372.5 : 621.313.12

Gh. Iacobescu

Auswahl des Parameter L und C der Quadripolkette des Equivalentkreises einer Generatorwickung für die Berechnung des Einschwingsparrungvorganges von Schalterpolen.

In der Arbeit werden die zutreffenden Ersatzschemen der Wechselstromgeneratorwicklung zur Berechnung der transitorischen Wiederstellungsspannung angegeben, indem man den Frequenzen, mit denen die Unterbrechungsvorgänge durchgeführt werden, in Betracht zieht.

Der aus den Experimentalversuchen hervorgehende Mittelwert der Induktivität, der für die Berechnungen empfohlen wird, ist gleich 70% der übertransitorischen Längsinduktivität der Maschine.

Die gleichwertige Leistung der Wicklung hängt von der Schaltung der Maschine und von der Tatsache ab, ob der Nullpunkt und Schaden geerdet oder nicht geerdet sind.

In der Arbeit wird die Bestimmung derselben für alle möglichen Situationen gemacht.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

C.D. 621.—52 : 681.14

A. Petrescu

Système de commande du calculateur analogique M.A.C. 1.

L'auteur présente dans l'article les schémas et le principe de fonctionnement du système de commande des amplificateurs opérationnels du calculateur analogique construit à l'Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej".

L'auteur indique les solutions adoptées pour écarter les signaux parasites induits au point d addition au moment de l'actionnement des relais de commande, ainsi que les solutions de simplification du réglage des coefficients des fonctions de transfert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

C.D. 621.38 : 621.3.014 : 621.317.7

I. Ponner

Étude théorique et expérimentale de la sensibilité d'une classe de détecteurs de spires en court circuit.

A partir de certaines hypothèses simplificatrices, qui n'affectent toutefois pas la validité des conclusions finales, l'auteur déduit l'expression de la sensibilité de l'appareil. L'expression de la sensibilité est ensuite particularisée pour deux cas, idéalisés : 1) Résistance nulle des spires court-circuitées, 2) Facteur de couplage unitaire.

Les résultats expérimentaux confirment bien les conclusions théoriques.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

C.D. 625.24 : 625.282—843.6 : 656.2

Al. Popa

Sur la détermination des tonnages et des vitesses optima des trains de marchandises remorqués par des locomotives Diesel 060 D.A.

Dans les calculs de traction, on établit d'habitude le tonnage des trains uniquement à partir de la condition d'utilisation de la puissance de la locomotive, sans tenir compte de la capacité de circulation et du prix du transport.

L'auteur présente dans cet ouvrage une méthode pour établir les tonnages optima et les vitesses de circulation correspondantes, du point de vue de la réalisation du trafic maximum de marchandises et des dépenses minima d-exploitation pour le remorquage des trains de marchandises par des locomotives Diesel 060 D.A.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

A. Petrescu

D.K. 621—52 : 681.14

Das Steuerungssystem des Analogrechners M.A.C.-1.

Im Aufsatz werden die Schemen und das Funktionsprinzip des Steuerungssystems der operativen Verstärker des im Polytechnischen Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" aufgebauten Analogrechners dargestellt.

Es werden die zur Beseitigung der im Summierungspunkt im Augenblick des Ansprechens der Steuerrelais induzierten Störsignale und die Vereinfachungslösungen der Regelung der Quotienten der Übertragungsfunktionen gezeigt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

D.K. 621.38 : 621.3.014 : 621.317.7

I. Ponner

Theoretische und experimentelle Untersuchung der Empfindlichkeit einer Klasse von Windungsschussprüfmessgeräten.

Ausgehend von vereinfachenden Hypothesen, welche jedoch nicht die Gültigkeit der Schlussfolgerungen einschränken, wird der Ausdruck für die Empfindlichkeit des Gerätes abgeleitet.

Diese wird dann für zwei idealisierte Fälle bestimmt: 1) der Wiederstand der kurzgeschlossenen Windungen $r_{2sc} = 0$; 2) Kupplungsfaktor $K = 1$.

Ausgehend von diesen zwei idealisierten Ausdrücken ergibt sich der Einfluss der verschieden Parameter auf die Empfindlichkeit des Gerätes, und erfolgen ebenfalls die Massnahmen, die getroffen werden können, um die Empfindlichkeit zu erhöchen.

Die experimentellen Ergebnisse bestätigen einwandfrei die Schlussfolgerungen, die sich aus den theoretischen Ausdrücken ableiten lassen

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

D.K. 625.24 : 625.282—843.6 : 656.2

Al. Popa

Beitrag zur Bestimmung des optimalen Tonnengehalts und der optimalen Geschwindigkeit der an Diesellokomotiven 060 D.A. angehängten Güterzüge.

In den Zugberechnungen stellt man den Tonnengehalt der Züge nur vom Standpunkt der Anwendungsbedingungen der Lokomotiveleistung fest, ohne dabei die Verkehrsleistung und den Kostenpreis des Transports in Betracht zu ziehen.

In der vorliegenden Arbeit wird eine Methode zur Festlegung des optimalen Tonnengehalts und der ihm entsprechenden Verkehrsgeschwindingkeit angegeben, die Erreichung des maximalen Güterverkehrs und minimalen Betriebskosten der an die Diesellokomotiven 060 D.A. angehängten Güterzüge im Auge hat.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXVIII, Nr. 6/1966

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 6

MATEMATICĂ

C.Z.: 517

EIN SYSTEM KONFORMER EBENER DARSTELLUNG *

MIHAIL ȘT. BOTEZ

Gino Loria [1] weist darauf hin, dass sich die Ebene und die Kugel einer vollkommenen Regelmässigkeit erfreuen, sodass ein Satz der an einem beliebigen Ort der Ebene oder der Kugel gültig ist, überall in der Ebene oder auf der Kugel seine Gültigkeit beibehält. Die Ebene, wie auch die Kugel, sind vom selben topologischen Typus.

Die Geometrie der Kugel kann mit Hilfe der Umwandlung durch Inversion, auf der Ebene studiert werden [2]. Zahlreich sind die in dieser Richtung angestellten Studien und ihre Ergebnisse sind äusserst interessant, doch wurde nach unserem Wissen nicht versucht, einen Zeichenriss zu entwerfen, der die von der darstellenden Geometrie geforderten Bedingungen erfüllt und der auf Grund der durch stereographische Projektion gegebenen Abbildung verwirklicht werden soll.

Im folgenden werden versuchen, einen Zeichenriss zu entwerfen, dar den oben angegebenen Bedingungen entspricht.

I. Es sei im Punktraum Σ ein fixer Punkt ω und eine bestimmte Ebene π, mit $\omega \in \pi$, die wir die Bilderebene nennen wollen.

Durch jeden Punkt M des Raumes zieht eine einzige Kugel (S), die den Mittelpunkt ω und den Radius ωM hat. Diese Kugel nennen wir Abstandkugel.

Die Ebene schneidet die Abstandkugel nach einem Kreis (C_M) mit dem Mittelpunkt in ω, und den Polen Ω und Ω_1, mit $\Omega\,\Omega_1 \perp \pi$. Den fixen Punct ω nennen wir Zeichenrisspol, während Ω und Ω_1, sind die Projektionszentren.

Die Punkte:

$$m = \Omega M \cap \pi \quad \text{und} \quad m_1 = \Omega_1 M \cap \pi,$$

bilden einen mit ω, kollinearen Bipunkt (m, m_1), welchen wir stereographisches Bild des angenommenen Punktes M nennen wollen. Die Lage der Ebene π ist gegeben (Fig. 1).

* Bericht an der wissenschafttlichen Tagung des Lehrkörpers des Bukarester Polytechnischen Instituts „Gheorghe Gheorghiu-Dej", im 28—30 mai 1965.

Aus $\Delta\,\Omega M\,\Omega_1 \sim \Delta\,\Omega\,\omega\,m$ und $\Delta\,\omega\,\Omega_1\,m_1 \sim \Delta\,\Omega\,\omega\,m$, folgt:

$$\Omega M \cdot \Omega m = 2R^2 \tag{1}$$

$$\omega m_1 \cdot \omega m = R^2 \tag{2}$$

($R = \omega M$); die Relation (2) zeigt dass, welcher auch der Punkt M sein

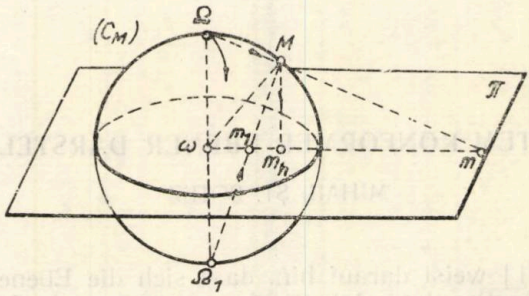


Fig. 1

möge, die Projektionen m und m_1 die wir Komponenten des Bipunkt-Bildes nennen eigentlich die Rückseite einer des andern bilden, so dass man folgende Sätze aufstellen kann:

1. **Satz**: *Jeder Punkt des Raumes hat als stereographisches Bild einen Bipunkt, dessen Komponenten im Verhältnis zu dem Pole des Zeichenrisses die Ruckseite einer desandern bilden, indem er als Inversionspotenz das Quadrat des Abstandes vom Punkt bis zum Pole des Zeichenrisses hat.*

Wenn man die verminderte Potenz der Inversion (1) berücksichtigt:

$$\varrho = \frac{\Omega M \cdot \Omega m}{2R} = R$$

so folgt, dass die Potenz ρ dieser Inversion dem Abstand des Punktes zum Pole des Zeichenrisses gleich kommt: $\rho = R$.

Um den Zeichenriss dieser Art der ebenen Darstellung des Raumes zu erhalten, klappt man den Meridiankreis entsprechend dem auf der Ebene π angenommenen Punkt um, wobei als Umklappungsachse die Gerade $\omega\,m$ angenommen wird. Die Umklappung dieses Maridians (C_M) fällt mit dem Kreis, nach welchem die Kugel (S) durch die Ebene π geschnitten wird, zusammen und gestattet die Bestimmung der Lage des gegebenen

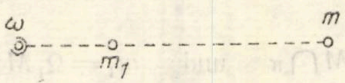


Fig. 2

Punktes im Raume. Dadurch ist die Umklappung der Gerade $\Omega\Omega_1$, deren Benennung dieselbe bleibt, senkrecht auf ωm im Pole ω des Zeichenrisses.

Der Zeichenriss des Punktes wird einfach durch das Bipunkt-Bild $M\,(m,\, m_1)$, kollinear zu ω ausgedrückt (Fig. 2).

Wir betrachten die Punkte der Halbkugel, die oberhalb des Planes π, liegen, als positiv und die den entgegenzetzten Halbkugeln angehörigen Punkte als negativ. Die Relationen:

$$\omega m > \omega m_1 \; ; \quad \omega m < \omega m_1 \quad \text{und} \quad \omega m = \omega m_1 \quad (m \equiv m_1)$$

zeigen, dass im ersten Fall der Punkt M eine positive Quote, im zweiten Fall eine negative Quote hat; im dritten Fall ist der Punkt $M \in (C_M)$, mit $C_M = (S) \cap \pi$.

Jeder Punct der Kugel (S) hat einen Gegenpunkt, mit Ausnahme des Poles, dessen Gegenpunkt im ∞ liegt.

2. **Satz.** *Das stereographische Bild (m, m_1) eines Punktes bestimmt eindeutig den Punkt, welchen er vorstellt.*

Es sei (m, m_1) das stereographische Bild des Punktes (Fig. 3).

Weil im Zeichenriss $\omega m > \omega m_1$, hat der gesuchte Punkt eine positive Quote.

Um die Höhe dieser Quote, wie auch die orthogonale Projektion des Punktes auf die Ebene π, also seine Lage im Raum zu finden, beschreibt man auf ωm als Durchmesser einen Halbkreis, der in m^*, durch die Senkrechte auf ωm in m_1 geschnitten wird. Mit ωm^* als Halbmesser beschreibt

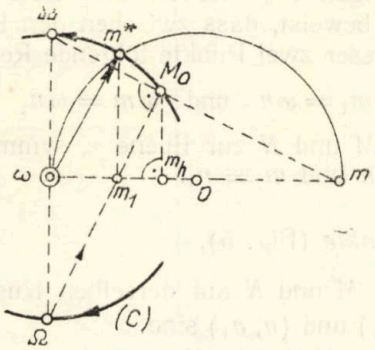


Fig. 3

man den Kreis (C) mit dem Mittelpunkt in ω. Man bemerkt, dass der Punkt, $M_0 = \Omega m \cap (C)$ die Beziehung:

$$\Omega M_0 \cdot \Omega m = 2R^2$$

befriedigt. Weil $\omega m \cdot \omega m_1 = R^2$, ist der Vektorradius $\Omega_1 m_1$ senkrecht auf Ωm, und sein Schnittpunkt mit Ωm fällt mit M_0, dessen Quote $q > 0$ ist, zusammen. Folglich ist der Punkt M eindeutig bestimmt.

Man bemerkt, dass der Kreis (C) gerade die Umklappung des Meridians, der durch M geht, auf die Ebene π ist und dass M_0 die Umklappung des gegebenen Punktes ist.

b) *Zum Pol des Zeichenrisses symmetrische Punkte (Fig. 4).*

Wenn M und N zwei zum Pole ω des Zeichenrisses symmetrische Punkte sind, so gehören sie zur selben Kugel und sind auf demselben Meridian gelegen.

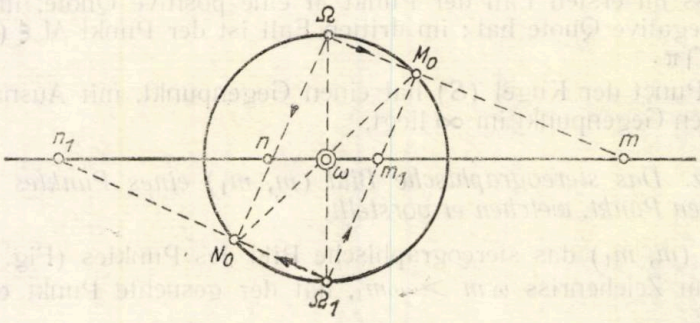


Fig. 4

Die Bipunkte (m, m_1) und (n, n_1) sind mit ω kollinear. Wenn man den Meridian, der durch die Punkte M und N geht, auf die Ebene π umklappt, so sind die Umklappungen M_0 und N_0 zum Pole ω symmetrisch. Eine einfache Demonstration beweist, dass zwischen den Komponenten der stereographischen Bilder dieser zwei Punkte folgende Relationen bestehen:

$$\omega m_1 = \omega n \quad \text{und} \quad \omega m = \omega n_1$$

Bemerkung. Wenn M und N zur Ebene π, symmetrisch sind, so folgt augenscheinlich: $m_1 \equiv n$ und $m \equiv n_1$.

c) *Kosphärische Punkte* (Fig. 5).

Es seien die Punkte M und N auf derselben Kugel (S), deren stereographische Bilder (m, m_1) und (n, n_1) sind.

Aus den Punkten M und N auferlegten Bedingungen folgt $\omega M = \omega N = R$. Die umgekehrten Werte der Komponenten m und n haben im Verhältnis zum Pole dieselbe Potenz:

$$\varrho = \omega m \cdot \omega m_1 = \omega n \cdot \omega n_1 = R^2$$

In diesem Fall ist nm antiparallel zu $n_1 m_1$ und des Viereck $mm_1 nn_1$ kann eingeschrieben werden, woraus die Eigeschaft hervorgeht: *Zwei Punkte sind auf derselben Kugel gelegen, wenn die Komponenten des Bipunkte-Bildes konzyklisch und mit dem Pole des Zeichenrisses kollinear sind.*

Unter den Komponenten, m, m_1 und n_1, n_1 sind nur drei unabhängig, weil die vierte aus der oben erwähnten Bedingung hervorgeht.

3. **Satz.** *Mehrere Punkte sind kosphärisch wenn die Bipunkte-Bilder Schnitte des Geradenbüschels sind, des als Stutzpunkt den Pol des Zeichenrisses hat, mit dem Kreisebüschel, welches durch das Bipunkt-Bild eines beliebigen, auf der in Betracht kommenden Kugel gelegenen Punktes geht.*

So kann jedes Punktepaar, welches durch das Schneiden desselben Vektorradius mit einem Kreis des Büschels entsteht, als Komponente eines

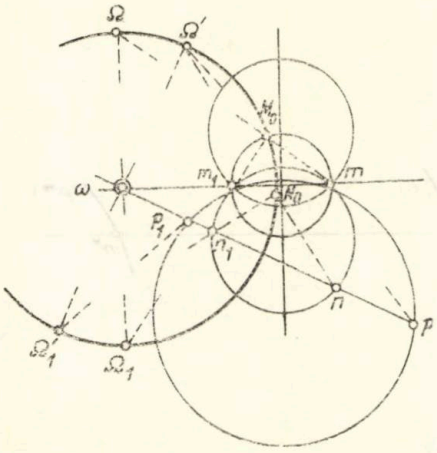


Fig. 5

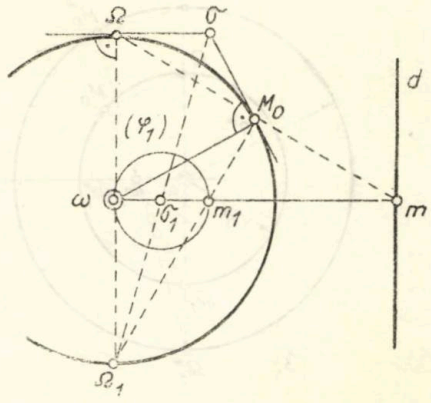


Fig. 6

der entsprechenden Kugel angenhörigen Bipunktes angesehen werden, da es die Gleichung (2)* bestätigt. Man schliesst die Projectionszentren Ω und Ω_1 aus.

Bemerkung: α) Wenn auf dem Zeichenriss nur eine der Komponenten des Bipunktes aufgezeichnet ist und sein Abstand zum Zeichenrisspol bekannt ist, so kann man immer die zweite Komponente erhalten.

β) Wenn man mit $\mathfrak{R}$ das unter den Bedingungen des vorigen Satzes gebildete Netz bezeichnet, welches wir Punktnetz der Kugel nennen werden, so bemerkt man, da drei verschiedene zusammensetzende Punkte des Netzes gegeben sind und da zwei von ihnen demselben Projektionszenter entsprechen, dass das Punktnetz $\mathfrak{R}$ der Kugel vollständig bestimmt ist.

γ) Der Kreis (Φ), der durch Ω, M und N geht, wird aus Ω_1 auf die Ebene π nach dem Kreis (φ_1) projeziert, welcher durch den Pol des Zeichenrisses und dessen Mittelpunkt (Fig. 6) die Projektion σ_1 aus Ω_1 der Spitze des Rotationskegels σ ist [2], dessen Kontaktkurve mit der Kugel der Kreis (Φ) ist [3]. Daraus folgt dass: *das stereographische Bild eines Kreises welcher durch einen der Porjektionsmittelpunkte geht, als Komponenten einen Kreis hat, der durch den Pol des Zeichenrisses geht, und eine Gerade.*

δ) Man bemerkt dass die Menge der Kreise einer einem Punkt im Raume estsprechenden Kugel, die durch einen der Projektionstelpunkte geht, ein lineares System bilden, dessen stereographisches Bild aus einem linearem System von Kreisen, die durch den Pol des Zeichenrisses gehen, und aus ihren Rückseiten im Verhältnis zu diesem Pol, gebildet wird.

d) *Sphärische Figuren mit identischen homonymen Komponenten (Fig. 7).*

Es seien zwei Figuren F und F^*, deren Projektionen (f, f_1) und (f^*, f^*_1) sind, und die auf den Kugeln (S) und (S^*) konzentrisch in ω liegen, so dass für die Punkte M_1 und M_i^* dieser Figuren auf dem Zeichenriss die Beziehung $m_i = m_i^*$ existiert.

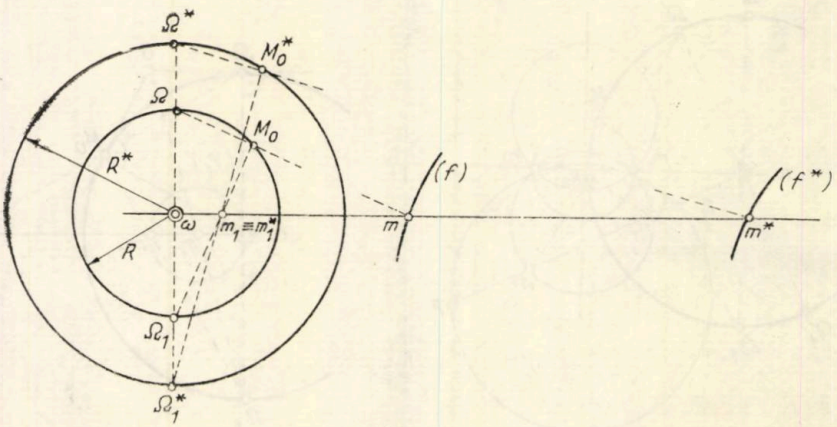


Fig. 7

Da die Halbmesser R und R^* dieser zwei Kugeln verschieden gross sind, werden die Bilder der Punkte dieser zwei Figuren, die in derselben diametralen Ebene liegen, die Relationen:

$$\omega m_1 \cdot \omega m = R^2 \quad \text{und} \quad \omega m_1 \cdot \omega m^* = R^{*2}$$

befriedigen.

Daraus folgt, dass die zusammensetzenden Figuren f und f^*, die dem zenter Ω entsprechen, homothetisch sind, da das Verhältnis der Homothetie $\lambda = R^2 : R^{*2}$ ist und da sie als Mittelpunkt den Pol ω des Zeichenrisses haben. Dies folgt daraus, dass wir auf der Ebene des Zeichenrisses zwei Inversionen desselben Pols, die derselben Figur $f_1 = f_1^*$ mit verschiedenen Potenzen angewandt werden.

Weil die Komponenten f und f^* Konformer den gegebenen Figuren F und F^* entsprechen, so folgt: *wenn die Projectionen auf 2 konzentrischen Kugeeln so liegen, dass sie ein Paar identischer homonymer komponenten haben, dann sind die entsprechenden Projektionen homothetisch wenn die Projektionen der zwei auf zwei konzentrischen Kugeln gelegenen Figuren F und F* ein Paar homonymer identischer Komponenten haben, dann sind die homothetisch.*

Bemerkung. Man bemerkt, dass die vorige Homothetie, wenn $f_1 = f_1^*$ und $f = f^*$ sind, eine identische Veränderung aufweist und daher $F = F^*$ ist.

Zwei auf zwei Kugeln (S) und (S^*) gelegenen Figuren mit dem Mittelpunkt im Pole des Zeichenrisses sind ähnlich, wenn eine der Komponenten der zwei Bilder durch ein Drehung um die Punkt ω in die Lage gebracht werden kann, mit der entsprechenden Komponente zusammenzufallen.

e) *Sphärische Dreieke mit einer der Ecken in einem der Projektionszentren* (Fig. 8).

Es sei das sphärische Dreieck ΩMN, dessen Projektion aus Ω_1 ist $\triangle\, \omega m_1 n_1$; die Projektion dieses Dreiecks aus dem zenter Ω reduziert sich auf ωm und ωn. Man kann die Winkel und Seiten des geradelinigen

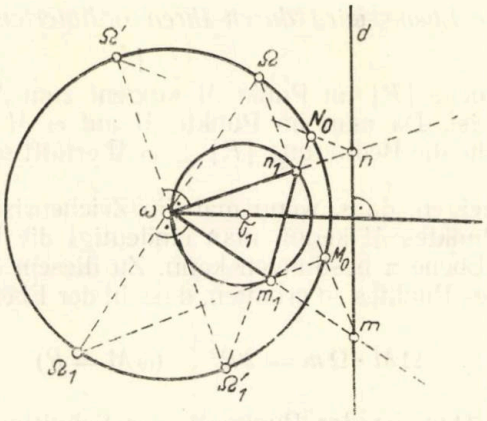


Fig. 8

Dreiecks als Funktion der Winkel $\hat{M}$, $\hat{N}$ und $\hat{\Omega}$, und die Seiten $p = \widehat{MN}$, $q = \widehat{N\Omega}$ und $r = \widehat{M\Omega}$ des sphärischen Dreiecks ΩMN finden, in dem man die Eigenschaften der beigeordneten Dreiecke *Cesaro* verwendet.

Wenn wir die von *A. Sapin* [4] erhaltenen Ergebnisse benützen, so kann man folgende Relationen zwischen den Seiten und Winkeln des geradelinigen Dreiecks $\omega\, m_1\, n_1$ und des Dreiecks Ω MN niederschreiben

$$m_1 n_1 = \frac{\sin \frac{p}{2}}{\cos \frac{q}{2} \cos \frac{r}{2}}; \quad \omega m_1 = \operatorname{tg} \frac{r}{2}; \quad \omega n_1 = \operatorname{tg} \frac{q}{2}$$

und

$$\hat{\Omega} = \hat{\omega}; \quad \hat{m}_1 = \hat{M} - \frac{\hat{\varepsilon}}{2}; \quad \hat{n}_1 = \hat{N} - \frac{\hat{\varepsilon}}{2},$$

wobei $\hat{\varepsilon}$ der sphärische Exzess des Dreiecks ΩMN ist.

Aus dem oben Gesagten geht hervor :

Das Bild eines sphärischen Dreiecks mit einer Spitze in einem der Projektionszentren hat als Komponenten ein Dreieck Cesaro und eine Gerade, die Rückseite des diesem Dreieck umschriebenen Kreises, im Verhältnis zum Zeichenrisspol, bildet.

II. *Die Ebene :*

a) Um eine Ebene $[P]$ darzustellen, zieht man das Nullsystem [5] in Betracht, welches von der Ebene und dem Berührungspunkt mit seiner Abstandkugel gebildet wird. Die so bestimmte Ebene bezeichnen wir $[P\,;\,(m,\,m_1)]$.

4. **Satz.** *Eine Ebene wird durch ihren ordinierten Punkt vollständig bestimmt.*

Es sei die Ebene $[P]$ im Punkt M tangent zum Abstandkugel, deren Halbmesser $\omega\,M$ ist. Da man im Punkte M auf $\omega\,M$ eine einzige Ebene ziehen kann, welche die Bedingung $[P] \perp \omega\,M$ erfüllt so folgt das der obige Satz bewiesen ist.

Wir wollen zeigen, dass, wenn man im Zeichenriss das Bild $(m,\,m_1)$ des ordinierten Punktes M kennt, man eindeutigt die Lage der Ebene im Hinblick auf die Ebene π bestimmen kann. Zu diesem Zweck soll man die Umklappung dieses Punktes so erhalten, dass in der Ebene des Zeichenrisses die Relation

$$\Omega M \cdot \Omega m = 2R^2\,, \quad (\omega M = R)$$

befriedigt wird,

Da $m_1 M \perp \Omega m$, ist der Punkt M der Schnittpunkt zwischen dem auf $m_1 m$ als Durchmesser beschriebenen Halbkreis mit dem Kreise (C_M)

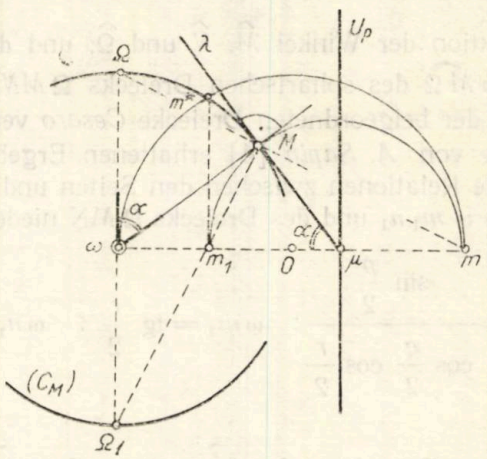


Fig. 9

der die Umklappung des dem Punkt M entsprechenden Meridians ist. Die Umklappung des Meridians (C_M) hat als Halbmesser $\omega\,m^*$ (2. Satz), wo m^* der Schnittpunkt zweischen $m_1\,m^* \perp \omega\,m$ und dem auf $\omega\,m$ als Durchmesser beschriebenen Halbkreis ist (Fig. 9).

Wenn man den Schnitt

$$\lambda = [P] \cap [\Omega_1\,\Omega\,M]$$

in Betracht zieht, so bemerkt man, dass diese Gerade tangent in M zu (C_M) ist und dass sie gleichzeitig die Gerade mit der grössten Steigung der Ebene $[P]$ ist.

Wenn wir $\mu = \lambda \cap \omega m$, notieren so geht hervor, das $\widehat{\alpha} = \sphericalangle \lambda \mu \nu$ der Winkel ist, welchen die Ebene $[P]$ mit der Ebene der Bilder π bildet, während $U_P \perp \omega m$ im Punkte μ der Schnitt dieser zwei Ebenen ist.

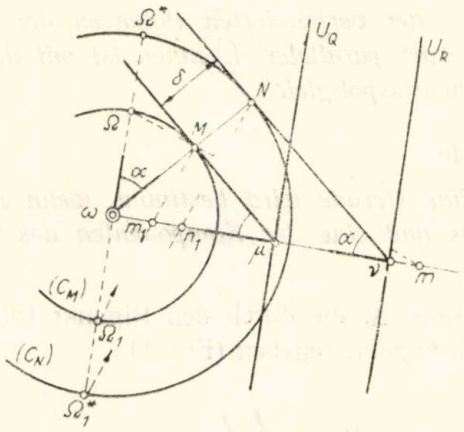


Fig. 10

Bemerkung. Man bemerkt, dass (C_M) orthogonal zum auf mm_1 als Durchmesser beschriebenen Halbkreis ist und infolgedessen μ der Mittelpunkt dieses Kreises ist. Auf dem Zeichenriss ist also M die Schnitt punkt der Halbkreisen mit den Durchmessern $\omega\mu$ und mm_1 wo μ der Mittelpunkt des zweiten Halbkreises ist.

b) 5. Satz. *Zwei Ebenen sind palallel, wenn ihre ordinierten Punkte kollinear zum Zeichenrisspol sind (Fig. 10).*

Es seien die Ebenen $[Q\,;\,(m, m_1)]$ und $[R\,;\,(n, n_1)]$, die durch die Bilder ihrer ordinierten Punkte $M\,(m, m_1)$ und $N\,(n, n_1)$ gegeben sind. Wenn M und N mit ω kollinear sind, folgt aus den ähnlichen Dreiecken:

$$\Delta\,\omega M m_1 \sim \Delta\,\omega N n_1 \;;\; \Delta\,\omega M m \sim \Delta\,\omega N n$$

(n, im Zeichenriss nicht verzeichnet), folgende Relation:

$$(\omega m_1 n_1) = (\omega m n)$$

welche die Bedingung enthält, dass die Punkte M und N des Raumes kollinear mit ω sind. Wenn die Bedingung (3) im Zeichenriss erfüllt ist, so konstruiert man die Abstandkreise (C_M) und (C_N), derer Tangenten, in M und in N, $M\mu \parallel N\nu$ sind; also ist $\sphericalangle\, \omega\mu M = \sphericalangle\, \omega\nu N = \widehat{\alpha}$, und die Spuren $U_Q \parallel U_R$ sind Senkrechte auf dieselbe Gerade $\omega\, m$. Folglich ist $[R] \parallel [Q]$.

Bemerkung. a) Man bemerkt, dass der Abstand δ zwischen den Ebenen [R] und [Q] : $\delta = R^* - R$ ist, wobei $\omega M = R$ und $\omega N = R^*$

b) Wenn wir in Betracht ziehen, dass

$$(\omega \mu \nu) = (\omega M N)$$

wobei $M\omega = R$ und $\omega N = R^*$ gerade die verminderten Iversionspotenzer der Punkte M und N sind, so folgt, dass :

Das Werhältnis der verminderten Potenzen der Inversion der ordinierten Punkte zweier paralleler Ebennen ist mit dem Verhältnis ihrer Abstände zum Zeichenrisspol gleich.

III. *Die Gerade*

a) 6. **Satz.** *Eine Gerade wird bestimmt, wenn man das Bild eines ordinierten Punktes und eine der Komponenten des Bildes der Geraden kennt.*

Es sei die Gerade Δ, die durch den Bipunkt (m, m_1) und die Komponente δ, die durch m geht, gegeben (Fig. 11).

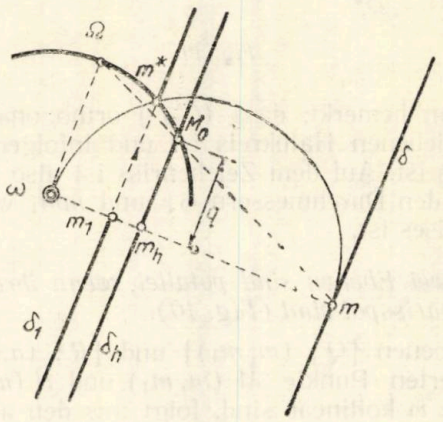


Fig. 11

Diese Gerade gehört zur Ebene [P], die tangent zur abstandkugel in M ist ; ihre Spur auf der Ebene π ist $U_P \perp \omega m$ im Punkte $\mu = \frac{mm_1}{2}$.

Also die Spur der Geraden Δ auf der Ebene π ist $u = \delta \cap U_p$. Dann ist die zweite Komponente des gesuchten Bildes $\delta_1 = \omega m_1$. Da die verwendete Abbildung konform ist, folgt dass $\hat{\alpha} = \sphericalangle \mu um = \sphericalangle \mu um_1$, der Winkel ist, den die Gerade mit der Ebene π bildet. Folglich ist die Gerade Δ bestimmt.

b) Wenn die Komponente δ auf ωm (Fig. 12) senkrecht ist, so schneidet die aus μ — die Hälfte des Abschnittes mm_1 — geführte Senkrechte die Komponente δ in ∞, also ist die betreffende Gerade parallel zur Ebene π.

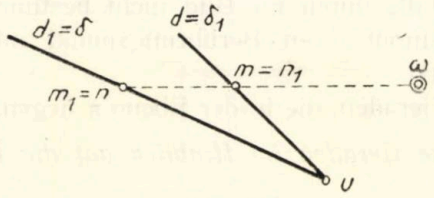


Fig. 12

Die zwei Komponenten des Bildes sind $\delta \parallel \delta_1$; die Quote des ordinierten Punktes ist $q = M_0 m_h$. Die orthogonale Projektion der Geraden ist δ_h.

c) *Die Bestimmung des Abstandpunktes einer Geraden, die durch ihre Komponenten δ und δ_1 gegeben ist* (Fig. 13).

Es sei die Gerade Δ, deren Komponenten des Bildes δ und δ_1 sind.

Der Punkt $u = \delta \cap \delta_1$ ist die Spur der Geraden auf der Ebene π. Um den Abstandpunkt der Geraden Δ zu erhalten, konstruieren wir die Halbierende des Winkels $\sphericalangle(\delta_1, \delta)$ und von ω führt man eine Senkrechte auf die Halbierende. Man erhält auf diese Weise die Punkte m und m_1 die die Komponenten des Bildes des gesuchten Punktes sind.

Dies ist die einzige Lösung, weil, wenn man die Halbierende des suplimentären Winkels berücksichtigt, so schneidet die aus ω vorher konstruierte Senkrechte die Kemponenten δ und δ_1 in den Punkten n und n_1, die auf einer

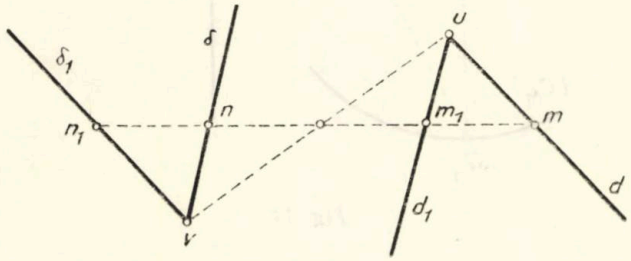


Fig. 13

Seite und der andern des Zeichenrisspols gelege sind, was zur Relation $\omega\, n_1 \cdot \omega\, n < 0$ führt, welche zeigt, dass die Inversion von n und n_1 *im* Verhältnis zu dem Pol ω eigentlich nicht ist, wie zegeigt wurde.

Bemerkung. Wie tangenten Geraden in einem der Projektionszentren Ω oder Ω_1 haben kein bestimmtes Bild, weil sie zu der Ebene $[T]$,

welche tangent an die Abstandkugel in einem der Punkte Ω oder Ω_1 ist, gehören und jede Gerade, die durch den Berührungspukt geht, hat dasselbe Bild.

Wenn die Gerade in einer senkrechten Ebene zur Ebene π gelegen ist, kann man sie ebenfalls durch ihr Bild nicht bestimmen, da jede Gerade dieser Ebene, die durch ihren Berührungspunkt mit der Abstandkugel geht, $m = m_1 = u$ hat.

Es werden die Geraden, die in der Ebene π liegen, ausgeschlossen.

d) *Symmetrische Geraden im Hinblick auf die Bilderebene oder auf den Zeichenrisspol.*

Die simmetrischen Geraden haben im Hinblick auf die Bilderebene dieselbe Abstandkugel und dieselbe Spur $u = v$, Wenn also D und Δ zwei symmetrische Geraden im Hinblick auf π sind, so sind ihre ordinierten Punkte M und N simmetrische zu dieser Ebene (Fig. 14).

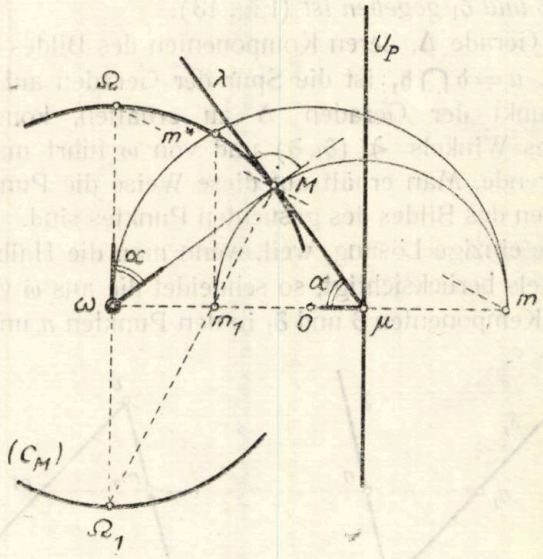


Fig. 14

In dem wir das bei der Bestimmung der Projektionen symmetrischer Punkte im Hinblick auf die Ebene π Erörterte anwenden, erhalten wir $d \equiv \delta_1$ und $d_1 \equiv \delta$.

Wenn D und Δ zum Pol ω des Zeichenrisses symmetrisch sind, dann ist $D \parallel \Delta$ und ihre Bilder werden symmetrisch zu ω sein, so dass $d \parallel \delta_1$ und $d_1 \parallel \delta$ sein werden. Ihre Spuren u und v sind ebenfalls symmetrisch zum Pole ω (Fig. 15).

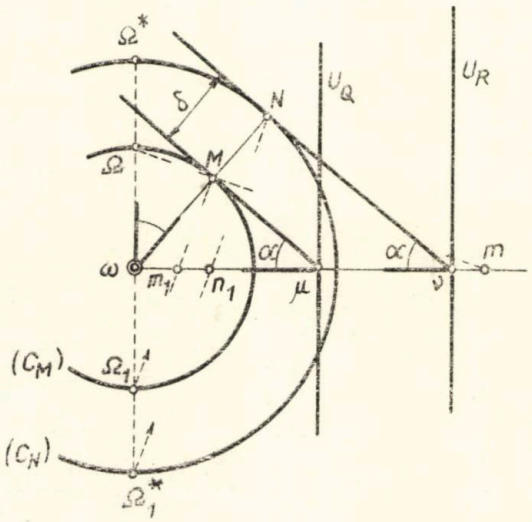


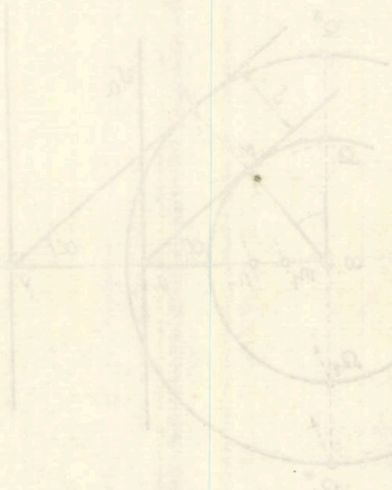
Fig. 15

In einer zukünftigen Arbeit wollen wir grundlegende Probleme der Inzidenz und die Anwendung dieses Modell-Plans des Raumes beim darstellenden Studium der Lobacevski-Bolyai-Geometrie mit hilfe das Modells Poincaré behandeln.

Katheder der darstellende Geometrie
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bukarest

LITERATUR

1. *Gino Loria:* Perfectionnements, evolution du concept de coordonées. — Mathematica XXI pag. 74 — Cluj.
2. *C. Ionescu-Bujor:* Transformări Geometrice — partea II. 1959 Edit. Tehnică — București.
3. *Müller-Kruppa:* Darstellende Geometrie. Teil III. s. 371. Berlin. 1936.
4. *A. Sapin:* Sur la trigonométrie sphérique — Mathesis XLVIII. pg. 161 — Bruxelles.
5. *Felix Klein, bearbeitet von Blaschke:* Vorlesungen über höhere Geometrie s. 63. — New-York 1949.



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 6

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z.: 541.132 : 546.723 : 544.17

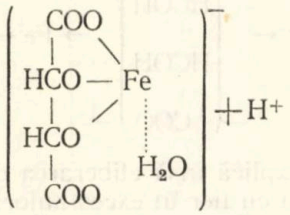
CONTRIBUȚII LA ELUCIDAREA MECANISMULUI DE REACȚIE DINTRE IONUL DE FIER TRIVALENT ȘI ANIONUL TARTRIC *

H. BEDNAR, I. MANU
Catedra de chimie
Institutul politehnic Brașov

Introducere

Este cunoscut de multă vreme faptul că hidroxiacizii organici au capacitatea de a reține în soluție metalele polivalente, la adaus de alcalii prin formarea unor combinații complexe.

Printre primii autori care au studiat comportarea ionului de fier trivalent în prezența tartraților alcalini, trebuie amintit A. PAIRA (1), care a observat că la tratarea unui mol de $FeCl_3$ cu 1 mol de TNa_2 și adaus de 1/2 moli Na_2CO_3 se degaje bioxid de carbon și se formează un precipitat galben, care se dizolvă la adaus de încă 1/2 moli Na_2CO_3. PAIRA formulează acidul feritartric cu două inele chelatice :



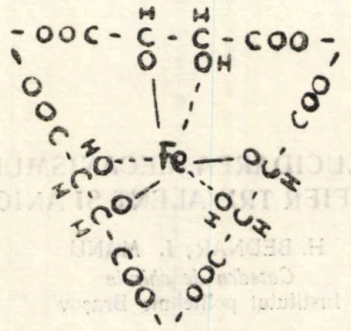
În privința raportului de combinare dintre ionul fier trivalent și anionul tartric în literatura de specialitate se găsesc date foarte contradictorii evidențiindu-se de către diferiți autori rapoartele molare : $C_4O_6H_4^{2-}$: Fe^{3+} 1:1, 2:3, 3:2, 2:1, 3:1 etc.

Astfel GROSSMANN și LOEB (2) găsesc în urma unui studiu polarimetric raportul doi tartrat la un fier atît în mediul acid cît și în cel alcalin.

---

* Lucrarea comunicată le sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 28—30 mai 1965

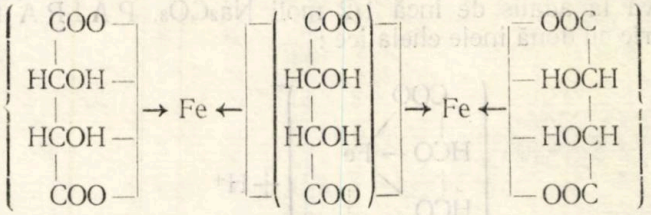
W. FRANKE (3) completează rezultatele lui PAIRA arătînd că se eliberează 2H pentru $1Fe^{3+}$, în decursul reacției dintre tartratul neutru și clorură ferică. În domeniul alcalin indică formarea altui complex colorat în verde, corespunzător raportului trei tratrat la un fier cu structura :



DEHAL și PARISELLE (4) stabilește în urma unor studii polarimetrice formarea de acid feritartric în mediu acid și neutru și de acid tritartratoferic în mediu alacalin, pe care-l formulează însă cu sodiul în sfera internă :

$$(C_4O_6H_3Na_2)_3\,Fe$$

BOBTELSKY și JORDAN (5) găsesc prin mai multe metode raportul de combinare trei tartrat la doi fier, admițînd următoarea formulare :



Această formulare nu explică însă eliberarea de ioni de hidrogen, relevată de alți autori. În sistem cu fier în exces autorii citați admit și raportul doi tartrat la trei fier. Ei nu amintesc nimic despre acidul feritartric.

E. POULENC — FERRAND (6) cercetînd pragul de precipitare a unei soluții de clorură ferică cu carbonat alcalin, în prezență de acid tartric, găsește un acid feritartric, iar în sisteme cu exces de acid tartric găsește acid tritartratoferic, atribuind acestor combinații următoarele formulări :

$Fe_4(C_4O_6H_4)_3(OH)_4H_4 \cdot 10H_2O$ raport 3T : 4Fe

$Fe(C_4O_6H_4)_3(OH)_4H_4$ raport 3T : 1Fe

O serie de autori ca BABKO, I. CĂDARIU, L. ONICIU, T. GOINA, Z. ANDREI (7, 8, 9, 10) au arătat că este necesară prezența

concomitentă a unor grupări hidroxilice și a unor grupări acidifiante (carboxil, fenil etc.) în poziția α pentru formarea unor combinații complexe stabile, dintre metalele trivalente și hidroxianionii organici, eliberîndu-se totodată hidrogenul de la grupele alcoolice sub formă de ioni de hidrogen.

După părerea altor autori ca IVEKOVIC (11) și poliolii singuri ar avea capacitatea de disimulare a ionilor trivalenți fier, aluminiu și crom.

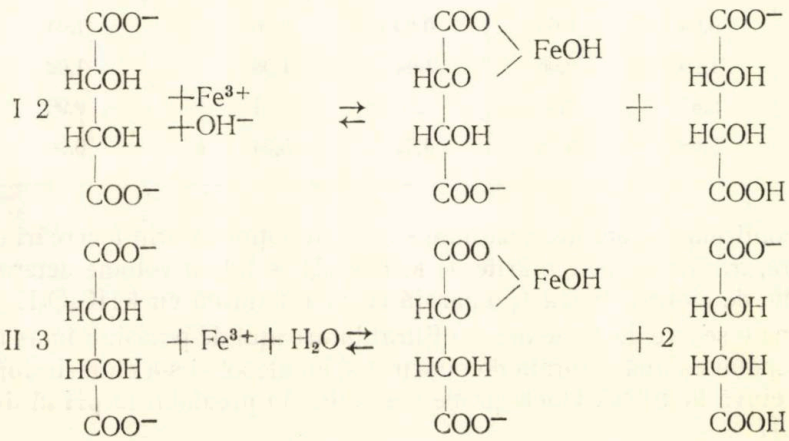
În fine mai trebuiesc amintite lucrări ale unor autori ca: BACHMANN (12) și DUMANSKY (13) care consideră formarea combinațiilor complexe drept un stadiu intermediar în sinteza unor micele coloide, hidroxianionul avînd rolul de peptizator.

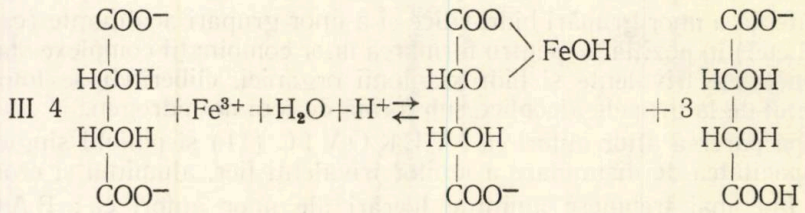
Partea experimentală.

În lucrărie noastre anterioare (14, 15, 16, 17, 18, 19, 20) am urmărit echilibrul dintre ionul de fier trivalent și anionul tarctric prin mai multe metode fizico-chimice, găsind în mediu acid și neutru rapoartele molare de 1Fe la 1T și 1Fe la 2T iar în mediu alcalin de 1Fe la 3T.

În baza unor rezultate analitice calitative, am putut arăta că stoechiometria de reacție nu este în concordanță cu cea de combinare, formîndu-se în mediu acid o singură combinație complexă între fier trivalent și anionul tartric corespunzătoare raportului molar de 1 : 1 între componenți.

În prezenta notă se aduc dovezile cantitative pentru ipoteza admisă. În acest scop am făcut amestecuri de sare seignette cu clorură ferică și am adus pH-ul acestor amestecuri la valoarea 3,56 cu ajutorul unui pH-metru MV12 prevăzut cu electrodă de sticlă. Aducerea la pH-ul corespunzător s-a făcut fie cu hidroxid de sodiu fie cu acid clorhidric, deoarece pH-ul 3,56 este cel al unei soluții saturate de bitartrat de potasiu, care de altfel este și recomandată ca soluție tampon standard. La acest pH precipită tot anionul tartric neangajat în complex cu fierul, iar acidul feritartric format trece în sarea de sodiu ușor solubilă conform schemelor de reacție:





Aceste scheme se bazează pe faptul că amestecul de clorură ferică cu sare seignette are pH-ul aproximativ 2,80 pentru raportul 1:2 dintre fier și anionul tartric și aproximativ 3,56 pentru raportul 1:3 iar pentru raport 1:4 pH-ul este aproximativ 4,30.

Totodată pentru a aduce pH-ul primului sistem la 3,56 este necesar aproximativ 1 echivalent de bază iar în cazul sistemului 3 de aproximativ un echivalent de acid tare.

Din tabelul 1 se poate vedea că 1 atom gram de Fe reține aproximativ 1 mol de tartrat, indiferent de excesul în anion tartric prezent în soluție. Pentru compensarea eventualelor pierderi de bitartrat de potasiu s-au preparat toate soluțiile cu apă saturată cu bitartrat de potasiu la 20°C în loc de apă distilată, la fel s-au executat toate spălările cu apă saturată cu bitartrat, precum și o recristalizare a precipitatului de $KHC_4O_6H_4$, după o prealabilă ședere de aproximativ 48 de ore. În final precipitatul s-a spălat cu alcool și s-a cîntărit după o uscare în etuvă la 105°C.

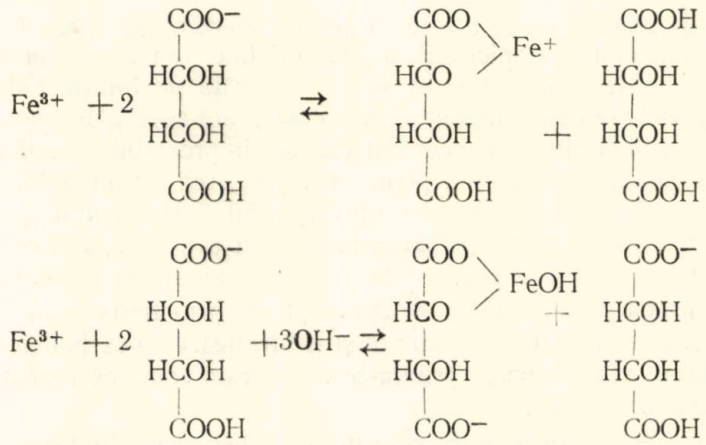
Tabel 1

Raport T : Fe	moli KHT cîntăriți pentru 1 atom gram de Fe				moli tartrat reținuți de 1 atom gram de Fe
	Proba 1	Proba 2	Proba 3	Proba medie	
2 : 1	0,96	1,03	0,89	0,96	1,04
3 : 1	1,90	2,06	1,98	1,98	1,02
4 : 1	2,87	3,06	3,10	3,01	0,99
6 : 1	5,08	5,12	4,92	5,04	0,96

O confirmare a acestor rezultate s-a putut obține și prin încercări de solubilizare, tratînd probe cîntărite de $KHC_4O_6H_4$ solid cu volume determinate de soluție de clorură ferică (preparată cu apă saturată cu $KHC_4O_6H_4$).

După o ședere de 48 de ore s-a filtrat bitartratul de potasiu rămas nesolvit, s-a spălat cu apă saturată de bitartrat și cu alcool și s-a cîntărit după uscare în etuvă la 105°C. Unele probe s-au adus în prealabil la pH-ul de 3,56 cu NaOH.

Din tabelul 2 se poate vedea că pentru un atom gram de Fe se solvă aproximativ 2 moli de bitartrat de potasiu, iar dacă în prealabil pH-ul s-a adus la 3,56 doar un singur mol de bitartrat după schemele probabile :



Tabel 2

Soluție $FeCl_3$	moli KHT solviți	pH	Soluție $FeCl_3$	moli KHT solviți	pH
0,05	2,07	1,70	0,05	1,09	3,56
0,10	1,98	1,40	0,10	1,04	3,56

Considerînd că aceste date, reprezintă dovezi concludente că stoechiometria de reacție nu concordă întotdeauna cu cea de combinare, în cazul interacțiunii dintre ionul de fier trivalent și anionul tartric se formează în mediu acid și neutru numai o singură combinație corespunzătoare raportului molar de 1:1.

La încercările de neutralizare ale amestecurilor de tartrat neutru cu clorură ferică, am obținut maxime pe curbele de proprietate fizico-chimică — compoziție corespunzătoare raportului molar $3OH^-$ la 1 Fe^{3+} indiferent de excesul în anion tartric prezent și totodată se produce schimbarea culorii soluțiilor în verde.

Pe baza acestor date formulasem ipoteza că în mediu alcalin se formează alt complex în raport de 3:1 după schema probabilă :

$$3C_4O_6H_4^{2-} + Fe^{3+} + 3OH^- \rightleftarrows [(C_4O_6H_3)_3Fe]^{6-} + 3H_2O$$

Pentru a putea dovedi existența complexului tritartric care se formează în mediu alcalin, am preparat acest complex în stare solidă dizolvînd împreună tartrat de sodiu și clorură ferică în proporție stoechiometrică în cît mai puțină apă și am adăugat la soluția brună obținută soluție saturată de hidroxid de sodiu pînă la virajul spre verde al soluției. Prin spălări repetate ale

soluției cu alcool s-au extras sărurile neutre și excesul de apă, soluția de complex devenind vîscoasă și pînă la urmă cristalină. S-au obținut cristale verzi deschis care s-au separat prin filtrare la trompă și pe urmă s-au uscat în exicator peste pentoxid de fosfor.

Deoarece încercările de a efectua analiza elementară nu au fost concludente din cauza higroscopicității acestor cristale, am recurs la dizolvarea complexului uscat în exicator, în soluție saturată de bitartrat de potasiu, am adăugat clorură de potasiu în stare solidă și am adus pH-ul acestor soluții la 3,56 cu acid clorhidric concentrat (la care în prealabil s-a adăugat 0,8 g bitartrat de potasiu la 100 ml. pentru compensarea eventualelor pierderi). După o ședere de 24 de ore s-a filtrat precipitatul de bitartrat de potasiu format s-a recristalizat din soluție saturată de bitartrat, s-a spălat cu apă saturată cu bitartrat și cu alcool și s-a cîntărit după uscare la 105°C în etuvă.

Într-o probă paralelă s-a distrus complexul prin fierbere cu acid sulfuric concentrat, s-a filtrat după diluare și neutralizare de cărbunele format și s-a dozat fierul gravimetric, găsindu-se că 1 gram complex (uscat în exicator) conține 0,0701 g fier.

Făcînd acum raportul între conținutul în fier și cantitatea de bitartrat separată se poate vedea că se separă aproximativ 2 moli de bitartrat pentru 1 atom gram de fier, după cum rezultă din tabelul 3.

Tabel 3

Complex cîntărit	Conținut în Fe (grame)	$C_4O_6H_5K$ separat	moli $C_4O_6H_5K$ separați pentru 1 atom gram Fe
5,0284	0,3525	2,3010	1,95
9,8090	0,6876	4,4004	1,91
12,4990	0,8762	5,8945	1,98

Acest fapt reprezintă o dovadă suficient de concludentă pentru existența complexului tritartric în mediu alcalin.

Concluzii.

În lucrarea de față s-au arătat în prima parte aspectele contradictorii din literatura de specialitate privitoare la reacția dintre ionul de fier trivalent și hidroxianionii organici.

Se relevă faptul că în cazul aplicării metodelor fizico-chimice nu există totdeauna concordanță între stoechiometria de reacție și cea de combinare. Se aduce dovada că între ionul de fier trivalent și anionul tartric se formează doar două combinații complexe corespunzătoare raportului molar 1:1 dintre componenți în mediu acid și neutru și de 3 anioni tartrici la 1 Fe^{3+} în mediu alcalin.

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Paira:* Ber. dtsch. chem. Ges. *47*, 1773.
2. *H. Grossmann, A. Loeb:* Z. phys. Chem. 72 102, (1910).
3. *W. Franke:* Liebigs. Ann. Chem. *475*, 37 (1929); *486*, 242 (1931).
4. *I. L. Delsal; H. Pariselle:* C.R.h.S. Acad. Sci *198*, 83 (1934).
5. *M. Bobtelsky;* I. Jordan: J. americ. chem. Soc. *67*, 1842 (1945).
6. *E. Poullenc-Ferrand*: C.R.h.S. Acad. Sci. *210* 299 (1940).
7. *A. K. Babko, T. N. Rișcova:* J. O. himii *18* 1617 (1948).
8. *I. Cădariu, L. Oniciu:* Studii și cercetări chimie Cluj X *1* 113 (1959).
9. *I. Cădariu, T. Goina:* Stud. Univ. Babeș-Bolyai Cluj III *4* fasc. 2 chem. 10/1958.
10. *I. Cădariu, Z. Andrei:* Stud. Univ. Babeș-Bolyai Cluj Ser. Chem. fasc. 2 59 (1962).
11. *H. Ivekovic, T. Urbach, G. Pavlovic:* Croat. Chem. Acta. *28*, 101 (1958).
12. *W. Bachmann:* Kolloid Z. *47*, (1929).
13. *A. Dumansky:* Kolloid Z. *60*, 39 (1932); Kolloid, Beich. *31*, 318 (1932).
14. *I. Cădariu, H. Bodnar:* Stud. Univ. Babeș-Bolyai I, *2* 7 (1959).
15. *H. Bednar:* Rev. de Chimie *14* 403 (1963).
16. *H. Bednar, V. Bednar:* sub tipar Bul. Fac. Ind. Lemn.
17. *H. Bednar:* sub tipar Bul. Fac. Ind. Lemn.
18. *H. Bednar, V. Palenici:* sub tipar Bul. Fac. Ind. Lemn.
19. *H. Bednar, V. Bednar, E. Șuteu, I. Lupu:* sub tipar Bul. Fac. Ind. Lemn.
20. *H. Bednar:* sub tipar Bul. Fac. Ind. Lemn.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 6

C.Z.: 621.921 : 691.5 : 539.4 : 666.96 : 621.315.616

REZISTENȚA MATERIALELOR

CARACTERISTICI MECANICE ALE MATERIALELOR ABRAZIVE CU LIANT DE BACHELITĂ*

V. BOGDAN, O. BOGDAN, F. HELTAY

Una din problemele actuale ale construcției discurilor abrazive, este mărirea vitezei periferice deci a turației, ceea ce conduce la mărirea vitezei de lucru și îmbunătățirea calității produselor prelucrate. Rezolvarea problemei depinde și de îmbunătățirea lor.

Pentru materialele abrazive cu liant ceramic se găsesc diverse date asupra caracteristicilor mecanice în lucrările (1), (2) etc.

Pentru materialele care au ca liant bachelita nu se cunosc suficiente date despre caracteristicile lor mecanice.

Lucrarea de față prezintă rezultatele și concluziile obținute din încercarea cîtorva materiale abrazive cu liant de bachelită. S-au făcut încercări de întindere, compresiune și încovoiere pe baza cărora s-au stabilit curbele caracteristice și coeficientul lui Poisson.

1. *Încercarea la întindere.*

Experiențele s-au făcut pe epruvete de forma celei din fig. 1. Încercarea la întindere s-a făcut la o mașină universală epruveta fiind prinsă între fălcile unui dispozitiv ce se vede în fig. 2. Pe porțiunea de secțiune constantă a epruvetei, s-a fixat pe cele două fețe extensometrul cu două oglinzi, astfel încît, denivelările produse de așezarea epruvetei între fălci în timpul încercării să poată fi compensată prin dubla citire. In acest fel deformația reală este media celor două citiri simultane ale deformațiilor înregistrate pe cele două direcții opuse.

Baza de măsurare a extensometrului a fost $l_0 = 100$ mm.

Pentru fiecare epruvetă a fost măsurată aria secțiunii transversale inițiale A_0 care este indicată în tabela cu rezultatele experiențelor.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 27—29 mai 1966.

Întrucît înălțimea prismei mobile a extensometrului este $h = 4{,}6$ mm, iar distanța de la lunetă la oglindă a fost $d = 2{,}76$ m rezultă raportul de amplificare al deformațiilor

$$n = \frac{2 \times 2{,}76 \times 10^3}{4{,}6} = 1200 \text{ ori.}$$

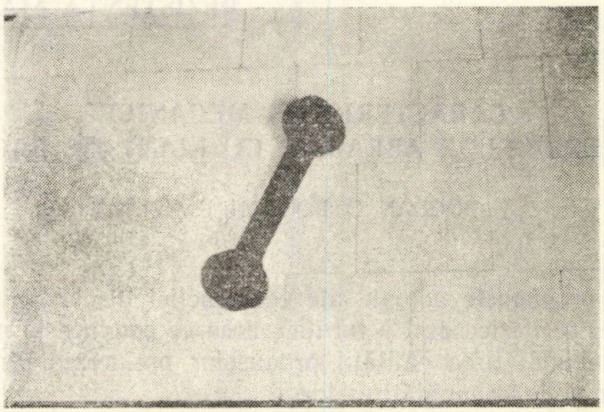


Fig. 1

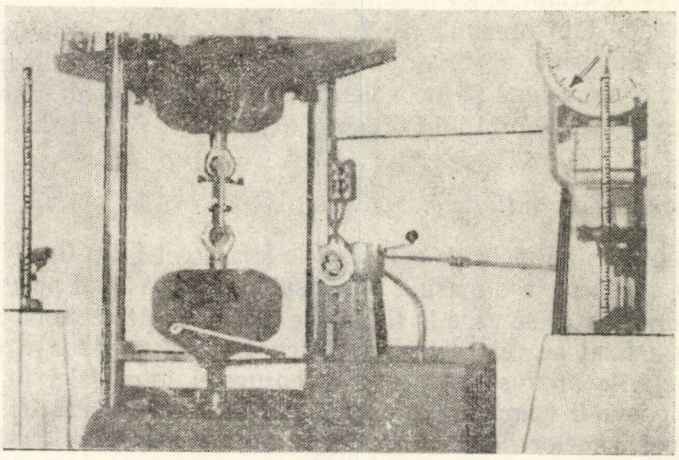


Fig. 2

Încercarea la întindere s-a făcut pe epruvete construite din două materiale diferite, denumite prin materialul 1, 1 *A* 2 și 2 *A*.

Materialele 1 și 2 diferă între ele prin mărimea granulelor de electrocorindon și forța de presare aplicată la formare.

Materialele denumite prin 1 *A* și 1 *B* au aceiași compoziție cu a materialelor 1 și 2, însă în masa lor au fost introduse inserții din plase din bumbac cu vată de sticlă dispuse în sens longitudinal (fig. 3).

In general încercarea nu a fost dusă pînă la rupere pentru a se observa comportarea materialului la descărcare și apoi, pentru a se observa com-

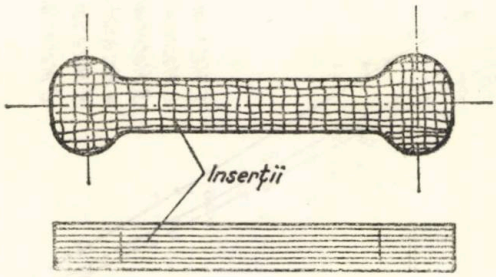


Fig. 3

portarea lui în a doua și a treia încărcare. Abia după aceia s-a încărcat epruveta pînă la rupere pentru a se putea stabili ultima parte a curbei caracteristice.

Rezultatele experiențelor sînt arătate în tabelele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 și 8.

Pe baza acestora se obțin curbele caracteristice din fig. 4.

Rezultă de aici că pentru materialul abraziv cu liant de bachelită, curba caracteristică este tehnic liniară pe o foarte mare porțiune, deformațiile mărindu-se numai în apropierea zonei de rupere. De asemenea se observă că acest material revine după descărcare la dimensiunile inițiale, deci este elastic.

Pentru epruvetele cu inserții din plase de bumbac cu vată de sticlă se observă o mică creștere a rezistenței la rupere, însă pe primul interval comportarea este identică cu a epruvetelor fără inserții. Rezultă că acestea rezolvă deocamdată numai problema securității muncii, întrucît la ruperea discului — care este casant — desprinderea bucăților de abraziv este amortizată de inserții.

2. *Încercarea la compresiune.*

Experiențele s-au făcut pe epruvete de forma din fig. 5.

Epruveta a fost comprimată între fălcile mașinii universale fără a fi dusă la rupere pentru a se observa comportarea la descărcare și la reîncărcare.

Măsurarea deformațiilor s-a făcut pe baza tensometriei electrice, cu mărci avînd baza de măsurare $l = 5$ cm pentru a se obține o valoare medie a deformației specifice.

Pentru experimentare s-au utilizat două materiale denumite materialul 1 și 2 diferind între ele prin mărimea granulației și a forței de presare.

Rezultatele experiențelor sînt cuprinse în tabela 6.

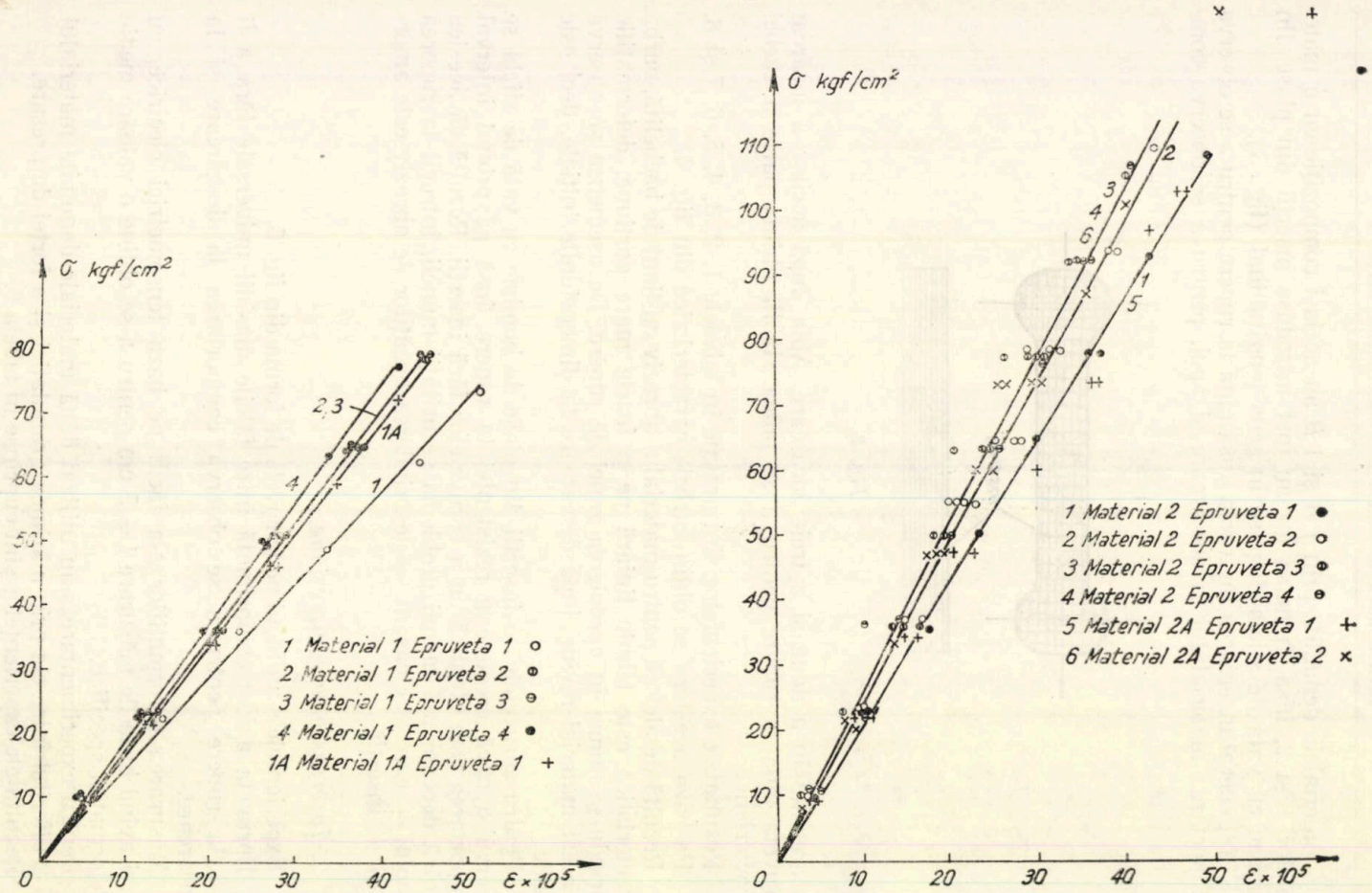

σ kgf/cm²
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
40
50
ε × 10⁵
2,3
1A
4
1
1 Material 1 Epruveta 1
2 Material 1 Epruveta 2
3 Material 1 Epruveta 3
4 Material 1 Epruveta 4
1A Material 1A Epruveta 1
σ kgf/cm²
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
40
50
ε × 10⁵
2
3
4
6
1
5
1 Material 2 Epruveta 1
2 Material 2 Epruveta 2
3 Material 2 Epruveta 3
4 Material 2 Epruveta 4
5 Material 2A Epruveta 1
6 Material 2A Epruveta 2

Fig. 4

Tabela 1

Material 1, epruveta 1 $A_0 = 2{,}75 \times 2{,}62 = 7{,}1$ cm²

P kgf	σ kgf/cm²	Încercarea 1		
		$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	0	
70	9,9	5,83	5,83	1,69
161	22,7	14,6	14,6	1,56
252	35,5	23,7	23,7	1,50
345	48,6	33,3	33,3	1,46
440	62,0	43,8	43,8	1,42
520	73,0	51,0	51,0	1,44
Epruveta s-a rupt la $\sigma_r = 73$ kgf/cm²				

Tabela 1

Material 1, epruveta 2 $A_0 = 2{,}73 \times 2{,}53 = 6{,}9$ cm²

P kgf	σ kgf/cm²	Încercarea 1		
		$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	0	
70	10,2	6,7	6,7	1,52
161	23,4	12,1	12,1	1,93
252	36,5	20,8	20,8	1,76
345	50	25,9	25,9	1,94
440	64	35,4	35,4	1,81
538	78	44,6	44,6	1,75
639	92,5	52,0	52,0	1,78

Tabela 1

Material 1, epruveta 3, $A_0 = 2{,}53 \times 2{,}7 = 6{,}83$ cm²

P kgf	σ kgf/cm²	Încercarea 1			Încercarea 2		
		$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	0		0	0	
70	10,3	4,58	4,58	2,20	4,58	4,58	2,20
161	23,6	12,5	12,5	1,89	12,9	12,9	1,85
252	36,9	20,8	20,8	1,77	20,8	20,8	1,77
345	50,6	28,4	28,4	1,78	27,96	27,96	1,81
440	64,4	36,3	36,3	1,77	35,8	35,8	1,80
538	78,8	45,0	45,0	1,75	44,0	44,0	1,79
440	64,4	37,5	37,5	1,72	36,7	36,7	1,76
345	50,6	29,6	29,6	1,71	28,8	28,8	1,76
252	36,9	22,1	22,1	1,67	20,8	20,8	1,77
161	23,6	14,2	14,2	1,66	13,8	13,8	1,72
70	10,3	5,0	5,0	2,05	5,0	5,0	2,05
0	0	0	0		0	0	

Tabela 1

Material 1, epruveta 4 $A_0 = 2{,}55 \times 2{,}75 = 7{,}01$ cm²

P kgf	σ kgf/cm²	Încercarea 1		
		$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	0	
70	10	4,3	4,3	2,33
161	23	11,7	11,7	1,98
252	36	18,8	18,8	1,92
345	49,3	26,3	26,3	1,88
440	62,8	33,3	33,3	1,87
538	76,9	41,3	41,3	1,87

Tabela 2

Material 1A, epruveta 1 $A_0 = 2{,}6 \times 2{,}9 \approx 7{,}5$ cm²

P kgf	σ kgf/cm²	Încercarea 1			Încercarea 2			Încercarea 3		
		$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	0		0	0		0	0	
70	9,3	5,42	5,42	1,72	5,8	5,8	1,61	5,67	5,67	1,64
161	21,5	12,5	12,5	1,72	12,1	12,1	1,78	12,9	12,9	1,66
252	33,5	20,0	20,0	1,68	20,5	20,5	1,63	19,95	19,95	1,68
345	46,0	27,0	27,0	1,70	27,9	27,9	1,65	26,3	26,3	1,75
440	58,8	34,6	34,6	1,70	35,4	35,4	1,66	34,6	34,6	1,7
538	71,8							41,7	41,7	1,72
440	58,8	34,6	34,6	1,70	35,4	35,4	1,66			
345	46,0	28,0	28,0	1,65	27,5	27,5	1,67			
252	33,5	20,8	20,8	1,61	20,4	20,4	1,64			
161	21,5	13,5	13,5	1,60	12,9	12,9	1,67			
70	9,3	5,8	5,8	1,60	5,6	5,6	1,66			
0	0	0	0		0	0				

Tabela 3

Material 2, epruveta 2 $A_0 = 2{,}72 \times 2{,}51 = 6{,}83$ cm²

P kgf	σ kgf/cm²	Încercarea 1			Încercarea 2		
		$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	0		0	0	
70	10,26	3,75	3,75	2,74	3,75	3,75	2,74
161	23,6	9,6	9,6	2,56	10	10	2,36
252	36,9	15	15	2,46	17,1	17,1	2,16
345	55,0	20,8	20,8	2,65	23,3	23,3	2,36
440	64,4	25	25	2,57	27,9	27,9	2,31
538	79	31,2	31,2	2,53	32,5	32,5	2,43
639	93,7	38	38	2,47	38,7	38,7	2,42
743	108,8				42,9	42,9	2,54
639	93,7	38	38	2,47	37,9	37,9	2,47
538	79	28,7	28,7	2,75	32,5	32,5	2,43
440	64,4	25	25	2,57	27,5	27,5	2,34
345	55	20	20	2,75	21,7	21,7	2,53
252	36,9	14,6	14,6	2,53	16,25	16,25	2,27
161	23,6	9,17	9,17	2,58	9,1	9,1	2,60
70	10,26	3,42	3,42	2,93			
0	0	0	0		0	0	

Tabela 3

Material 2, epruveta 1, $A_0 = 2{,}52 \times 2{,}73 = 6{,}88$ cm²

P kgf	σ kgf/cm²	Încercarea 1			Încercarea 2			Încercarea 3			Încercarea 4		
		$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	0		0	0		0	0		0	0	
70	10,2	4,5	4,5	2,30	4,2	4,2	2,43	4,3	4,3	2,40			
161	23,4	10,5	10,5	2,23	11,3	11,3	2,10	10,8	10,8	2,18	10,5	10,5	2,23
252	35,7	16,5	16,5	2,16	17,5	17,5	2,04	17,5	17,5	2,10			
345	51,0	23,5	23,5	2,17	23,8	23,8	2,15	23,5	23,5	2,17	23,8	23,8	2,15
440	65,0	30,0	30,0	2,17	30,0	30,0	2,17	30,0	30,0	2,17			
538	78,3	36,0	36,0	2,17	36,0	36,0	2,18	35,5	35,5	2,21	35,3	35,3	2,22
639	92,6	43,0	43,0	2,15	43,5	43,5	2,13	43,0	43,0	2,15			
743	108										48,8	48,8	2,23
850	123,5										67	67	1,85
743	108												
639	92,6												
538	78,3	37,0	37,0	2,12	36,5	36,5	2,15	36,8	36,8	2,13			
440	65,0	30,0	30,0	2,17	31,0	31,0	2,10	30,8	30,8	2,12			
345	51,0	24,0	24,0	2,13	24,3	24,3	2,11	24,0	24,0	2,13			
252	35,7	18,0	18,0	1,99	18,3	18,3	1,96	17,8	17,8	2,01			
161	23,4	11,3	11,3	2,10	11,0	11,0	2,13	11,0	11,0	2,13			
70	10,2	4,5	4,5	2,30	4,8	4,8	2,15	4,0	4,0	2,54			
0	0	0	0		0	0		0	0				

Tabela 4

Material 2, epruveta 3 A_0 2,73×2,54=6,94 cm²

P kgf	σ kgf/cm²	Încercarea 1			Încercarea 2		
		$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	0		0	0	
70	10,1	3,16	3,16	3,48	3,16	3,16	3,48
161	23,2	7,5	7,5	3,1	7,92	7,92	2,93
252	36,3	12,9	12,9	2,81	13,8	13,8	2,64
345	49,8	17,9	17,9	2,78	18,8	18,8	2,65
440	63,5	23,7	23,7	2,68	23,7	23,7	2,68
538	77,7	29,2	29,2	2,66	30,8	30,8	2,52
639	92,2	34,2	34,2	2,67	33,8	33,8	2,69
743	105,5				40	40	2,63
639	92,2	34,2	34,2	2,67	34,6	34,6	2,64
538	77,7	31,4	31,4	2,47	29,6	29,6	2,62
440	63,5	20,56	20,56	3,09	24,6	24,6	2,58
345	49,8	19,36	19,36	2,57	19,2	19,2	2,60
252	36,3	14,8	14,8	2,48	14,2	14,2	2,56
161	23,2	9,8	9,8	2,35	9,2	9,2	2,53
70	10,1	3,54	3,54	2,85	3,75	3,75	2,7
0	0	0	0		0	0	

Tabela 4

Material 2, epruveta 4 $A_0 = 2{,}54 \times 2{,}73 = 6{,}94$ cm²

P kgf	σ kgf/cm²	Încercarea 1			Încercarea 2		
		$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	0		0	0	
70	10,1	3,33	3,33	3,00	5	5	2,01
161	23,3	8,6	8,6	2,71	8,33	8,33	2,77
252	36,3	13,8	13,8	2,63	10	10	3,63
345	49,8	19,6	19,6	2,54	20	20	2,48
440	62,6	24,9	24,9	2,51	25,8	25,8	2,43
538	77,8	26,3	26,3	2,96	31,3	31,3	2,49
639	92,3	35,5	35,5	2,61	36,7	36,7	2,51
743	107	40,8	40,8	2,62			
639	92,3	35,8	35,8	2,58			
538	77,8	30,4	30,4	2,56			
440	62,6	25,4	25,4	2,45			
345	49,8	20,0	20,0	2,39			
252	36,3	14,6	14,6	2,49			
161	23,3	9,57	9,57	2,43			
70	10,1	3,33	3,33	3,00			
0	0	0	0				

Tabela 5

Material 2 A, epruveta 1 $A_0 = 2{,}57 \times 2{,}86 = 7{,}35$ cm²

P kgf	σ kgf/cm²	Încercarea 1			Încercarea 2		
		$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	0		0	0	
70	9,53	4	4	2,38			
161	21,9	11	11	1,99	9,0	9,0	2,44
252	34,3	16,5	16,5	2,08			
345	47,0	22,5	22,5	2,09	23,5	23,5	2,00
440	59,8	30	30	2,00			
538	73,3	36,5	36,5	2,01	36	36	2,04
639	87	43	43	2,02			
743	101,2				46	46	2,20
960	130,5				61	61	2,14
743	101,2				48	48	2,11
639	87	43	43	2,02			
538	73,3	37	37	1,98	36,5	36,5	2,01
440	59,8	24,5	24,5	2,44			
345	47,0	20,5	20,5	2,29	24	24	1,96
252	34,3	15,0	15,0	2,29			
161	21,9	9,8	9,8	2,2	12	12	1,83
70	9,53	4,75	4,75	2,00			
0	0	0	0		0	0	

Tabela 5

Material 2 A, epruveta 2 $A_0 = 2{,}57 \times 2{,}86 = 7{,}35$ cm²

P kgf	σ kgf/cm²	Încercarea 1			Încercarea 2		
		$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$\Delta l \times 10^3$ mm	$\varepsilon \times 10^5$	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	0				
70	9,53	3,33	3,33	2,86			
161	21,9	8,75	8,75	2,51	7,07	7,07	3,10
252	34,3	13,8	13,8	2,50			
345	47	18,8	18,8	2,51	19,6	19,6	2,40
440	59,8	25	25	2,40			
538	73,4	30,4	30,4	2,41	25,4	25,4	2,89
639	87	35,8	35,8	2,43			
743	101				40	40	2,58
960	130,5				50,8	50,8	2,57
743	101				39,2	39,2	2,58
639	87	35,8	35,8	2,43			
538	73,4	28,7	28,7	2,56	29,5	29,5	2,49
440	59,8	23,3	23,3	2,57			
345	47	18,4	18,4	2,55	19,2	19,2	2,45
252	34,3	12,9	12,9	2,66			
161	21,9	8,35	8,35	2,63	9,16	9,16	2,39
70	9,53	3,33	3,33	2,86			
0	0	0	0		0	0	

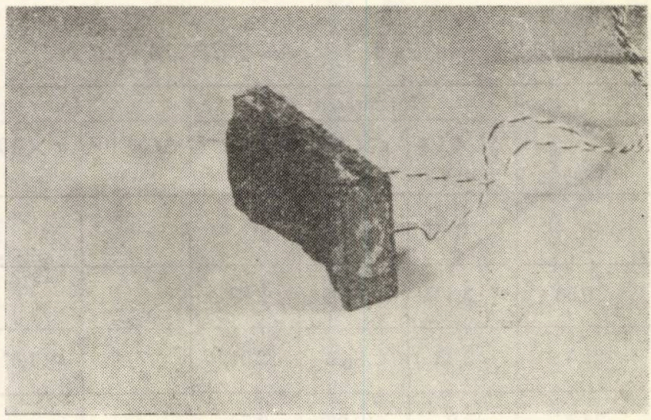


Fig. 5

Pe baza acestora se obțin curbele caracteristice din fig. 6.

Cum era de așteptat, caracteristicile mecanice la compresiune sînt superioare celor de la întindere. Se constată că și în cazul compresiunii, curba caracteristică a materialului este liniară pînă aproape de rupere. De asemenea, materialul își păstrează proprietățile elastice pînă aproape de rupere.

Tabela 6

Material 1, epruveta 1 $A_0 = 1{,}2 \times 3{,}18 = 48{,}336$ cm²

P kgf	$\varepsilon \times 10^5$	σ kgf/cm²	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	
800	10,0	16,55	1,65
1600	20,0	33,10	1,65
2400	31,0	49,65	1,60
3200	42,8	66,20	1,55
4000	54,4	82,75	1,52
4700	68,45	97,24	1,42
4000	56,7	82,75	1,46
3200	45,5	66,20	1,45
2400	34,9	49,65	1,43
1600	23,7	33,10	1,40
800	12,05	16,55	1,37
0	2,00	0	

Tabela 6

Material 2, epruveta 1
$A_0 = 15{,}1 \times 3{,}7 = 56$ cm²

P kgf	$\varepsilon \times 10^5$	σ kgf/cm²	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	
1000	16,5	17,84	1,08
2000	32,65	35,68	1,09
3000	43,65	53,52	1,23
4000	56,4	71,36	1,265
5000	64,8	89,20	1,38
6000	83,7	107	1,28
7000	97,6	125	1,28
8000	111,8	143	1,28
9000	124,2	161	1,29
10000	136,1	178	1,31
11000	148,2	196	1,32
12000	159,7	214	1,34
13000	173,0	232	1,34
14000	188,4	250	1,33
13000	178,8	232	1,30
12000	168,5	214	1,27
11000	157,7	196	1,24
10000	146,7	178	1,21
9000	136,0	161	1,18
8000	124,4	143	1,15
7000	111,4	125	1,12
6000	98,6	107	1,09
5000	85,3	89,20	1,04
4000	71,9	71,36	0,99
3000	58,4	53,52	0,92
2000	44,7	35,68	0,80
1000	31,5	17,84	0,57
0	19,5	0	

Material 2, epruveta 2
$A_0 = 15{,}1 \times 3{,}35 = 50$ cm²

P kgf	$\varepsilon \times 10^5$	σ kgf/cm²	$E \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	
1000	8,2	20	2,44
2000	18,2	40	2,20
3000	29,1	60	2,06
4000	40,3	80	1,99
5000	52,0	100	1,93
6000	67,6	120	1,78
7000	78,6	140	1,78
8000	84,2	160	1,90
9000	95,6	180	1,88
10000	108	200	1,85
11000	119,2	220	1,84
12000	130,0	240	1,84
13000	141,9	260	1,84
14000	154,1	280	1,82
13000	144,1	260	1,81
12000	134,5	240	1,79
11000	124,5	220	1,77
10000	115,6	200	1,73
9000	106,4	180	1,69
8000	95,8	160	1,67
7000	86,0	140	1,63
6000	75,1	120	1,60
5000	63,7	100	1,58
4000	52,3	80	1,53
3000	41,6	60	1,44
2000	29,5	40	1,35
1000	18,5	20	1,08
0	8,1	0	

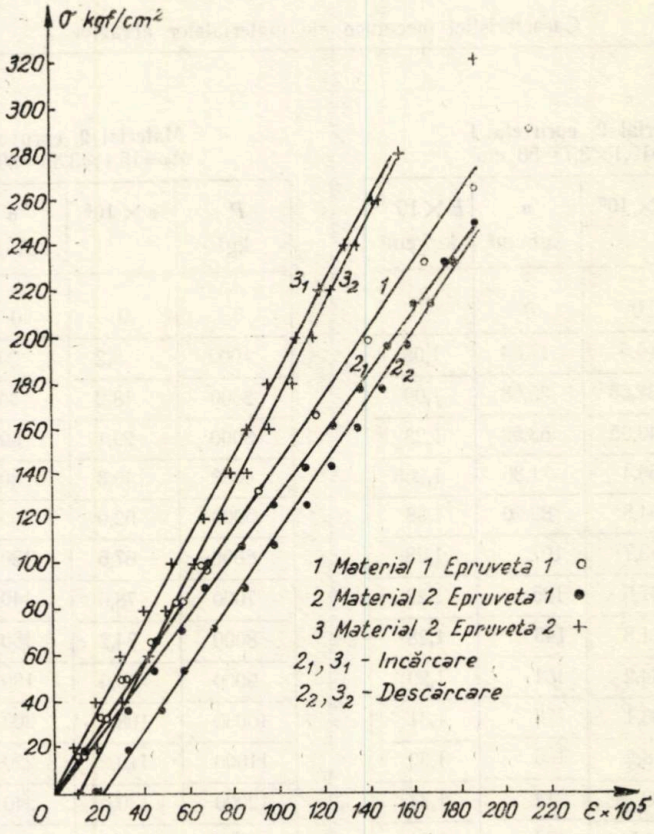

σ kgf/cm²
320
300
280
260
240
220
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
20 40 60 80 100 120 140 160 180 200 220 ε×10⁵
3₁ 3₂ 1
2₁ 2₂
1 Material 1 Epruveta 1
2 Material 2 Epruveta 1
3 Material 2 Epruveta 2
2₁, 3₁ - Incărcare
2₂, 3₂ - Descărcare

Fig. 6

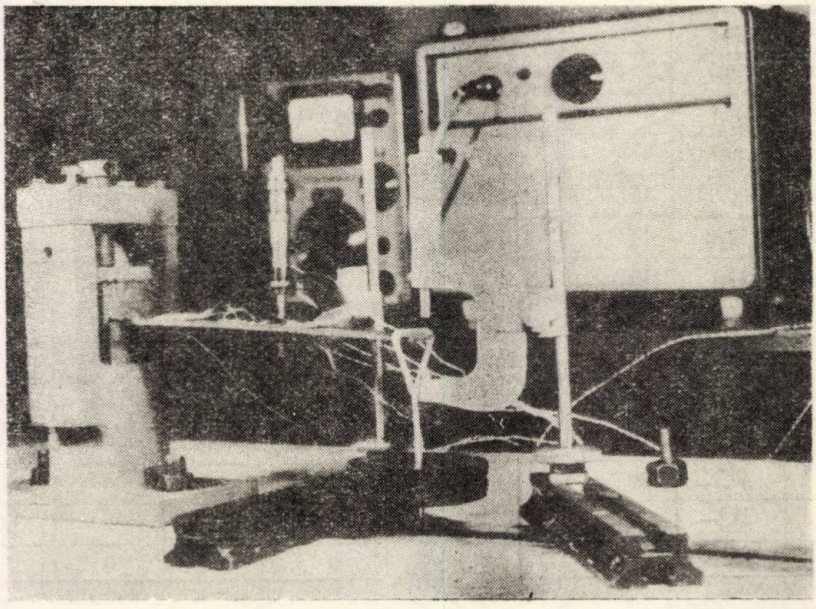


Fig. 7

3. *Încercarea la încovoiere.*

Încercarea la încovoiere s-a făcut pe lamele din material abraziv care au fost încercate așa cum se vede în fig. 7.

Deformațiile s-au măsurat simultan cu micrometrul și cu mărci tensometrice, în secțiunile indicate în fig. 8. Nici în acest caz epruveta nu a fost încărcată pînă la rupere.

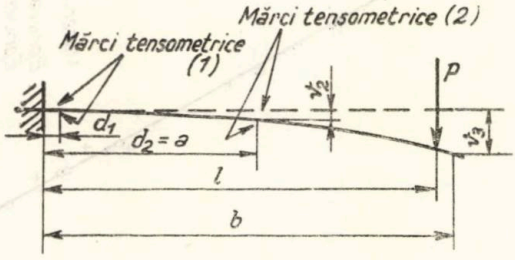


Fig. 8

Rezultatele experiențelor sînt date în tabelele 7 și 8.

Pe baza acestora s-au ridicat curbele caracteristice din fig. 9.

Se constată și în acest caz liniaritatea curbei caracteristice pe primul interval și că materialul își păstrează proprităţile elastice.

4. *Determinarea coeficientului de contracție transversală.*

Mărimea eforturilor unitare și a deformațiilor care se produc într-un disc în mișcare de rotație, depind de coeficientul de contracție transversală (coeficientul lui Poisson).

Pentru determinarea lui s-au făcut măsurători bazate pe tensometria electrică. În acest scop, au fost lipite pe epruvetă cîte două mărci tensometrice, una pe direcție longitudinală și alta pe direcție transversală.

Coeficientul lui Poisson μ este în acest caz

$$\mu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon}$$

în care,

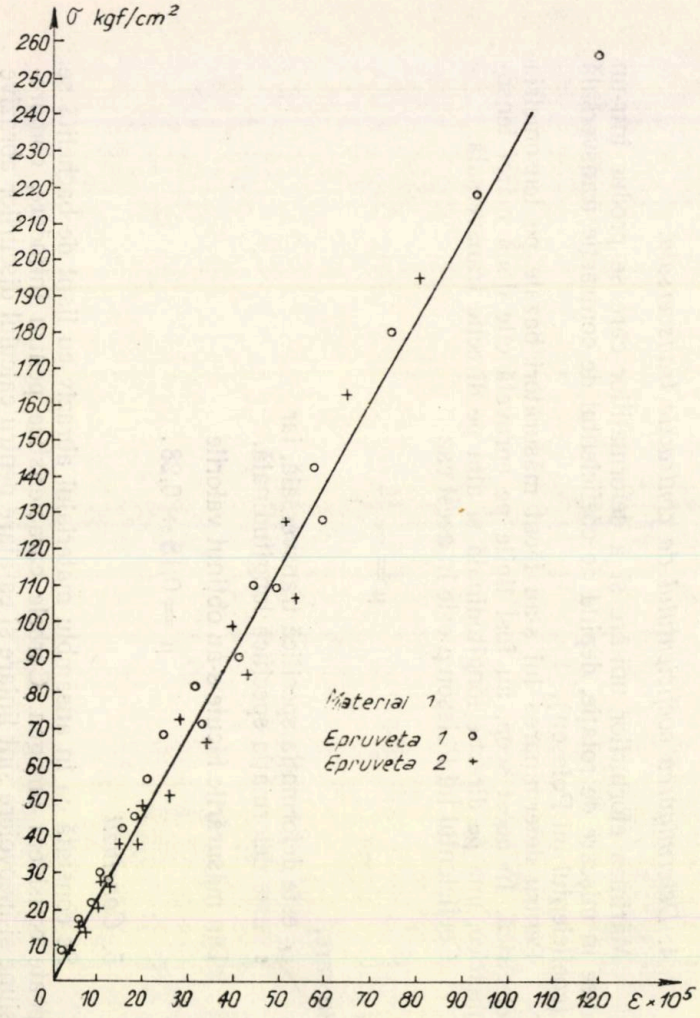
ε_t este deformația specifică transversală, iar
ε este deformația specifică longitudinală.

Din măsurările făcute s-au obținut valorile

$$\mu = 0{,}18 \div 0{,}28.$$

5. *Concluzii*

Se constată că în ansamblu materialul abraziv cu liant de bachelită se poate considera omogen. Curbele caracteristice pentru întindere, compresiune și încovoiere sînt liniare și ca atare pentru calculul discurilor abrazive


σ kgf/cm²
260
250
240
230
220
210
200
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 ε × 10⁵
Material 1
Epruveta 1 ○
Epruveta 2 +

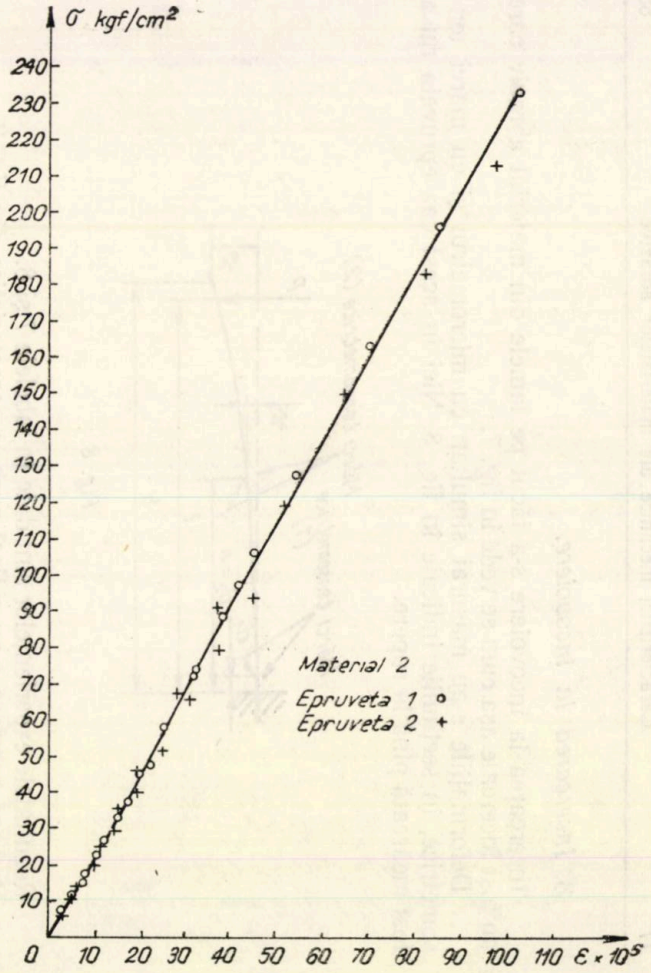

σ kgf/cm²
240
230
220
210
200
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 ε × 10⁵
Material 2
Epruveta 1 ○
Epruveta 2 +

Fig. 9

Tabela 7

Material 1, epruveta 1, $A_0 = 2{,}7 \times 0{,}4 = 1{,}08$ cm² $l = 23{,}5$ cm

P gf	M_1 kgf cm	M_2 kgf cm	σ_1 kgf/cm²	σ_2 kgf/cm²	$\varepsilon_1 \times 10^5$	$\varepsilon_2 \times 10^5$	$E_1 \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$E_2 \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$v_2 \times 10^2$ mm	$v_3 \times 10^2$ mm	$E_2 \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$E_3 \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	0	0	0	0			0	0		
53	1,22	0,61	17	8,48	6	2,7	2,84	3,14	2,1	7,2	2,46	2,3
93	2,14	1,07	29,8	13,9	11	6,8	2,26	2,62	4	14	2,26	2,08
133	3,06	1,53	42,5	21,2	15,9	9,6	2,68	2,53	6,3	21	2,06	1,98
173	3,98	1,99	55,3	27,6	21,2	12,6	2,62	2,52	8,5	27,3	1,99	1,98
253	5,82	2,91	81	40,5	31,6	18,5	2,56	2,33	12,7	40,2	1,95	1,97
343	7,88	3,94	110	54,7	43,7	25	2,52	2,25	16,9	56,9	1,98	1,88
443	10,20	5,08	142	70,6	57,5	32,8	2,47	2,19	22,2	76,6	1,94	1,80
563	12,95	6,48	180	90	74	41,1	2,43	2,21	30,2	96,5	1,81	1,81
683	15,70	7,85	218	109	92,6	49,5	2,36	2,22	38	122	1,75	1,75
803	18,45	9,22	256	128	119,5	59,5	2,15	2,16	49,4		1,59	

$M_1 = P\,(l - d_1)$ $\qquad d_1 = 0{,}5$ cm

$M_2 = P\,(l - d_2)$ $\qquad d_2 = 12$ cm

$\sigma_1 = \dfrac{M_1}{W}$; $\sigma_2 = \dfrac{M_2}{W}$; $W = \dfrac{b\,h^2}{6} = 0{,}072$ cm³

$E_2 = \dfrac{P a^2\,(3\,l - a)}{6\,I\,v_2}$ $\qquad a = 12$ cm

$E_3 = \dfrac{P l^2\,(3\,b - l)}{6\,I\,v_3}$ $\qquad b = 24$ cm

$I = \dfrac{b\,h^3}{12} = 0{,}0144$ cm⁴

Tabela 7

Material 1, epruveta 2, $A_0 = 3 \times 0{,}4 = 1{,}2$ cm² $l = 23{,}5$ cm

P gf	M_1 kgf cm	M_2 kgf cm	σ_1 kgf/cm²	σ_2 kgf/cm²	$\varepsilon_1 \times 10^5$	$\varepsilon_2 \times 10^5$	$E_1 \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$E_2 \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$v_2 \times 10^2$ mm	$v_3 \times 10^2$ mm	$E_2 \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$E_3 \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	0	0	0	0			0	0		
53	1,22	0,646	15,25	8,1	6,3	4,1	2,42	1,98	2	6	2,15	2,41
93	2,14	1,115	26,8	13,9	10,9	7,25	2,46	1,92	3,8	10.6	1,98	2,4
133	3,06	1,60	38,2	20	15	10,25	2,54	1,95	4,4	17,7	2,46	2,05
173	3,98	2,08	48,5	26	20	12,6	2,42	2,06	4,9	21,5	2,86	2,2
253	5,82	3,04	72,7	38	28,4	19,5	2,56	1,95	8,4	31,2	2,45	2,21
343	7,88	4,12	98,5	51,5	39,6	26,6	2,48	1,94	12,3	40,9	2,27	2,29
443	10,20	5,32	127,5	66,5	50,8	34,3	2,50	1,94	18,1	56	2,00	2,16
563	12,95	6,75	162	84,5	64,8	43,5	2,50	1,94	22,4	70,5	2,04	2,18
683	15,70	8,20	196	102,5	80,0	53,6	2,45	1,91	25,7	89	2,16	2,10

$M_1 = P(l - d_1)$ $\quad d_1 = 0{,}6$ cm $\quad E_2 = \dfrac{Pa^2(3l - a)}{6 I v_2}$ $\quad a = 11{,}5$ cm

$M_2 = P(l - d_2)$ $\quad d_2 = 11{,}5$ cm $\quad b = 24$ cm

$\sigma_1 = \dfrac{M_1}{W}$; $\sigma_2 = \dfrac{M_2}{W}$ $\quad W = 0{,}08$ cm³ $\quad E_3 = \dfrac{Pl^2(3b - l)}{6 I v_3}$

$I = 0{,}016$ cm⁴

Tabela 8

Material 2, epruveta 1, $A_0 = 3 \times 0{,}4 = 1{,}2$ cm² $l = 24$ cm

P gf	M_1 kgf cm	M_2 kgf cm	σ_1 kgf/cm²	σ_2 kgf/cm²	$\varepsilon_1 \times 10^5$	$\varepsilon_2 \times 10^5$	$E_1 \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$E_2 \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$v_2 \times 10^2$ mm	$v_3 \times 10^3$ mm	$E_2 \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$E_3 \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	0	0	0	0			0	0		
53	1,22	0,566	15,25	7,08	7	3,1	2,18	2,28	2,3	8,1	2,12	2,02
93	2,14	0,975	26,8	12,2	11,9	5,4	2,17	2,26	4,3	14,2	2,0	2,02
133	3,06	1,395	38,2	17,4	17,1	7,9	2,23	2,20	6,2	22,7	1,98	1,81
173	3,98	1,82	48,5	22,7	21,8	9,9	2,22	2,30	8,1	29,7	1,97	1,80
253	5,82	2,65	72,7	33,1	31,8	14,5	2,29	2,28	11,6	43,7	1,89	1,79
343	7,88	3,6	98,5	45	42,1	19,5	2,34	2,31	16,1	53,6	1,88	1,92
443	10,20	4,65	127,5	58,1	54,3	25,1	2,34	2,32	21,4	67,8	1,84	2,02
563	12,95	5,92	162,0	74	69,9	31,8	2,32	2,33	27,1	86,8	1,92	2,00
683	15,70	7,16	196,0	89,5	84,7	38,7	2,33	2,32	32,3	106,3	1,95	1,99
803	18,45	8,42	232,0	105,3	101,9	45,3	2,32	2,32	38,5	120,0	1,92	2,06
1058	24,3	11,1	304	rupere								

$M_1 = P\,(l - d_1)$ $\quad d_1 = 1{,}01$ cm $\quad E_2 = \dfrac{Pa^2\,(3\,l - a)}{6\,I\,v_2}$ $\quad a = 13{,}5$ cm

$M_2 = P\,(l - d_2)$ $\quad d_2 = 13{,}5$ cm $\quad b = 24{,}5$ cm

$\sigma_1 = \dfrac{M_1}{W}$; $\sigma_2 = \dfrac{M_2}{W}$ $\quad W = 0{,}08$ cm³ $\quad E_3 = \dfrac{Pl^2\,(3\,b - l)}{6\,I\,v_3}$

$I = 0{,}016$ cm⁴

Tabela 8

Material 2, epruveta 2. $A_0 = 2{,}93 \times 0{,}42 = 1{,}23$ cm² $\qquad l = 24$ cm

P gf	M_1 kgf cm	M_2 kgf cm	σ_1 kgf/cm²	σ_2 kgf/cm²	$\varepsilon_1 \times 10^5$	$\varepsilon_2 \times 10^5$	$E_1 \times 10^{-5}$ kgf/cm²	$E_2 \times 10^{-5}$ kgf/cm²
0	0	0	0	0	0	0		
53	1,22	0,53	14,2	6,15	6	2,9	2,36	2,12
93	2,14	0,93	24,9	10,8	10,3	5	2,42	2,16
133	3,06	1,33	35,6	15,5	14,5	7,25	2,46	2,14
173	3,98	1,73	46,3	20,2	18,9	9,5	2,44	2,12
253	5,82	2,53	67,6	29,4	27,9	13,8	2,42	2,13
343	7,88	3,43	91,5	39,8	36,8	18,8	2,48	2,12
443	10,20	4,43	118,5	51,5	51,4	24,6	2,31	2,09
563	12,95	5,63	150	65,5	65	31,2	2,31	2,10
683	15,70	6,83	183	79,5	81,7	38,2	2,24	2,08
803	18,45	8,03	214	93,3	97	45	2,21	2,07

$M_1 = P(l - d_1)$ $\qquad \sigma_1 = \dfrac{M_1}{W}$ $\qquad d_1 = 1$ cm

$d_2 = 13{,}72$ cm

$M_2 = P(l - d_2)$ $\qquad \sigma_2 = \dfrac{M_2}{W}$ $\qquad W = 0{,}086$ cm³

care au ca liant bachelita, pot fi aplicate formulele clasice ale rezistenței materialelor, care sînt folosite la calculul materialelor metalice.

Modulul de elasticitate al acestor materiale este

$$E = (1{,}3 \div 2{,}6) \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2.$$

Valorile mai mici corespunzînd materialelor care au o densitate mai mică (celor care la formare li s-a aplicat o forță de presare mai mică) și materialelor în a căror compoziție intră granule de electrocorindon mai mari. Astfel, pentru materialele cu granulație mai fină, presate în așa fel încît densitatea lor este 2,6 g/cm³ modulul de elasticitate E este cu cca. 20% mai mare față de al materialelor cu granulație mare și cu densitatea de 2,41 g/cm³. Aceeași creștere se observă și la rezistența de rupere a materialului.

Coeficientul lui Poisson este

$$\mu = 0{,}18 \div 0{,}28$$

valorile mai mari corespunzînd acelor materiale pentru care E ia deasemenea valori mai mici.

Cercetările s-au făcut luînd în considerație un volum relativ mare din materialul abraziv, concluziile fiind trase din mediile valorilor obținute. Dacă se cercetează însă zone mici ale materialului abraziv, se constată deosebiri destul de mari de la o zonă la alta în ceea ce privește deformațiile care se produc. Rezultă că îmbunătățirile modului de elaborare a acestui material, constituie unul din mijloacele care pot duce la îmbunătățirea caracteristicilor lui mecanice.

Catedra de rezistența materialelor I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București
Uzina Carbochim Cluj

BIBLIOGRAFIE

1. *Zgornic N. P.*, Proprietățile elasto-plastice ale corpurilor abrazive cu liant ceramic. Абразив 4 (36), 1963.

2. *Плят С. Ш. Н., Рапопорт Ю. М., Чофнус Е. Т.* К вопросу о возможности использования упругих постаянных для характеристики твёрдости абразивно-керамической изделий. Абразивы № 22, 1958.

3. *Petre, A. și Bogdan, V.*, Discuri neomogene în mișcare de rotație. Studii și Cercetări de Mecanică aplicată, nr. 5, Tomul 20, 1965, Editura Academiei Republicii Socialiste România.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 6

CENTRALE ELECTRICE

C.Z. : 621.311 : 621.3.015 : 621.316.93

L'EMPLOI DES CALCULATEURS NUMERIQUES DANS L'ANALYSE DES SCHÉMAS DE PROTECTION DES STATIONS CONTRE LES SURTENSIONS *

C. DINCULESCU, D. CRISTESCU

I. Le problème de la protection des stations à l'aide de déchargeurs à résistance variable contre les ondes de surtension est d'une actualité aiguë car, bien que de nombreuses études et essais expérimentaux soient effectués, on constate chaque année un grand nombre d'avaries de transformateurs à cause des décharges atmosphériques. Ainsi, en littérature, [1,2] on précise que dans certains réseaux de 110 kV à cause des orages sont détruits en moyenne près de 3% des transformateurs.

Le point de vue sur l'emplacement du déchargeur est loin d'être unitaire et les appréciations des différentes normes et recommandations varient entre elles du simple au double ou même plus. Ainsi pour des stations finales de 110 kV dans la documentation américaine [3] on apprécie la distance admissible DRV-transformateur à environ 30 m, tàndis qu'en Suisse les recomandations BBC donnent pour cette distance le chiffre 170 m ; la pratique allemande dans les mêmes conditions indique 100 m. Il est sûr que ces chiffres doivent être compris et interprétés de même du point de vue du degré varié de sûreté dans le fonctionnement que l'on désire réaliser dans différents systèmes, sans que cela puisse expliquer entièrement les grandes différences qui y interviennent.

La principale cause des divergences entre les opinions des divers auteurs doit être cherchée premièrement dans les différences entre les principes et les simplificatons effectuées dans l'élaboration de l'étude. On distingue deux méthodes foncièrement différentes dans la manière d'aborder le problème : l'emploi d'un modélage physique des processus transitoires qui interviennent et l'analyse théorique. Apparèmment le modélage physique devrait donner les résultats les plus concludents et surtout les plus unitaires. On a effectué de sérieuses études à l'aide des analyseurs des processus transitoires [1, 3, 4] et pourtant les résultats ne sont pas suffisamment con-

* Communiquée à la session scientifique des cadres didactiques de l Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest, 27—29 mai 1966.

vergents, justement parce que dans le construction du modèle intervient le coefficient d'arbitraire du chercheur pour retenir ou repousser toute une série d'aspects du phénomène.

La deuxième voie, l'analyse théorique du processus, va être la seule qui finalement va complètement élucider le problème, mais à cause des difficultés très grandes, soulevées par le caractère non linéaire du phénomène, elle n'a pas été suffisamment développée.

L'emploi des calculateurs numériques a permis, et surtout va permettre, d'aborder le schéma équivalent de plus en plus complexe, plus proche de la réalité physique. Dans la littérature de spécialité on a fait certains progrès mais qui doivent être complétés. Voici le but essentiel que se propose la présente étude.

II. Pour limiter les surtensions dans les stations à des valeurs plus petites que le niveau d'isolation des outillages on monte des déchargeurs à résistance variable (DRV). En fonction des pratiques de chaque pays et de

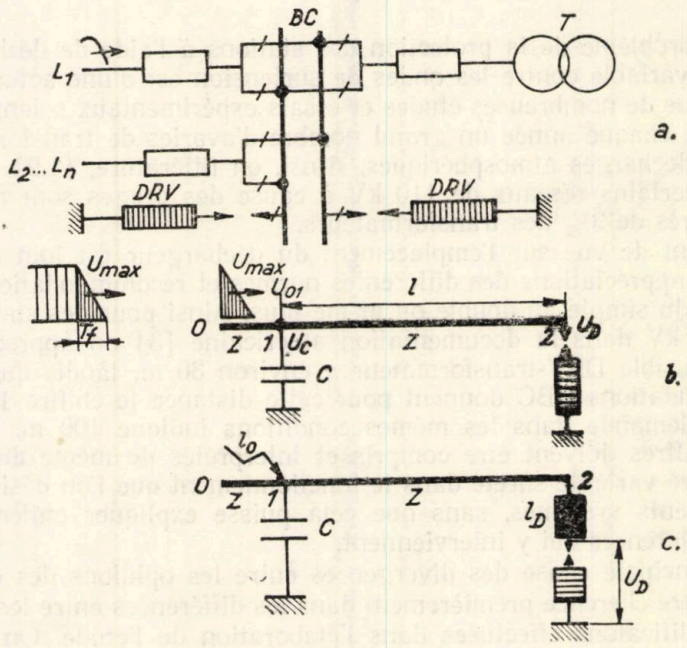


Fig. 1. La protection des stations à l'aide de déchargeurs à résistance variable.

l'importance de la station le DRV est monté sur chaque ligne d'accès dans la station, sur des barres collectrices ou aux bornes du transformateur. Pour la grande majorité des stations de 110 kV la protection se réalise par groupes de déchargeurs montés sur les barres (fig. 1).

A cause de l'intervention des capacités des appareils du schéma, des inductances des liaisons et des phénomènes de propagation, la tension aux

bornes du transformateur n'est pas identique comme amplitude et forme à la tension résiduelle qui apparaît aux bornes du déchargeur, étant plus haute que celle-ci, leur rapport variant avec l'accroissèment de la distance DRV-transformateur.

Dans on ouvrage antérieur [6] on a analysé la variation de la tension aux bornes du transformateur, à l'aide d'un calculateur numérique, sur un schéma équivalent comme dans la fig. 1 b. L'emploi d'un tel schéma avec la DRV raccordé devant le transformateur paraît plus indiqué que le schéma avec le transformateur en tête de ligne pour plusieurs considérants :

— la réalisation de la protection de la station avec des groupes de déchargeurs sur barres donne un schéma physique plus proche de celui de la fig 1 b tenant compte que les transformateurs sont d'habitude montés dans la partie du milieu de la station et la protection en tête de barre ;

— sur les barre de la station on a raccordé plusieurs lignes, dont l'effet favorable sur le processus transitoire est connu, leur influence peut être facilement prise dans un tel schéma ;

— toujours sur les barres de la station on relie une série d'appareils de commutation séparaters, interrupteurs, apparèils qui par leur capacité interviennent sur le phénomène : dans le schéma de type 1 b leur influence peut être facilèment saisie par un choix correspondant à la capacité C. Dans C va apparaître principalement la capacité d'entrée à l'impulsion du transformateur et les capacités des barres collectrices, des interrupteurs, des séparateurs fermés et ouverts, des réducteurs de tension et de courant.

Lè schéma de la figure 1 c est un schéma plus complet oú de plus on a pris aussi en considération l'inductance de la liaison barre-déchargeur qui est de l'ordre 1,7 μ H/m. Etant donné que la longuer de cette liaison ne dépasse pas 5—8 m on peut supposer l'intervention de cet élément en tant qu'intervention concentrée, par rapport aux autres longueurs de la station qui sont de l'ordre des centaines de mètres.

Les lignes et les barres collectrices sont notées dans le schéma avec Z, l'impédance caractéristique. Dans la figure 1 b et c on montre également les ondes incidentes de tension, respectivement le courant, U_{01} et i_0, les calculs préliminaires montrent que l'amplitude maximale de la tension aux bornes du transformator dépend beaucoup de la forme de l'onde incidente. On a pris en considération deux de ces formes :

— onde triangulaire à derrière vertical

$$U_{01} = \frac{U_{max}}{T_f} [1 - \tau (t - T_f)] t \tag{1}$$

— onde à front incliné et derrière infinie

$$U_{01} = \frac{U_{max}}{T_f} [t - (t - T_f) \tau (t - T_f)] \tag{1'}$$

où T_f est le temps de l'amplitude maximale ou le temps de la coupure de l'onde par le déchargeur tubulaire.

Dans les formules (1) l'opérateur τ prend la valeur zéro ou 1 selon que son argument est négatif ou positif.

Pour l'étude du processus de propagation on négligera l'effet de déformation et d'amortissment de l'onde sous l'action de l'effet de couronne d'impulsion sur le territoire de la station. L'hypothèse est admissible étant donné la longueur relativement courte du chemin parcouru, 2—300 m toùt au plus. L'influence de l'effet de couronne ne peut pourtant pas être négligée en ce qui concerne les phénomènes extériuers à la station. La pente de l'onde incidente (U_{max}/T_f) dépend directement de la longueur de ligne sur laquelle s'est propagée l'onde depuis la place du coup de foudre jusq'à la station [7] et dépend de la longueur de la portion protégée de l'accès à conducteurs de protection.

En utilisant la méthode Laplace, les expressions du courant et de la tension, à un point quelconque x de la distance du transformateur-déchargeur, considérée depuis la transformateur, dans l'hypothèse de l'absence de pertes, sont :

$$U(x,p) = A(p)\, e^{-p\frac{x}{v}} + B(p)\, e^{p\frac{x}{v}} \; ; \; \tilde{i}(x,p) = \frac{1}{Z}\left[A(p)\, e^{-p\frac{x}{v}} - B(p)\, e^{p\frac{x}{v}}\right] \tag{2}$$

ou $v = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ à l inductance par unité de longueur et C la capacité unitaire des barres collectrices ($L = 1{,}7$ μH/m, $C = 7$pF/m).

Pour déterminer des constantes A (p) et B (p) on doit introduire les conditions à la limite du schéma qui dans le cas présent vont être représentées par la tension aux bornes de la capacité en liaison avec le courant par la capacité et par la tension aux bornes du déchargeurs.

Le fonctionnèment du déchargeur à résistance variable est complexe et son intervention a lieu par étapes : le percement des intervalles d'amorçage, l'établissement d'une certaine tension fonction de la caractéristique tension — courant, l'atteinte d'une tension résiduelle. L'analyse du schéma 1 b en tenant compte de la caractèristique tension-temps des intervalles d'amorçage et de l'équation $U = C\, i^{\alpha}$ de la résistance non linéaire a déja été effectué [6] et une partie des résultats fournis par le calculateur sont donnés dans la dernière partie de l'ouvrage présent.

Pour des schémas plus complexes, comme celui de la fig. 1 *c*, le fonctionnement du déchargeur doit être un peu simplifié. Il va être considéré comme un appareil idéal pour limiter la tension. Cela veut dire que jusqu'à son amorçage son isolation est parfaite et en même temps que le dépassement de la tension d'amorçage la résistance du déchargeur devient zéro, pouvant être remplacé par une source idéale de tension. La tendance moderne dans la construction des déchargeurs est la réalisation d'appareils où la tension d'amorçage et la tension résiduelle soient les mêmes, avec des caractéristiques tension-temps et tension-courant qui permettent d'obtenir des tensions pratiquement constantes aux bornes. Ceci rapproche beaucoup l'hypothèse avancée de la réalité physique.

Le schéma est soumis à l'action des ondes de forme différente (1) et (1'). Ce qui signifie supposer l'éxistance d'une sourse idéale de courant reliée entre la terre et la borne de la capacité, avec une variation de l'aspect $i_{01}(t) = 2\dfrac{U_{01}(t)}{Z}$.

Cette hypothèse suppose que le coup de foudre est tombé suffisament près de la place d'entrée dans la station.

Pour déterminer l'expression de la tension aux bornes du déchargeur, expression qui constitue l'une des conditions à la limite, il est nécessaire de connaître la variation de la tension aux bornes du transformateur dans l'hypothèse qu'une certaine forme d'onde incidente est en action, sans tenir compte des réflexions du point 2.

En notant avec i_c (t) et avec i_{12} (t) les courants par la capacité et dès le début de la ligne, dans les hypothèses faites on peut écrire dans le calcul opérationnel, mettant $\dfrac{Z}{2}C = T$:

$$\tilde{i}_c(p) = \frac{U_{01}(p)\,Cp}{pT+1} \; ; \; \tilde{i}_{12}(p) = \frac{\tilde{U}_{01}(p)}{Z(pT+1)} \; ; \; \tilde{U}_c(p) = \frac{\tilde{U}_{01}(p)}{T\left(p+\dfrac{1}{T}\right)}.$$

L'image opérationnele de la fonction de l'onde incidente (1) est

$$\tilde{U}_{01}(p) = \frac{U_{max}}{T_f}\,\frac{1}{p^2}\left[1 - e^{-T_f p}\right] \tag{3}$$

pour l'onde inclinée à queue infinie et une expression similaire pour l'onde triangulaire (voir l'annexe). Avec cette formule on reçoit :

$$\tilde{U}_c(p) = \frac{U_{max}}{T_f}\cdot\frac{1}{T}\,\frac{1 - e^{-T_f p}}{p^2\left(p+\dfrac{1}{T}\right)}. \tag{4}$$

Après une série de calculs intermédiaires [8] donnés dans l'annexe 1 on trouve la variation de la tension aux bornes du transformateur pour l'onde à queue infinie.

$$U_c(t) = \frac{U_{max}}{T_f}\left[t - T\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)\right] - \frac{U_{max}}{T_f}\left[t - T_f - T\left(1 - e^{-\frac{t-T_f}{T}}\right)\right]\tau\,(t - T_f) \tag{5}$$

qui se particularise de la manière suivante :

$$t < T_f \quad U_c(t) = \frac{U_{max}}{T_f}\left[t - T\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)\right]$$

$$t \geqslant T_f \quad U_c(t) = \frac{U_{max}}{T_f}\left[T_f - T\left(e^{\frac{T_f}{T}} - 1\right)e^{-\frac{t}{T}}\right]$$

Par la même voie on obtient pour une onde triangulaire à dos vertical, donc pour une onde coupée, une expression de l'aspect.

$$U_c(t) = \frac{U_{max}}{T_f}\left\{(t-T)[1-\tau(t-T_f)] + T\,e^{-\frac{t}{T}}\left[1-\left(1-\frac{T_f}{T}\right)e^{\frac{T_f}{T}}\tau(t-T_f)\right]\right\} \tag{5'}$$

qui se particularise en fonction des valeurs du temps ainsi :

$$t < T \qquad \tau(t-T_f) = 0$$

$$U_c(t) = \frac{U_{max}}{T_f}\,[t - T\,(1-e^{-\frac{t}{T}})]$$

$$t \geqslant T_f \qquad \tau(t-T_f) = 1$$

$$U_c(t) = \frac{U_{max}}{T_f}\,T\left[1-\left(1-\frac{T_f}{T}\right)e^{\frac{T_f}{T}}\right]e^{-\frac{t}{T}}$$

Le déduction de la relation (5'), par la décomposition en fractions simples se trouve dans l'annexe 2.

Aussi bien les formules (5) que celles (5') sont valables pour des temps plus courts que le double du temps nécessaire pour parcourir la distance „*l*" entre le déchargeur et le transformateur, donc elles sont valables pour n'importe quel moment avant l'arrivée de l'onde reflétée par DRV.

Vers le déchargeur se propage une onde de tension d'une forme donnée par les équations (5) ou (5'). Après un intervalle de temps

$$t_{12} = \frac{l}{v}$$

cette onde atteint les bornes du déchargeur où a lieu la dupplication simple jusqu'à l'amorçage. On note avec t_D le temps où l'on atteint la tension d'amorçage du déchargeur. En vertu des hypothèses faites après ce moment la tension aux bornes du DRV reste en permanence la même et egale à la tension d'amorçage du déchargeur.

Pour trouver l'expression opérationnelle de la tension U_D il faut chercher une fonction qui, ajoutée à l'onde incidente, donne en permanence la même somme. Ainsi une exponentielle e^x, pour garder la valeur qu'elle prend pour $x = x_1$, doit être additionnée à la fonction auxiliare suivante :

$$e^{-x} + e^{-x_1}[1 - e^{-(x-x_1)}] \equiv e^{-x_1}$$

Cet artifice permet d'éviter les difficultés liées à la non linéarité du fonctionnement du déchargeur et que les calculs puissent être conduits comme d'habitùde.

En supposant que le temps d'atteindre le maximum de l'onde incidente dépasse le temps d'amorçage du déchargeur, donc que $T_f > t_D$, la tension aux bornes de celui-ci s'écrit, avec les considérants de ci-dessus :

$$0 < t < t_{12} \qquad U_D(t) = 0$$

$$t_{12} < t < t_D + t_{12} \quad U_D(t) = 2\frac{U_{max}}{T_f}\left[t - t_{12} - T\left(1 - e^{-\frac{t-t_{12}}{T}}\right)\right]$$

$$t_D + t_{12} < t < T_f + t_{12} \quad U_D(t) = 2\frac{U_{max}}{T_f}(t - t_{12}) - 2\frac{U_{max}}{T_f}T +$$

$$+ 2T\frac{U_{max}}{T_f}e^{-\frac{t-t_{12}}{T}} - 2\frac{U_{max}}{T_f}(t - t_{12} - t_D) + 2T\frac{U_{max}}{T_f}e^{-\frac{t_D}{T}}\left[1 - e^{-\frac{t-t_{12}-t_D}{T}}\right].$$

Ce groupe de trois relations peut être écrit en une seule relation, en utilisant l'opérateur $\tau(\theta)$ de la manière suivante :

$$U_D(t) = 2\frac{U_{max}}{T_f}\tau(t - t_{12})\left\{t - t_{12} - T\left(1 - e^{-\frac{t-t_{12}}{T}}\right) - \tau(t - t_{12} - t_D)\times\right.$$

$$\left.\times\left[t - t_{12} - t_D - T\,e^{-\frac{t_D}{T}}\left(1 - e^{\frac{t-t_{12}-t_D}{T}}\right)\right]\right\} \qquad (6)$$

avec le domaine de valabilité $0 < t < T_f + t_{12}$.

Dans le schéma de la fig. 1b $U_{12}(t, 0)$ et $i_{12}(t, o)$ sont la tension et le courant qui se propagent sur la portion 12 des barres collectrices après l'arrivée de l'onde initiale U_{01} au point de raccord de la capacité. Dans le calcul opérationnel les conditions à la limite aux points 1 et 2 sont :

$$\tilde{i}_0(p) = \tilde{i}_c(p) + 2\tilde{i}_{12}(p) \quad ; \quad \tilde{U}_{12}(p, l) - U_D(p) = pL_D\tilde{i}_{12}(p, l). \qquad (7)$$

Dans l'annexe 3 on détermine les constantes A et B des équations (7) et avec elles on écrit la formule ci-jointe (8) pour la variation opérationnelle de la tension aux bornes de l'appareil à protéger

$$\tilde{U}_c(p) = \frac{\tilde{U}_D(p) + 2\tilde{U}_{01}(p)\,[sh\,pt_{12} + pT_L\,chp\,T_{12}]}{[1 + pT_L(1 + 2pT_c)]\,ch\,pt_{12} - [1 + p(T_L - 2T_c)]\,sh\,pt_{12}} \qquad (8)$$

avec les notations :

$$T_L = \frac{L_D}{Z} \quad ; \quad T_c = C\frac{Z}{2}. \qquad (9)$$

Dans la relation trouvée (8) on doit introduire les images opérationnelles des tensions initiales $U_{01}(t)$ et aux bornes du déchargeur à résistance variable $U_D(t)$.

Les formules présentées dans le présent ouvrage se réfère à l'onde à front incliné d'une durée du maximum T_f et queuè infinie, avec l'expression analytique en temps donné de la formule (1'). Pour pouvoir utiliser la relation (6) on suppose que la durée du front dépasse le temps du parcours déchargeur-transformateur, ce qui signifie que l'onde reflétée par le déchargeur trouve aux bornes de la capacité le phénomène incident encore au front; avec ces précisions l'image de l'onde initiale écrite dans la relation (3) peut être utilisée en calcul. De la relation (6) pour la tension aux bornes du déchargeur on trouve, en utilisant taujours les notations (9) :

$$U_D(p) = 2\frac{U_{max}}{T_f}\, e^{-pt_{12}}\left\{\frac{1}{p^2}(1-e^{-pt_D}) - \left[1-e^{-t_D\left(p+\frac{1}{T_c}\right)}\right]\frac{1}{p\left(p+\frac{1}{T_c}\right)}\right\} \tag{10}$$

En utilisant (3) et (10) à l'aide de la formule (8) on obtient l'image de la tension aux bornes du transformateur pour un schéma équivalant genre celui de la fig 1 c.

$$\tilde{U}_c(p) = 2\frac{U_{max}}{T_f}\cdot \frac{\frac{1}{p}\left[e^{-pt_{12}} - e^{-p(t_{12}+t_D)}\right] - \frac{1}{p+\frac{1}{T_c}}\left[e^{-pt_{12}} - e^{-p(t_{12}+t_D)}e^{-\frac{t_D}{T_c}}\right] + \frac{1}{p}(1-e^{-pT_f})(sh\,pt_{12} + pT_L\,ch\,pt_{12})}{p\{[1+pT_L(1+2pT_c)]\,ch\,pt_{12} - [1+p(T_L-2T_c)]\,sh\,pt_{12}\}} \tag{11}$$

Pour trouver la fonction originale il est utile de remplacer les grandeurs avec des dimensions aux variables sans dimensions ce qui se réalise par les substitutions :

$$\theta = pt_{12} \quad ; \quad \varrho = \frac{t}{t_{12}} \tag{12}$$

ce qui correspond à :

$$\varrho_D = \frac{t_D}{t_{12}} \quad ; \quad \varrho_f = \frac{T_f}{t_{12}} \quad ; \quad \varrho_L = \frac{T_L}{t_{12}} \quad ; \quad \varrho_c = \frac{T_c}{t_{12}}. \tag{12'}$$

Après une série de transformations élémentaires on obtient :

$$\tilde{U}_c(\theta) = 2\frac{U_{max}}{T_f}\, t_{12}\, \frac{t_{12}\left\{e^{-\theta(1+\varrho_D)}\left[\frac{1}{\varrho_c}e^{\theta\varrho_D} - \theta\left(1-e^{-\frac{\varrho_D}{\varrho_c}}\right) - \frac{1}{\varrho_c}\right] + \left(\theta+\frac{1}{\varrho_c}\right)(1-e^{-\theta\varrho_f})(sh\,\theta+\theta\varrho_L\,ch\,\theta)\right\}}{\theta^2\left(\theta+\frac{1}{\varrho_c}\right)\{[1+\theta\varrho_L(1+2\theta\varrho_c)]\,ch\,\theta - [1+\theta(\varrho_L-2\varrho_c)]\,sh\,\theta\}} \tag{13}$$

La solution image (13) este de la forme $\tilde{y}(p) = \dfrac{U(p)}{pV(p)}$ ou $\tilde{y}(\theta) = t_{12}\dfrac{U(\theta)}{\theta V(\theta)}$ ou $U(p)$ et $V(p)$ sont fonctions, qui, ainsi qu'on le vérifie tout de suite, n'ont pas pour racine $p = 0$, respectivement $\theta = 0$, ni $\theta = -\dfrac{1}{\varrho_c}$. Dans ces conditions on peut appliquer le théorème du développement

$$y(t) = \frac{U(0)}{V(0)} + t_{12} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{U\left(\dfrac{\theta_k}{t_{12}}\right)}{\theta_K V'\left(\dfrac{\theta_k}{t_{12}}\right)} e^{\frac{\theta_k}{t_{12}} t} \quad \text{où} \quad V\left(\frac{\theta_k}{t_{12}}\right) = 0$$

La determination des racines du dénominateur, respectivement des pôles des fonctions (13) se fait de l'équation :

$$th\,\theta = \frac{1 + \theta\varrho_L(1 + 2\theta\varrho_c)}{1 + \theta(\varrho_L - 2\varrho_c)}. \tag{14}$$

Avec ces éléments on obtient la solution cherchée qui donne la variation de la tension aux bornes du transformateur :

$$U_c(\varrho) = 2\frac{U_{max}}{T_f} t_{12}\left[\varrho_D - \varrho_c\left(1 - e^{-\frac{\varrho_D}{\varrho_c}}\right)\right] +$$

$$+ 2\frac{U_{max}}{T_f} t_{12} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\theta_k(1+\varrho_D)}\left[\dfrac{1}{\varrho_c}(e^{\theta_k\varrho_D} - 1) - \theta_k\left(1 - e^{-\frac{\varrho_D}{\varrho_c}}\right)\right] +}{\theta_k^2\left(\theta_k + \dfrac{1}{\varrho_c}\right)[2\theta_k\varrho_c(2\varrho_L + 1)\,ch\,\theta_k +}$$

$$\frac{+\left(\theta_k + \dfrac{1}{\varrho_c}\right)(1 - e^{-\theta_k\varrho_f})(sh\,\theta_k + \theta_k\varrho_L\,ch\,\theta_k)}{+ 2(\theta_k^2\varrho_L + 1)\varrho_c\,sh\,\theta_k - (1 + \theta_k\varrho_L - \varrho_L)\,e^{-\theta_k}]}\, e^{\theta_k\varrho} \tag{15}$$

Dans la formule (15) le premier terme représente la tension stabilisée aux bornes du déchargeur au moment t_D de l'amorçage de celui-ci, c'est-à-dire justement la tension résiduelle.

$$U_{rés} = 2\frac{U_{max}}{T_f}[t_D - T_c(1 - e^{-\frac{t_D}{T_c}})]. \tag{16}$$

Dans l'hypotése que l'on utilise des déchargeurs modernes on peut supposer la tension résiduelle constante, égale à 285 kV à des installations de 110 kV, et 570 kV à la tension nominale de 220 kV.

Il est utile de rapporter la tension qui apparaît aux bornes du transformateur à la suite des processus qui ont lieu dans le schéma 1 c à la tension résiduelle de l'appareil qui protège, pouvant obtenir ainsi une appréciation sur l'efficacité du schéma de protection et de l'influence de la distance de montage transformateur-déchargeur.

$$\frac{U_c(\varrho)}{U_{rés}} = 1 + \frac{2}{U_{rés}} \frac{U_{max}}{T_f} t_{12} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\theta_k(1+\varrho_D)}\left[\frac{1}{\varrho_c}(e^{\theta_k \varrho_D} - 1) - \theta_k\left(1 - e^{-\frac{\varrho_D}{\varrho_c}}\right)\right] + }{\theta_k^2\left(\theta_k + \frac{1}{\varrho_c}\right)[2\theta_k \varrho_c (2\varrho_L + 1) ch\,\theta_k +}$$

$$+ \frac{+\left(\theta_k + \frac{1}{\varrho_c}\right)(1 - e^{-\theta_k \varrho_f})(sh\,\theta_k + \theta_k \varrho_L ch\,\theta_k)}{+ 2(\theta_k^2 \varrho_L + 1)\varrho_c sh\,\theta_k - (1 + \theta\varrho_L - \varrho_L) e^{-\theta_k}]} e^{\theta_k \varrho} \qquad (15')$$

A l'aide de la formule (15') la solution théorique complète des phénomènes qui ont lieu dans le schéma 1 c est déterminée. Il faut mentionner que θ_k étant les racines de l'équation (14) elles sont des grandeurs complexes imaginaires ce qui confère aux formules (15') un caractère pseudoharmonique, et la somme entière devient une somme de fonctions trigonométriques amortisées oscilant autour de la valeur de la tension résiduelle.

III. Pour utiliser le résultat (15') dans les calculs d'établissement du projet de protection des stations contre les surtensions, il est nécessaire d'utiliser un auxiliaire de calcul étant donné le caractère complexe des relations obtenues. Mais n'importe quelle détermination numérique a pour élément initial le temps t_D de fonctionnement du déchargeur à résistance variable.

En utilisant une partie des résultats obtenus du calculateur numérique pour un schéma du type 1 b, ainsi qu'en résolvant l'équation trancendante (16) on obtien pour t_D les valeurs présentées dans le tableau ci-joint dans les hypothèses précisées plus haut. Le tableau contient la variation de ce temps avec la pente de l'onde incidente (U_{max}/T_f) et la constante de temps du circuit de la ligne — capacité (T_c).

Le tableau 1

Les valeurs de t_D pour des déchargeurs de 110 kV

T_c μs \ U_{max}/T_f kV/μs	150	250	350	450	550	650	750	850	950
0,2	1,15	0,77	0,60	0,50	0,44	0,39	0,36	0,33	0,31
0,4	1,34	1,93	0,74	0,64	0,56	0,50	0,46	0,44	0,40
0,6	1,50	1,07	0,86	0,74	0,74	0,60	0,55	0,51	0,48
0,8	1,65	1,19	0,97	0,84	0,74	0,68	0,62	0,59	0,54

Ces valeurs sont placées dans le diagramme de la fig. 2 ci-jointe.

Pour d'autres valeurs de la constante de temps on peut utiliser une interpolation légère entre les courbes tracées. Du reste la gamme de variation 0,2—0,8 μs pour T_C est suffisamment large pour recouvrir la majorité des cas usuels soulevés par les stations de 110 kV.

Ainsi pour une ligne à une impédance d'onde 400 Ω et une capacité C du transformateur de 1500 pF la constante de temps est 0,3 μs ce qui montre que l'on peut utiliser les courbes de la fig. 2. Dans un ouvrage ultérieur on présentera les calculs obtenus à l'aide de la formule (15′).

Pour résoudre le problème de la variation de la tension aux bornes d'un tràns formateur monté à la distance l du déchargeur à résistance variable dans un schéma équivalent du type 1 b, dans [6] on a précisé une

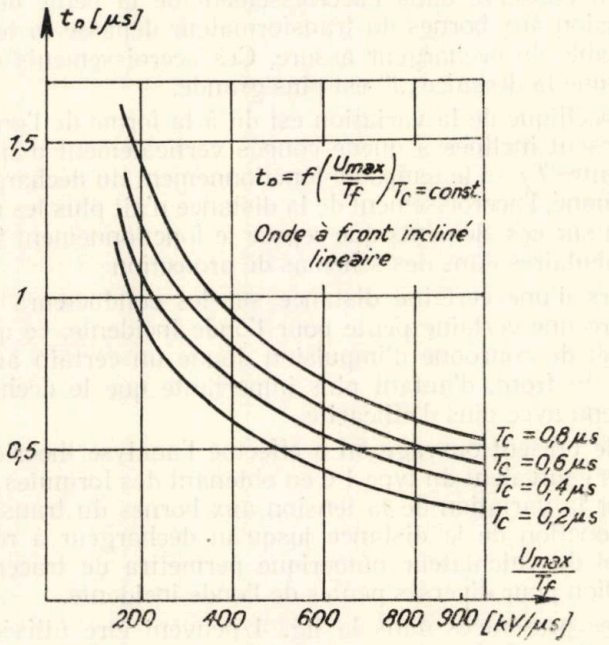


Fig. 2

série d'éléments théoriques ainsi que liés au calcul numérique proprement dit à un calculateur CIFA-102. Le calculateur, de fabrication roumaine, a été doté avec de la mémoire sur le tambour magnétique vertical avec 4320 cellules, avec une vitesse moyenne d'environ 60 opérations par seconde.

Les déterminations ont été faites pour des pentes de l'onde incidente U_{max}/T_f comprise entre 150 et 950 kV/μs et pour des distances DRV-transformateur de 30 à 300 m, de 30 en 30 m, ce qui correspond aux temps de déplacement de l'onde t_{12} compris entre 0,1 μs et 1 μs. La caractéristiques voltampérique du déchargeur a été caractériseé par les constantes

$\alpha = 0{,}2$ et la constante $C = 0{,}206$ MV.kA$^{-0{,}2}$; pour la caractéristique volt-seconde on a déterminé une expression analytique [6].

Dans la fig. 3 on donne le schéma logique de calcul nécessaire pour élaborer le programme de travail où sont enchaînées les équations et les conditions initiales du problème. Les calculs ont été effectués par cycle, chaque cycle correspondant à une certaine valeur de la pente de l'onde incidente. La comparaison effectuée avec la plus grande valeur de U_{max}/T_f commande la reprise du cycle entier pour une autre pente et après neuf répétitions, l'arrêt de la machine.

L'interpretation des résultats numériques fournis par le calculateur permet de tracer la variation de la tension aux bornes du transformateur avec la pente de l'onde incidente, choisissant pour paramètre la distance „*l*" entre DRV et le transformateur.

Ainsi qu'on l'observe dans l'accroissement de la pénte de l'onde incidente la surtension aux bornes du transformateur dépasse la tension que la résistance variable du déchargeur assure. Ces accroissements sont d'autant plus accentués que la distance „*l*" est plus grande.

L'aspect spécifique de la variation est dû à la forme de l'onde incidente, dans le cas présent inclinée à queue coupée verticalement d'après 2 μs. La superposition entre T_f et le temps de fonctionnement du dèchargeur fait que, à un moment donné, l'accroissement de la distance n'ait plus les mêmes effets. C'est justement sur ces éléments que repose le fonctionnement favorable des déchargeurs tubulaires dans des schémas de protection.

Le parcours d'une certaine distance sur les conducteurs d'accès dans la station assure une certaine pente pour l'onde incidente, ce qui, sous l'influence de l'effet de couronne d'impulsion donne un certain amortissement et déformation du front, d'autant plus importante que le déchargeur tubulaire est intervenu avec plus d'efficacité.

IV. Dans le présent ouvrage on a effectué l'analyse théorique complète pour un schéma équivalent du type 1 c en obtenant des formules finales (15′) pour déterminer la variation de la tension aux bornes du transformateur de la station en fonction de la distance jusqu'au déchargeur à résistance variable. L'emploi du calculateur numérique permettra de tracer les diagrammes de variation pour diverses pentes de l'onde incidente.

Les courbes presentées dans la fig. 4 peuvent être utlisées pour projeter une protection sûre et économique des stations contre les ondes qui arrivent dans les stations sur les lignes de transport. Ces courbes peuvent être utilisées également pour corriger le choix du schéma de protection auxiliaire en ce qui concerne la distance de montage du conducteur de protection et du montage des déchargeurs tubulaires. Ces courbes ont été obtenues avec le calculateur CIFA-102 pour un schéma de type 1b.

Les considérations présentes demandent à être continuées théoriquement par l'emploi d'autres formes de l'onde incidente en dehors de l'onde a front incliné et queue infinie, ainsi que confrontée aux résultats que l'on peut obtenier par le modelage physique sur un analyseur de surtension en cours de réalisation à l'Institut Polytechnique.

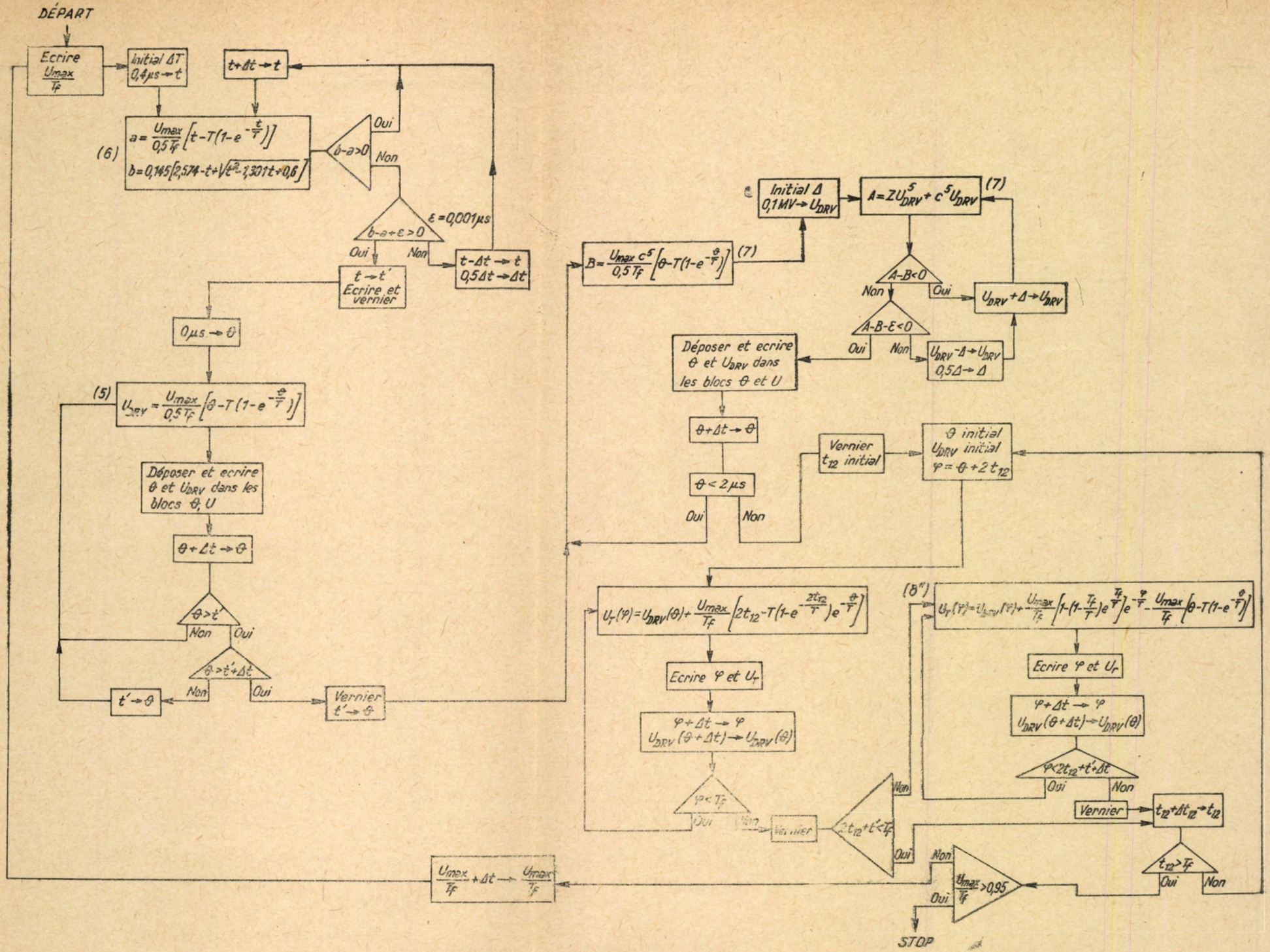


Fig. 3. Schéma logique de calcul pour élaborer le programme de travail

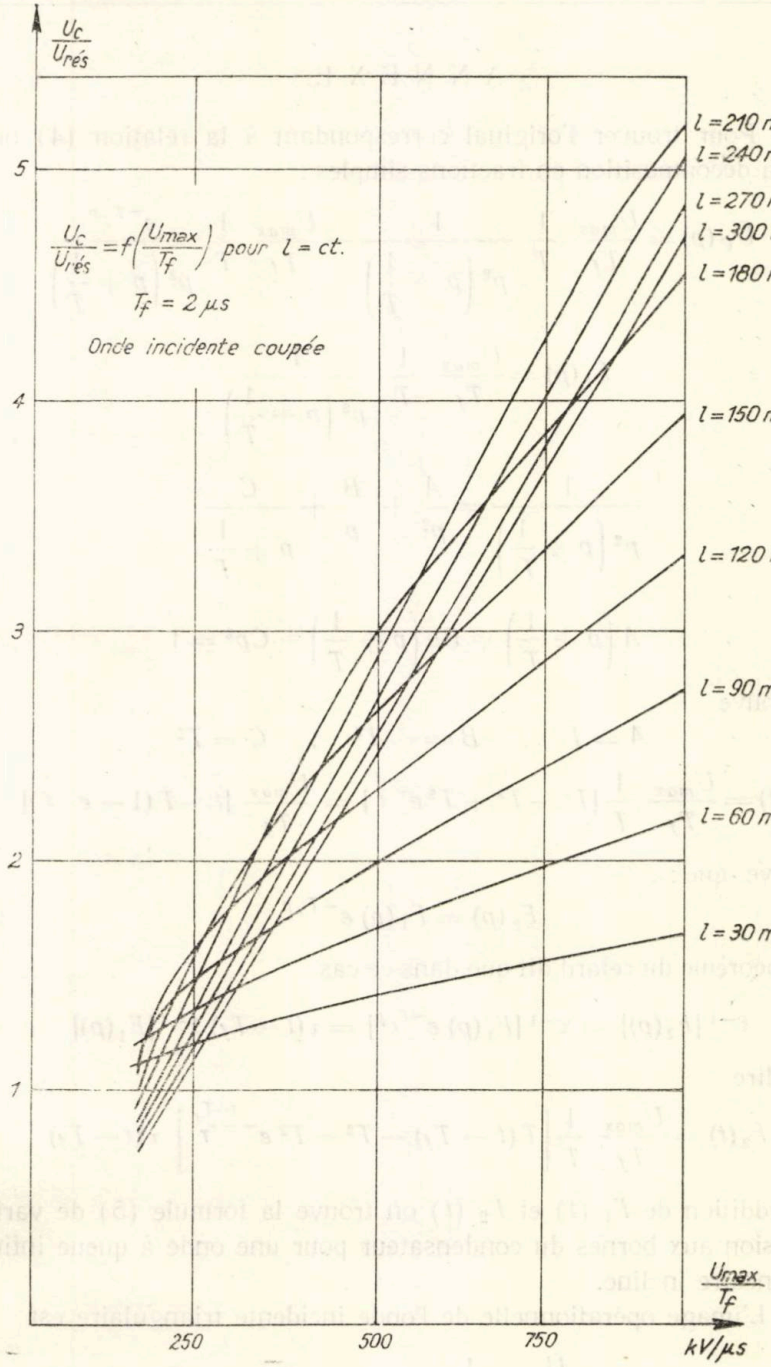

Uc / Urés
5
4
3
2
1
Uc / Urés = f(Umax / Tf) pour l = ct.
Tf = 2 µs
Onde incidente coupée
l = 210 m
l = 240 m
l = 270 m
l = 300 m
l = 180 m
l = 150 m
l = 120 m
l = 90 m
l = 60 m
l = 30 m
250
500
750
Umax / Tf
kV/µs

Fig. 4

ANNEXE

A 1. Pour trouver l'original correspondant à la relation (4) on fait appel à la décomposition en fractions simples :

$$\widetilde{U}_C(p) = \frac{U_{max}}{T_f}\,\frac{1}{T}\,\frac{1}{p^2\left(p+\frac{1}{T}\right)} - \frac{U_{max}}{T_f}\,\frac{1}{T}\,\frac{e^{-T_f p}}{p^2\left(p+\frac{1}{T}\right)}$$

$$F_1(p) = \frac{U_{max}}{T_f}\,\frac{1}{T}\,\frac{1}{p^2\left(p+\frac{1}{T}\right)}$$

$$\frac{1}{p^2\left(p+\frac{1}{T}\right)} = \frac{A}{p^2} + \frac{B}{p} + \frac{C}{p+\frac{1}{T}}$$

$$A\left(p+\frac{1}{T}\right) + Bp\left(p+\frac{1}{T}\right) + Cp^2 = 1$$

et on trouve

$$A = T \quad ; \quad B = -T^2 \quad ; \quad C = T^2$$

$$F_1(t) = \frac{U_{max}}{T_f}\,\frac{1}{T}\left[Tt - T^2 + T^2 e^{-\frac{t}{T}}\right] = \frac{U_{max}}{T_f}\left[t - T\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)\right]$$

on observe que :

$$F_2(p) = F_1(p)\, e^{-T_f p}$$

Le théorème du retard dit que dans ce cas

$$\mathfrak{L}^{-1}\left[F_2(p)\right] = \mathfrak{L}^{-1}\left[F_1(p)\, e^{-T_f p}\right] = \tau(t - T_f)\,\mathfrak{L}^{-1}\left[F_1(p)\right]$$

c'est à dire

$$F_2(t) = \frac{U_{max}}{T_f}\,\frac{1}{T}\left[T(t - T_f) - T^2 + T^2 e^{-\frac{t-T_f}{T}}\right]\tau(t - T_f)$$

et par l'addition de $F_1(t)$ et $F_2(t)$ on trouve la formule (5) de variation de la tension aux bornes du condensateur pour une onde à queue infinie et à front linéaire incliné.

A 2. L'image opérationnelle de l'onde incidente triangulaire est

$$\widetilde{U}_{01}(p) = \frac{U_{max}}{T_f}\,\frac{1}{p^2}\left[1 - pT_f\, e^{-T_f p} - e^{-T_f p}\right]$$

et la tension aux bornes du transformateur

$$\tilde{U}_C(p) = \frac{U_{max}}{T_f}\,\frac{1}{T}\,\frac{1 - pT_f\,e^{-T_f p} - e^{-T_f p}}{p^2\left(p + \frac{1}{T}\right)}$$

avec la notation

$$F_1(p) = \frac{U_{max}}{T_f}\,\frac{1}{T}\,\frac{1}{p^2\left(p + \frac{1}{T}\right)}$$

antérieurement on a trouvé :

$$F_1(t) = \frac{U_{max}}{T_f}\,[t - T\,(1 - e^{-\frac{t}{T}})]$$

$$F_2(p) = -\frac{U_{max}}{T_f}\cdot\frac{T_f}{T}\,\frac{p + \frac{1}{T_f}}{p^2\left(p + \frac{1}{T}\right)}\,e^{-T_f p} = F'_2(p)\,e^{-T_f p}$$

En utilisant le même théorème du retard on ne peut calculer que l'original $F'_2\,(p)$ c'est à dire :

$$F_2(t) = \tau(t - T_f)\,F'_2(t - T_f)$$

$$\frac{p + \frac{1}{T_f}}{p^2\left(p + \frac{1}{T}\right)} = \frac{A}{p^2} + \frac{B}{p} + \frac{C}{p + \frac{1}{T}}$$

$$p + \frac{1}{T_f} = A\left(p + \frac{1}{T}\right) + B\left(p^2 + p\,\frac{1}{T}\right) + Cp^2.$$

Les constantes A, B et C se trouvent par l'identification :

$$A = \frac{T}{T_f} \quad ; \quad B = T - \frac{T^2}{T_f} \quad ; \quad C = -T\left(1 - \frac{T}{T_f}\right)$$

et l'original cherché se trouve de l'image ci-jointe :

$$F'_2(p) = -\frac{U_{max}}{T_f}\,\frac{T_f}{T}\left[\frac{T}{T_f}\,\frac{1}{p^2} + T\left(1 - \frac{T}{T_f}\right)\frac{1}{p} - T\left(1 - \frac{T}{T_f}\right)\frac{1}{p + \frac{1}{T}}\right.$$

$$F'_2(t) = -\frac{U_{max}}{T_f}\cdot\frac{T_f}{T}\left[\frac{T}{T_f}\,t + T\left(1 - \frac{T}{T_f}\right) - T\left(1 - \frac{T}{T_f}\right)e^{-\frac{t}{T}}\right]$$

$$F_2(t) = -\tau(t-T_f)\frac{U_{max}}{T_f}\left[t - T_f + T_f\left(1-\frac{T}{T_f}\right)\left(1-e^{-\frac{t-T_f}{T}}\right)\right]$$

$$F_2(t) = -\tau(t-T_f)\frac{U_{max}}{T_f}\left[t - T\left(1-e^{-\frac{t}{T}}e^{\frac{T_f}{T}}\right) - T_f e^{-\frac{t}{T}}e^{\frac{T_f}{T}}\right]$$

Additionnant les deux fonctions, la variation de la tension aux bornes de la capacité devient :

$$U_C(t) = \frac{U_{max}}{T_f}\left[t - T\left(1-e^{-\frac{t}{T}}\right) - \tau(t-T_f)\,t + T\left(1-e^{-\frac{t}{T}}e^{\frac{T_f}{T}}\right)\tau(t-T_f) + \right.$$

$$\left. + T_f e^{-\frac{t-T_f}{T}}\tau(t-T_f)\right]$$

et après des regroupements et réduction élémentaires

$$U_C(t) = \frac{U_{max}}{T_f}\left\{(t-T)\left[1-\tau(t-T_f)\right] + Te^{-\frac{t}{T}}\left[1-\left(1-\frac{T_f}{T}\right)e^{\frac{T_f}{T}}\tau(t-T_f)\right]\right\}$$

ce qui est justement la formule (5′).

A 3. La transformatios des conditions initiales (7) mène à :

$$\frac{2\,\widetilde{U}_{01}(p)}{Z} = \widetilde{U}_C(p)\,pC + 2\,\widetilde{i}_{12}(p,0)$$

$$\widetilde{U}_C(p) = A + B \quad ; \quad \widetilde{i}_{12}(p,0) = \frac{A}{Z}$$

où les dernières relations sont obtenues des équations (2) pour $x = 0$ et tenant compte seulement de l'onde de courant qui part du point 1 vers le point 2.

$$\text{(A 3.1)} \qquad A\left(1+pC\frac{Z}{2}\right) + B\,pC\frac{Z}{2} = \widetilde{U}_{01}(p).$$

Dans le point 2 la deuxième condition à la limite mène à :

$$\text{(A 3.2)} \quad Ae^{-pt_{12}} + Be^{pt_{12}} - \widetilde{U}_D(p) = p\,L_D\left(Ae^{-pt_{12}} - Be^{pt_{12}}\right)\frac{1}{Z}$$

$$A\left(1-p\frac{L_D}{Z}\right)e^{-pt_{12}} + B\left(1+p\frac{L_D}{Z}\right)e^{pt_{12}} = \widetilde{U}_D(p).$$

Le système (A 3.1) (A 3.2) résolu donne :

$$A = \frac{\tilde{U}_D(p)\,pC\,\frac{Z}{2} - \tilde{U}_{01}(p)\left(1 + p\,\frac{L_D}{Z}\right)e^{pt_{12}}}{\left(1 - p\,\frac{L_D}{Z}\right)pC\,\frac{Z}{2}\,e^{-pt_{12}} - \left(1 + p\,\frac{L_D}{Z}\right)\left(1 + pC\,\frac{Z}{2}\right)e^{pt_{12}}}$$

$$B = \frac{\tilde{U}_{01}(p)\left(1 - p\,\frac{L_D}{Z}\right)e^{-pt_{12}} - \tilde{U}_D(p)\left(1 + pC\,\frac{Z}{2}\right)}{\left(1 - p\,\frac{L_D}{Z}\right)pC\,\frac{Z}{2}\,e^{-pt_{12}} - \left(1 + p\,\frac{L_D}{Z}\right)\left(1 + pC\,\frac{Z}{2}\right)e^{pt_{12}}}$$

Par l'addition des expressions de A et B et après quelques transformations élémentaires on trouve la formule (8).

La chaire des centrales électriques
Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Jaczewski M.*, Rozmieszczenie odgramnikov zaworowych w stacjah najwyzszych napiec. Archiwum elektrotechniki. Tom XI, partea III, 1962, Warsovie.
2. *Jaczewski M., Zielinski T.*, Awaryjnose burzowa krajowych sieci elektrycznych wysokiego napiecia. Energetyka 1956, 4, pag. 169, Warsovie.
3. *Gross J. W., Bliss T. J., Dillard J. K.* Lightning protection in extra high-voltage station — analisis, anacom study, and resultes. Trans A.I.E.E. 1952 pag. 482—492.
4. *Kostenko M. V.*, Atmosferniie perenopriajenia i grozozaşcita vîscovoltnîh ustanovok G.E.I. 1949, Leningrad.
5. *Johansen H.*, The location and the protection level of lightning arresters in high-voltage stations CIGRE 1962, 404.
6. *Dinculescu C., Cristescu D.*, Analiza unei scheme de protecţie a staţiilor contra supratensiunilor cu ajutorul descărcătoarelor cu rezistenţă variabilă. Ouvrage présenté à la Session scientifique de l'Inst. Polytechnique Galatzi, Mai 1966.
7. *Dinculescu C., Cristescu D.*, Déformation des ondes d'impulsion dans la propagation sur les lignes aériennes haute tension. Bulletin de l'Institut polytechnique, „Gheorghe Gheorghiu-Dej" 1966, 2.
8. *Şabac I. G.*, Matematici speciale vol. II, EDP, Bucureşti, 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 6

REȚELE ELECTRICE

C.Z.: 621.3.027 : 621.3.06 : 621.3.09 : 621.316.54 : 621.372.5 : 621.313.12

ALEGEREA PARAMETRILOR *L* ȘI *C* AL LANȚULUI DE CUADRIPOLI CIRCUIT ECHIVALENT AL INFĂȘURĂRII UNUI ALTERNATOR PENTRU CALCULUL PROCESULUI DE RESTABILIRE A TENSIUNII LA BORNELE INTRERUPTOARELOR

GHEORGHE IACOBESCU

Studiile efectuate asupra înfășurărilor alternatoarelor, cu privire la comportarea acestora în timpul proceselor tranzitorii provocate fie de cauze atmosferice, fie de cauze interne, au dus la concluzia că ele se pot echivala cu linii lungi.

Într-adevăr, capacitatea unui alternator este repartizată în principal între fiecare înfășurare și carcasă, deoarece capacitatea mutuală dintre înfășurări, ca și capacitatea longitudinală dintre spirele acestora, sînt foarte mici în raport cu prima și se pot neglija.

Pe de altă parte, și inductanța mutuală dintre bobinele care nu sînt așezate în aceleași crestături ca și cea dintre capetele acestora, este foarte

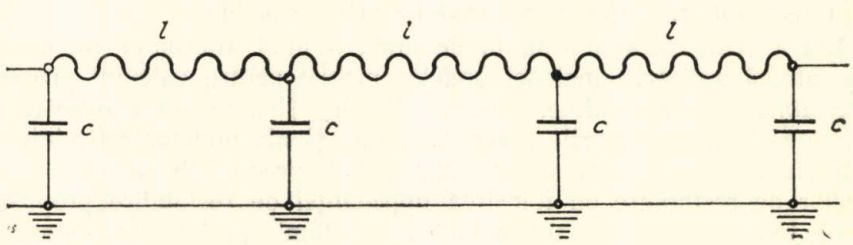


Fig. 1. Schema înfășurării alternatorului cu inductanță și capacitate uniform repartizate

mică, așa încît se poate trage concluzia că, cu o bună aproximație, înfășurarea fiecărei faze reprezintă un lanț de inductanțe, ce nu are cuplaj mutual și posedă numai capacități uniform repartizate față de pămînt.

O astfel de reprezentare este indicată în fig. 1, unde s-a reprodus schema înfășurării alternatorului care conține inductanța și capacitatea uniform repartizate.

* Manuscris primit la redacție la 1 martie 1966.

1. Schemele înfășurării alternatorului pentru calculul procesului de restabilire a tensiunii

Wagner și Brown [1], alegînd valoarea inductanței corespunzătoare fluxului de scăpări, determină prin diferite metode o capacitate echivalentă C^* pentru înfășurarea reală.

Inductanța însă variază într-o oarecare măsură cu frecvența. Din această cauză, în procesele tranzitorii provocate de scurt-circuite — care sînt procese de înaltă frecvență — valoarea ei va fi mai mică decît în joasă frecvență și va trebui legată în special de reactanța supratranzitorie a mașinii. Acest lucru este recomandat prima dată de către Park și Skeats [2], care au făcut un studiu amănunțit asupra alegerii constantelor înfășurărilor alternatoarelor în regim de scurt-circuit.

După remarca lui Wagner și a lui Brown, această diferență în considerarea valorii inductanței nu este sensibilă, datorită faptului că fluxul de scăpări se închide în cea mai mare parte prin aer. Totuși ei țin seama de acest lucru și în calculele frecvențelor proprii leagă valoarea inductanței de reactanța de scăpări scoasă dintr-o încercare de scurt-circuit trifazat la bornele mașinii pentru o tensiune egală cu $\frac{3}{4} U_n$.

In acest fel se poate interpreta că inductanța necesară calculelor procesului de restabilire este chiar inductanța de scurt-circuit afectată de un coeficient subunitar, care poate varia între anumite limite. Alegerea exactă a acestui coeficient are mare importanță în definirea impedanței de undă a înfășurării unui alternator, $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$, care condiționează precizia de calcul a supratensiunilor, la aplicarea metodelor undelor mobile.

Intr-adevăr, dacă impedanța de undă a unui alternator nu este cea reală, atunci aplicarea metodei undelor mobile pentru calculul procesului de restabilire a tensiunii, propusă de Bewley [5], nu dă rezultatele cele mai bune, deoarece valorile undei incidente și ale undelor reflectate sînt funcție de aceasta. In același timp, nici metoda practică de calcul în masă a vitezelor de restabilire cu folosirea impedanței de restabilire propusă de Boehne [6], nu se poate aplica fără precauțiuni speciale sau determinări experimentale, căci dacă pentru linii lungi, impedanța de undă variază puțin și poate fi egalată cu impedanța de restabilire, cînd prima sau următoarele reflexii nu afectează viteza maximă a tensiunii de restabilire, în cazul alternatoarelor Z_0 variază în limite foarte mari ($30 \leqslant Z_0 \leqslant 10\,000\ \Omega$) și face ca determinarea teoretică a acesteia și echivalarea ei cu impedanța de restabilire să comporte riscuri.

Acest lucru a necesitat studii mai amănunțite asupra proceselor tranzitorii de înaltă frecvență provocate de fenomenele de comutație și încercarea unor scheme pentru înfășurarea alternatorului complexe, care să facă posibilă o apreciere mai exactă a parametrilor ei.

În figura 2 se reprezintă astfel de scheme, care țin seama atît de capacitatea longitudinală dintre spire, cît și de inductanța mutuală a acestora. Într-o schemă de forma *c*, se propune [4] o inductanță echivalentă, l_e, pe unitatea de lungime, formată din legarea în paralel a inductanței specifice l cu capacitatea k longitudinală specifică. Acest lucru se poate exprima prin următoarea relație :

$$\frac{1}{j\omega lw} + j\omega kw = \frac{1}{j\omega le\, w} \tag{1}$$

sau

$$l_e = \frac{l}{1 - w^2 lkw^2} \tag{1'}$$

unde w reprezintă lungimea unei spire, înlocuită printr-o inductanță concentrată lw și o capacitate concentrată kw.

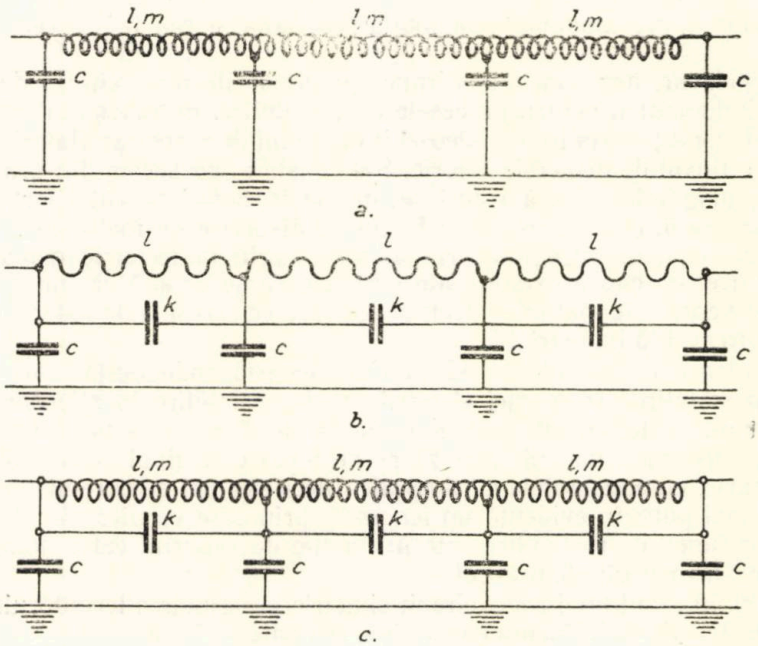


Fig. 2 Scheme reprezentative ale înfășurării alternatorului.
a — conține inductanță proprie, mutuală și capacitate față de pămînt, uniform repartizate ; b — conține inductanță proprie, capacitate longitudinală între spire și capacitate față de pămînt, uniform repartizate ; c — conține inductanță proprie și mutuală, capacitate longitudinală și capacitate față de pămînt, uniform repartizate.

Dacă se notează cu c capacitatea specifică față de pămînt, cele două mărimi caracteristice înfășurării alternatorului, — impedanța de undă și viteza de propagare — se pot scrie sub forma :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{l_e}{c}} = \sqrt{\frac{l}{c\,(1 - \omega^2 k l w^2)}} \tag{2}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{le\,c}} = \sqrt{\frac{1 - \omega^2 lk\,w^2}{l\,c}}. \tag{3}$$

Aceste două relații arată că, atît impedanța de undă cît și viteza de propagare a undei, sînt funcții de frecvență, ceea ce înseamnă că acestea, pentru una și aceeași înfășurare, nu au valori constante.

Pentru frecvențe mult mai mici decît frecvența proprie, ele se pot considera însă cu suficientă aproximație constante, deoarece influența capacității longitudinale este neglijabilă, iar inductanța propusă variază puțin. In aceste cazuri s-ar putea considera că impedența de undă este și impedanța de restabilire Z_r propusă de Boehne [6].

Pentru frecvențe înalte, cercetările au arătat că această identitate nu se poate face, existînd deosebiri esențiale între Z_0 și Z_r, în special din cauza diferențelor dintre inductanța la înaltă frecvență și cea la frecvență industrială.

Intr-adevăr, așa cum s-a afirmat, procesele de scurt-circuit determină legarea inductanței, pentru procesele de restabilire, de reactanța tranzitorie a mașinii, condiționată în mod deosebit de fluxul de dispersie statoric și doar parțial de fluxul de dispersie rotoric. S-a constatat că acesta din urmă, ca și saturația magnetică, joacă roluri secundare în definirea valorilor de reactanțe tranzitorii, ceea ce arată că fluxul de dispersie de înaltă frecvență, se închide aproape în întregime prin stator și prin materialele nemagnetice.

Din această cauză există toate motivele să se creadă că inductanța de înaltă frecvență este mai mică decît aceea care ar corespunde reactanței tranzitorii la frecvență industrială.

O valoare de calcul exactă privind această inductanță, care trebuie aleasă în stabilirea frecvenței și tensiunii de restabilire la alternatoare, cu greu s-ar putea da, cu atît mai mult cu cît, după remarca lui Gosland [3], reactanța efectivă a mașinii variază pe de o parte cu tipul defectului, iar pe de altă parte, cu constantele de timp ale diferitelor căi de curenți turbionari. Gosland mai pune în evidență un fenomen, prin care verifică, de altfel, faptul că tensiunea de restabilire este în funcție de raportul celor două inductanțe supratranzitorii ale mașinii.

Astfel, în cazul unui scurt-circuit simetric la bornele alternatorului, dacă se face abstracție de influența capacitivă, se poate scrie că

$$e_g = L\left[\frac{di}{dt}\right]_{t=0} \tag{4}$$

unde L este inductanța supratranzitorie a mașinii, iar e_g este amplitudinea tensiunii pe fază înaintea scurt-circuitului.

Considerînd pierderile nule și componenta aperiodică a curentului din faza deconectată în momentul deconectării, egală cu zero, se poate scrie că tensiunea electromotoare pe înfășurare este dată de relația

$$e = L_1 \left[\frac{di}{dt}\right]_{t=0} = \frac{L_1}{L} \cdot e_g \tag{5}$$

deoarece pentru acest caz, axa fazei coincide cu axa transversală și deci inductanța de scurt-circuit pentru unda de curent este chiar inductanța supratranzitorie transversală L_1.

In cazul unui impuls liniar, tensiunea electromotoare este constantă atîta vreme cît inductanța L_1 rămîne constantă. Cum fluxul de dispersie legat de L_1 se închide nu numai prin aer, ci într-o oarecare măsură și prin metale, înseamnă că în prima clipă curenții turbionari micșorează valoarea acestuia și deci în momentul zero L_1 ar corespunde într-o oarecare măsură inductanței de înaltă frecvență.

In același timp reiese că, datorită acestei variații în timp, în primul moment tensiunea electromotoare e este mai mică decît cea corespunzătoare fluxului transversal și pierderile determinate de curenții turbionari vor determina o amortizare, cu o constantă de timp ce variază de la cîteva zeci la cîteva sute de microsecunde. Deci mărimea tensiunii electromotoare e, peste care se suprapun oscilațiile de înaltă frecvență, variază de la o valoare minimă pentru începutul procesului, la o valoare maximă aproximativ constantă.

Circuitele auxiliare ale curenților turbionari complică mult prelucrarea matematică a procesului de restabilire și face ca soluția să aibă un caracter foarte aproximativ, datorită ipotezelor simplificatoare necesare pentru calcul.

2. Schema echivalentă simplificată a înfășurării alternatorului și calculul tensiunii tranzitorii de restabilire

Fie, de exemplu, circuitul simplificat al înfășurării unui alternator, dat de Hammarlund, și reprezentat în fig. 3, în care L_1 reprezintă inductanța supratranzitorie transversală a fazei de deconectat, iar circuitul curenților turbionari ai statorului și rotorului este reprodus prin conturul cu inductanța L_2 și rezistența R.

Calculul tensiunii tranzitorii de restabilire se efectuează ținînd seama de ecuațiile ce se pot scrie pe fig. 3. Astfel, neglijind rezistența circuitului principal, se pot scrie următoarele ecuații:

$$\begin{aligned} e &= L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \\ 0 &= L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} + Ri_2 \\ i &= C \frac{de}{dt} + i_1 \end{aligned} \tag{6}$$

sau operațional :

$$\begin{aligned} E(p) &= L_1 p i_1 - M p i_2 \\ 0 &= L_2 p i_2 - M p i_1 + R i_2 \\ i &= C p e + i_1 \end{aligned} \tag{6'}$$

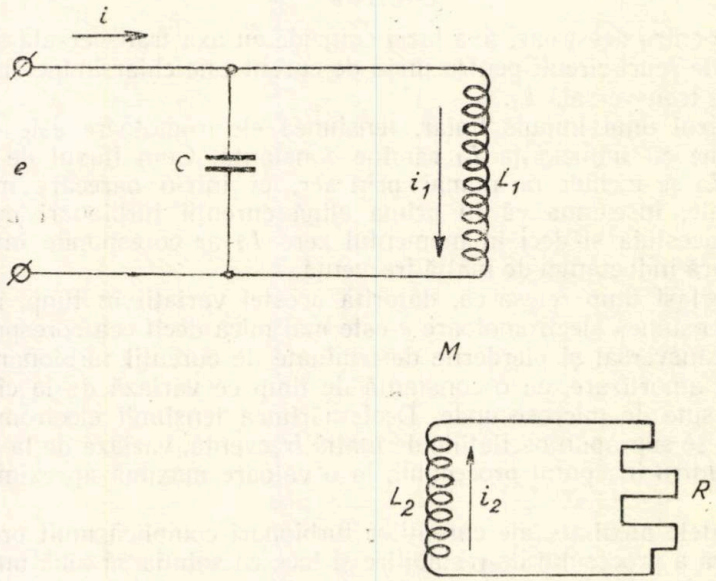


Fig. 3 — Schema simplificată a alternatorului [4]

In procesele tranzitorii de restabilire a tensiunii interesează o zonă restrînsă în apropierea trecerii prin zero a curentului de scurt-circuit. De aceea, valoarea acestuia poate fi aproximată prin relația :

$$i = \frac{e_g}{L} t$$

unde L este inductanța supratranzitorie longitudinală a mașinii.

Ținînd seama de această simplificare, rezolvînd sistemul de ecuații (6) și notînd :

$$\frac{R}{L_2} = \alpha \qquad \left(1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}\right) = k$$

se obține :

$$E(p) = \frac{e_g}{LC} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{p + \frac{\alpha}{k}}{p^3 + p^2 \frac{\alpha}{k} + p \frac{1}{k L_1 C} + \frac{\alpha}{k L_1 C}} \tag{7}$$

Din ultima expresie a tensiunii tranzitorii de restabilire se observă că aceasta depinde de raportul $\frac{1}{L_k C} = \nu_k$ și ea se poate pune sub o formă mai sugestivă :

$$E(p) = e_g\, k\, \nu_0^2 \frac{L_1}{L} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{p + \frac{\alpha}{k}}{p^3 + p^2 \frac{\alpha}{k} + \nu_0^2 p + \alpha \nu_0^2} \tag{7'}$$

în care s-au făcut notațiile :

$$\nu_0^2 = \frac{\nu_1^2}{k} \qquad \nu_1^2 = \frac{1}{L_1 C}$$

Expresia (7') are o ecuație caracteristică destul de complicată, ceea ce face ca soluția generală să fie greu de obținut.

Din cauza aceasta, problema se rezolvă în două cazuri particulare și anume :

$$\text{I} \quad \alpha^2 \ll \nu_0^2$$

Cînd este satisfăcută această inegalitate și pentru $k > 0{,}5$, ecuația caracteristică se pune sub o formă aproximativă convenabilă, cu ajutorul căreia se poate scoate originalul expresiei (7').

Astfel polinomul de gradul trei în p, pus sub forma :

$$p^3 + p^2 \frac{\alpha}{k} + \nu_0^2 p + \alpha \nu_0^2 \simeq p^3 + \frac{\alpha}{k} p^2 + \left(\nu_0^2 + \alpha^2 \frac{1-k}{k}\right) + \alpha \nu_0^2 \simeq$$

$$\simeq (p + \alpha)\left[\left(p + \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{1-k}{k}\right)^2 + \nu_0^2\right] = 0$$

permite ușor determinarea rădăcinilor ecuației caracteristice și a originalului :

$$e(t) = e_g \frac{L_1}{L}\left[1 - (1-k)\, e^{-\alpha t} - k\, e^{-\frac{\alpha}{2} \cdot \frac{1-k}{k} t} \cos \nu_0 t\right] =$$

$$= e_g \frac{L_1}{L}\left[1 - (1-k)\, e^{-\frac{\alpha \tau}{\nu_0}} - k \cdot e^{-\frac{\alpha}{\nu_0} \cdot \frac{1-\tau}{k} \tau} \cdot \cos \tau\right] \tag{8}$$

unde s-a notat

$$\tau = \nu_0 t$$

$$\text{II} \quad \alpha^2 \gg \nu_0^2.$$

In acest caz ecuația caracteristică se pune sub forma :

$$p^3 + \frac{\alpha}{k} p^2 + \nu_0^2 p + \alpha \nu_0^2 \simeq \left(p + \frac{\alpha}{k}\right)\left[\left(p + \frac{(1-k)\, k\, \nu_0^2}{2\alpha}\right)^2 + k\, \nu_0^2\right] \simeq$$

$$\simeq \left(p + \frac{\alpha}{k}\right)\left[\left(p + \frac{1-k}{2\alpha} \cdot \nu_1^2\right)^2 + \nu_1^2 = 0\right.$$

și originalul

$$e(t) = e_g \frac{L_1}{L} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1-k}{2\alpha}\nu_1 \tau} \cdot \cos \tau\right) \tag{9}$$

unde

$$\tau = \nu_1 t .$$

Expresiile (8) și (9) arată că tensiunea de restabilire este funcție de raportul celor două inductanțe supratranzitorii, transversală și longitudinală, și o determinare a ei pe baza acestora este dificilă.

Din cauza aceasta, în literatura tehnică de specialitate, se indică formule mai simple și suficient de exacte, care dau valoarea medie inițială a tensiunii de restabilire.

Astfel, valoarea tensiunii de restabilire pentru alternator fără amortizor, făcînd abstracție de componenta aperiodică a curentului de scurt-circuit, este exprimată [4] printr-o relație de forma :

$$e = E\left[3 \frac{L_1}{L} - 1{,}5\right] \tag{10}$$

unde E este amplitudinea tensiunii nominale a mașinii.

La terminarea procesului tranzitoriu din circuitul statoric, relația (10) tinde către valoarea

$$e = \frac{3}{2} E \frac{L_1}{L} . \tag{11}$$

O relație analogă cu aceasta este dată și de către Park și Skeats [2], însă sub o formă mai generală :

$$e = k_g \cdot k_d \cdot k_q E \tag{12}$$

unde :

— k_g este un un coeficient ce depinde de tipul scurt-circuitului ;
— k_d — un coeficient ce depinde de amortizarea din circuitul rotoric ;
— k_q — coeficientul rectanței transversale.

Totuși, cele două cazuri particulare rezolvate mai sus oferă o bază de discuție foarte importantă, ele corespunzînd la două aspecte fizice distincte.

Intr-adevăr, dacă valoarea parametrului α este mai mare, mai mică sau apropiată de valoarea frecvenții proprii, influența lui se manifestă printr-o scoborîre într-o măsură mai mică sau mai mare a primului sau

primelor vîrfuri ale oscilațiilor de restabilire. Acest lucru, de altfel, este confirmat și de diferitele încercări experimentale [4], în același timp putîndu-se interpreta însă și pe baza relațiilor (8) și (9).

Dacă se presupun cele două situații limită ale celor două cazuri, se observă ușor că expresiile tensiunilor de restabilire :

$$e(t) = e_g \frac{L_1}{L}\left(1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}\right)(1 - \cos \nu_0 t) \qquad (8')$$

și

$$e(t) = e_g \frac{L_1}{L}(1 - \cos \nu_0 t) \qquad (9')$$

se pot interpreta pe baza coeficientului de cuplaj $\frac{M_2}{L_1 L_2}$.

În realitate însă, așa cum arată diferitele încercări experimentale, schema echivalentă a unui alternator este mai complicată decît cea prezentată de Hammarlund, avînd o mulțime de circuite auxiliare ale curenților turbionari, ce se pot ecrana reciproc și au constante de timp diferite, fapt care complică mult prelucrarea matematică a procesului. Astfel, unul din aceste circuite determină măsura în care reactanța efectivă a mașinii sporește de la valoarea tranzitorie pînă la valoarea sincronă și a cărei constantă de timp, după comunicarea lui Gosland [3], poate fi de ordinul de mărime 1 secundă. O a doua serie de căi de curenți turbionari, cu o constantă de timp de 0,02—0,05 s, determină măsura în care se modifică reactanța efectivă a mașinii în treapta supratranzitorie. Experimental se confirmă exis-

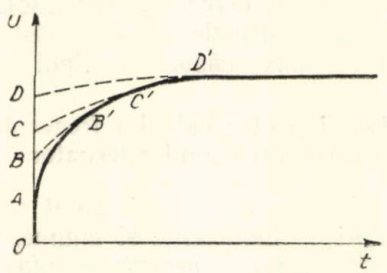


Fig. 4 — Variația tensiunii pentru un curent liniar crescător forțat în spirele alternatorului (capacitate nulă) [3].

tența unor căi de curenți turbionari, cu constante de timp mai mici decît 0,01 s, mergînd pînă la valori de ordinul 100 μ s, determinate de circuitele curenților turbionari din piesele de fier ale statorului și din piesele de cupru.

Toate acestea duc la concluzia că pentru un curent liniar crescător forțat prin spirele alternatorului (lucru care ar fi posibil numai în absența capacității spirelor), corespunde o tensiune ca cea arătată în figura 4. Valoarea O A e determinată de o reactanță corespunzătoare căilor de pierderi prin aer, ca apoi tensiunea să crească datorită unor termeni exponențiali, în conformitate cu diferitele căi de curenți turbionari.

Rezultă că obținerea unei valori de reactanță din considerații de amplitudine presupune variația acesteia într-o oarecare măsură cu frecvența, care determină timpul celui dintîi punct al unei curbe ca aceea din figura 4.

O asemenea valoare va fi cu siguranță mai mică decît reactanța supratranzitorie a alternatorului, calculată din reactanța ei procentuală, deoarece aceasta din urmă este determinată ținînd seama numai de puterea mașinii, tensiune și frecvență.

Pe de altă parte, deși s-a indicat că saturația mașinii joacă un rol secundar în definirea valorii inductanței de înaltă frecvență, totuși nu se poate face abstracție total de ea, aceasta manifestîndu-se în sensul unei creșteri foarte reduse a frecvențelor și a micșorării amplitudinilor într-o măsură mai apreciabilă.

Influența ei este confirmată pe cale experimentală prin oscilograme luate de către Hammarlund [4], care constată că valoarea medie în jurul căreia se produc oscilațiile de restabilire este mai mică în prezența excitației. Această micșorare variază în funcție de alternator și poate ajunge pînă la 15% pentru mașini cu poli aparenți.

În același timp, Gosland [3] constată, pe oscilograme luate pe un alternator special, scăderi procentuale ale valorii medii a tensiunii de restabilire de pînă la 30% pentru mașina excitată în raport cu mașina neexcitată.

Frecvența oscilațiilor de restabilire însă este aproape independentă de saturație, fapt care s-a constatat prin diferite încercări experimentale, din care s-au scos frecvențe egale pentru alternare total excitate sau neexcitate. Totuși și pentru această situație se pot constata oarecare influențe ale excitației, depinzînd în mare măsură de tipul constructiv al mașinii.

3. Alegerea inductanței pentru calculul frecvenței de restabilire a înfășurării unui alternator

Din cele de mai sus reiese că, experimental se pot scoate pentru o aceeași mașină două valori de inductanțe și anume, una legată de amplitudine, cealaltă legată de frecvența proprie a înfășurărilor. Din această cauză, Gosland dă, în încercările sale experimentale efectuate pe un alternator de 11 kV și 23 435 kVA, două serii de valori de inductanțe, pentru fiecare defect considerat, care diferă între ele cu pînă la 20%.

În calculul procesului de restabilire, însă, nu este recomandabil să se folosească ambele valori, fiind suficient, după părerea acestuia, să se adopte valoarea inductanței reieșită din considerații de amplitudine, pentru frecvențe proprii, aplicînd totdeauna un coeficient de corecție subunitar pentru capacități, a cărui valoare variază între 0,8 și 0,9.

Recomandarea însă nu este prea comodă pentru calcule, în determinarea procesului de restabilire fiind necesară definirea unei valori medii, care să poată fi acceptată pentru orice alternator dintr-un sistem energetic, fără luarea unor serii de oscilograme.

Această valoare medie este inductanța de înaltă frecvență, care nu variază sensibil în regiunea frecvențelor ce interesează în cea mai mare măsură procesul de restabilire și a cărei valoare este recomandată de către Hammarlund [4], ca fiind 65% din inductanța supratranzitorie longitudinală a mașinii. Ea a reieșit dintr-o serie de încercări experimentale ale acestuia și constituie media limitelor de (45% și 88%) L, fiind confirmată ulterior și de ridicările făcute de către Vanzinni [7] la o serie de centrale electrice din Italia.

O astfel de valoare de calcul pentru inductanța de înaltă frecvență a alternatoarelor este acceptată și de alți cercetători, dintre care citâm pe Gert [8], care face o serie de determinări în sistemul energetic cehoslovac și Belousov [9], care face calcule în rețeaua de 200 kV a sistemelor sovietice.

Totuși se menționează că există și o altă propunere a lui Park și Skeats, care leagă acest parametru fie de inductanța supratranzitorie transversală, fie de inductanța de secvență inversă a mașinii, luată ca o medie aritmetică a celor două inductanțe supratranzitorii de-a lungul axelor pentru mașini prevăzute cu amortizor sau, după propunerea lui N. N. Scedrin, ca o medie geometrică a acestora, pentru mașinile fără amortizor.

În lucrarea de față, pentru determinările efectuate prin calcul și compararea cu cele obținute experimental, s-a acceptat prima propunere. S-a considerat însă că, pentru scurtcircuite trifazate apropiate de bornele mașinii, procesele tranzitorii din mașină au o influență mai mare și s-a ales o valoare a inductanței corespunzătoare la 70% L, în timp ce pentru defecte îndepărtate, aceasta a fost identificată cu reactanța supratranzitorie longitudinală L.

Echivalarea, în acest fel, este justificată pe de o parte de încercările experimentale făcute pe diferite tipuri de alternatoare de către cercetătorii amintiți, și pe de altă parte de ridicările pe care le-am făcut pe un alternator BBC de putere $P = 9$ MVA din centrala Filaret.

Astfel, Gosland dă o serie de oscilograme luate pe alternatorul amintit, din care reiese că pentru trei poziții ale axei rotorului față de combinațiile unei faze, ele sînt substanțial identice.

Același lucru este cercetat și de către Hammarlund pe patru alternatoare, care au avut succesiv axa rotorului suprapusă cu axa transversală și respectiv cu axa longitudinală. Pentru trei dintre acestea, acesta nu constată nici o diferență de frecvențe, în timp ce pentru al patrulea reiese o micșorare a frecvenței cu aproximativ 7—8%, la deplasarea rotorului din poziția corespunzătoare axei longitudinale, într-o poziție corespunzătoare axei transversale. Pentru ultima determinare ar reieși că în medie inductanța supratranzitorie transversală L ar fi mai mare cu 15% față de cea longitudinală, adică :

$$L_1 = 1{,}07^2 L = 1{,}145 L$$

și

$$L_1 = 1{,}08^2 L = 1{,}165 L$$

Pentru o serie de mașini experimentate în centralele electrice italiene, Vanzinni determină o inductanță de înaltă frecvență corespunzătoare frecvențelor de restabilire, de ordinul 70% *L*.

În același timp, în măsurătorile făcute pe alternatorul BBC din centrala Filaret, n-au reieșit diferențe mari ale frecvențelor proprii la deplasarea poziției rotorului. Astfel, pentru patru deplasări ale acestuia s-au constatat variații foarte mici ale frecvențelor și inductanțelor. Totuși nu putem afirma că vreuna din aceste poziții a corespuns cu una din axele longitudinală sau transversală ale mașinii. S-a căutat însă, pe cît a fost posibil, ca prin rotirile alese, să ne apropiem cît mai mult de axele mașinii și rezultatele sînt sintetizate în tabela I.

Tabela I

Rezultatele experimentale obținute la încercarea unui alternator BBC de 9 MVA în centrala Filaret

Nr. crt.	Frecvența proprie experimentală, Hz	Frecvența proprie calculată	Poziția rotorului	Schema de experimentare	Observații
1	10 000	12 900	1	Înfășurările legate în stea. Neutrul izolat. Două înfășurări legate la pămînt	
2	10 200	12 900	Rotit cu cca 50° față de poziția 1	I d e m	
3	10 300	12 900	Rotit cu cca 20° față de poziția 2	I d e m	
4	10 000	12 900	Rotit cu cca 35° față de poziția 3	I d e m	
5	19 100	19 500	1	Înfășurările legate în stea. Neutru pus la pămînt. Două înfășurări legate la pămînt	
6	18 400	19 500	Rotit cu cca 50° față de poziția 1	I d e m	
7	18 400	19 500	Rotit cu cca 20° față de poziția 2	I d e m	
8	18 200	19 500	Rotit cu cca 35° față de poziția 3	I d e m	

Din această tabelă se constată, pentru prima schemă de experimentare, variații mici ale frecvențelor, de ordinul 3%.

Pentru cea de-a doua schemă de experimentare se constată variații mai mari ale frecvențelor, de ordinul 5%.

Variațiile inductanței reieșite diferă între ele cu 6 și respectiv 10% adică :

$$L_4 = 1{,}03^2\ L_3 = 1{,}06\ L_3$$

$$L_8 = 1{,}05^2\ L_5 = 1{,}1\ L_3 .$$

Noutățile din aceste relații corespund notațiilor date în tabela de încercări experimentale.

4. Alegerea inductanțelor pentru calculul frecvenței tensiunii tranzitorii de restabilire a înfășurării unui alternator, în cazul unor defecte nesimetrice

In calculul procesului de restabilire un mare interes prezintă și valoarea inductanței pentru diferite secvențe, deoarece reactanța efectivă a mașinii variază cu tipul defectului de rezolvat. Valoarea acesteia va depinde de cunoașterea și de modul de legare a reactanțelor de secvențe diferite.

Reactanța directă se poate accepta ca fiind identică cu cea propusă pentru cazul unui defect trifazat. Este necesară însă o observație importantă și anume că, dacă se vor compara frecvențele proprii ale circuitelor monofazat și de secvență directă, se va constata că pentru al doilea caz acestea sînt mai joase, deoarece intervine și inductanța mutuală dintre faze.

Într-adevăr, dacă L' este inductanța monofazată și M este inductanța mutuală, atunci circuitul secvenței directe este determinat de parametrii $(L' + M)$ și C^*, iar pentru prima fază deconectată de 1,5 $(L' + M)$ și $\frac{C^*}{1{,}5}$ în timp ce circuitul monofazat e determinat numai de 1,5 L' și $C^*/1{,}5$.

Pentru secvența inversă este necesară însă o observație care, de altfel, conduce la o anumită considerare a valorii inductanței corespunzătoare.

Se știe că fluxul magnetic creat de sistemul de curenți inverși se rotește cu o viteză sincronă dublă în raport cu rotorul.

Aceasta întîlnește în cale o reuctanță care variază continuu, variația fiind condiționată pe de o parte de permeanța magnetică diferită pe cele două axe, iar pe de altă parte de faptul că curenții induși de fluxul magnetic de secvență inversă în contururile longitudinal și transversal ale rotorului, crează reacții diferite ale acestuia.

Dacă tensiunea magnetomotoare a statorului este constantă, fluxul invers se modifică cu o frecvență sincronă dublă în limitele sale maximă și minimă, care depind de gradul de nesimetrie al rotorului. Cînd acesta coincide cu axa longitudinală a rotorului, el este limitat de reacția înfășurării de excitație (mașina fiind presupusă fără amortizor), ca în primul moment al regimului tranzitoriu. Cu alte cuvinte, fluxului creat în acest caz îi corespunde reactanța tranzitorie longitudinală x'_d.

Pe axa transversală fluxul magnetic variază liber, urmînd variația curenților inverși și deci el va fi legat de reactanța transversală x_q.

Variația reactanței de secvență inversă a mașinii se va produce deci în limitele :

$$x'_d \leqslant x_2 \leqslant x_q \tag{13}$$

sau pentru mașina prevăzută cu amortizor :

$$x''_d \leqslant x_2 \leqslant x''_q. \tag{14}$$

Ea se poate concepe ca o medie dată de expresiile :

$$x_2 = \frac{x''_d + x''_q}{2} \tag{15}$$

sau, pentru mașina fără amortizor :

$$x_2 = \sqrt{x'_d \cdot x_q}. \tag{16}$$

S-a afirmat însă mai sus că fluxul invers variază între două limite, maximă și minimă, acestea depinzînd de nesimetria rotorului.

Dacă rotorul este perfect simetric, diferența între cele două limite dispare. Așa fiind, modul de considerare al celor două medii definite de (15) și (16) este indiferent și se va lega reactanța de secvență inversă de reactanța supratranzitorie longitudinală, folosind în calcule — pentru ambele secvențe de care s-a amintit — valorile recomandate de Gosland, de (50—75%) x''_d (supratranzitorie longitudinală).

Pentru circuitul de secvență homopolară, frecvența de oscilație este mult mai mare decît a circuitului monofazat.

Reactanța homopolară va fi legată de fluxul de scăpări corespunzător curenților homopolari, care este mai mic în comparație cu cel direct sau invers. Ca urmare, valoarea acesteia va fi mult mai mică și limitele de variație propuse de Gosland sînt de 20—40% din inductanța supratranzitorie longitudinală.

5. Capacitatea înfășurărilor alternatoarelor

Capacitatea înfășurărilor unui alternator este repartizată în principal între fiecare din ele și carcasă, capacitatea longitudinală dintre spire, ca și capacitatea reciprocă dintre faze, fiind neglijabil de mici în comparație cu prima.

Pentru calculul acesteia, literatura tehnică de specialitate dă cîteva relații, care însă nu au un caracter general.

Astfel, pentru studiul variației frecvențelor proprii în funcție de tensiunea rețelei, Juillard și Puppikopfer [10] o determină pe aceasta plecînd de la mărimile caracteristice ale mașinii, respectiv de la putere și tensiune, cu relația :

$$C_p = k \frac{P}{U \cdot n} = \tau_G \cdot \frac{P}{U} \tag{17}$$

unde τ_G variază în limite largi în funcție de tipul mașinii :

$\tau_G = 5 \text{ — } 10\%$ pentru alternatoare cu poli aparenți,
$\tau_G = 2{,}5 \text{ — } 5\%$ pentru turboalternatoare.

Pentru acoperire, aceștia recomandă considerarea unei valori apropiată de limita inferioară, așa fel încît valoarea calculată a frecvențelor proprii să reprezinte o limită superioară.

Relația (17) este analogă cu o alta, scoasă de către Vanzinni [7], pe bază de încercări experimentale, în funcție de puterea mașinii și turație, de forma :

$$C_p = 25\ 10^{-3} \sqrt{\frac{P_{(kVA)}}{n_{(t/m)}}} \tag{18}$$

Alte firme recomandă verificarea valorilor măsurate ale capacității, prin relații în care intră caracteristicile constructive ale mașinii.

Astfel, firma ASEA [4, 11] recomandă următoarea formulă :

$$C = k \frac{\varepsilon}{0{,}113} \frac{p n L}{3 \Delta L_s} \text{ pF/fază} \tag{19}$$

unde :

n indică numărul total de spire ale statorului,
p este lungimea medie a conductorului într-o spiră, în mm,
L este lungimea fierului, în m,
Δi_s este grosimea izolației în canal, în mm,
ε este constanta dielectrică a izolației,
k este un coeficient experimental, a cărui valoare este de 0,5.

După comunicarea firmei, însă, valorile măsurate nu au permis obținerea unor relații pe baza cărora să se poată determina capacitatea înfășurărilor plecînd de la datele nominale ale mașinii — putere și tensiune — recomandînd ca în cazuri în care se cer date mai precise, acestea să se obțină chiar de la uzina ce livrează mașina.

Relațiile de calcul pentru capacitatea înfășurărilor alternatoarelor nu pot fi deci generalizate, aceasta depinzînd în bună măsură și de tipul constructiv al mașinii, care face ca erorile comise prin neglijarea celorlalte capacități să fie mai mari sau mai mici.

Este însă interesant să comparăm valorile de capacitate ale înfășurării alternatorului BBC de 9 MVA cu turația $n = 167$ t/m, scoase prin cele trei propuneri de mai sus.

Astfel, cu ajutorul relației (17) și pentru $\tau_G = 6\%$, se obține o valoare de capacitate de 0,173 μF, față de 0,17 μF dată de relația (18).

Pe de altă parte, pentru calcule este necesară determinarea capacităților localizate echivalente C, ale căror valori nu sînt definite în mod absolut, ci depind de modul de conexiune al mașinii ca și de situația punctului neutru și a celorlalte înfășurări față de pămînt.

Pentru determinarea acestora, literatura tehnică de specialitate recomandă trei metode generale, care vor fi expuse mai jos.

a. *Metoda admitanțelor egale.*

Să presupunem înfășurarea OA a unui alternator, a cărei capacitate în raport cu pământul este uniform repartizată, ca în figura 5.

Schema (a) se poate înlocui prin schema (b), în care $L^* = L$ iar C^* este capacitatea echivalentă localizată între punctul A și pământ, a cărei valoare trebuie determinată.

Se stabilește convenția $L^* = L$. Aceasta este, de altfel, cea mai practică, deoarece în problema de deconectare a scurt-circuitelor inductanța

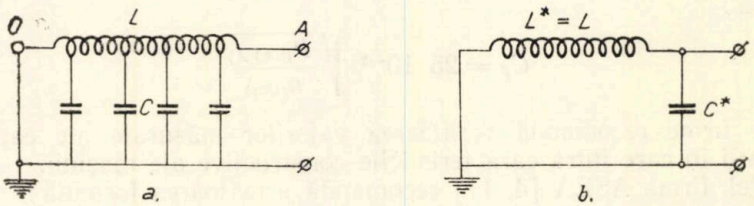


Fig. 5 — a) Schema inițială ; b) schema echivalentă.

totală a circuitului este aceea care determină intensitatea curentului, și deci în schemele echivalente este avantajos și ușor să se introducă inductanțe identice cu cele ale circuitelor reale. Capacitatea echivalentă C^* se va determina punînd condiția ca admitanța să fie aceeași pentru cele două scheme, adică :

$$\bar{Y} = \bar{Y}^*$$

În baza acestei convenții și a echivalării înfășurărilor alternatoarelor cu linii lungi, admitanța Y va reieși din ecuațiile :

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2 \cos\theta + j\,\bar{Z}\,\bar{I}_2 \sin\theta \tag{20}$$

unde :

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 \cos\theta + j\,\frac{U_2}{Z}\sin\theta$$

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\bar{\theta} = j\nu\sqrt{LC} = j\theta\,.$$

Să presupunem însă capătul de sosire pus la pământ, adică alternator în stea cu neutru pus la pământ, sau alternator în stea cu neutrul izolat și capătul celălalt al înfășurării pus la pământ. În acest caz ecuațiile (20) devin :

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= j\,\bar{Z}\,\bar{I}_2 \sin\theta \\ \bar{I}_1 &= \bar{I}_2 \sin\theta \end{aligned} \tag{20'}$$

așa încît se poate deduce imediat că

$$\bar{Y} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{U}_1} = \frac{\theta\,\mathrm{ctg}\,\theta}{j\nu L} \tag{21}$$

Pe de altă parte, din schema echivalentă dată în fig. 5 b reiese că :

$$Y^* = j\nu C^* + 1/j\nu L = \frac{1 - \nu^2 L C^*}{j\nu L}. \tag{22}$$

Identificînd cele două expresii pentru admitanță, se scoate valoarea capacității echivalente :

$$C^* = \frac{1 - \theta \operatorname{ctg} \theta}{\theta^2} C = \frac{1 - \theta \operatorname{ctg} \theta}{\nu^2 L} \tag{23}$$

din care se vede că aceasta variază cu pulsația oscilației considerate.

Dacă alternatorul ar fi singur în circuit, el ar oscila cu frecvența sa proprie, f_0, iar repartiția potențialului de-a lungul înfășurării s-ar apropia de o sinusoidă. Valoarea acestei pulsații critice corespunde la o admitanță nulă, sau la $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ și reiese din condiția :

$$\nu_0 \sqrt{LC} = \theta_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\nu_0 = \frac{\pi}{2\sqrt{LC}} = 2\pi f_0$$

sau

$$f_0 = \frac{1}{4\sqrt{LC}}.$$

Pentru această valoare de θ, capacitatea echivalentă este

$$C^* = \frac{1 - \frac{\pi}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi^2}{4}} C = 0{,}406\, C. \tag{23}$$

Dacă însă în circuit mai sînt și alte inductanțe și capacități, $\theta < \theta_0$ și valoarea capacității echivalente C^* scade.

În acest caz, considerînd numai primii doi termeni din ecuația dezvoltată în serie pentru $\operatorname{tg} \theta \simeq \theta + \frac{\theta^3}{3}$, expresia (23′), pentru $\theta \to 0$, devine :

$$C^* = \frac{C}{3}. \tag{23″}$$

Rezultă că valoarea capacității echivalente pentru înfășurarea alternatorului variază între limitele date de relațiile (23′) și (23″).

În același timp, frecvența proprie ca și capacitatea echivalentă C^* ale unui alternator nu sînt mărimi definite în mod absolut, ci ele depind pe de

o parte de conexiunile alternatorului, iar pe de altă parte de faptul că, punctul neutru și scurt-circuitul trifazat sînt sau nu sînt puse la pămînt.

Într-adevăr, să presupunem un scurt-circuit trifazat fără punere la pămînt, la bornele unui alternator cu neutru izolat și să deducem frecvența oscilației tensiunii de restabilire în faza care deconectează prima. Înfășurarea nefiind legată direct la pămînt în nici un punct, trebuie ca, curentul care traversează capacitatea sa la pămînt, să se închidă prin celelalte două capacități. Aceasta nu este posibil decît dacă punctul neutru este la potențialul pămîntului. Capacitatea echivalentă corespunde deci exact aceleia avută de înfășurarea unui alternator, al cărui punct neutru este legat în

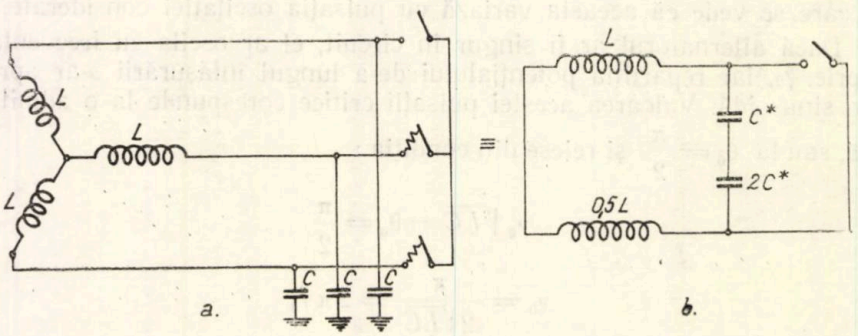


Fig. 6 — Deconectarea primei faze în cazul unui scurt-circuit trifazat la bornele alternatorului. a) schema inițială ; b) schema echivalentă.

permanență la pămînt. De aci se poate trage concluzia că, pentru circuitele complexe ce n-au nici o legătură la pămînt, trebuie determinat în prealabil care punct din circuit este la potențialul acestuia. Dacă se leagă la pămînt această parte, capacitatea echivalentă nu va fi în nici un fel modificată.

Faza care deconectează prima, cu inductanța L și capacitatea C^*, va fi în serie cu celelalte două faze puse în paralel, cum se arată în fig. 6, astfel încît pentru ansamblu se poate scrie că :

$$L_e = 1{,}5\ L$$

$$\frac{1}{C_t^*} = \frac{1}{C^*} + \frac{1}{2\,C^*}$$

$$C_t^* = \frac{0{,}406}{1{,}5} \cdot C\,.$$

Dacă se folosește pentru determinarea capacității C relația (17) propusă de Juillard, iar pentru L relația obișnuită de determinare a acesteia în funcție de tensiunea de scurt-circuit, P și U, se poate pune expresia frecvenței de oscilație sub forma generală :

$$f_0 = k\,\frac{1}{\sqrt{U}} \qquad (24)$$

unde k depinde de tipul mașinii și de modul de considerare a inductanței L.

Relația (24), particularizată pentru reactanțele procentuale supratranzitorii $\varepsilon = 14\%$ și 12% și $\tau_G = 5\%$ și $2{,}5\%$, inductanța fiind luată egală cu 70% din inductanța supratranzitorie longitudinală, va avea valorile :

$$f_0 = 63{,}8 \frac{1}{\sqrt{U}} \qquad (24')$$

pentru alternatoare cu poli aparenți,

$$f_0 = 96{,}7 \frac{1}{\sqrt{U}} \qquad (24'')$$

pentru turboalternatoare cu poli înecați.

Aceste oscilații se dezvoltă simetric în raport cu punctul neutru, a cărui poziție rămîne fixă, ceea ce nu se întîmplă în cazul cînd scurt-circuitul este însoțit de o punere accidentală la pămînt și deconectează prima fază.

Într-adevăr, în momentul cînd prima fază deconectează, dispoziția înfășurărilor este dată de fig. 7 și comportă faza deconectată cu inductanța L și capacitatea C, în serie cu celelalte două faze puse la pămînt la o extremitate, adică un ansamblu care are o inductanță $L = \frac{3}{2} L$ și o capacitate echivalentă C^* care trebuie determinată, în așa fel, încît, combinată cu inductanța, să corespundă admitanței reale.

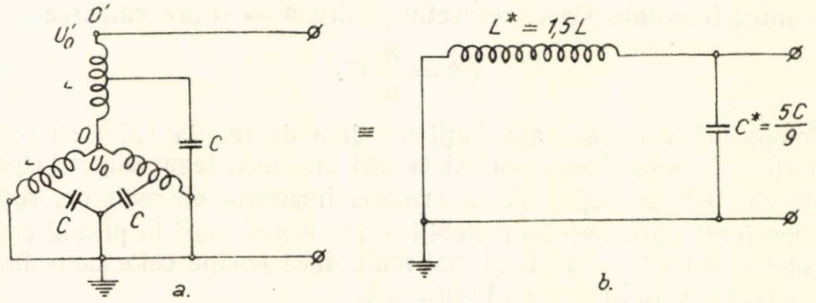


Fig. 7 — Deconectarea primei faze în cazul unui scurt-circuit trifazat cu punere la pămînt, la bornele alternatorului : a) schema inițială ; b) schema echivalentă.

Pentru cele două linii puse în serie, θ are aceeași voloare adică

$$\bar{\theta} = \bar{\theta}_1 = j\nu\sqrt{LC}$$

$$\bar{\theta} = \bar{\theta}_2 = j\nu\sqrt{0{,}5\,L \cdot 2\,C} = j\nu\sqrt{LC}$$

iar impedanțele de undă sînt :

$$Z_1 = Z = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Z_2 = 0{,}5\,Z$$

În acest caz, considerînd $\bar{I}_2$ și $\bar{U}_2$ curentul și tensiunea în locul de punere la pămînt, se poate scrie pentru linia a doua, că :

$$\begin{aligned} \bar{U}_0 &= j\,0{,}5\,Z\,\bar{I}_2 \sin\theta \\ \bar{I}_0 &= \bar{I}_2 \cos\theta \end{aligned} \tag{25}$$

iar pentru $\bar{U}'_0$ și $\bar{I}'_0$, la capătul de intrare al primei linii :

$$\begin{aligned} \bar{U}'_0 &= \bar{U}_0 \cos\theta + j Z \bar{I}_0 \sin\theta = j\,1{,}5\,Z\bar{I}_2 \sin\theta\cos\theta \\ \bar{I}'_0 &= I_1 \cos^2\theta - 0{,}5\,\bar{I}_2 \sin^2\theta \end{aligned} \tag{26}$$

Admitanța ansamblului va fi deci :

$$\bar{Y} = \frac{\bar{I}'_0}{\bar{U}'_0} = \frac{\theta\,\mathrm{ctg}\,\theta - 0{,}5\,\theta\,\mathrm{tg}\,\theta}{j\,1{,}5\,\nu L}$$

iar pentru schema echivalentă admitanța se poate pune sub forma :

$$Y^* = j\nu C^* + \frac{1}{j\,1{,}5\,\nu L} = \frac{1 - 1{,}5\,C^* L \nu^2}{j\,1{,}5\,\nu L}.$$

Identificînd ultimele două expresii, reiese că

$$C^* = \frac{1 - \theta\,\mathrm{ctg}\,\theta + 0{,}5\,\theta\,\mathrm{tg}\,\theta}{\theta^2} \cdot \frac{2}{3} C \tag{27}$$

care, pentru frecvențe joase, respectiv pentru $\theta \to 0$ are valoarea

$$C^* = \frac{5}{9} C. \tag{27'}$$

Comparînd valoarea capacității C^* dată de relația (27') cu valoarea capacității C_t^* reieșită cînd nu exista nici un punct legat direct la pămînt, se vede că $C^* > C_t^*$ și, ca urmare, frecvența de oscilație, respectiv viteza tensiunii tranzitorii de restabilire, vor fi mai mari în primul caz.

Capacitatea C^* va crește și mai mult, dacă poziția celor două linii din cazul al doilea se va inversa ca în figura 8.

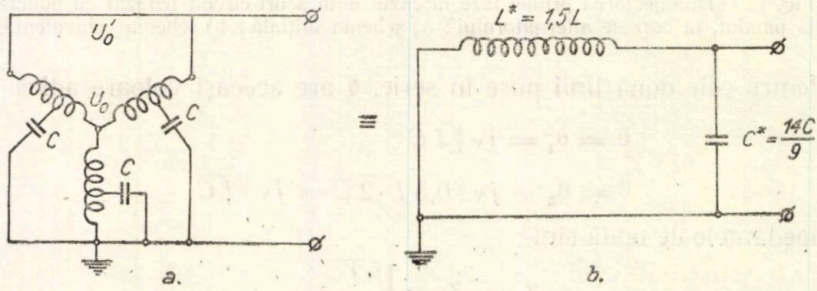


Fig. 8 — Deconectarea primelor două faze în cazul unui scurt-circuit trifazat cu punere la pămînt, la bornele alternatorului : a) schema inițială ; b) schema echivalentă

De data aceasta, ecuațiile ce se pot scrie, sînt :

$$\begin{aligned} \bar{U}_0 &= j Z \bar{I}_2 \sin\theta \\ \bar{I}_0 &= \bar{I}_2 \cos\theta \end{aligned} \tag{28}$$

iar pentru linia a doua ce are constantele 0,5 L și 2C :

$$\begin{aligned} \bar{U}_0' &= \bar{U}_0 \cos\theta + j\,0{,}5\, Z I_0 \sin\theta = j\,1{,}5\, Z I_1 \sin\theta \cos\theta \\ \bar{I}_0' &= \bar{I}_1 (\cos^2\theta - 2\sin^2\theta) \end{aligned} \tag{29}$$

Deci :

$$\bar{Y} = \frac{\bar{I}_0'}{\bar{U}_0'} = \frac{\theta \operatorname{ctg}\theta - 2\theta \operatorname{tg}\theta}{j\,1{,}5\, L\, \nu}.$$

Pentru schema echivalentă din fig. 8 b reiese că :

$$Y^* = j\,\nu\, C^* + \frac{1}{j\,1{,}5\,\nu L} = \frac{1 - 1{,}5\, C^* L \nu^2}{j\,1{,}5\,\nu L}.$$

Identificînd cele două expresii, se determină valoarea capacității echivalente C^* sub forma generală :

$$C^* = \frac{1 - \theta \operatorname{ctg}\theta + 2\theta \operatorname{tg}\theta}{\theta^2} \cdot \frac{2}{3} C. \tag{30}$$

care pentru $\theta \to 0$ va da

$$C^* = \frac{1 - \dfrac{\theta}{\theta + \theta^3/_3} + 2\theta^2}{\theta^2} \cdot \frac{2C}{3} = \frac{14}{9} C. \tag{30'}$$

Dacă și pentru ultimele două cazuri se acceptă pentru capacitatea C^* valoare dată de relația (17), se vor deduce pentru frecvențele proprii ale tensiunii tranzitorii de restabilire, expresii analoge cu relația (24), însă cu coeficienți k diferiți.

La fel se poate proceda și la deconectarea primei faze a unui scurt-circuit trifazat, în cazul cînd înfășurările alternatorului sînt legate în triunghi.

Într-adevăr, să presupunem un scurt-circuit trifazat cu punere la pămînt, ca în fig. 9.

Faza inferioară rămînînd scurt-circuitată, nu va lua parte la oscilație. Celelalte două faze sînt puse în paralel și la un capăt au potențialul pămîntului. Deci capacitatea fiecărei faze este identică cu a unei înfășurări, la care una din extremități este pusă la pămînt. Folosind principiul acestei

metode, se poate determina capacitatea alternatorului pentru orice conexiune a înfășurărilor și pentru orice situație a punctului neutru, cînd se presupune deconectarea primei sau a ultimelor două faze.

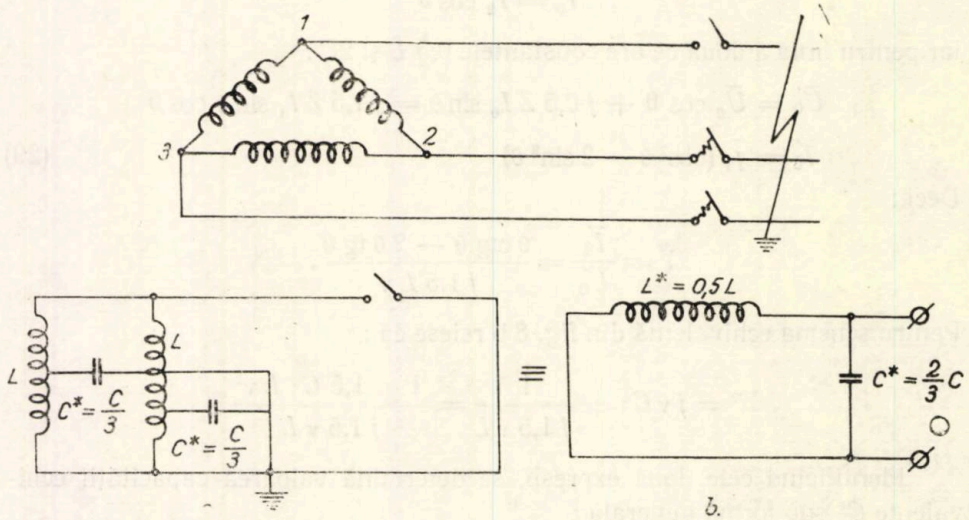


Fig. 9 — Denocetarea primei faze în cazul unui scurt-circuit trifazat la bornele alternatorului cu conexiune în triunghi : a) schema inițială ; b) schema echivalentă.

b. *Metoda frecvențelor egale*

Circuitele din fig. 5 sînt echivalente și cînd frecvențele lor proprii sînt egale. Admitanța acestora pentru frecvența proprie va fi nulă și se scoate din această condiție că :

$$\nu = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot 0{,}406\, C}} .$$

Pentru circuitul echivalent pulsația proprie este :

$$\nu = \frac{1}{\sqrt{LC^*}} .$$

Echivalența celor două circuite subsistă numai dacă se îndeplinește condiția :

$$C^* = 0{,}406\ C$$

c. *Metoda energiilor egale*

Metoda energiilor egale pornește de la faptul că cele două circuite din fig. 5 sînt echivalente, dacă pentru o aceeași amplitudine a tensiunii la borne, cele două circuite posedă o aceeași cantitate de energie electrosta-

tică și pentru o aceeași amplitudine a curentului, cele două circuite posedă o aceeași cantitate de energie magnetică. Pe baza acestui principiu se poate stabili un circuit cu constante concentrate, echivalent altuia cu inductanță și capacitate repartizate, cu condiția ca repartiția celor două mărimi, tensiune și curent, să fie cunoscută.

Intr-adevăr, presupunînd I = constant în lungul întregei înfășurări, tensiunea față de pămînt de-a lungul acesteia va varia liniar de la 0 la U.

Pentru ca energia magnetică a celor două circuite să fie egală, trebuie ca $L^* = L$, iar pentru o repartiție liniară a tensiunii, energia electrostatică este determinată prin relația cunoscută

$$W_{es} = \frac{1}{2} \frac{U^2 C}{3}$$

și va atinge aceeași valoare pentru circuitul echivalent, numai dacă este îndeplinită condiția

$$C^* = \frac{C}{3}.$$

Mai general, să presupunem circuitele echivalente din fig. 10, în care să notăm prin U amplitudinea tensiunii de alimentare și prin

$$U_1 = U \frac{L_0}{L_0 + L} = U \frac{1+m}{m}, \quad U_2 = U \frac{L}{L + L_0} = \frac{m}{1+m} U$$

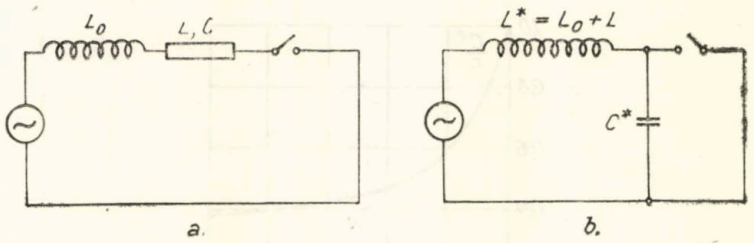


Fig. 10 — a) Schema inițială; b) schema echivalentă.

căderile de tensiune în inductanțele L_0 și L. Pentru o distribuție liniară a tensiunii, valoarea energiei electrostatice este dată de relația

$$W_{es} = \frac{1}{2} \frac{C}{3} \cdot [U_2^2 + 3 U_1^2 + 3 U_1 U_2] \tag{31}$$

în care, dacă se înlocuiesc valorile U_1 și U_2, se obține că

$$W_{es} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C}{3} \left[\frac{m^2 + 3m + 3}{(m+1)^2} \right] \tag{31'}$$

unde

$$m = \frac{L}{L_0}.$$

Pentru circuitul echivalent, energia electrostatică este

$$W_{es} = \frac{1}{2} C^* \cdot U^2. \tag{32}$$

Identificînd relațiile (31') cu (32) se determină, pentru raportul $\frac{C^*}{C}$ relația mai generală :

$$\frac{C^*}{C} = \frac{m^2 + 3m + 3}{3(1+m)^2} \tag{33}$$

care pentru $m \to \infty$ are valoarea :

$$C^* = \frac{C}{3}.$$

Relația (33) a fost reprezentată în cadrul a două axe prin curba 1 din figura 11.

Dacă circuitul este mai complicat și curenții capacitivi pot fi încă neglijați, metoda se poate aplica cu succes pentru cazul frecvențelor joase. In aceste cazuri, inductanța echivalentă va avea aceeași valoare ca în schema

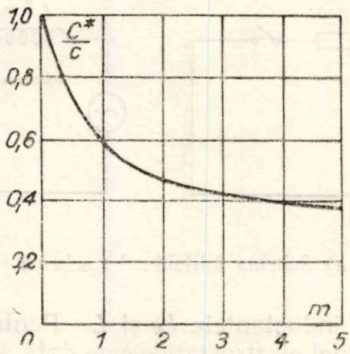


Fig. 11 — Variația capacității echivalente, conform relației (33).

reală, iar capacitatea echivalentă se va putea determina totdeauna din identificarea energiilor electrostatice ale schemei reale și schemei echivalente.

Pentru frecvențe înalte însă, curenții capacitivi nu mai pot fi neglijați și variația tensiunii nu se mai poate considera liniară, ci se apropie de o repartiție sinusoidală. Energia electrostatică va fi mai mare în ultimul caz, capacitatea avînd o valoare mai ridicată. De aceea, pentru aceste situații este mai indicată aplicarea metodei admitanțelor egale.

6. Concluzii

În calculul procesului de restabilire a tensiunii, înfășurarea alternatorului se poate echivala cu o linie lungă.

Inductanța înfășurării, în procesele de înaltă frecvență, este legată de reactanța supratranzitorie longitudinală a mașinii, variind în anumite limite, în funcție de distanța defectului față de bornele alternatorului. În calcule se poate lua o inductanță medie egală cu 70% din inductanța supratranzitorie longitudinală a mașinii.

Pe baza echivalării înfășurării unui alternator cu o linie lungă, s-au aplicat ecuațiile acestora și s-a determinat valoarea capacității echivalente. Capacitatea echivalentă a unui alternator nu este o mărime definită în mod absolut, ci depinde, pe de o parte, de conexiunile acestuia iar, pe de altă parte, de faptul că punctul neutru și scurt-circuitul trifazat sînt sau nu sînt puse la pămînt.

Catedra de rețele electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Wanger W.* und *Brown I. K.* Die Berechnung des Schwingungsverlaufes der wiederkehrenden Spannung nach Kurzschluss-Abschaltungen — B. B. MIH 24 — 1937.
2. *Park R. H.* and *Skeats W. F.*, Circuit breaker recovery voltages, magnitude and rates of rise — Trans. AIEE — 50, 1931, pag. 204.
3. *Gosland D.*, Restriking voltage characteristics under varions fault conditions at typical points on the network of a large city supply authority — J.I.E.E. 86, 1940, pag. 672.
4. *Hammarlund P. E.*, Vostanovlivaiusceia napriajenie na kontaktah vîkliuciatelia — traducere în l. rusă, 1956.
5. *Bewley L. V.*, Travelling wares on transmission systems — Ed. 1933, cap. IV pag. 57—68; cap. XII și XIII pag. 211—253.
   Bewley L. V., Travelling waves initiated by switching — Trans. AIEE — 58 — 1939, pag 18.
6. *Boehne E. W.*, The determination of circuit racovery rates — El. Engg. Journal of the AIEE — 1935, pag. 530.
7. *Vanzinni A.*, La détermination de la fréquence propre, des élèments constituant des réseaux electriques et les rapports de cette frequence avec le comportement des disjoncteurs comandant ces élèments.
8. *Gert R.*, Die in tschechoslowakischen Netzen vorherrschenden Bedingungen über Steilheit Eigenfrequenz und amplitudenfaktor der wiederkehrenden Spannung — S.E.V. 1957, nr. 5.
9. *Belousov M. M.*, Viteza de restabilire a tensiunii la contactele întreruptorului în sistemele energetice de mare putere — Elektricestvo 4 — 1957, pag. 21.
10. *Juillard E.* et *Puppikopfer H.*, Rapport sur les travaux du Comité International d'Études des interrupteurs — CIGRE 1948, Rapp. 138.
11. Handbok för berakning av den transienta återvändande spänningen: Utvigen av Kommitten för Studien av Kapplingsförlapp i Kraft nät — Stockholm, 1952.
12. *Parteni A. C.* și *Antoniu I. S.*, Comportarea mașinilor electrice la unde de șoc. Editura Academiei R.P.R. — 1957, pag. 231—243.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966. Numărul 6

AUTOMATICĂ

C.Z.: 621—52 : 681.14

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ АНАЛОГОВОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ МАС-1*

АДРИАН ПЕТРЕСКУ

I. Назначение системы управления

Система управления аналоговой машины обеспечивает одновременное управление всеми операционными элементами, которые могут находится в одном из следующих 3 режимов:

1. Пуск процесса решения (Пуск)
2. Прерывание процесса решения (Память)
3. Возвращение в начальные условия (остановка).

Введение в обратную связь и на вход операционных усилителей постоянного тока, активных и реактивных операционных сопротивлений, установка начальных условий, коэффициентов передаточных функций операционных элементов и все переключения необходимые для осуществления схемы математической модели, производятся в режиме „Остановка".

На данном этапе периодизация решения не автоматизированна.

Прерывание процесса решения осуществляется с целью измерения интересующих нас переменных или в случае выхода усилителя из линейной области ($\pm$ 100 b). Прерывание может осуществляться также, и после определенного заданного периода или при достижении заданной величины решения. Для одновременного управления всех усилителей используется центральный блок управления (ЦБУ) обычно приведенный в действие при помощи кнопок „Пуск", „Память", „Остановка".

Управление ЦБУ осуществляется двумя путями: ручное управление при помощи кнопок и автоматическое управление при помощи реле, под действием сигналов полученных от сравнивающего устройства или хронометра.

В аналоговой машине М.А.С.-1 имеются 30 усилителей постоянного тока. Они расположены в двух блоках, по 15 в каждом блоке. В машине предусмотренна возможность независимой работы каждой группы усилителей путем управления от двух разных пультов. Таким образом

* Manuscris predat la redacție la 22 noiembrie 1965.

можно решать одновременно две задачи в тех случаях, когда для каждой задачи требуются меньше 15 усилителей.

Этим способом увеличивается производительность машины. На рис. 1, приведена схема ЦБУ, обеспечивающая независимую работу

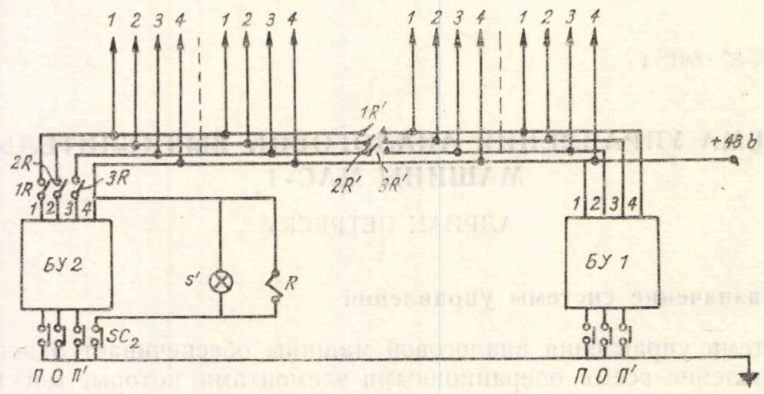


Рис. 1

обоих групп усилителей. При решении задач, которые требуют большого количества усилителей, управление всеми усилителями можно осуществлять с помощью одного блока. На рис 2 приведена схема одного блока управления (БУ).

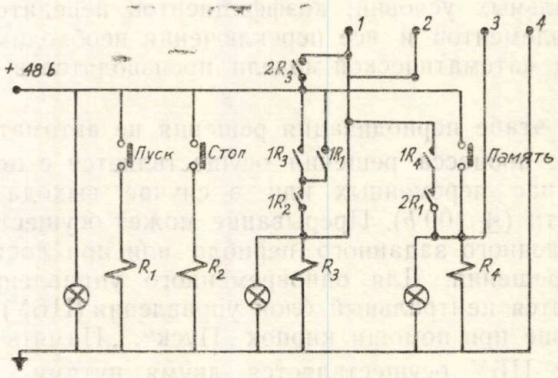


Рис. 2

Разделение усилителей в двух группах создает новые возможности для машины. Таким образом можно решать одновременно одну задачу при двух различных временных масштабах, можно моделировать сложные динамические дискретные системы, генерировать по заданному программу сложные функции, которые по отрезкам являются решениями дифференциальных уровнений и т. д.

II. Работа системы управления.

С точки зрения математических действий, операционные усилители могут работать в двух режимах.

1. *Режим инвертора сумматора*

В этом режиме, переключатель C_b (рис. 3) замыкает цепь содержащая нормально закрытый контакт $1RSC$. Реле RSC включает в цепь обратной связи усилителя K сопротивление величиной 200 оМ. Оно

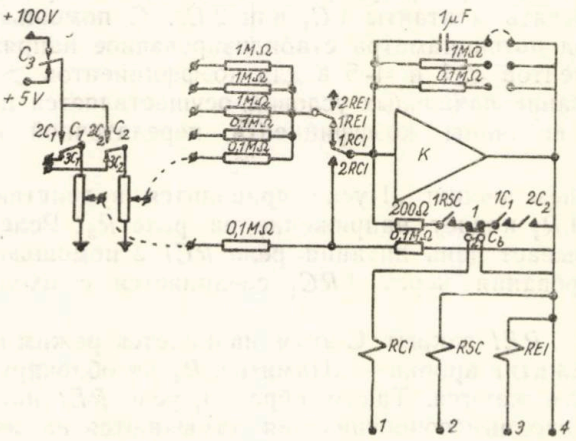


Рис. 3

препятствует возбуждения колебаний в усилителе при отсутствии операционного сопротивления в обратной связи. Реле RCI и REI имеют нормально-закрытые контакты $1RC1$ и $1REi$.

а) При нажатии кнопки „Пуск" через $1R_1$ замыкается цепь реле R_3, которое автоблокируется через контакт $1R_3$ (нормально-открыт). Таким образом, срабатывает реле RSC открывающий контакт $1RSC$.

б) При нажатии кнопки „Память" реле R_4 автоблокируется через $1R_4$. Также реле REI приводится в действие и входные сопротивления замыкаются на землю через $2REI$. В это время в обратной связи находится заданное необходимое операционное сопротивление.

в) Нажимая кнопку „Остановка" срабатывает реле R_2 открывающий контакт $1R_2$. Реле R_3, R_4, RSC и REI переходят в начальное положеные. При этом на входе усилителя через $1REI$ и $1RC1$ включаются операционные входные сопротивления.

2. *Режим интегрирования.*

Переключатель C_b приводится в положении 2 и включает в цепь обмотку питания реле $RC1$, через $2R_3$. Так как реле RCI возбужден, замыкается контакт $2RCI$ который включает в цепь обратной связи и на входе усилителя сопротивлении по 0,1 МоМ.

В положении „Остановка“ фиксируются начальные условия. С помощью вольтметра, на выходе усилителя измеряется потенциал зарядки емкости из цепи обратной связи.

Так как величина емкости задана, то постоянная времени интегратора регулируется с помощью входного сопротивления и потенциатора. Таким образом коэффициент передаточной функции интегратора может менятся в диапазоне $0 \div 10$. Для значений выше 10. на коммутационной панели, входные сопротивления шунтируются с сопротивлениями разных величин. Регулирование потенциаметра осуществляетея при C_b в положении 1 и сопротивлении в цепи обратной связи величиной 1 МоМ. При регулировании потенциометра ключи C_1 или C_2 должны размыкать контакты $1C_1$ или $2C_2$. С помощью илюча C_3 подается на вход потенциаметра стабилизированное напряжение $+100$ в для коэффициентов $\leqslant 1$ и $+5$ в для коэффициентов >1 $(1 \div 20)$.

Регулирование начальных условий осуществляется после установки необходимой величины коэффициента передаточной функции интегратора.

а) Нажатием кнопки „Пуск“ приводится в действие реле R_1, который через $1R_1$ подает напряжение на реле R_3. Реле R_3 автоблокируется и прерывает цепь питания реле RCI с помощью контакта $2R_3$. Токча суммирования через $1RC_1$ соединяется с входными сопротивлениями.

При этом $1REI$ закрыт. С этим начинается режим интегрирования.

б) При нажатии кнопки — „Память“, R_4 автоблокируется через $1R_4$ и $1R_2$, $1R_3$ замыкаются. Таким образом, реле REI находится под напряжением и входные сопротивления замыкаются на землю. При этом в обратной связи усилителя остается заряженная емкость. Напряжение на емкости равняется напряжениям на выходе усилителя в момент прерывания процесса, решение может продолжатся с этого положения при нажатии кнопки „Пуск“.

в) С кнопкой „Остановка“ прерывается ток в обмотках реле R_3, R_4, REI срабатывает реле RCI. Интегратор автоматически переходит в положение начальных условий.

III. Практические соображения.

Операционные сопротивления и реле управления каждого усилителя смонтированы на пластинках из диклада. Монтаж осуществлен печатным способом. Точка суммирования экранированна для уменьшения токов уетчек.

Блоки управления каждого усилителя находятся в близи коммутационной панели с целью уменьшения длины проводов (уменьшаются также паразитные ёмкости и утечки). Точка суммирования и выход каждого усилителя приведены на блок управления. Особое внимание уделено уменьшению токов утечек от разных точек схемы к точке суммирования. Условия работы заставили переделать выводы контактов и обмотки реле типа электромагненика. Таким образом питание обмотки удалено от остальных контактов и свободные выводы заземлены.

Переходные процессы имеющие место при включении реле создают на входе усилителя шумы. Эти нежелательные явления были устранены путем включения полупроводниковых диодов параллельно с обмотками реле соблюдая противоположную полярность.

Кафедра Автоматики
Политехнический Институт „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Бухарест

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 6

ELECTRONICĂ

C.Z.: 621.38 : 621.3.014 : 621.317.7

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF THE SENSITIVITY OF A CLASS OF SHORT-CIRCUIT DETECTORS*

IOAN PONNER

The detection of short-circuited turns of an electrical coil may be made by mounting this coil as a secondary of an iron-core transformer (fig. 1). If the cheked coil L_x has some short-circuited turns, the current absorbed

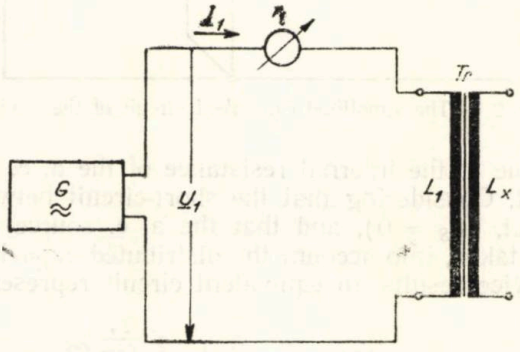


Fig. 1 — Principle of the measurent

by the primary L_1 from an a. c. source will be greater than the current corresponding to a woundless coil.

In the speciality issues are published some papers which present devices on this principle, [1], [2], [3], [4] without giving a quantitative analysis of their sensitivity.

Below we present an analysis of the sensitivity of this class of short-circuit detectors and the experimental results we have obtained.

1. *Expressions for the sensitivity*

Subsituting for the transformer an equivalent circuit [5], valid in low frequency range, for the aparatus results the circuit presented in figure 2. The signification of the symbols are :

r_g — internal resistance of the a. c. source
r_i — resistance of the measuring instrument

* Manuscris predat la redacție la 22 noiembrie 1965.

R_f — equivalent resistance of losses within the core
r_1 — resistance of primary winding
r_2 — resistance of the secondary winding
L_1 — inductance of the primary winding
L_2 — inductance of the secondary winding
K — coupling factor
Z_S — load impedance.

In order to obtain easy interpreting expression for the sensitivity of the detector, we will neglect the losses in the primary winding, within the iron-

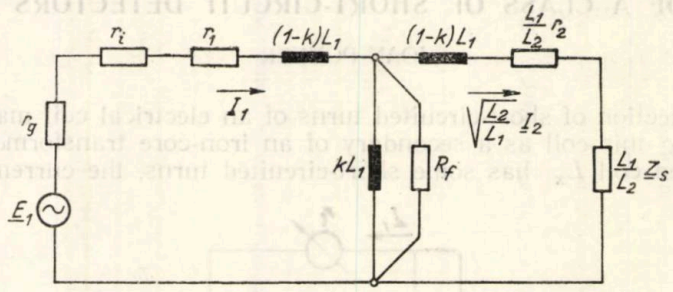


Fig. 2 — The simplified equivalent circuit of the device

core, the losses due to the internal resistance of the a. c. source and measuring instrument. Considering that the short-circuit between the turns of the coils is perfect, ($Z_S = 0$), and that the a. c. source frequency is low enough not to be taken, into account the distributed capacitance of the windings, for the device results an equivalent circuit represented in figure 3.

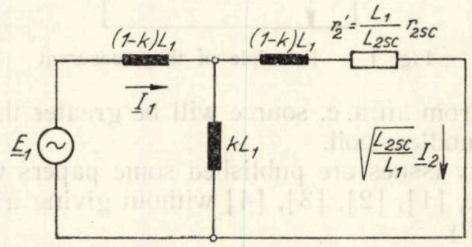


Fig. 3 — The equivalent circuit of the transformer

The sensitivity of the device can be defined as

$$S = \frac{|I_1|}{|I_{10}|} = \frac{|Z_{10}|}{|Z_1|} \qquad (1)$$

where I_1 is the primary current, in presence of short-circuited turns ;
I_{10} — the primary current without short-circuited turns, i. e. for no — load transformer

Z_1 — the impedance at the terminals of the primary winding in presence of short-circuited turns

Z_{10} — the impedance at the terminals of the primary circuit without short-circuited turns.

From figure 3 results :

$$Z_1 = \frac{[j\omega(1-K)L_1 + r'_2]\, j\omega K L_1}{r'_2 + j\omega L_1} + j\omega(1-K)L_1 =$$

$$= \frac{-K(1-K)\omega^2 L_1^2 - (1-K)\omega^2 L_1^2 + j\omega r'_2[KL_1 + (1-K)L_1]}{r'_2 + j\omega L_1} =$$

$$= \frac{K^2\omega^2 L_1^2 r'_2 + j\omega L_1 [r'^2_2 + (1-K^2)\omega^2 L_1^2]}{r'^2_2 + \omega^2 L_1^2} =$$

$$= \frac{\omega L_1}{r'^2_2 + \omega^2 L_1^2} [K^2\omega L_1 r'_2 + j\,[r'^2_2 + (1-K^2)\omega^2 L_1^2]] \tag{2}$$

and

$$Z_{10} = j\omega L_1 \tag{3}$$

Considering Z_1 and Z_{10} in modulus and puting them in (1) we have :

$$S = \frac{r'^2_2 + \omega^2 L_1^2}{\sqrt{K^4\omega^2 L_1^2 r'^2_2 + [r'^2_2 + (1-K^2)\omega^2 L_1^2]^2}}. \tag{4}$$

This relation does not show yet how different parameters influence the sensitivity of the device.

For practical purposes it is sufficient to examin separately the influence of different parameters, when the others parameters are assumed to be ideal or constant.

Assuming that the short-circuited turns are made of an ideal material, having infinite conductance ($r'_2 = 0$) it results an idealized expression for the sensitivity of the device :

$$S' = \frac{1}{1-K^2} \tag{5}$$

Assuming that the coupling factor is ideal ($K = 1$), from (4) a second idealized form of the sensitivity results :

$$S'' = \frac{r'^2_2 + \omega^2 L_1^2}{r'^2_2\sqrt{r'^2_2 + \omega^2 L_1^2}} = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega L_1}{r'_2}\right)^2} \tag{6}$$

where

$$r'_2 = \frac{L_1}{L_{2\,sc}} r_{2\,sc} \tag{7}$$

thus

$$S'' = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega L_{2sc}}{r_{2sc}}\right)^2} \tag{8}$$

The resistance of one layer annular shape short-circuited turns is

$$r_{2sc} = \frac{4\varrho D n_{2sc}}{d^2} \tag{9}$$

where ϱ is the resistivity of the conductor material

D — the short-circuited turns diameter

n_{2sc} — the number of short-circuited turns

d — the wire diameter

The inductance of the short-circuited turns is

$$L_{2sc} = K_L n_{2sc}^2 \tag{10}$$

where K_L is a geometrical factor, which depends on the shape and dimensions of the short-circuited turns an of magnetic circuit.

From (8), (9) and (10) results

$$S'' = \sqrt{1 + \left(\frac{K_L n_{2sc} d^2}{4\varrho D}\right)^2 \omega^2} \tag{11}$$

2. *Discussion on the Theoretical Results*

The first idealized expression of the sensitivity shows, that for $K = 1$, $S' = \infty$. This occurs when the leakage of the magnetic core is zero, which in practice, of course, is not possible. For a great value of S' corresponds a magnetic circuit in closed form, made up of a material with high permeability, but this kind of circuit imposes the solving some constructive problems, and also reduces the operativity of the device.

From the second idealized expression of the sensitivity, appears that for increasing the sensitivity, the frequency, of the a. c. source can be increased. However, it must be noted, that the stray capacitance effect at higher frequency may be troublesome : also woundless coils with a great number of turns will determine the increase of the current I_1, which is not acceptable.

The consideration of the simplifying hypothesis causes the increment of the theoretical value of the sensitivity as compared to the actual values, but this will not influence the manner of variation of the sensitivity with different parameters.

3. *Experimental Results*

The experimental measurements were carried out on a device with opened magnetic core, built up of a bar of laminated 0.35 mm thick silicious sheet, having the dimensions 7×7×140 mm. The primary winding, placed

in the middle of the bar, had 3000 turns of enamelled 0.10 mm diameter copper wire. The length of this coil was of 15 mm, the internal diameter of 11 mm and the external diameter of 21 mm. The other data of the components were : $r_1 = 425\ \Omega$; $r_g = 50\ \Omega$ and $r_l = 600\ \Omega$.

In all tests, the absorbed primary current at no load was $I_{10} = 0.75$ mA. All the short-circuited turns were made of copper wire.

For the experimental determination of sensitivity as a function of the coupling factor K, a short-circuited turn of a thick copper wire having $r_2 \approx 0.0003\ \Omega$, was shifted along the magnetic bar, all parameters of the circuit being invariable. The experimental value of the coupling factor may be determined from figure 3. For the short-circuited secondary results :

$$Z_{1sc} = j(1 - K^2)\,\omega L_1 = j\,\omega L_{1sc} \tag{12}$$

and for no-load secondary

$$Z_{10} = j\,\omega L_1 \tag{13}$$

where L_{1sc} is the inductance measured at the primary terminals with short-circuited secondary.

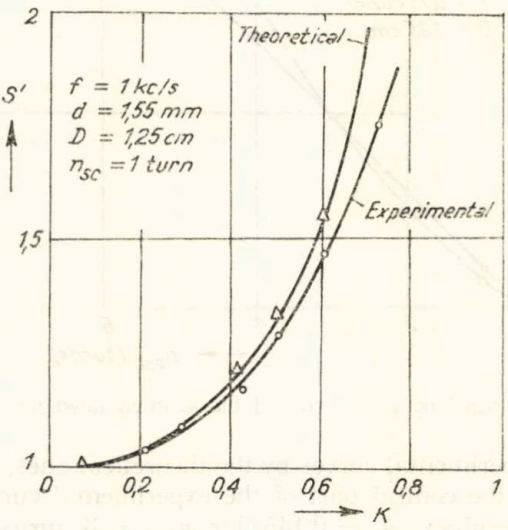


Fig. 4 — Sensitivity as function of the coupling factor

Therefore

$$K = \sqrt{1 - \frac{L_{1sc}}{L_1}} \tag{14}$$

In figure 4 the theoretical and experimental value of the sensitivity is plotted as a funciton of the coupling factor.

The dependence of the sensitivity, on different short-circuited turn parameters, results from relation (11), in which succesively one of the parameters is taken as independent variable, an the others are maintened constant. Thus, relation (11) may be written :

$$S'' = \sqrt{1 + A_x \psi(x)} \tag{15}$$

where A_x is a constant and x the considered variable.

The constants A_x may be determined on a simple way, putting the condition that the theoretical curve given by the relation has a common point with the experimental curve. For to have a minimal error in the appro-

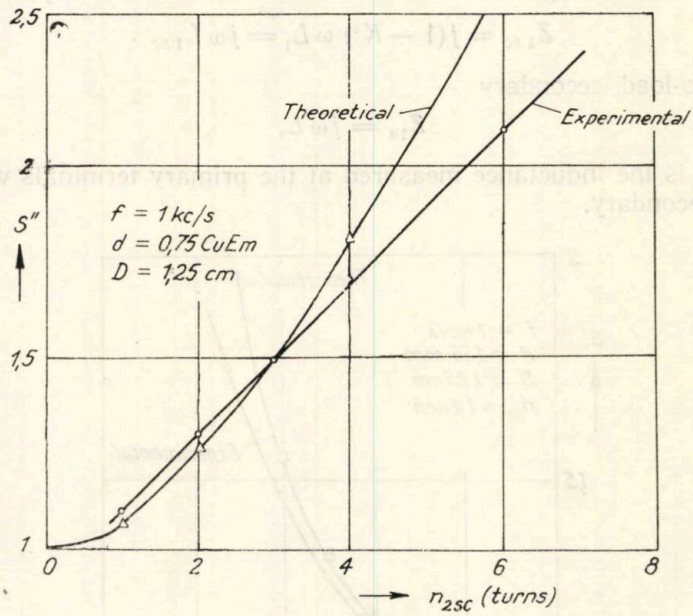


Fig. 5 — Sensivity as function of the short-circuited turns number

ximation of the experimental curves by the theoretical ones, the common point must be taken on the central part of the experimental curves. The valus of these constants results : $A_n = 0.145$ for $n_{2\,sc} = 3$ turns, $A_d = 0.535$ for $d = 1.2$ mm, $A_f = 1.55$ for $f = 1$ kc/s and $A_D = 3.2$ for $D = 2$ cm. The corresponding curves are represented in figures 5, 6, 7 and 8.

At the experimental measurements for the curves represented in figures 5, 6 and 7, the short-circuited turns had the least diameter, determined by the size of the bar, and they were placed as near as possible to the primary coil, resulting therefore coupling factor value nearest to the assumed one ($K = 1$).

It must be noted, that the geometrical factor intervening in relation (11) is also a function of diameter of the short-circuited turns. Its dependence on

the diameter for a compact coil having 50 turns of 0.22 mm copper wire placed concentric with the bar on the extremity of the primary coil, is plotted in figure 9. Increasing D, increases K_L, and according to relation (11) also the sensitivity S".

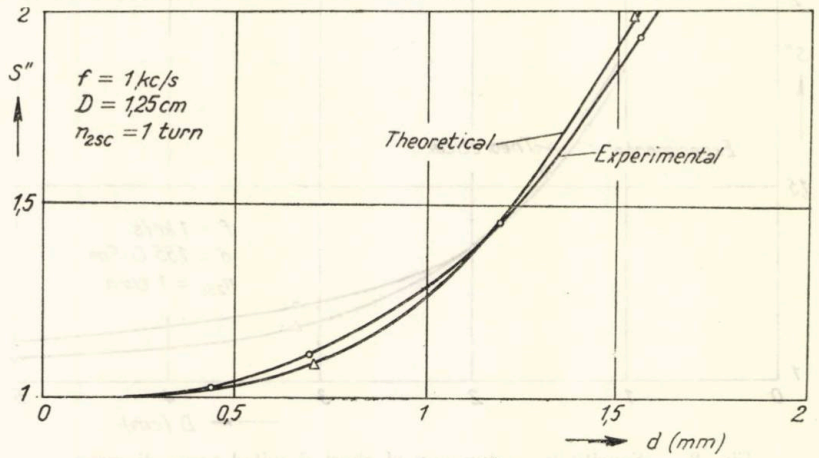


Fig. 6 — Sensitivity as funciton of the wire diameter of the short-circuited turns

But also the coupling factor depends on the diameter of the turns, as it may be seen from figure 10, its value being as lesser as D is greater. In this way the increasing of D causes the decreasing of S'. The coupling factor doesn't intervene in expression (11), because in this idealized expression it was considered to be equal to the unity.

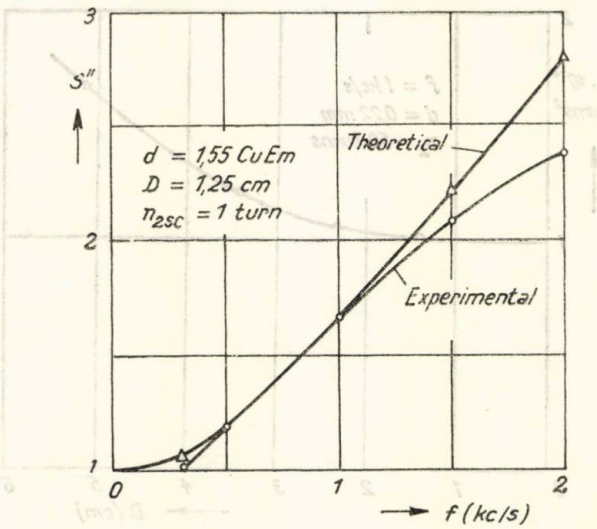


Fig. 7 — Sensitivity as funcion of frequency

The influence of factors K_L and K on the sensitivity being opposite, we can consider in a first approximation that in expression (11) the quantity K_L does not depend on diameter D.

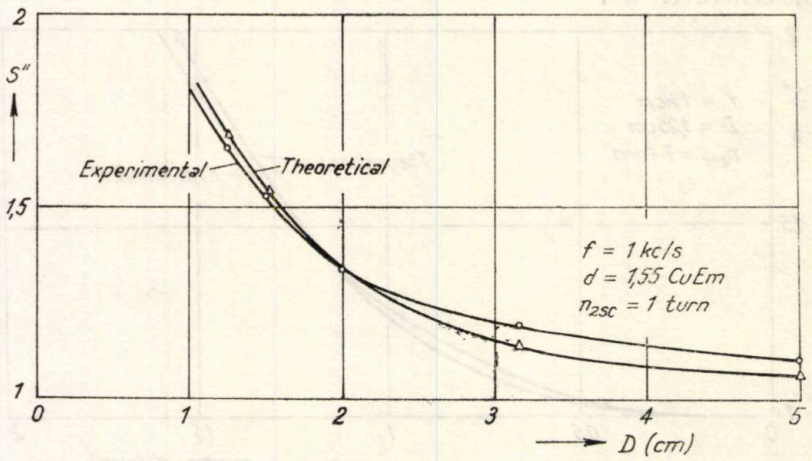


Fig. 8 — Sensitivity as function of short-circuited turns diameter

Figures 4, 5, 6, 7 and 8 show a good approach between theoretical and experimental curves. The deviation of the experimental curve from the theoretical one, represented in figure 5, for greater value of $n_{2\,sc}$ is due to estranging of some short-circuited turns from the coil L_1, as their number increases, which determines the decrease of the coupling factor and consequently the decrease of the sensitivity.

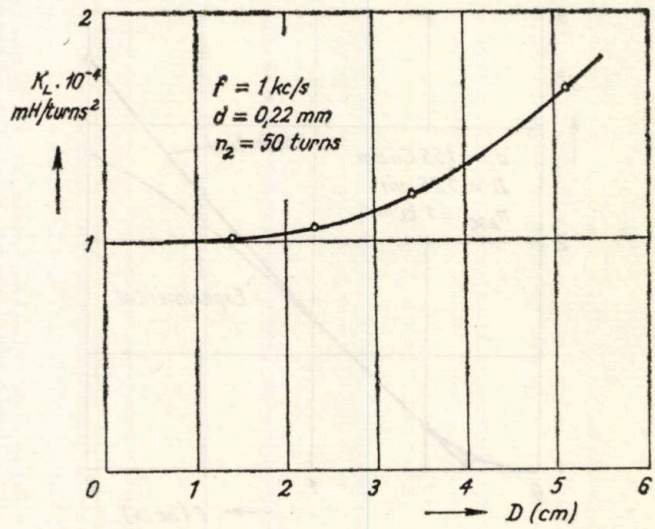


Fig. 9 — Coupling factor as funcion of short-circuited turns diameter

The deviation of the experimental curve of figure 7 is determined by the increment of iron-core losses at greater frequencies, which causes the reduction of the equivalent resistance R_f and in this way of the sensitivity.

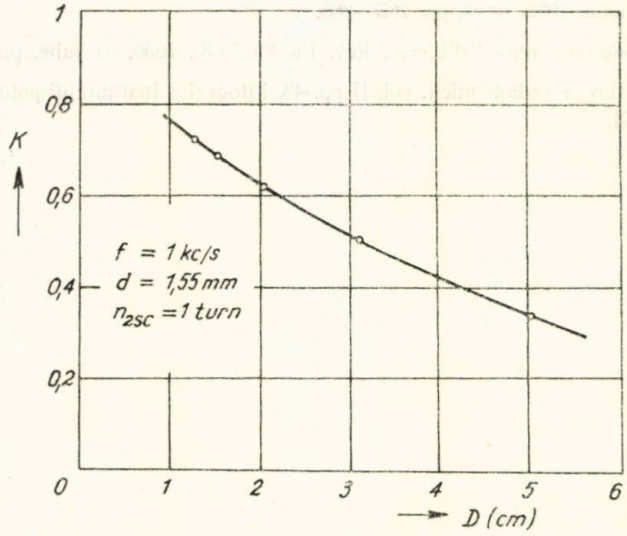


Fig. 10 — Geometrical factor as function of the short-circuited turns diameter

This doesnst result from the theoretical expression of sensitivity, because in the idealized equivalent circuit we assumed $R_f = 0$.

Applied Electronics Chair
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucharest

Acknowledgements

The autor wishes to express his apreciation and his best thanks to the asistent professors Ely Katz and Reinhard Piringer, from the Bucharest Politehnic Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej", for the careful reading of the manuscript, and for their valuable remarks, and to the electronist technician Aurel Bobocea for his assistance in carrying out the measurements.

REFERENCES

1. *Bogdănescu Gh., Bunea V., Groza I.,* Aparat pentru determinarea scurtcircuitelor între spire la bobinele maşinilor şi transformatoarelor electrice. Rev. Electrotehnica 1959, nr. 7, pp. 265—266.

2. *Kazarnovskij D. M.* Hiradástechnikai anyagok és alkatrészek vizsgálata. Müszaki könyvkiadó Budapest, 1956 pp. 222—223.

3. *Aronovici E.* Aparat electronic pentru determinarea numărului de spire şi al scurtcircuitelor între spire la bobinele maşinilor şi transformatoarelor electrice. Rev. Electrotehnica, 1959, nr. 7, pp. 265—266.

4. *Ebert G.* Windungsschluss-Prüfgerät, Rev. Funktechnik, 1959, 11 iulie, pp. 386.

5. *Cartianu Gh.* Bazele radiotehnicii, vol. II pp. 43. Litografia Institutului politehnic Bucureşti, 1954.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXVIII — 1966, Numărul 6

TRANSPORTURI

C.Z.: 625.24 : 625.282—843.6 : 656.2

CU PRIVIRE LA DETERMINAREA TONAJELOR ȘI VITEZELOR OPTIME ALE TRENURILOR DE MARFĂ REMORCATE CU LOCOMOTIVE DIESEL 060 D.A. *

ALEXANDRU POPA

1. *Considerente generale*

Stabilirea tonajelor trenurilor de marfă și a vitezelor de circulație ale acestora au o importanță deosebită atît în ceea ce privește capacitatea de circulație, cît și prețul de cost al transportului pe calea ferată.

Introducerea în parcul căilor ferate a noilor tipuri de locomotive a apărut din necesitatea măririi vitezei de circulație a trenurilor și a tonajelor acestora.

Deoarece, între vitezele de circulație și tonajele trenurilor de marfă există o strînsă legătură și anume, odată cu creșterea tonajelor trenurilor scad vitezele de circulație, apare necesitatea stabilirii acestor doi parametri în așa fel încît să se poată transporta mărfurile la destinație într-un timp cît mai scurt și cu un preț de cost mai redus. De asemenea, trebuie avut în vedere și volumul de mărfuri ce poate fi transportat în 24 ore pe linia sau secția de remorcare respectivă.

În calculele de tracțiune se obișnuiește să se stabilească tonajul trenurilor de marfă din condiția de utilizare a puterii locomotivelor la circulația trenurilor pe rampa caracteristică. În aceste calcule se are în vedere rampa caracteristică de calcul și forța de tracțiune a locomotivelor, pentru cazul cînd trenurile circulă cu o viteză constantă pe rampa de calcul. Aceste viteze de circulație se stabilesc prin instrucțiile de remorcare și frînare și corespund de obicei punctului de intersecție al curbei $F_0 = f(v)$ determinată de aderență cu curba $F_0 = f(v)$ determinată de generatorul de energie sau de mașinile de tracțiune. La C.F.R. rampa caracteristică este în general egală, ca valoare, cu rezistența maximă a liniei și poartă denumirea de rezistență caracteristică a liniei.

În unele situații, cînd profilul liniei permite, la stabilirea tonajelor trenurilor, se ia în considerare și energia cinetică a trenului. Prin folosirea

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 27—29 mai 1966.

energiei cinetice a trenului, tonajele trenurilor se măresc și în felul acesta se realizează o mai bună utilizare a puterii locomotivelor.

La stabilirea tonajelor trenurilor de marfă prin aceste metode nu se are în vedere influența tonajelor trenurilor și a vitezelor de circulație a acestora asupra capacității de transport a liniei respective și asupra prețului de cost al transportului pe calea ferată.

Avîndu-se în vedere ritmul de creștere a transportului de mărfuri și călători pe calea ferată din țara noastră și faptul că majoritatea liniilor sînt cu cale simplă, se impune o stabilire cît mai rațională a tonajelor trenurilor în scopul realizării unui trafic maxim de mărfuri și călători și realizarea acestui transport cu cheltuieli de exploatare minime. Pe liniile cu cale dublă, unde nu se pun probleme legate de capacitatea de transport a liniilor, la stabilirea tonajelor trenurilor de marfă, trebuie avută în vedere numai reducerea prețului de cost a transportului, prin reducerea cheltuielilor de exploatare.

Rezultă deci, că la determinarea tonajelor trenurilor de marfă remorcate cu un anumit tip de locomotivă, pe liniile cu cale simplă, este necesar să se aibă în vedere utilizarea în bune condiții a puterii locomotivelor, realizarea unui trafic maxim în 24 ore și realizarea transportului cu un preț de cost minim.

Utilizarea puterii locomotivei este determinată, atît de tonajul trenului remorcat de aceasta, cît și de caracteristicile profilului liniei (rampe, pante, curbe și situarea acestora pe linie). Utilizarea puterii locomotivelor în mod rațional nu înseamnă întotdeauna remorcarea trenurilor cu tonaje sporite, deoarece puterea locomotivei este determinată de produsul dintre forță și viteză.

Realizarea unui trafic maxim de mărfuri în 24 ore este posibilă dacă se stabilesc tonajele optime ale trenurilor de marfă și vitezele de circulație corespunzătoare acestora.

Reducerea prețului de cost al transportului de mărfuri pe calea ferată se realizează prin reducerea la minimum a cheltuielilor de exploatare, cheltuieli ce corespund de asemenea unor tonaje și viteze de circulație optime din acest punct de vedere.

In prezenta lucrare se dă o metodă de stabilire a tonajelor optime și a vitezelor de circulație corespunzătoare lor, din punct de vedere al realizării traficului maxim de mărfuri și a cheltuielilor minime de exploatare realizată prin remorcarea trenurilor de marfă cu locomotive Diesel 060 D.A. pe o linie dată.

2. *Calculul tonajelor și vitezelor de circulație optime, în funcție de capacitatea de circulație a liniei*

Volumul maxim de mărfuri ce pot fi transportate pe o secție de circulație în 24 ore, se poate calcula relația :

$$Q_{max} = G_v \, n_{max} \qquad (t_b), \tag{1}$$

în care :

G_v este greutate brută medie a trenului, în t_b ;

n_{max} este numărul maxim de trenuri ce pot fi tranzitate în 24 ore.

Numărul maxim de trenuri ce pot fi tranzitate în 24 ore pe liniile de cale ferată simple, se poate calcula cu relația :

$$n_{max} = \frac{24 - t_c}{t_1 + t_2 + t_s}, \qquad (2)$$

în care :

t_c este timpul mediu de zi, ocupat de trenurile de călători, în ore ;

t_1 și t_2 sînt timpii medii de mers ai unei perechi de trenuri, într-un sens și în celălalt pe distanța limitativă, în ore.

t_s este timpul de staționare pentru încrucișare, care nu depinde de viteză, în ore ;

După cum se vede din relația (2), pe măsură ce timpii de mers t_1 și t_2 scad, crește numărul de trenuri ce pot fi tranzitate în 24 ore.

Mărirea vitezei de circulație a trenurilor de marfă, remorcate cu același tip de locomotivă, nu se poate realiza decît prin micșorarea tonajului pe tren și deci, nu se poate preciza modificarea volumului de mărfuri ce pot fi transportate în 24 ore, decît dacă se stabilește pentru care viteză și tonaj acest volum este maxim.

Legătura dintre timpii de mers pe distanța limitativă și viteza medie de circulație, pe această distanță, se poate determina cu relația :

$$t_1 + t_2 = \frac{2s}{V_m}, \qquad (3)$$

în care :

s este distanța limitativă, în km ;

V_m — viteza medie de circulație pe distanța limitativă, în km/h.

Prin înlocuire în relația (2) și apoi în relația (1) se obține :

$$Q_{max} = G_v V_m \frac{24 - t_c}{t_s V_m + 2s} \quad (t_b). \qquad (4)$$

După cum se vede din relația (4), volumul de mărfuri ce pot fi transportate în 24 ore, pe distanța limitativă, depinde în principal de produsul $G_v V_m$, deoarece t_c și s sînt constanți iar produsul $t_s V_m$ este foarte mic.

În scopul stabilirii valorii maxime a produsului $G_v V_m$, se pornește de la ecuația de echilibru a forțelor ce acționează asupra trenului, la circulația acestuia pe distanța limitativă. În acest scop se consideră că distanța limitativă este formată dintr-o rampă uniformă, egală cu rampa echivalentă, iar trenul circulă cu o viteză constantă egală cu viteza medie de circulație. În acest scop se poate scrie relația :

$$F_0 - G_1 (r_l \pm i_e) - G_v (r_v + i_e) = 0, \qquad (5)$$

în care :

F_0 este forța de tracțiune la obada roților locomotivei, în kgf ;

G_1 — greutatea locomotivei, în t ;

r_l și r_v — rezistența specifică la mers în palier și aliniament a locomotivei și respectiv a vagoanelor, în kgf/*t* ;

i_e — declivitatea echivalentă dintre stațiile cu distanța limitativă, în ‰.

Pentru simplificarea calculelor, se poate înlocui rezistența specifică a vagoanelor și a locomotivei cu rezistența specifică a trenului, care se poate calcula cu relația :

$$r_t = \frac{G_v r_v + G_l r_l}{G_v + G_l} \text{ (kgf/t)} . \tag{6}$$

Avîndu-se în vedere această relație, ecuația de echilibru a forțelor ce acționează asupra trenului devine :

$$F_0 - (G_v + G_l)(r_t + i_e) = 0 , \tag{7}$$

de unde :

$$G_v = \frac{F_0}{(1+\beta)(r_t + i_e)} \text{ (t)} , \tag{8}$$

în care s-a notat :

$$\beta \frac{G_l}{G_v} .$$

Caracteristica de tracțiune a locomotivei 060 D.A. se poate calcula cu relații de forma :

$$F_0 = A_1 - B_1 V + \frac{C_1}{V} , \tag{9}$$

sau :

$$F_0 = A_2 + \frac{B_2}{V} , \tag{10}$$

în care :

V este viteza de circulație, în km/h ;

A, B și C — coeficienți care se pot stabili în funcție de caracteristica de tracțiune a locomotivei $F_0 = f(v)$ și de poziția controlerului.

Introducîndu-se valoarea forței de tracțiune, determinată cu relația (9) în relația (8) se obține :

$$G_v = \frac{A_1 - B_1 V + \frac{C_1}{V}}{(1+\beta)(r_t + i_e)} \text{ (t)} . \tag{11}$$

La C.F.R., rezistențele specifice la mers în palier și aliniament ale vagoanelor se calculează cu formule de forma :

$$r_v = a_v + b_v V^2 , \tag{12}$$

iar rezistența specifică la mers în palier și aliniament a locomotivelor Diesel 060 D.A. cu o formulă de forma :

$$r_l = a_l + b_l V^2 , \tag{13}$$

Avîndu-se în vedere relațiile (12) și (13), rezistența specifică la înaintare a trenului se poate calcula cu o relație de forma :

$$r_t = a + bV^2 \ , \tag{14}$$

în care coeficienții a și b se pot calcula cu relațiile :

$$a = \frac{G_l a_l + G_v a_v}{G_l + G_v} = \frac{\beta a_l + a_v}{\beta + 1} \ ; \tag{15}$$

$$b = \frac{G_l b_l + G_v b_v}{G_l + G_v} = \frac{\beta b_l + b_v}{\beta + 1} \ . \tag{16}$$

Prin înlocuirea rezistenței specifice a trenului din relația (11) cu cea dată de relația (14) se obține :

$$G_v = \frac{A_1 V - B_1 V^2 + C_1}{V(1+\beta)(a + bV^2 + i_e)} \quad \text{(t)} . \tag{17}$$

După cum s-a văzut, volumul maxim de mărfuri ce pot fi transportate în 24 ore pe distanța limitativă se obține atunci cînd produsul G are valoare maximă.

In scopul stabilirii valorii maxime ale acestui produs, relația (17) se poate scrie sub forma :

$$G_v V = \frac{A_1 V - B_1 V^2 + C_1}{(1+\beta)(a + bV^2 + i_e)} \quad \text{(tkm/h)} \ , \tag{18}$$

care prin derivare în funcție de viteză se obține :

$$\frac{d(G_v V)}{dV} = \frac{A_1(a + i_e) - 2[B_1(a + i_e) + C_1 b]V - bA_1 V^2}{(1+\beta)(a + bV^2 + i_e)^2} \ . \tag{19}$$

Pentru a se stabili valoarea maximă sau minimă a produsului $G_v V$ este necesar ca :

$$\frac{d(G_v V)}{dV} = 0 .$$

Această condiție este îndeplinită atunci cînd :

$$A_1 bV^2 + 2[B_1(a + i_e) + C_1 b]V - A_1(a + i_e) = 0 \ ,$$

de unde se obține :

$$V = \frac{-[B_1(a + i_e) + C_1 b] \pm \sqrt{[B_1(a + i_e) + C_1 b]^2 + A_1^2 b(a + i_e)}}{A_1 b} \ \text{[km/h]} \tag{20}$$

La determinarea vitezei de circulație cu relația (20) este necesar să se stabilească valorile coeficienților A_1, B_1 și C_1, care determină forța de tracțiune a locomotivei și coeficienții a și b, care determină valoarea rezistenței specifice la mers în palier și aliniament a trenului.

Coeficienții a și b se pot stabili în baza formulelor cu ajutorul cărora se calculează rezistențele specifice ale vagoanelor și locomotivei.

Coeficienții A_1, B_1 și C_1 se pot stabili în baza curbelor $F_0 = f(v)$ astfel: se aleg trei puncte pe una din curbele $F_0 = f(v)$ ale locomotivei 060 D.A.

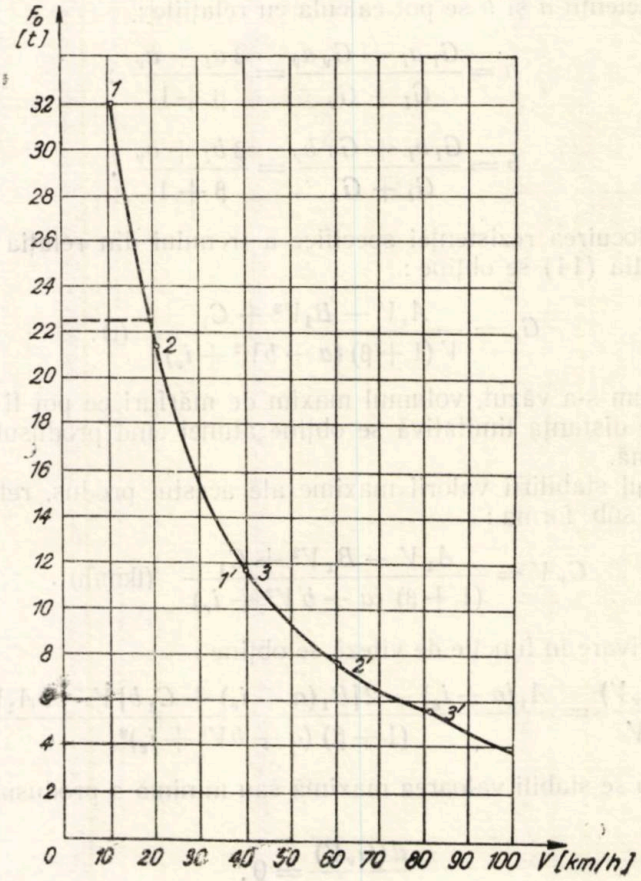


Fig. 1

de exemplu pentru curba corespunzătoare poziției 24 a controlerului (fig. 1) și se obține în baza lor un sistem de ecuații cu trei necunoscute de forma:

$$\begin{aligned} A_1 - B_1 V_1 + \frac{C_1}{V_1} &= F_{01}, \\ A_1 - B_1 V_2 + \frac{C_1}{V_2} &= F_{02} \\ A_1 - B_1 V_3 + \frac{C_1}{V_3} &= F_{03}, \end{aligned} \tag{21}$$

în care necunoscutele sînt A_1, B_1 și C_1.

Deoarece caracteristica de tracțiune a locomotivei 060 D.A., este formată din segmente de curbă, valorile coeficienților A_1, B_1 și C_1 s-au stabilit pentru fiecare porțiune de curbă în parte și sînt trecuți în tabela nr. 1.

Tabela 1

Intervalul de viteză	A_1	B_1	C_1
10 ÷ 40	21,5	0,35	140
40 ÷ 80	1,4	0,01	400

Cu datele din tabela 1 se obțin valorile forței de tracțiune, în funcție de viteza de mers din tabela 2, care pot fi comparate cu valorile reale ale forței de tracțiune trecute în același tabel.

Tabela 2

V km/h	10	18,5	20	30	40	50	60	70	80
F_0 real (t)	32	22,5	21,5	15,1	11,0	8,6	7,33	6,3	5,6
F_0 (t)	32	22,58	21,5	15,6	11,0	8,9	7,4	6,4	5,6

Pentru cazul cînd se utilizează, pentru determinarea forței de tracțiune relația (10), relația (8) capătă forma :

$$G_v = \frac{A_2 + \frac{B_2}{V}}{(1+\beta)\ (a + bV^2 + i_e)} \quad \text{(t)}, \tag{22}$$

de unde se obține :

$$G_v V = \frac{A_2 V + B_2}{(1+\beta)\ (a + bV^2 + i_e)} \quad \text{(tkm/h)}. \tag{23}$$

Prin derivare în funcție de V rezultă :

$$\frac{d(G_v V)}{dV} = \frac{A_2(a + bV^2 + i_e) - 2bV(B_2 + A_2 V)}{(1+\beta)\ (a + bV^2 + i_e)^2}. \tag{24}$$

Pentru cazul cînd se pune condiția :

$$\frac{d(G_v V)}{dV} = 0$$

se obține :

$$V = \frac{-B_2 b \pm \sqrt{B_2^2 b^2 + A_2^2 b (a + i_e)}}{A_2 b}. \qquad (25)$$

După cum se vede, această relație este mult mai simplă decît relația 20 și la prima vedere prezintă unele avantaje.

Rezultatele obținute cu relația (25) depind însă de valoarea coeficienților A_2 și B_2 care pentru intervale mai mari de viteză se stabilesc mai greu.

Avîndu-se în vedere relația (20) și valorile coeficienților A_1, B_1 și C_1 din tabela 1 și dacă se admite pentru coeficienții a și b valorile : $a=2{,}08$; $b=0{,}0005$, pentru viteze de mers cuprinse între 10—40 km/h, se obține relația :

$$V_{opt} = \frac{-(0{,}798 + 0{,}35\, i_e) + \sqrt{1{,}1175 + 0{,}7899\, i_e + 0{,}1225\, i_e^2}}{0{,}0108}. \qquad (26)$$

Cu această relație se pot calcula vitezele optime ale trenurilor de marfă, remorcate cu locomotive 060 D.A., pe diferite rampe echivalente.

Pentru valori ale rampelor echivalente cuprinse între 2‰ ÷ 10‰ vitezele optime, calculate cu relația (25) sînt date în tabela 3.

Tabela 3

i_e (‰)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V_{opt} (km/h)	26,5	27,3	27,8	28,2	28,4	28,5	28,6	23,7	28,8

Cu datele din tabela 3, s-a trasat curba $V_{opt} = f(i_e)$ din figura 2.

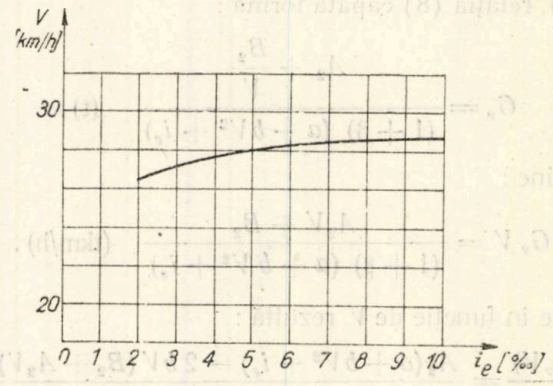


Fig. 2

După cum se vede din figura 2, viteza optimă crește cu creșterea rampei echivalente. Pentru rampe echivalente cuprinse între 2÷10‰, viteza optimă de circulație a trenurilor de marfă remorcate cu locomotive Diesel 060 D.A. este cuprinsă între 26,5 km/h și 28,8 km/h.

Odată calculată valoarea vitezei de circulație medie, pe distanța limitativă, corespunzătoare unui volum maxim de mărfuri transportate în 24 ore, se poate stabili și tonajul optim pe tren prin introducerea valorilor rezistenței specifice la mersul trenurilor în palier și aliniament r_t și forța de tracțiune la obadă F_0, corespunzătoare vitezei V, în relația 8.

Valoarea maximă a produsului $G_v V$ se poate stabili și cu ajutorul relației :

$$G_v V = \frac{F_0 - G_l (r_l + i_e)}{r_v + i_e} V \quad (t_b \text{ km/h}). \tag{27}$$

Dacă se cunoaște valoarea rampei echivalente dintre stațiile cu distanța limitativă, valoarea maximă a produsului $G_v V$ se poate stabili, adoptîndu-se diferite valori pentru viteza de circulație V și determinîndu-se tonajele ce pot fi remorcate de locomotiva luată în studiu, cu această viteză pe distanța limitativă.

Pentru exemplificarea, se consideră remorcarea trenurilor de marfă, pe distanțele limitative care au rampele echivalente cuprins între 2‰ și 10‰, cu o locomotivă 060 D.A.

Rezistența specifică a vagoanelor de marfă, în compunere amestecată se poate calcula cu relația :

$$r_v = 2 + \frac{V^2}{2000} \quad (\text{kgf/t}) , \tag{28}$$

Rezistența specifică a locomotivei Diesel 060 D.A. se poate calcula cu relația :

$$r_l = 3{,}5 + 0{,}0403 \left(\frac{V}{10}\right)^2 \quad (\text{kgf/t}) . \tag{29}$$

Cu ajutorul acestor relații s-au calculat rezistențele specifice la mers ale locomotivei și vagoanelor, care sînt date în tabela 4.

Tabela 4

V km/h	10	18,5	20	30	40	50	60	70	80
r_v kgf/t	2,05	2,17	2,20	2,45	2,80	3,25	3,80	4,45	5,20
r_l kgf/t	3,54	3,64	3,66	3,86	4,15	4,51	5,00	5,47	6,08

Cu aceste valori s-au trasat diagramele din fig. 3.

Utilizîndu-se datele din tabela 4 și relația (27) se obțin valorile din tabela 5.

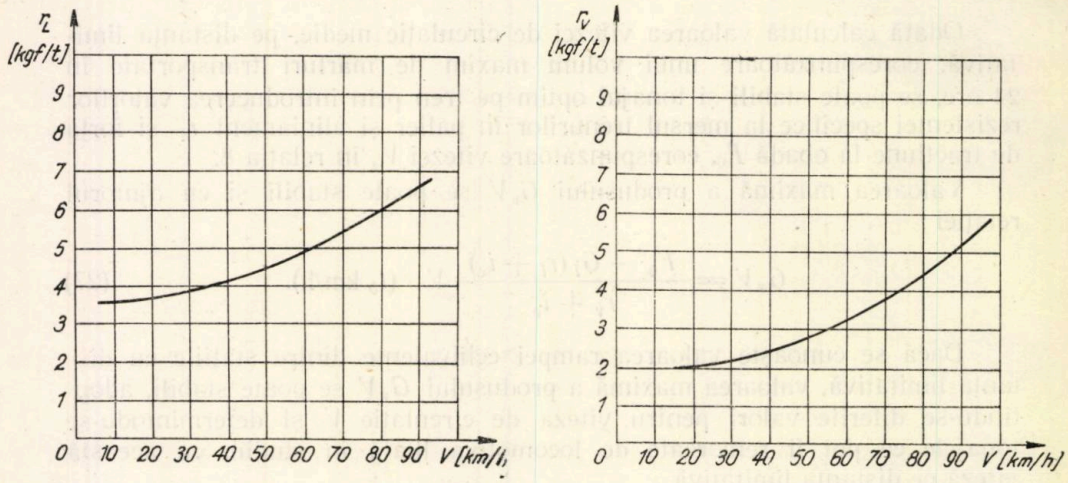


Fig. 3

Cu datele din tabela 5 s-au trasat curbele $G_v V = f(v)$ din figura 4, din care rezultă că viteza optimă a trenurilor de marfă remorcate cu locomotiva Diesel 060 D.A., este cuprinsă între 26,5 km/h și 28,8 km/h pentru declivități cuprinse între 2—10‰. După cum se vede, viteza optimă variază puțin cu creșterea rampei echivalente.

Tabela 5

i_e	V km/h	10	20	30	40	50	60	70
	F_0 (kgf)	32000	21500	15100	11000	8600	7330	6300
2	G_v (t)	7745	4965	3274	2146	1500	1126	845
	$G_v V$ (tkm/h)	77450	99300	98120	85840	75000	67560	59150
4	G_v (t)	5229	3327	2204	1481	1054	808	614
	$G_v V$ tkm/h	52290	66540	66030	59240	52700	48480	42980
6	G_v (t)	3852	2489	1654	1117	800	620	468
	$G_v V$ tkm/h	38520	49780	49620	44680	40000	37200	32750
8	G_v (t)	3053	1977	1315	890	637	500	382
	$G_v V$ tkm/h	30530	39540	39450	35600	31850	30000	26740
10	G_v (t)	2527	1634	1086	733	524	407	314
	$G_v V$ (tkm/h)	25270	32680	32580	29320	26200	22420	21980

Avîndu-se în vedere viteza optimă din tabelul 3, cu ajutorul relației:

$$G_v = \frac{F_0 - G_l(r_l + i_e)}{r_v + i_e} \quad \text{(t)}, \tag{30}$$

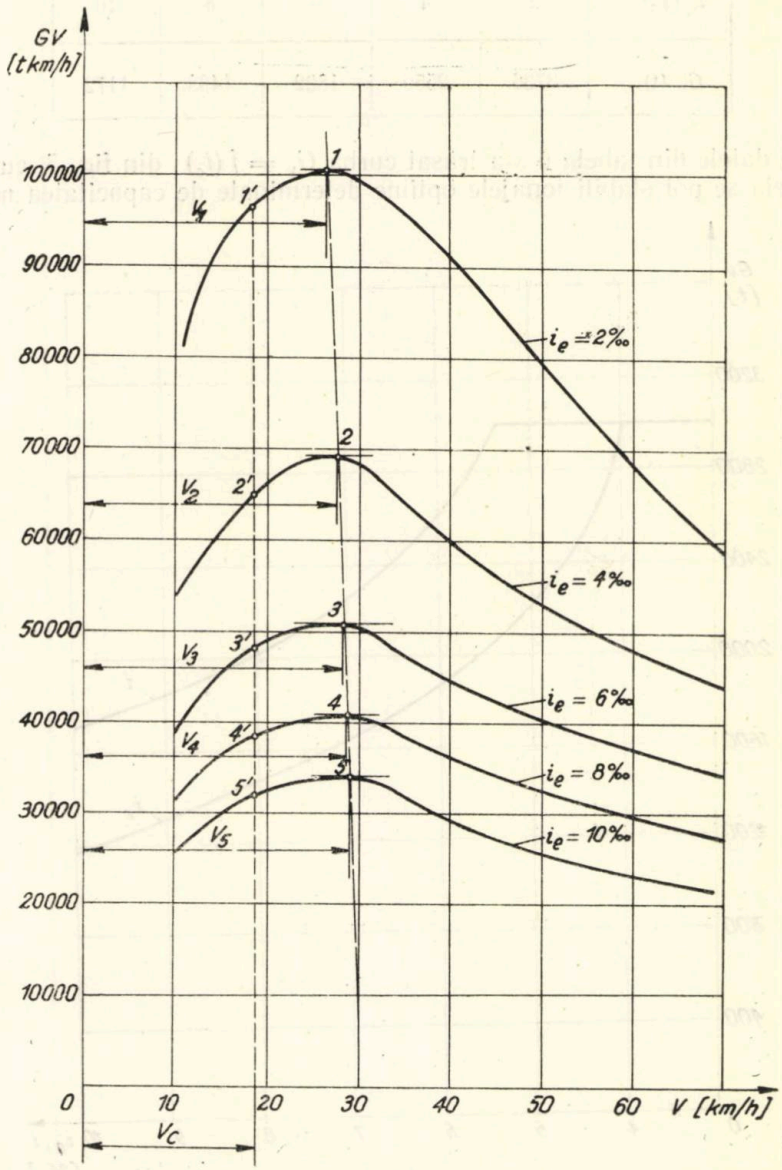


Fig. 4

se obțin tonajele trenurilor, în funcție de valoarea rampei echivalente dintre stațiile care limitează capacitatea de transport. Aceste tonaje sînt date în tabela 6.

Tabela 6

i_e (‰)	2	4	6	8	10
G_v (t)	3736	2550	1822	1433	1172

Cu datele din tabela 6 s-a trasat curba $G_v = f(i_e)$ din fig. 5, cu ajutorul căreia se pot stabili tonajele optime determinate de capacitatea maximă

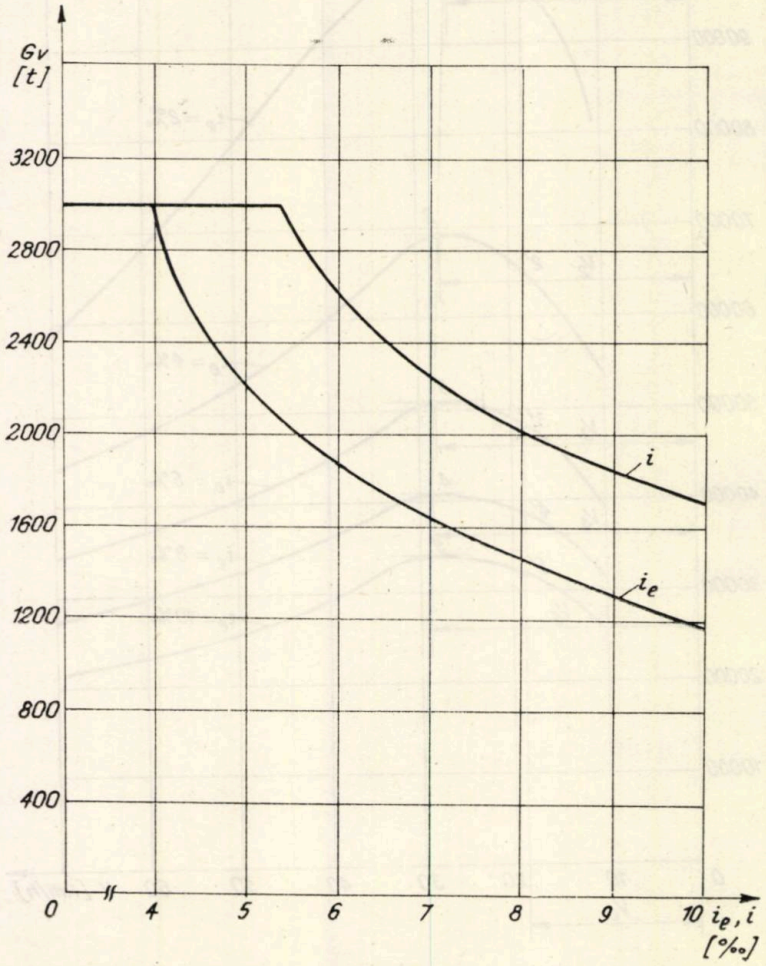


Fig. 5

de transport, în funcție de rampa echivalentă dintre stațiile care limitează traficul de mărfuri, pentru trenurile de marfă remorcate cu locomotive Diesel 060 D.A.

Tot în figura 5 s-a reprezentat și curba $G_v = f(i)$, care reprezintă posibilitățile de remorcare ale locomotivei Diesel 060 D.A., pe diferite rampe caracteristice, corespunzătoare curentului unionar.

3. *Determinarea tonajelor și vitezelor de circulație ale trenurilor de marfă corespunzătoare unor cheltuieli de exploatare minime*

In exploatarea căilor ferate un indicator principal îl reprezintă cheltuielile de exploatare, deoarece aceste cheltuieli determină prețul de cost al transportului de mărfuri și călători.

In compunerea cheltuielilor de exploatare intră toate cheltuielile curente, legate de efectuarea transporturilor, întreținerea în stare de serviciu a mijloacelor tehnice de transport și a instalațiilor fixe, precum și înlocuirea utilajului uzat (cotele de amortisment).

Cheltuielile de exploatare se pot determina fie prin metode care se bazează pe norme unitare de cheltuieli, fie prin metode care se referă la cheltuielile directe pe articole separate de cheltuieli.

In scopul determinării tonajelor și vitezelor de circulație ale trenurilor de marfă corespunzător unor cheltuieli de exploatare minime, cheltuielile de exploatare s-au repartizat pe următorii indicatori: tonă-brută — ora vagon, locomotiva — oră (fără plata echipelor de locomotivă), echipa de locomotivă-oră, echipa de tren-oră și tfkm — lucru mecanic.

Determinarea cheltuielilor, în funcție de acești indicatori, se face avîndu-se în vedere cheltuielile de exploatare și investițiile necesare preocupării materialului rulant.

Cheltuielile raportate la tona brută-vagon oră se compun din investiții și cheltuielile de exploatare.

Aceste cheltuieli se pot calcula cu relațiile:

— pentru vagoanele goale:

$$K_{vh} = \frac{a}{8760}\left(\frac{1}{t_r} + \frac{1}{t_i}\right) + \frac{b}{q_{ob}\,\lambda_t} \quad (\text{lei}/t_b \text{ vag. oră}); \tag{31}$$

— pentru vagoanele încărcate:

$$K_{vh} = \frac{1}{8760}\left(a\,\lambda_t\left(\frac{1}{t_r} + \frac{1}{t_i}\right) + \frac{c\,\lambda_b}{t_r}\right) + \frac{b}{q_{ob}} \quad (\text{lei}/t_b - \text{vag. oră}) \tag{82}$$

în aceste relații:

8760 este numărul orelor dintr-un an;

a este investițiile raportate la tara vagonului, în lei/t;

λ_t — raportul dintre tara medie a vagoanelor și greutatea totală a acestora;

λ_b — raportul dintre încărcătura medie a vagoanelor și greutatea lor brută, $\lambda_b = 1 - \lambda_t$;

t_r — termenul de recuperare a investițiilor, în ani ;

t_i — viața industrială a vagoanelor de marfă, în ani ;

c — costul unei tone din încărcătura vagonului, în lei/t ;

b — cota de cheltuieli pentru repararea și întreținerea vagoanelor, în lei/osie-oră vag. ;

q_{ob} — greutatea medie brută pe osie în punctul de contact dintre roată și șină, în t/osie.

Cheltuielile raportate la locomotivă-oră se compun din investiții și cheltuielile de exploatare a locomotivelor. Investițiile se referă numai la prețul de cost al locomotivelor.

Aceste cheltuieli se pot calcula cu relația :

$$K_{Lh} = \frac{K_e}{8760}\left(\frac{1}{t_r} + \frac{1}{t_i}\right) + c_L P \text{ (lei/locom.-oră)}, \tag{33}$$

în care :

K_e — prețul de cost al locomotivei, în lei :

t_r — termenul de recuperare a investițiilor, în ani ;

t_i — viața industrială a locomotivelor, în ani ;

c_L — cota de cheltuieli de exploatare ce revine unui cal putere în lei/CP ;

P — puterea locomotivei, în CP.

Cheltuielile cu salariile echipelor de locomotivă, pentru o oră de lucru, se pot calcula cu relația :

$$K_{elh} = \alpha_{el}\, a_{el}\,, \tag{34}$$

unde :

a_{el} — salariile medii pe oră pentru o echipă de locomotivă, în lei/oră ;

α_{el} — coeficient care ține seama de timpul suplimentar de lucru al echipei de locomotivă.

Cheltuielile cu salariile echipelor de tren se pot calcula cu relația :

$$K_{eth} = \alpha_{et}\, a_{et} \tag{35}$$

în care :

a_{et} este salariul mediu pentru o echipă de tren, în lei/oră ;

α_{et} — coeficient care ține seama de timpul suplimentar de lucru al echipei de tren,

Prin însumarea cheltuielilor raportate la tona brută-vagon-oră, locomotivă-oră, echipa de locomotivă-oră, și de tren-oră, se obțin cheltuielile totale raportate la tren-oră adică :

$$K_{th} = K_{vh}\, G_v + \alpha_{Le}\, \beta_l\, K_{lh} + \beta_l\, K_{elh} + K_{eth} \text{ (lei/tren-oră)}, \qquad (36)$$

în care :

α_L — coeficient care ține seama de timpul ce revine unei ore-tren din timpul total cît locomotiva este imobilizată în reparații.

β_L — coeficient care ține seama de numărul de locomotive cu care se remorcă trenul.

Cheltuielile care se pot raporta la *tfkm*, K_{th} cuprind : cheltuielile pentru combustibil sau energie electrică, o parte din cheltuielile pentru repararea, ungerea și echiparea locomotivelor, o parte din cheltuielile pentru ungerea și repararea vagoanelor, o parte din cheltuielile efectuate cu întreținerea ș repararea căii, precum și cheltuielile cu amortizarea șinelor de cale ferată.

Cheltuielile totale anuale, legate direct de remorcarea unui tren, se pot calcula în funcție de traficul de mărfuri, cu relația :

$$K_{an} = \frac{Q_{an}}{G_v}\left(\frac{K_{th}\, s}{V_c} + K_{tf}\, L\right) \text{ (lei/an)}, \qquad (37)$$

în care :

s — lungimea secției de remorcare, în km ;

V_c — viteza comercială de secție, în km/h ;

L — lucrul mecanic pe tren al forțelor rezistente, în tfkm.

Deoarece, la C.F.R., cheltuielile de exploatare se raportează la $10^2\, t_b$ km, pentru această situație se obține relația :

$$k = \frac{10^2}{G_v}\left(\frac{K_{th}}{V_c} + K_{tf}\,\frac{L}{s}\right) \text{ (lei/}10^2\, t_b \text{ km)}. \qquad (38)$$

Dacă se neglijează pierderile de energie din timpul frînărilor, lucrul mecanic pe tren al forțelor rezistente se poate calcula cu relația :

$$L = \frac{(G_l + G_v)\,(a + bV^2 + i_{er})\, s}{10^3} \quad (t_f \text{ km}), \qquad (39)$$

în care :

V este viteza medie de circulație, în km/h,

i_{er} — rampa echivalentă, în %.

Viteza comercială, se poate calcula în funcție de viteza medie de secția cu relația :

$$V_c = \gamma V \,, \tag{40}$$

în care :

γ — coeficientul de viteză.

Prin înlocuirea în relația (38) se obține :

$$k = \frac{10^2}{G_v}\left(\frac{K_{th}}{\gamma V} + K_{tf}\frac{(G_v + G_1)(a + bV^2 + i_{es})}{10^3}\right) \text{ [lei/10}^2 t_b \text{ km]}. \tag{41}$$

Derivînd relația (41), în funcție de viteză se obține :

$$\frac{dk}{dV} = \frac{10^2}{G_v}\left(-\frac{K_{th}}{\gamma V^2} + 2\,b\,K_{tf}\frac{G_v + G_l}{10^3}\,V\right) \tag{42}$$

sau :

$$\frac{dk}{dV} = \frac{10^2}{G_v}\left(\frac{-10^3 K_{th} + 2\gamma\, b\, K_{tf}(G_v + G_l)\,V^3}{10^3\,V^2}\right). \tag{42^1}$$

Valoarea maximă sau minimă a relației (41) va fi pentru cazul cînd $\frac{dk}{dV} = 0$, adică pentru :

$$-10^3 K_{th} + 2\gamma\, b\, K_{tf}(G_v + G_l)\,V^3 = 0$$

de unde rezultă viteza medie optimă de circulație adică,

$$V_{opt} = 10\sqrt[3]{\frac{K_{th}}{2\,b\,\gamma\,K_{tf}(G_v + G_l)}}. \tag{43}$$

Cunoscîndu-se viteza medie optimă de secție și coeficientul se poate calcula viteza comercială optimă cu relația

$$V_{c\,opt} = V_{opt}\,\gamma = 10\sqrt[3]{\frac{K_{th}\,\gamma^2}{2\,b\,K_{tf}(G_v + G_l)}}. \tag{44}$$

In scopul stabilirii vitezei optime de circulație, pe o secție de circulație dată, pentru trenurile de marfă remorcate cu locomotiva Diesel electrică 060 D.A., din punct de vedere al cheltuielilor de exploatare se consideră situația cheltuielilor de exploatare corespunzătoare anilor 1963—1964. Pentru vagoanele de marfă termenii din relația (32) au avut valorile :

$a = 9080$ lei/t ; $c = 6000$ lei/t ; $\lambda = 0{,}398$; $t_r = 10$ ani ; $t_i = 40$ ani ; $\lambda_b = 0{,}602$ și $b = 0{,}126$ lei/osie vagon-oră. Cu aceste date se obține cheltuielile raportate la o tonă brută vagon-oră $K_{vh} = 0{,}107$ lei.

Pentru locomotive, termenii din relația (33) au avut valorile: $k_c = 7.000.000$ lei ; $t_r = 10$ ani ; $t_i = 30$ ani ; $c = 0{,}010$ lei/CP ; $P = 2100$ CP ; din care se obține: $K_{Lh} = 127{,}4$ lei.

Echipa de locomotivă se consideră ca fiind compusă din 2 membrii, care primesc un salariu mediu pe oră de 18 lei și $\alpha_{el} = 1{,}3$, iar echipa de tren cu un salariu mediu pe oră de 15 lei și $\alpha_{et} = 1{,}2$.

Avîndu-se în vedere aceste valori și diverse tonaje pe tren, prin înlocuire în relația 36 se obțin cheltuielile pe tren-oră din tabela 7.

Tabela 7

G_v (t)	$K_{vh}\, G_v$	$\alpha_L\, K_{Lh}$	K_{elh}	K_{eth}	K_{th}	
					1 locom.	2 locom.
500	52,5	191,1	23,4	18,0	232,50	447,00
750	78,7	191,1	23,4	18,0	258,75	473,25
1000	105,0	191,1	23,4	18,0	285,00	499,50
1250	131,2	191,1	23,4	18,0	311,00	525,50
1500	157,5	191,1	23,4	18,0	337,50	551,50
1750	183,7	191,1	23,4	18,0	363,75	578,25
2000	210,0	191,1	23,4	18,0	390,00	604,50

Cu valorile din tabela 7 s-a trasat curba $K_{th} = f(G_v)$ din figura 6.

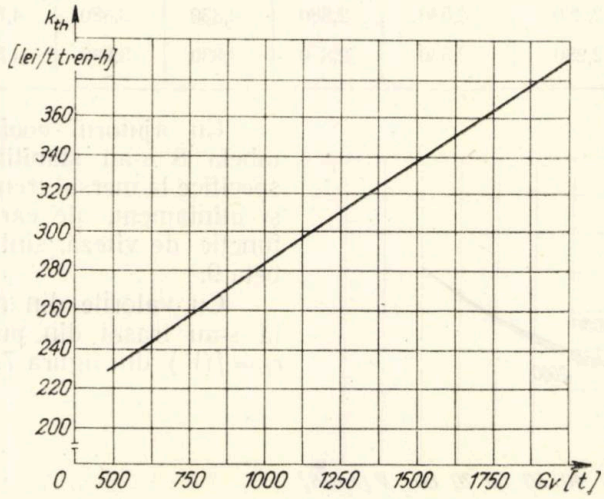


Fig. 6

Dacă se are în vedere prețul de cost al combustibilului pentru locomotiva Diesel de 800 lei/t și celelalte cheltuieli care se raportează la tfkm. lucru mecanic, corespunzător perioadei 1963-1964, se obține pentru trenurile de marfă remorcate cu locomotivele Diesel electrice 060 DA 1.502 lei/tfkm. Pe baza acestei valori a tonajelor trenurilor din tabela 7 și a cheltuielilor pe tren-oră din același tabel, cu ajutorul relației (41), pentru diferite valori ale vitezei de circulație și ale rampei caracterstice se obțin valorile din tabela 10 pentru cheltuielile de exploatare k.

In scopul rezolvării relației (41) s-au stabilit valorile coeficientului a și b, care sînt date în tabela 8.

Tabela 8

G_v (t)	β	a	b
500	0,24	2,28	0,00046
1000	0,120	2,16	0,00049
1500	0,08	2,08	0,0005
2000	0,06	2,08	0,0005

Tabela 9

G_v/V (t) (km/h)	20	30	40	50	60	70	80
500	2,460	2,674	3,016	3,430	3,936	4,564	5,224
1000	2,356	2,601	2,944	3,385	3,924	4,561	5,223
1500	2,280	2,530	2,880	3,330	3,880	4,530	5,280
2000	2,280	2,530	2,880	3,330	3,880	4,530	5,280

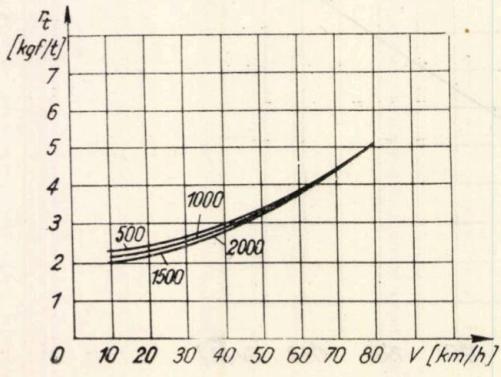


Fig. 7

Cu ajutorul coeficienților din tabela 8 s-au stabilit rezistențele specifice la mersul trenului în palier și aliniament, ale căror valori, în funcție de viteză, sînt date în tabela 9.

Cu valorile din această tabelă s-au trasat din puncte curbele $r_t = f(V)$ din figura 7.

Tabela 10

G_v (t)	i_e ‰	V (km/h)	20	30	40	50	60	70	80
500	2	$\frac{10^2 K_{th}}{G_v \gamma V}$	2,406	1,937	1,453	1,162	0,969	0,830	0,726
		$K_{tf} \frac{L}{10 G_v s}$	0,829	0,873	0,933	1,010	1,104	1,215	1,343
		k	3,235	2,810	2,383	2,172	2,073	2,035	2,069
	4	$K_{tf} \frac{L}{10 G_v s}$	1,202	1,241	1,305	1,382	1,476	1,593	1,718
		k	3,608	3,177	2,758	2,544	2,445	2,423	2,444
	6	$K_{tf} \frac{L}{10 G_v s}$	1,544	1,613	1,677	1,757	1,848	1,965	2,098
		k	3,950	3,550	3,130	2,919	2,817	2,795	2,824
	8	$K_{tf} \frac{L}{10 G_v s}$	1,946	1,985	2,049	2,126	2,220	2,337	2,460
		k	4,350	3,922	3,502	3,288	3,189	3,167	3,186
	10	$K_{tf} \frac{L}{10 G_v s}$	2,318	2,358	2,421	2,498	2,592	2,719	2,832
		k	4,724	4,295	3,874	3,658	3,561	3,549	3,558
1000	2	$\frac{10^2 K_{th}}{G_v \gamma V}$	1,781	1,187	0,890	0,712	0,593	0,509	0,445
		$K_{tf} \frac{L}{10 G_v s}$	0,734	0,773	0,831	0,905	0,997	1,002	1,213
		k	2,515	1,960	1,721	1,617	1,590	1,511	1,655
	4	$K_{tf} \frac{L}{10 G_v s}$	0,968	1,109	1,168	1,241	1,331	1,438	1,549
		k	2,748	2,296	2,058	1,953	1,924	1,947	1,994
	6	$K_{tf} \frac{L}{10 G_v s}$	1,403	1,445	1,503	1,587	1,667	1,774	1,885
		k	3,184	2,632	2,393	2,299	2,260	2,283	2,330
	8	$K_{tf} \frac{L}{10 G_v s}$	1,740	1,781	1,840	1,913	2,005	2,110	2,221
		k	3,521	2,968	2,730	2,625	2,598	2,619	2,666

Tabela 10 (continuare

G_v (t)	i_e (‰)	V (km/h)	20	30	40	50	60	70	80
1000	10	$K_{tf}\frac{L}{10\ G_v\ s}$	2,076	2,117	2,175	2,247	2,339	2,446	2,557
		k	3,857	3,304	3,065	2,959	2,932	2,955	3,002
1500	2	$\frac{10^2\ K_{th}}{G_v\ \gamma\ V}$	1,406	0,938	0,703	0,562	0,469	0,401	0,351
		$K_{tf}\frac{L}{10\ G_v\ s}$	0,701	0,723	0,800	0,874	0,964	1,071	1,194
		k	2,107	1,661	1,503	1,436	1,424	1,471	1,545
	4	$K_{tf}\frac{L}{10\ G_v\ s}$	1,027	1,071	1,128	1,202	1,292	1,399	1,522
		k	2,435	2,009	1,831	1,764	1,761	1,800	1,873
	6	$K_{tf}\frac{L}{10\ G_v\ s}$	1,370	1,399	1,456	1,530	1,630	1,727	1,850
		k	2,776	2,337	2,159	2,092	2,099	2,128	2,201
	8	$K_{tf}\frac{L}{10\ G_v\ s}$	1,686	1,727	1,784	1,858	1,948	2,056	2,178
		k	3,092	2,665	2,487	2,410	2,417	2,456	2,528
	10	$K_{tf}\frac{L}{10\ G_v\ s}$	2,014	2,055	2,112	2,186	2,276	2,382	2,506
		k	3,420	2,993	2,815	2,748	2,745	2,783	2,856
2000	2	$\frac{10^2\ K_{th}}{G_v\ \gamma\ V}$	1,220	0,813	0,609	0,487	0,406	0,348	0,305
		$K_{tf}\frac{L}{10\ G_v\ s}$	0,680	0,720	0,776	0,847	0,935	1,038	1,157
		k	1,900	1,533	1,385	1,334	1,341	1,386	1,462
	4	$K_{tf}\frac{L}{10\ G_v\ s}$	0,999	1,038	1,094	1,166	1,252	1,356	1,476
		k	2,219	1,851	1,703	1,653	1,658	1,704	1,781
	6	$K_{tf}\frac{L}{10\ G_v\ s}$	1,316	1,356	1,412	1,483	1,571	1,674	1,795
		k	2,530	2,169	2,021	1,970	1,977	2,021	2,100

Tabela 10 (continuare)

G_v (t)	i_e (‰)	V (km/h)	20	30	40	50	60	70	80
2000	8	$K_{tf}\dfrac{L}{10\ G_v\ s}$	1,635	1,673	1,730	1,801	1,889	1,992	2,112
		k	2,855	2,486	2,239	2,298	2,295	2,330	2,417
	10	$K_{tf}\dfrac{L}{10\ G_v\ s}$	1,953	1,992	2,045	2,120	2,207	2,310	2,429
		k	3,173	2,805	2,654	2,607	2,613	2,658	2,734

Cu datele din tabela 10 s-au trasat curbele $k = f(v)$ care sînt reprezentate în figurile 8—12.

Vitezele medii optime se pot calcula și cu relația (43), dacă se cunosc cheltuielile de exploatare și tonajul pe teren.

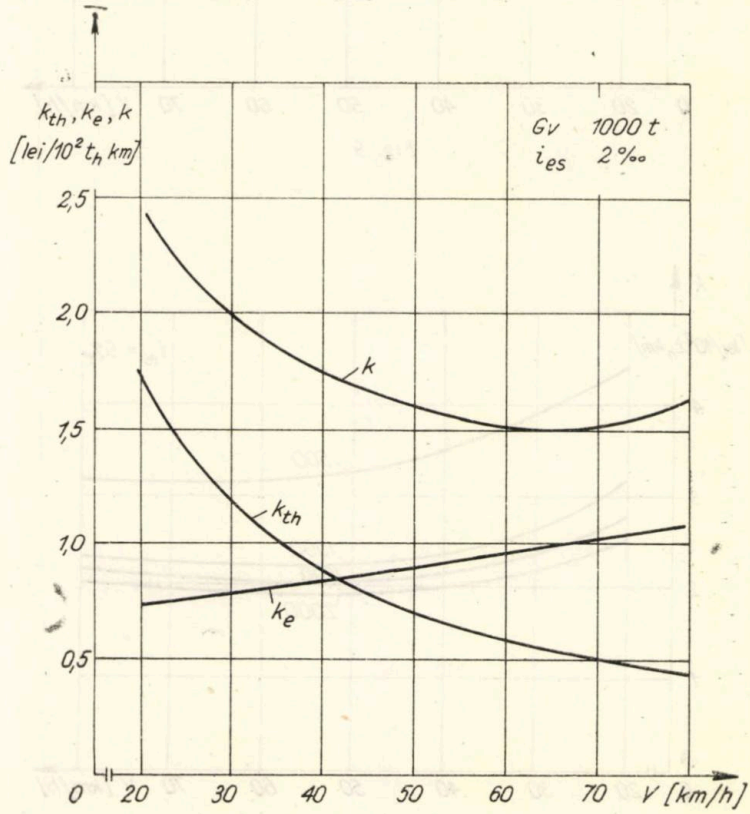


Fig. 8

Pentru situația corespunzătoare anilor 1963—1964 și pentru tonaje cuprinse între 500—2000 t, valorile vitezelor optime calculate cu relația (43), pentru $p = 0{,}8$ sînt date în tabela 11.

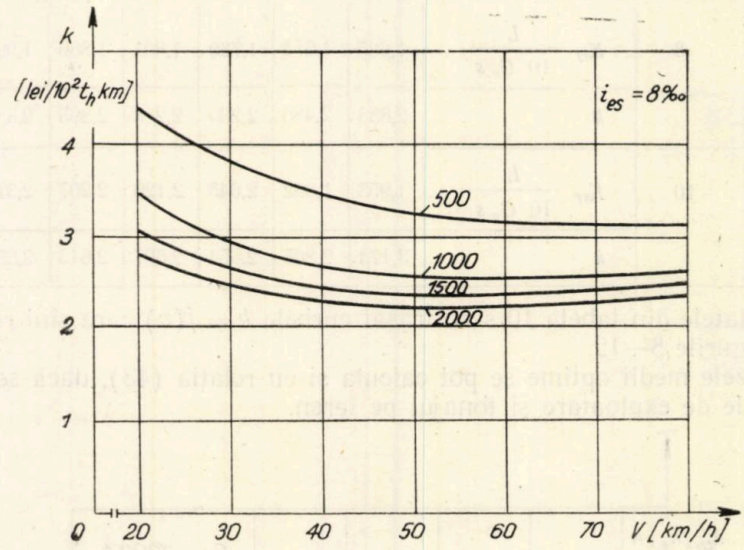


Fig. 9

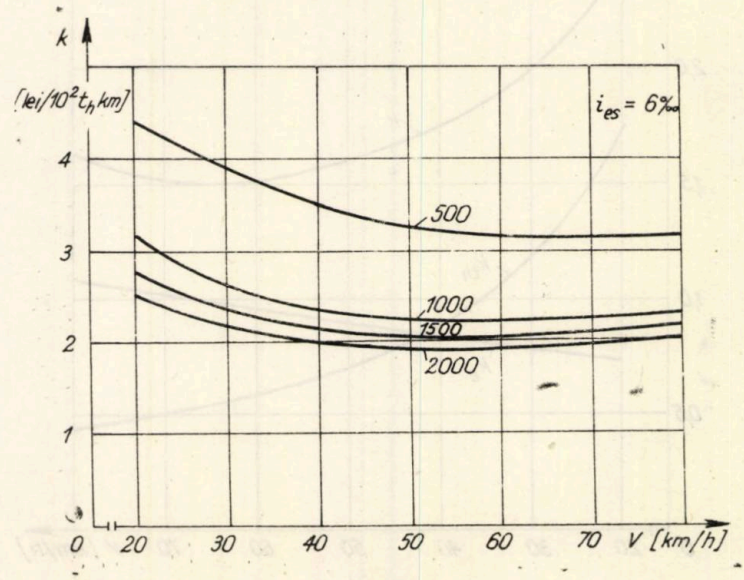


Fig. 10

Tabela 11

G_v (t)		500	750	1000	1250	1500	1750	2000
V_{opt} (km/h)	Simplă tracțiune	67,8	62,8	59,7	57,4	55,8	54,6	53,5
	Dublă tracțiune	78,6	72,2	68,7	66,5	63,5	61,6	60,2

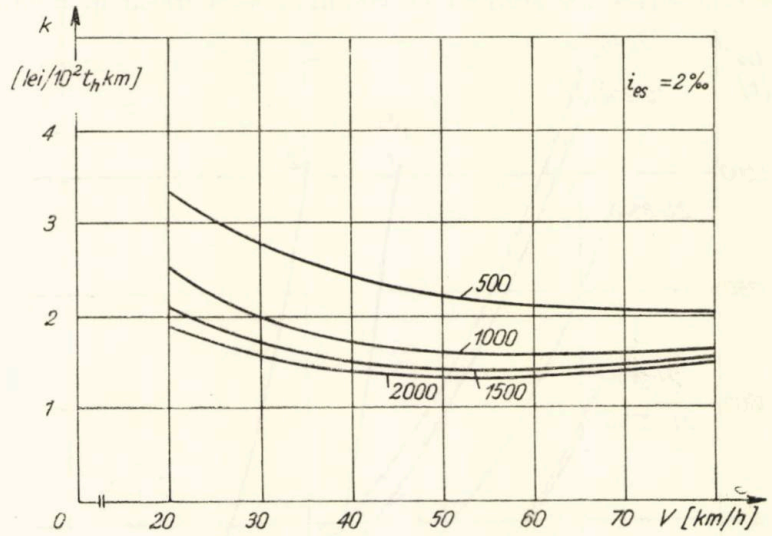


Fig. 11

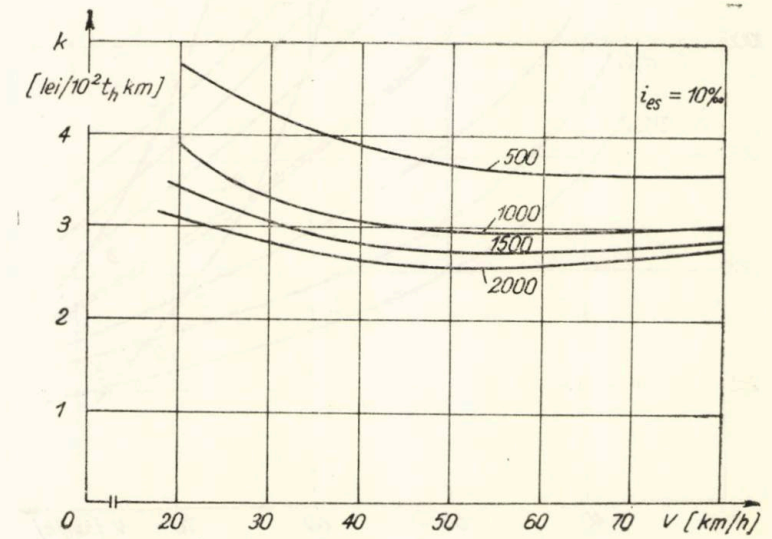


Fig. 12

Cu valorile din acest tabel s-au trasat curbele $G_v = f(V_{opt})$ din figura 13 (curba 1 pentru simplă tracțiune și curba 2 pentru multipla tracțiune).

După cum rezultă din această figură, vitezele medii de circulație ale trenurilor de marfă, pentru care se realizează cheltuielile minime de exploatare sînt cuprinse între 53—68 km/h, pentru simpla tracțiune și 60—79 km/h pentru dubla tracțiune.

Pentru stabilirea tonajelor pe tren, corespunzătoare vitezelor optime și rampelor echivalente ale secțiilor de circulație s-au trasat în figura 13 și

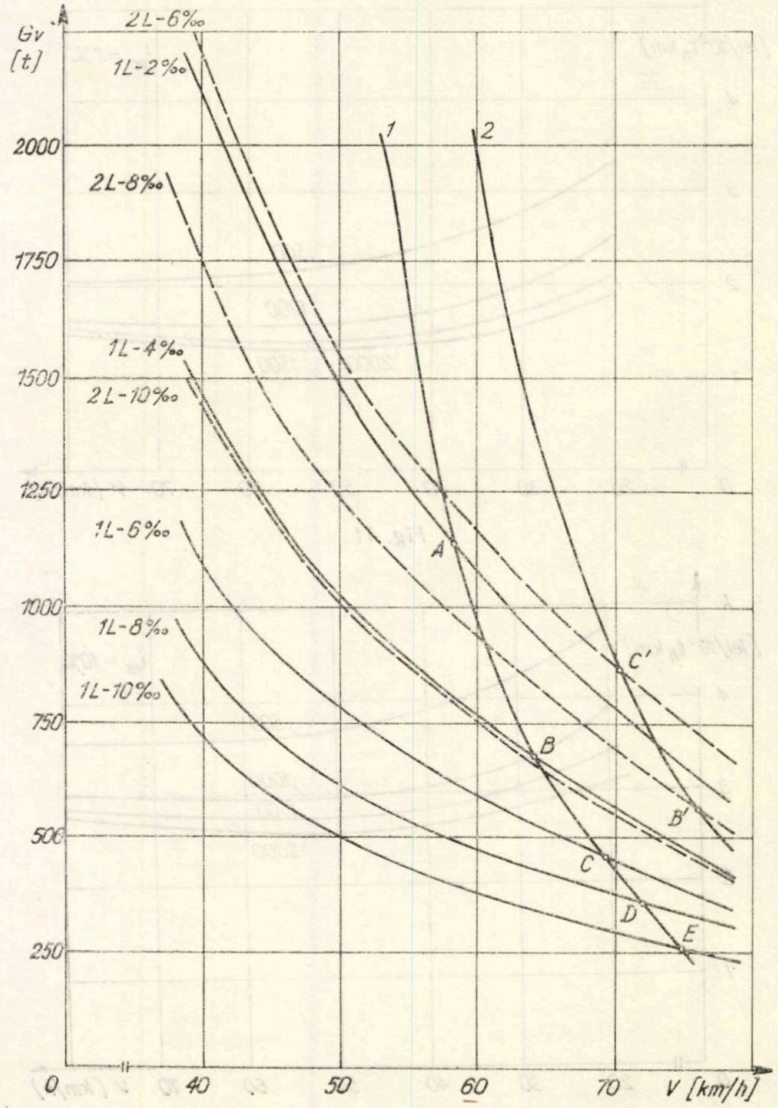


Fig. 13

curbele $G_v = f(V, i_{es})$. Punctele de intersecție ale acestor curbe cu curbele $G_v = f(V_{opt})$ determină tonajele trenurilor și vitezele optime în funcție de rampa echivalentă a secției.

Curbele $G_v = f(V, i_{es})$ s-au trasat cu datele din tabela 12.

Tabela 12

i_e (‰) \ V km/h	40	50	60	70
2	2120	1474	1075	780
4	1460	1020	770	570
6	1101	778	581	438
8	875	615	468	348
10	720	505	381	283

4. *Concluzii*

La stabilirea tonajelor trenurilor de marfă remorcate cu locomotive Diesel electrice 060 D.A. trebuie să se aibă în vedere atît satisfacerea necesităților de trafic cît și realizarea transportului cu un preț de cost minim.

Pentru secțiile de circulație care au ajuns la limita de capacitate, tonajele trenurilor de marfă trebuie stabilite în funcție de viteza optimă de circulație pe distanța limitativă, chiar dacă cheltuielile de exploatare nu sînt minime.

Pentru secțiile de circulație, unde nu se pun probleme legate de capacitate, tonajele trenurilor de marfă trebuie stabilite în funcție de viteza medie optimă de circulație a trenului pe întreaga secție în sensul considerat.

La stabilirea tonajelor în funcție de viteza optimă corespunzătoare distanței limitative sau vitezei medii optime de secție, trebuie avute în vedere și tonajele corespunzătoare circulației trenului pe rampa caracteristică, cu sau fără folosirea energiei cinetice, în funcție de valoarea rampei și lungimea ei.

Din această lucrare, rezultă că vitezele optime din punct de vedere al capacității de circulație a secțiilor pentru trenurile de marfă remorcate cu locomotiva 060 D.A., variază puțin cu creșterea rampelor echivalente ale distanțelor limitative. Pentru rampe echivalente cuprinse între 2....10‰, aceste viteze sînt cuprinse între 26,5 km/h și 28,8 km/h.

Vitezele optime ale trenurilor de marfă, remorcate cu locomotive 060 D.A. corespunzătoare cheltuielilor minime de exploatare și rampele echivalente ale secțiior cuprinse între 2...10‰, pentru situația corespunzătoare ani-

lor 1963-1964 sînt cuprinse între 63 km/h și 68 km/h pentru remorcarea cu simplă tracțiune și între 60 km/h și 79 km/h pentru remorcarea cu dublă tracțiune.

Deoarece la calea ferată din țara noastră viteza maximă de circulație a trenurilor de marfă este stabilită la 70 km/h, deocamdată vitezele optime de secție mai mari de 70 km/h nu pot fi luate în considerare.

Catedra material rulant
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Popa A., Chimu N., Neagu A.*, Tracțiunea trenurilor. Editura didactică și pedagogică, 1966.
2. *Пейсахзон Б. Е.* Вес и скорость грузовых поездов. Труды Всесоюзного Научно-исследовательского Института Железных Дорог. Выпуск 141, Москва 1957 г.
3. *Tomescu C.*, Tehnica efectuării transporturilor pe căile ferate. Editura transporturilor și telecomunicațiilor, București, 1963.

F1130

SUMMARY OF THE REVIEWS IN 1966

C. Dinculescu, C. Ionescu-Bujor. David Emmanuel — 25 Years from Death of the Famous Professor, Scientist and Pedagogue (1. 1966).

SOCIAL SCIENCES

C. Dinculescu, C. Ionescu-Bujor. David Emmanuel — 25 Years from Death of the Famous Professor, Scientist and Pedagogue (1. 1966).

MATHEMATICS

M. N. Roșculeț. An Exemple of a Curve Covering a Volume (1. 1966).
N. Mirescu. The Evolutes of Polyhedral Sunfaces in the Projection System with Null Fundamental Quadrant (1. 1966).
M. N. Roșculeț. On the Approximation Theorem of Weierstrass of Contiuous Functions of Many Variables by Polynomial (3. 1966).
F. Stănciulescu, A. Susea. On the Existence and Uniqueness of the Solution of a Hyperbolic Equation in Nonlinear Media Electrodynamics. (3. 1966).
M. St. Botez. About a System of Congruent Representation Summary (6. 1966).

TECHNOLOGICAL CHEMISTRY

N. I. Voinea, Elastic, Viscous, Plastic Behaviour of Cements Function of Chemical-mineralogical Composition (3. 1966).
S. Lică, Gh. Tudorache. Use of Bimetallic Electrodes in Anodic Polatography (4. 1966).
I. Cristea Gr. Pop, Gh. Ioniță. Contributions to the Study of the Process of Polymerisation in Aqueous Vinyl Acetate Suspension (4. 1966).
I, Blum, Fr. Barca, E. Cernica, M. Bucurescu. Correlations between the Plasticiznig Properties of Coals and the Pyrogenation Speed (5. 1966).
H. Betnar, I. Manu. Contributions for Elucidating the Reaction Mechanism betwen Fe^{3+} Ion and Tartric Anion (6.1966).

ELECTROCHEMISTRY

O. Landauer, C. Mateescu. Acid Hydrolysis of *n*-Butyl Acetate in Water-Dioxan (2. 1966).

PHYSICS

D. Anghelescu, V. Datcu, E. M. Friedländer, R. Nițu, A. Preda. Emmision of High-energy Neutrons From II-Xe Interactions at 9 Ge V, (2. 1966).
St. Haltrich, I. Panaitescu. Time Variation of the Equilibrium Orbit Radius sin a Betatron (3. 1966).
I. Agârbiceanu, G. Teodorescu. Absorptio nof the Colour Centres at Ton Crystals vs. Temperature and Time (4. 1966).

MECHANICS

N. I. Manolescu M. Dranga. A Method for Angular Acceleration Determination Σ^i of Machine Initial Moment Without Graphic Derivatives φ (ω) (1. 1966).
N. I. Manolescu, P. Antonescu, I. Erceanu. The Methodes of Formation of the Assur Groups Function of the Number of Loops (Circuits) (Z) and of the Rank of Links (j) (3. 1966).
N. I. Manolescu, P. Antonescu, I. Erceanu. The Formation of the Characteristic Plane Linkages Mechanisms with 10 Links (4. 1966).
Al. Marinescu, C. Guță. Consideration on the Simulated Meetings of Spatial Vehicles with and Automatic Control (5. 1966).
N. I. Manolescu. Contributions to the Study of Kinematics and Dynamics of Bogie Suspension when Passing through Curves (5. 1966).

AVIATION

St. Staicu. Determination of the Aerodynamic Characteristics of the Cruciform Wing in Supersonic Flow (2. 1966).

STRENGTH OF MATERIALS

I. Gh. Zamfirescu. The Absolute Distortion of the Pipes Closed at the Ends and Strained under the Internal and External Pressure and under the Axial Stress (1. 1966).
T. Pană. The Application of the Initial Parameter Method to the Study of Vibrations at Thin Wall Bars with a Closed Profile. (1. 1966).
T. Pană. Shear Effect on the Calculus of Bending-torsional Eigenfrequencies Thin-walled Bars of Closed Section (2. 1966).
V. Drobotă. The Side Buckling of Continnous Swinging Beams Under Cross-Loads. Expemental Tests (3. 1966).
C. C. Teodorescu, Gh. Rusiu. Long Welded Rail Subjected to Temperature Variations (4. 1966).
T. Pană. Calculation of the Amplitudes of the Bending-torsional Vibrations at Thin-walled Bars with Closed Profile (4. 1966).
V. Bogdan, O. Bogdan, F. Heltay. Mechanical Characteristics of Abrasive Materials with Bakelite Binder (6. 1966).

THERMODYNAMICS

P. Ghenghea. Systems of Heating Carriages in Diesel Traction (1. 1966).

DETAILS OF MACHINES

T. Mladinescu. The Dynamic Coefficient Calculus of Cylindrical Gears with Straight Teeth (3. 1966).
Gh. Manea, N. Boicu, M. Pascovici. Termic Aspects of Bearing Bushings, Especially Those of Plastic Material (5. 1966).
V. V. Jinescu, M. Renert. On the Thermic Regime of the Singlescrew Extruder (5. 1966).

HEAT ENGINE

M. Postelnicescu, C. Negrea. The Influence of Preliminary Preheating of Combustion Air in a Boiler in Oder to Avoid the Corrosion, Related to the Economical Capacity of the Equipment (1. 1966).
St. Gheorghiu, P. Constantinescu. The Technic and Economic Study of Overpressure Boilers Having Overpressurised Furnace and Burning Gases Channels (2. 1966).

ELECTRIC POWER

C. Dinculescu, D. Mark, D. Cristescu, M. Marinescu, N. Golovanov, I. Vlaicu. The Plastic Tube Utilization for the Insulation of 6—15 kW. Medium Voltage Bars in Electric Power Stations and Intermediate Electric Stations (1. 1966).

N. Dănilă, D. Grecov. The Study of Reheat Cycle Optimization (1. 1966).

C. Dincuulescu, D. Cristescu. The Distorsion of Impulse Wares in the Propagation Overhead Lines (2. 1966).

C. Dinculescu, A. Arie, P. Buhuș. A. Selischi. A Methodology for Calculating, in the Linear Range, the Variations of Voltage on Long Lines, in Symmetrical and Asymmetrical Regime. (4. 1966).

C. Dinculuescu, D. Cristescu. Analysis of a Station Protection Diagram Against Overvoltage, by Means of Dicharges of Variable Resistance (6. 1966).

ELECTRICAL NETWORK

Gh. Iacobescu. The Electric Arc Influence in Low Inducing Current Disconnection (1. 1966).

Gh. Iacobescu. Equivalent Calculation Digram of the Process of Switsch Voltage Re establishement after Eliminating a Short-circuit at the Terminals of a Transformer (4. 1966).

Gh. Iacobescu. Equivalent Calculation Diagrams of the Proces of Re-establishing the Switch Voltage, in Case a Shirt-circuit Produced at the Terminals of a Transformer is Eliminated (6. 1966).

AUTOMATION

A. Petrescu. Realization of Conditions at the Separation Boundary of Two Porous Media on a Network Type Model, by Means of Electric Transformers (4. 1966).

A. Petrescu. Control System of the Analogue Computer M.A.C.I. (6. 1966).

ELECTRICITY

D. Niculescu, A. Crăciunescu. The Use of Graphs in the Study of Electrical Machineries (3. 1966).

MACHINE BUILDING TECHNOLOGY

I. Gavrilaș. Machining of Globoid Worms on Horizontal Milling Gutter (5. 1966).

ELECTRONICS

Gh. Cartianu, Ec. Vlădescu. The Response of the Ideal Band-pass Filter to Step Frequency Modulated Oscillations (with Carrier Frequency Shifted Relative to the Central Frequency of the Filter) (2. 1966).

Edm. Nicolau, C. Bălăceanu. Neuro-cybernetics Models of Motory Instruction (2. 1966).

R. Piringer. Considerations Concerning the Barkhausen Criterion for Feedback Oscillators (2. 1966).

I. Ponner. Short Circuit Tester of High Sensitivity (2. 1966).

Edm. Nicolau, I. Adamache, R. Piringer, N. Tihon, N. Ionescu. Experiments Carried out with the Electronic Design for Deep Well Pumping (3. 1966).

I. Ponner. Some Considerations on the Determination of Grid Driving Power in RF Power Amplifiers by Varions Methods of Grid biasing (4. 1966).

D. Dascălu. Physical Picture of Space-charge-limited Diodes Smallsignal Operation (5. 1966).

I. Ponner. Theoretical and Experimental Study of the Sensitivity of a Class of Short-circuit Detectors. (6. 1966).

TRANSPORT

A. P. Stoicescu. About Braking the Car on the Transmission System (5. 1966).

Al. Popa. In Relation to the Determination of the Mechanic Work of Forces Acting Upon a Train (5. 1966).

Al. Popa. On the Determination of Goods Train Tonnage and Optimum Speeds, when Trailed by Diesel 060. D.A. Engines (6. 1966).

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 11555

1967 SZEP 3